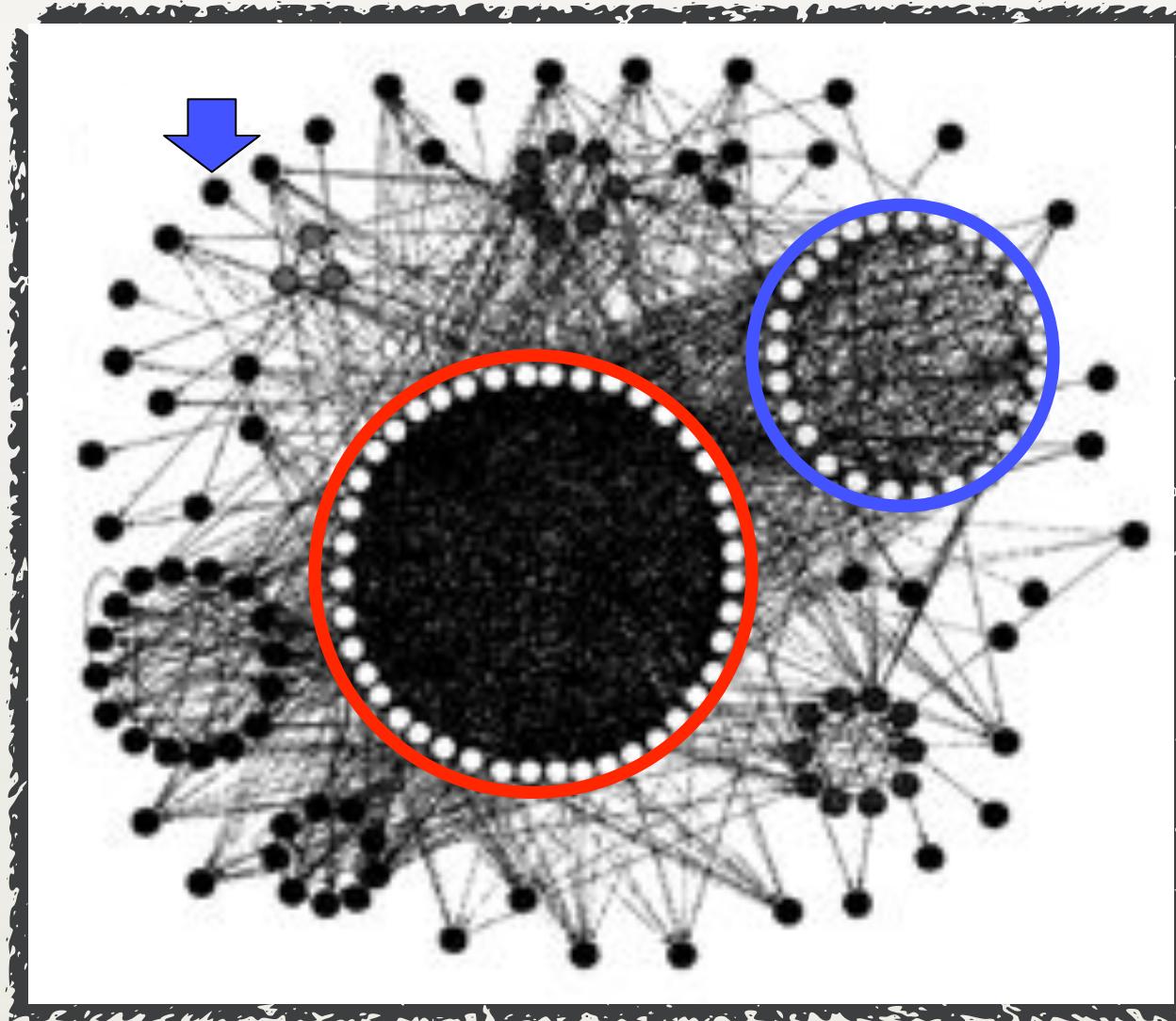
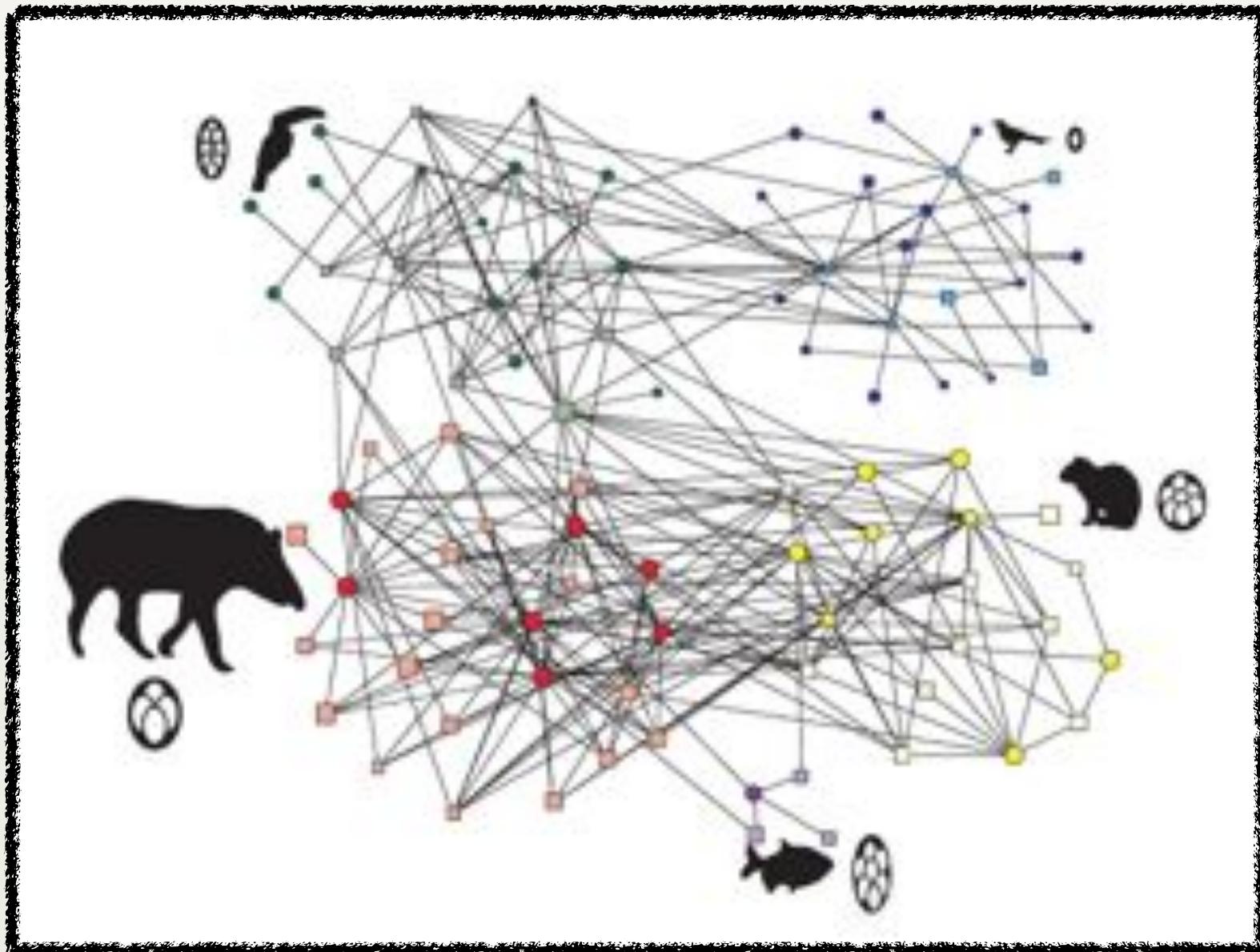


Estrutura (IV) - Modularidade

Paulo R. Guimarães Jr (Miúdo) & Flávia M. D. Marquitti
Ecologia - USP







Estrutura e dinâmica de redes ecológicas

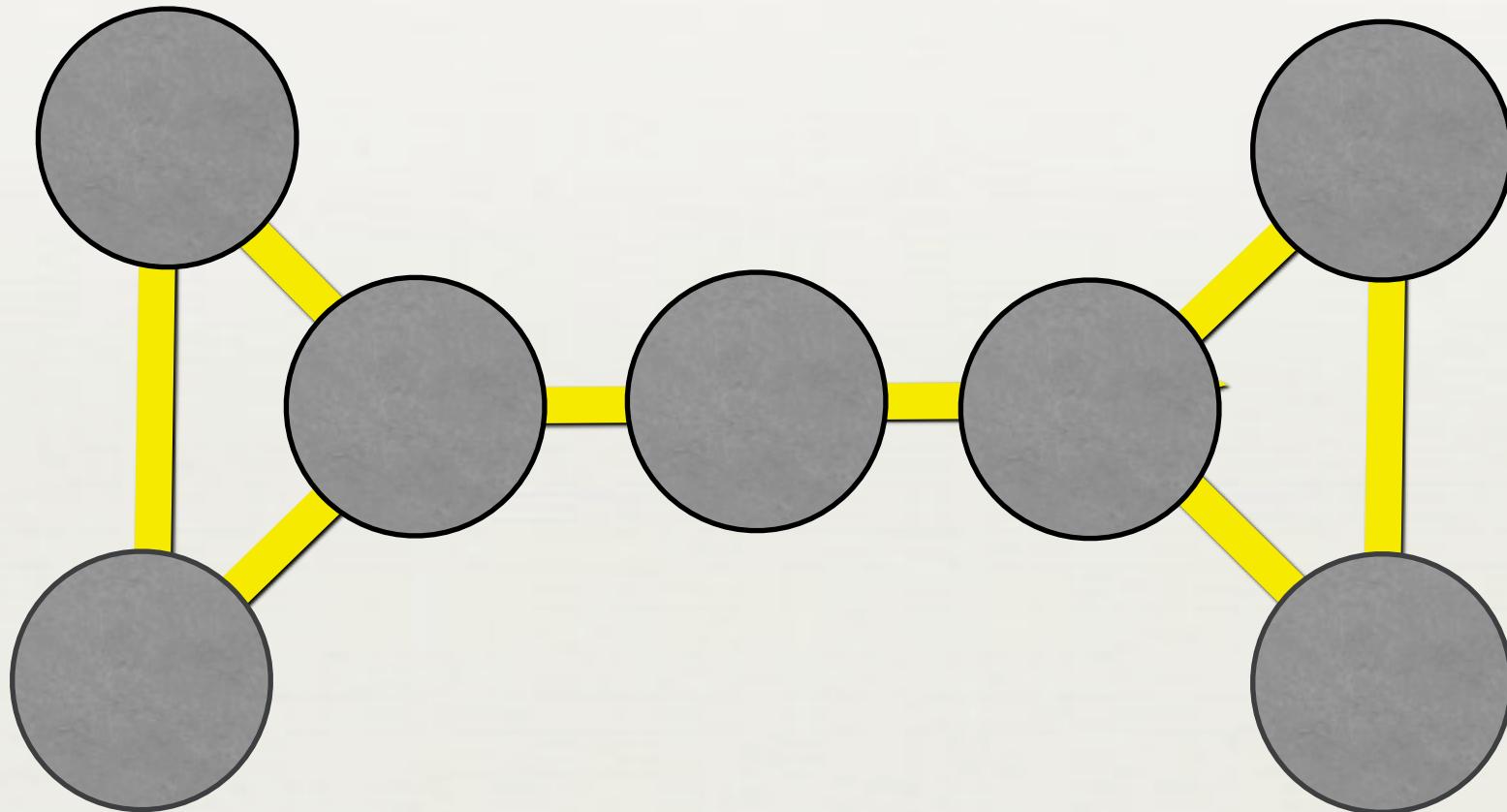
Como caracterizar o agrupamento de pontos e interações?

Ao final desta aula, você deve ser capaz de:

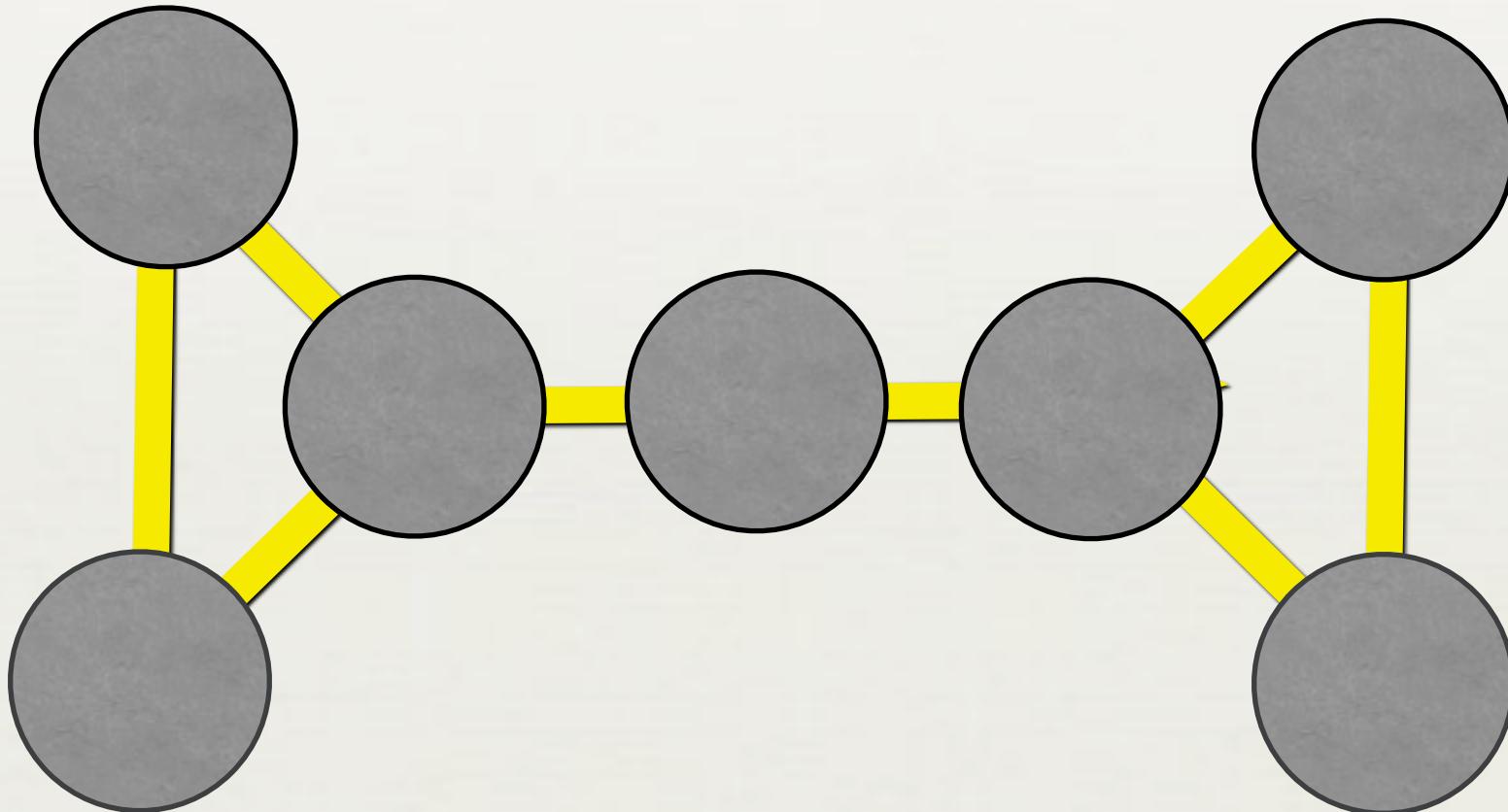
- 1. Caracterizar agrupamento de interações**
- 2. Definir módulos em redes ecológicas**
- 3. Caracterizar como pontos contribuem para a modularidade**

Modularidade

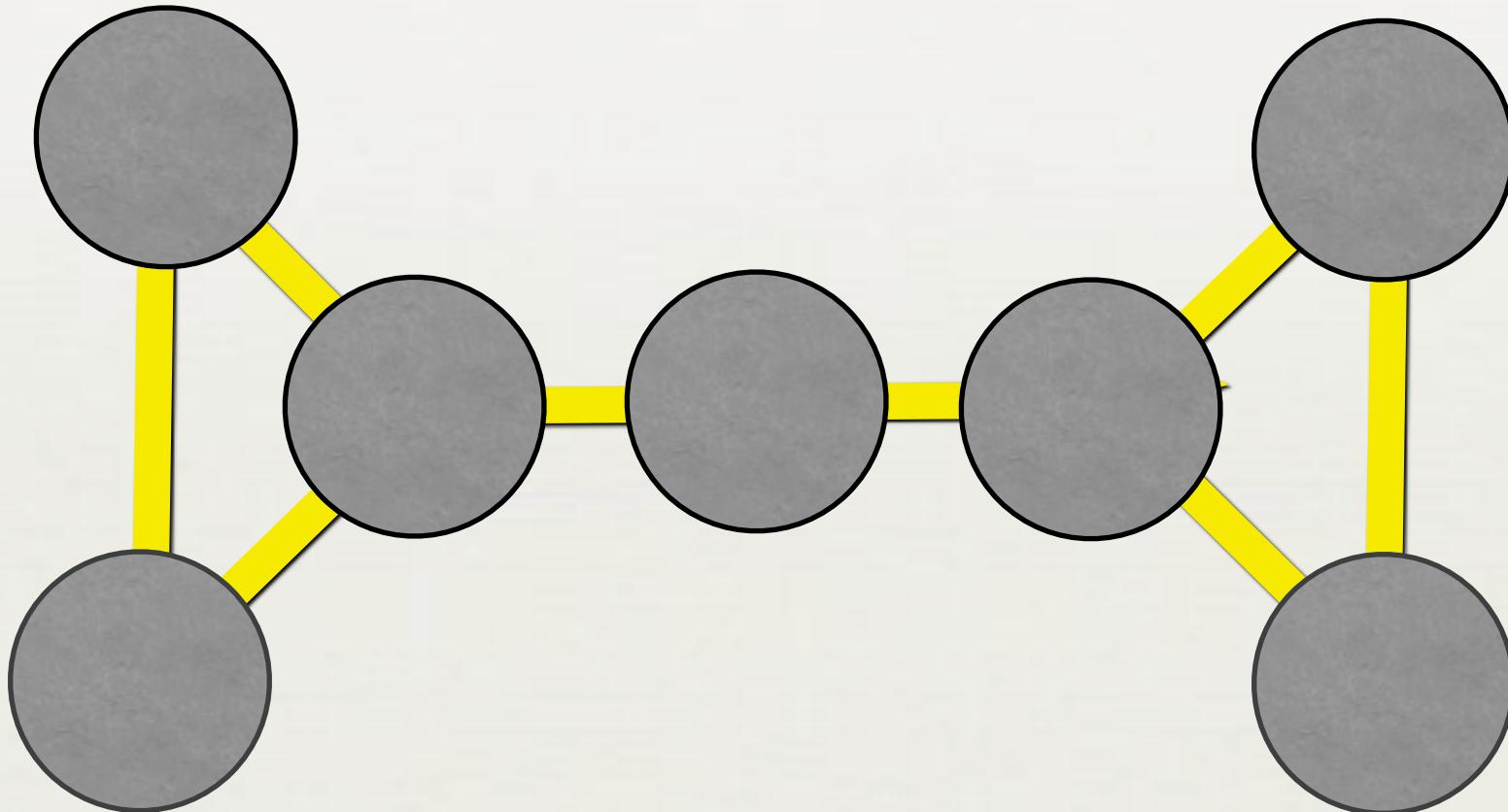
- 1. Coeficiente de agrupamento e assortatividade**
- 2. Identificando grupos**
- 3. Modularidade e papéis da espécie**
- 4. Motifs**
- 5. Resumo**



$$C = \frac{2E}{N(N - 1)}$$

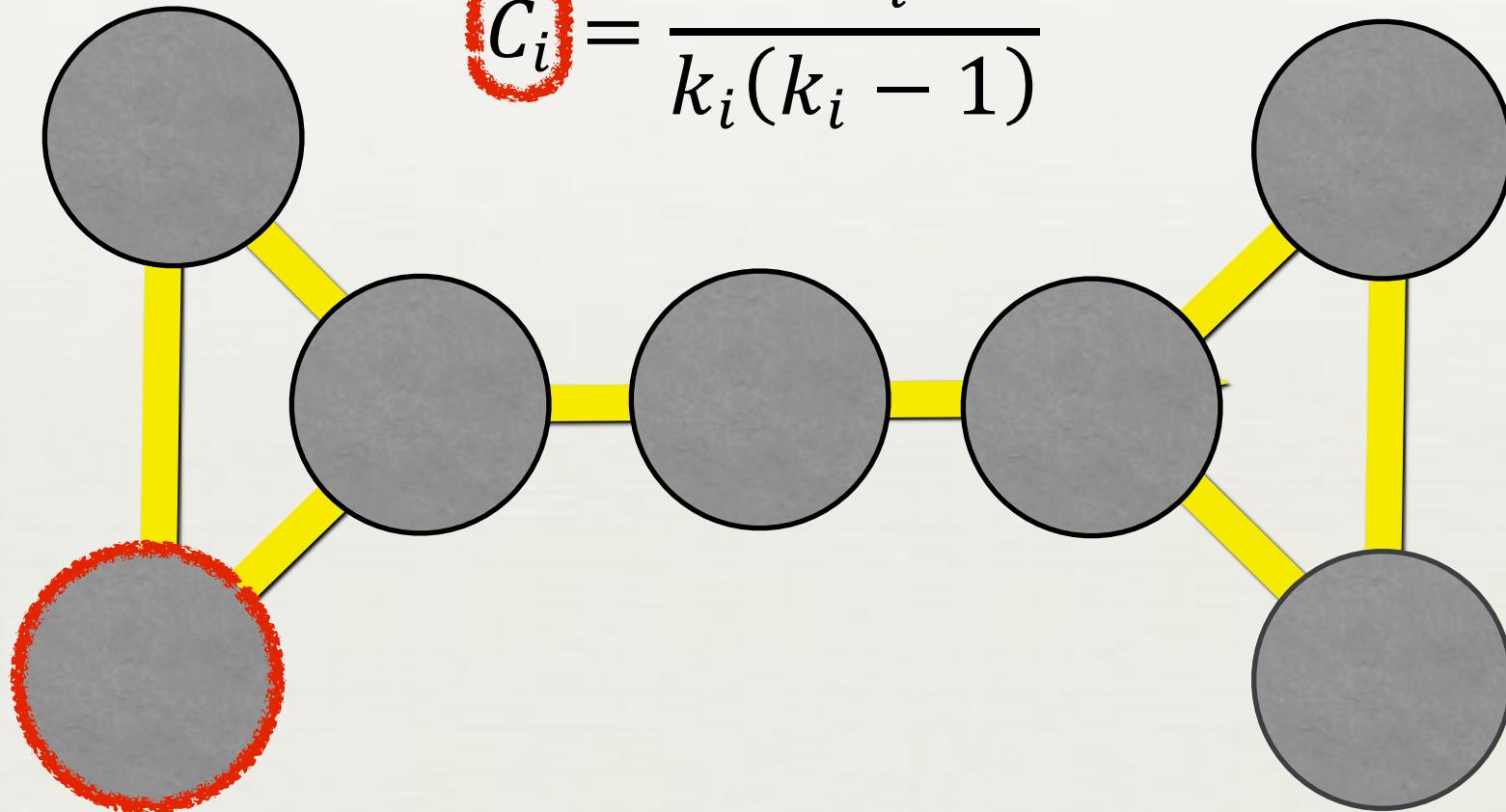


$$C = \frac{2E}{N(N - 1)} = 2 \times 8 / 42 = 0,38$$



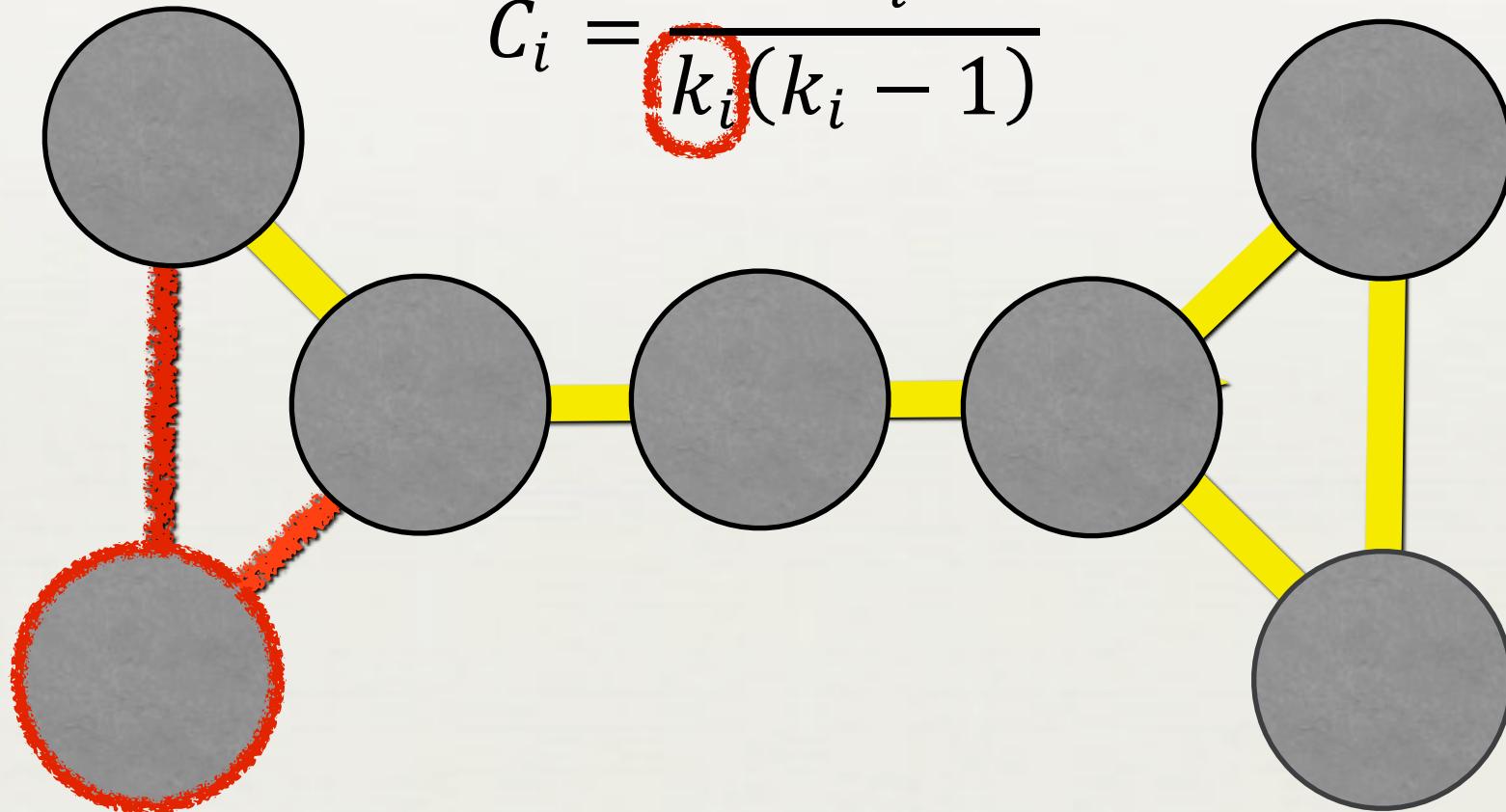
Coeficiente de agrupamento

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}$$

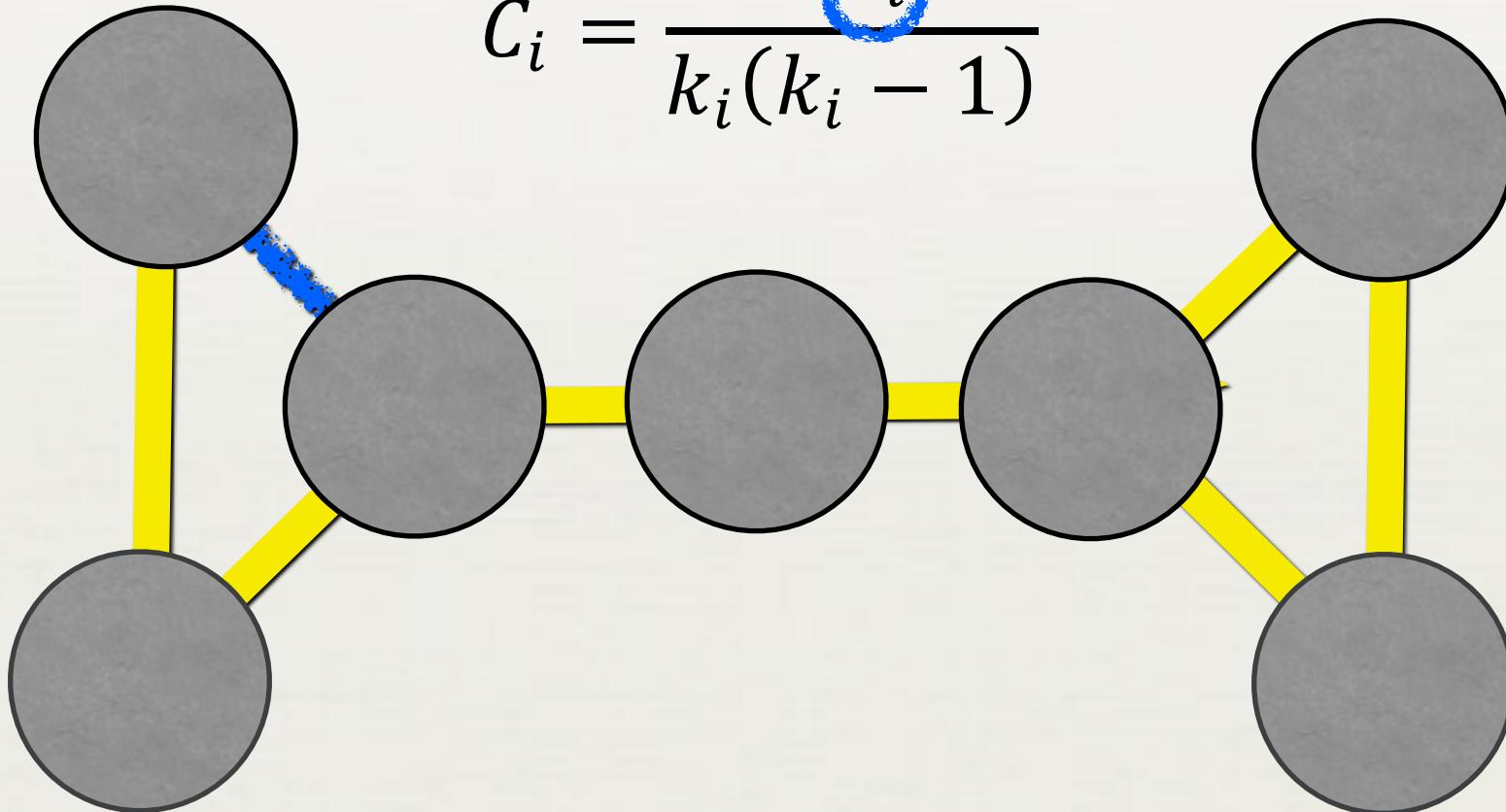


Coeficiente de agrupamento

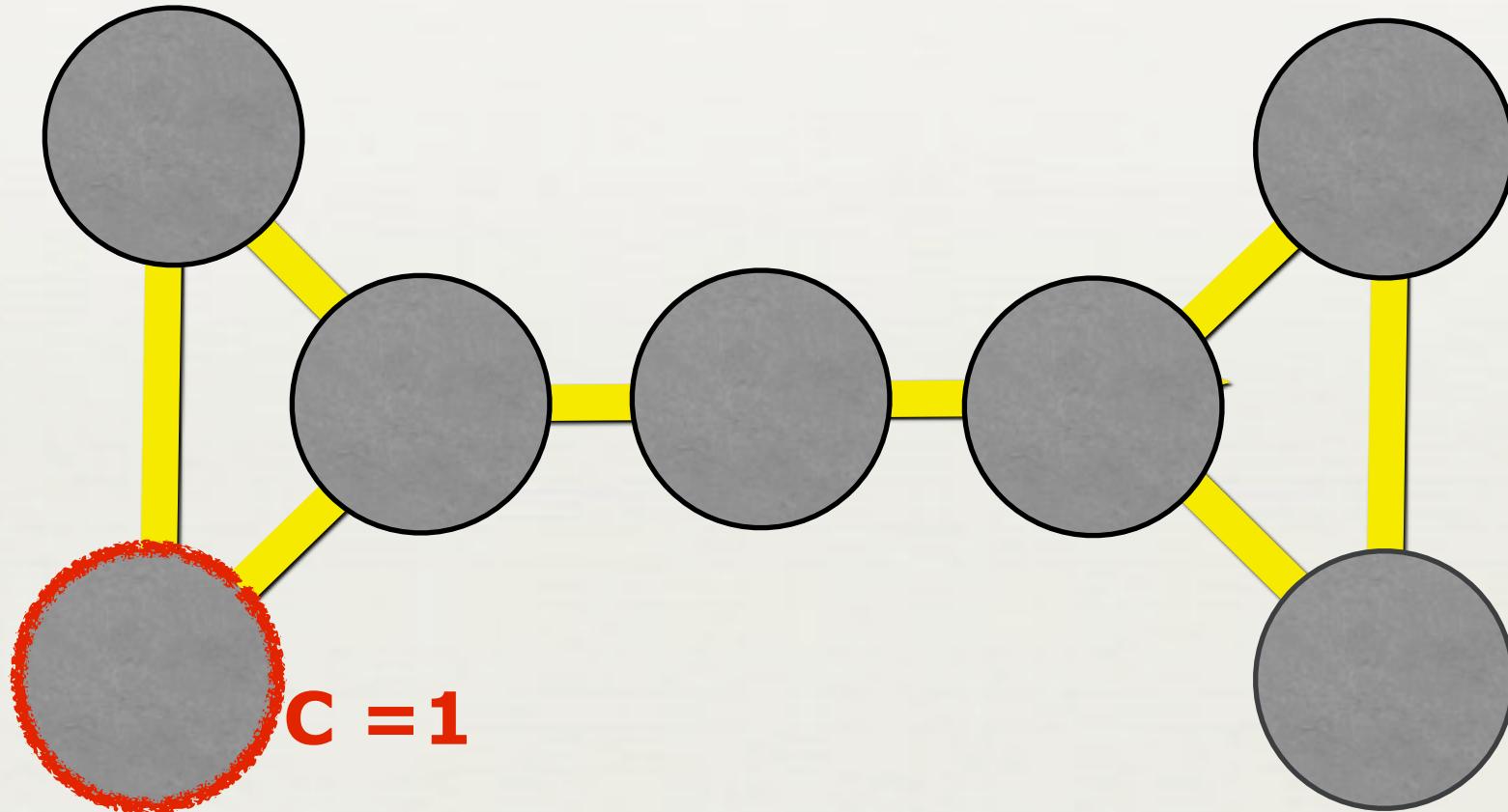
$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}$$



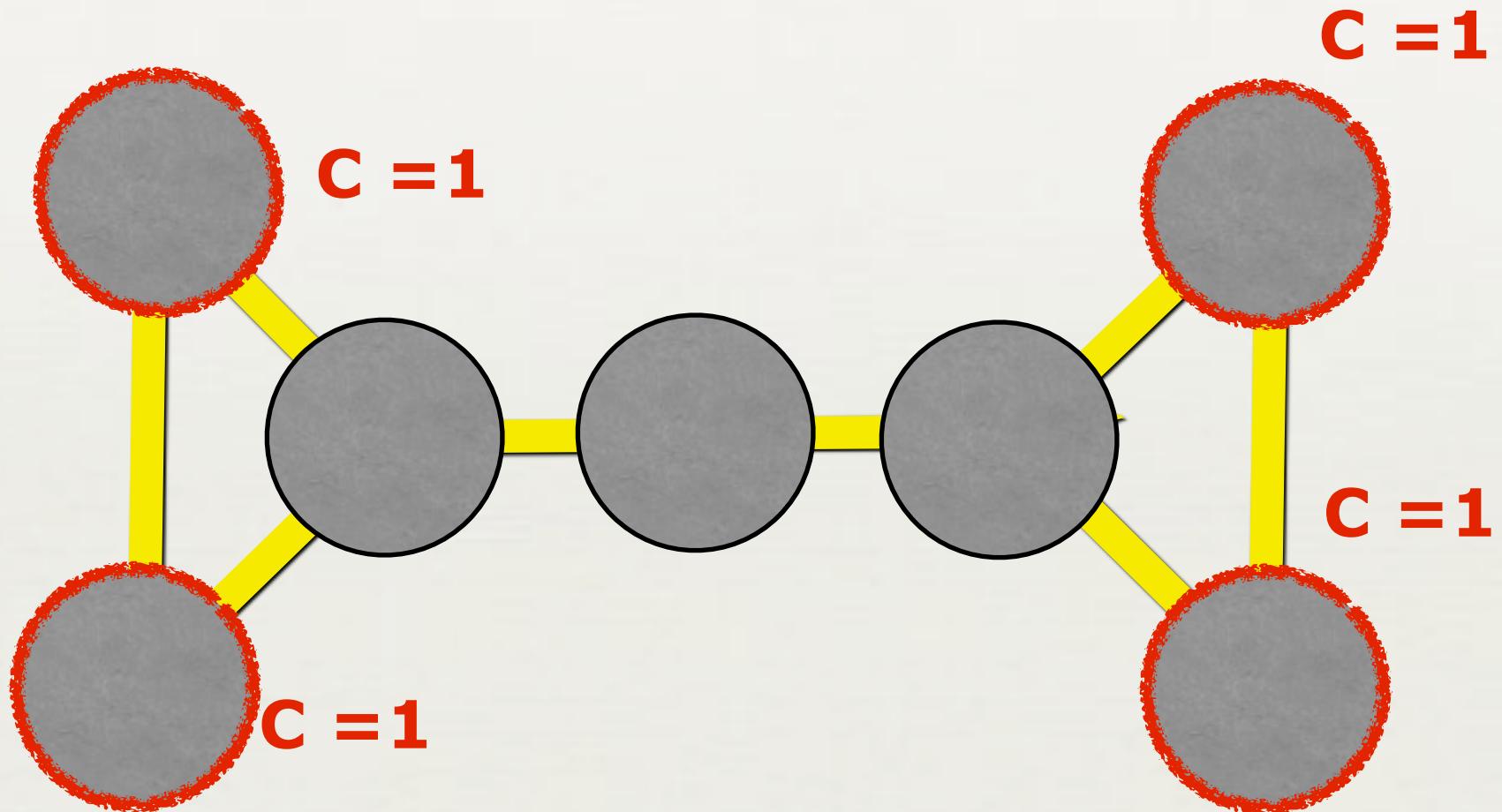
$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}$$



Coeficiente de agrupamento



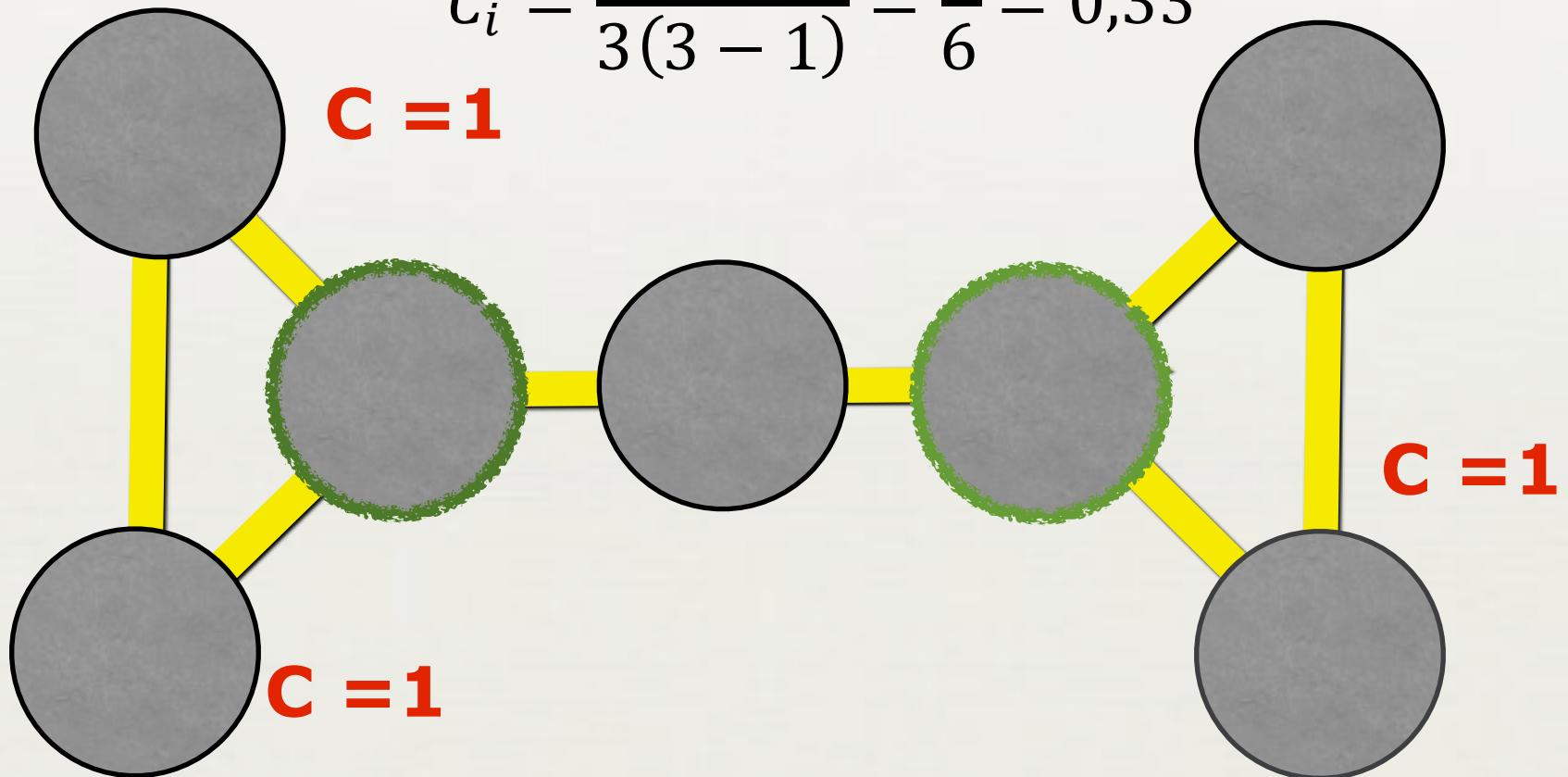
Coeficiente de agrupamento



Coeficiente de agrupamento

$$C_i = \frac{2 \times 1}{3(3 - 1)} = \frac{2}{6} = 0,33$$

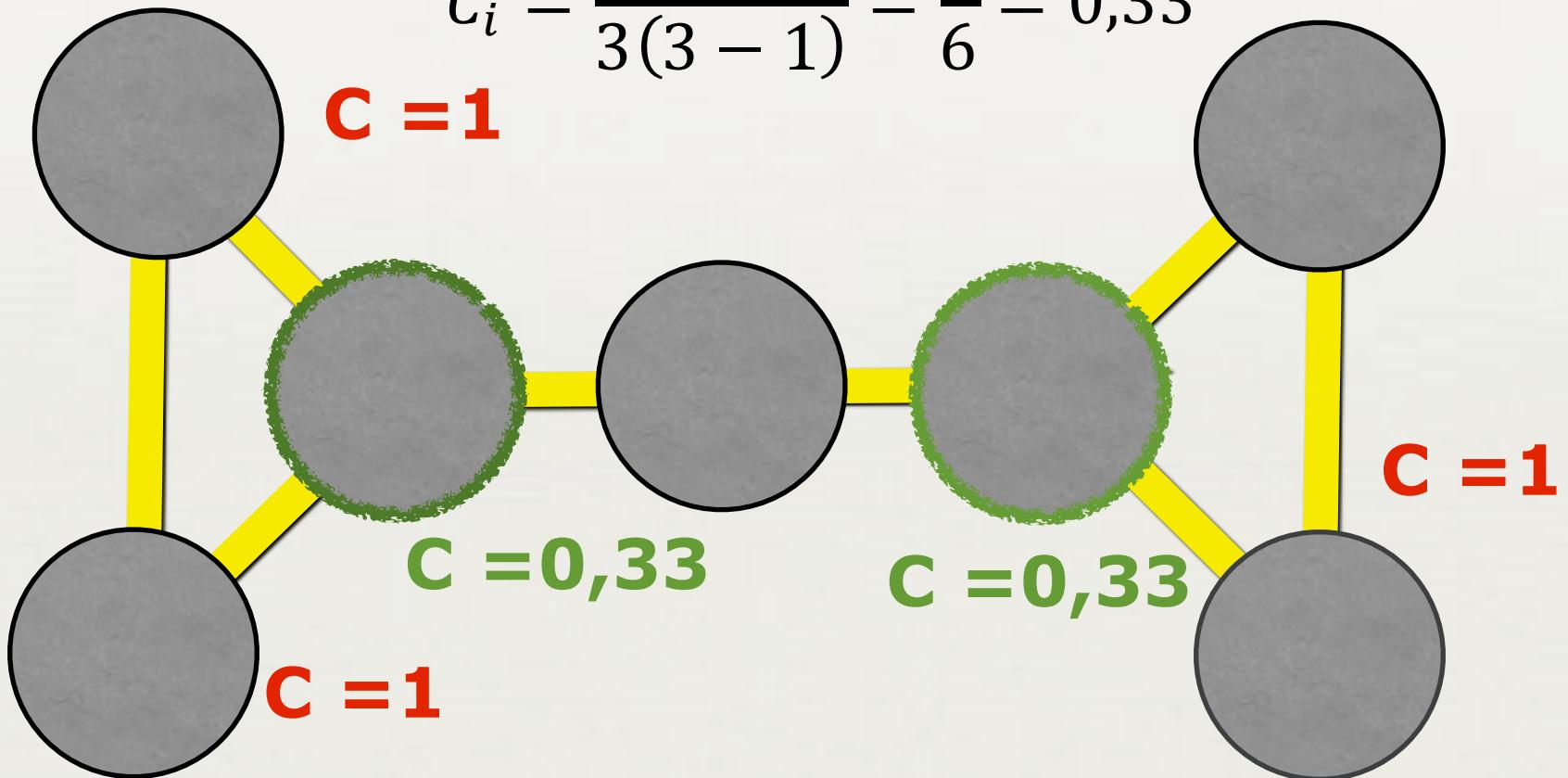
C = 1



Coeficiente de agrupamento

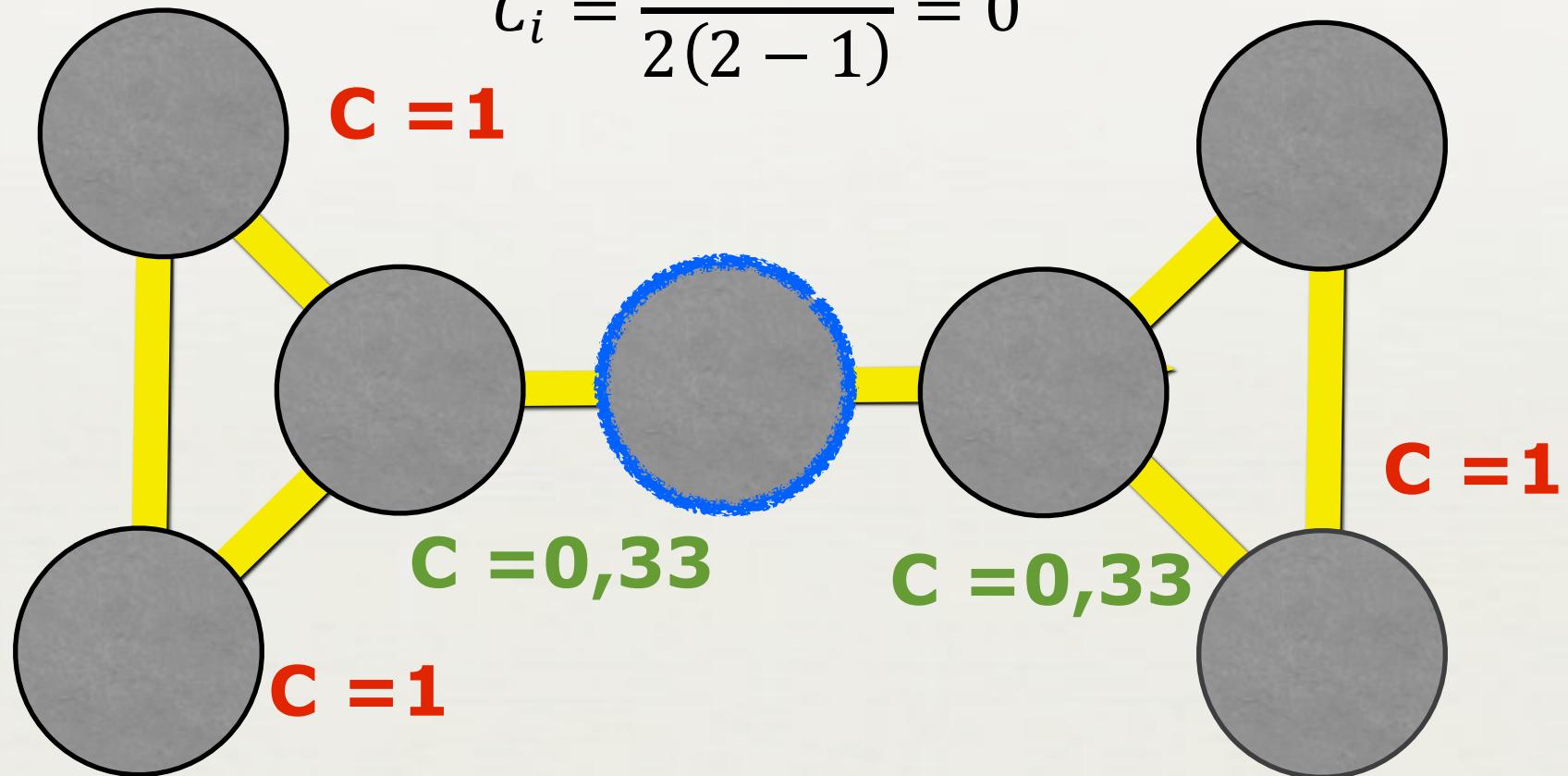
$$C_i = \frac{2 \times 1}{3(3 - 1)} = \frac{2}{6} = 0,33$$

C = 1



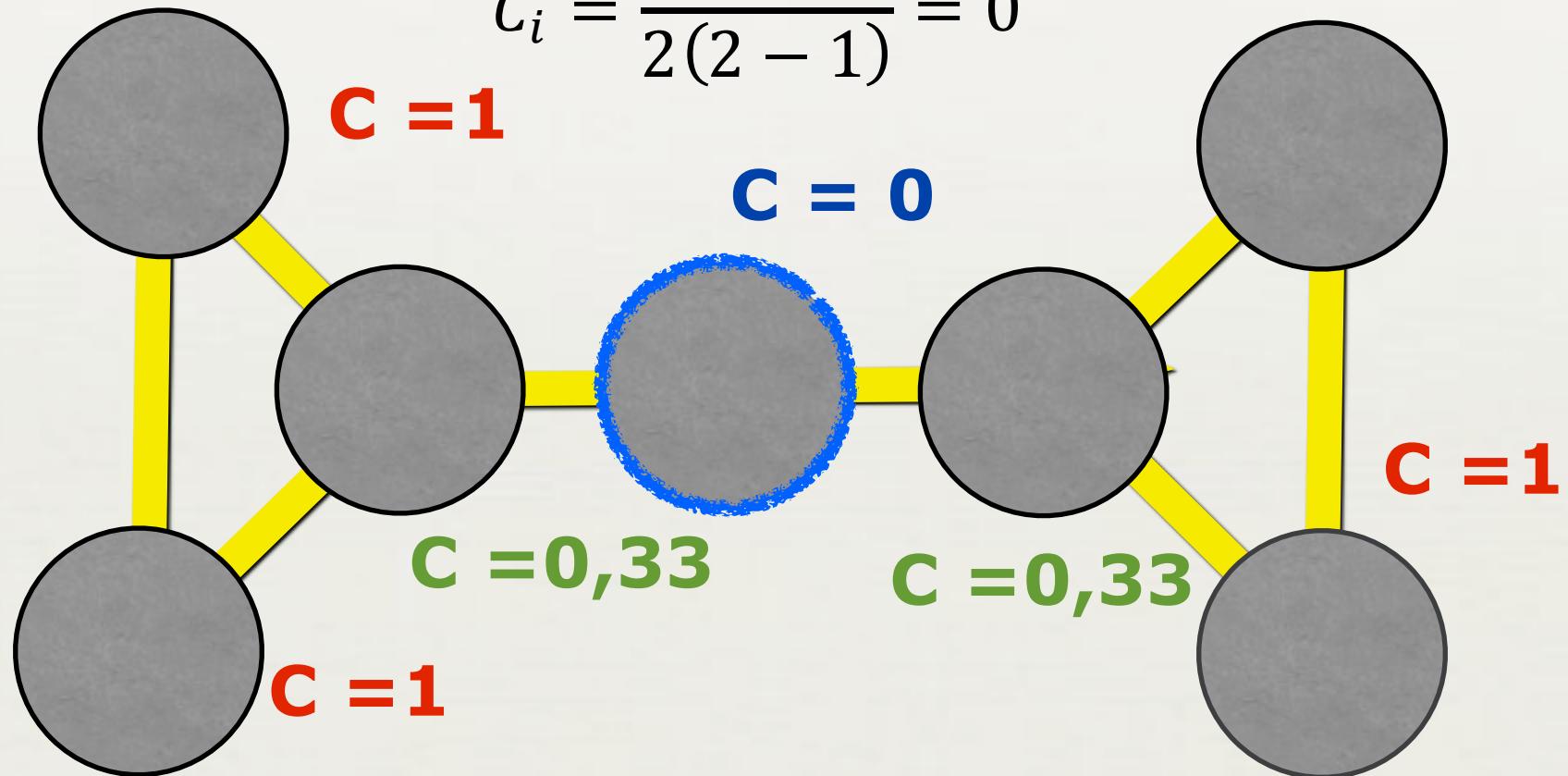
Coeficiente de agrupamento

$$C_i = \frac{2 \times 0}{2(2 - 1)} = 0$$



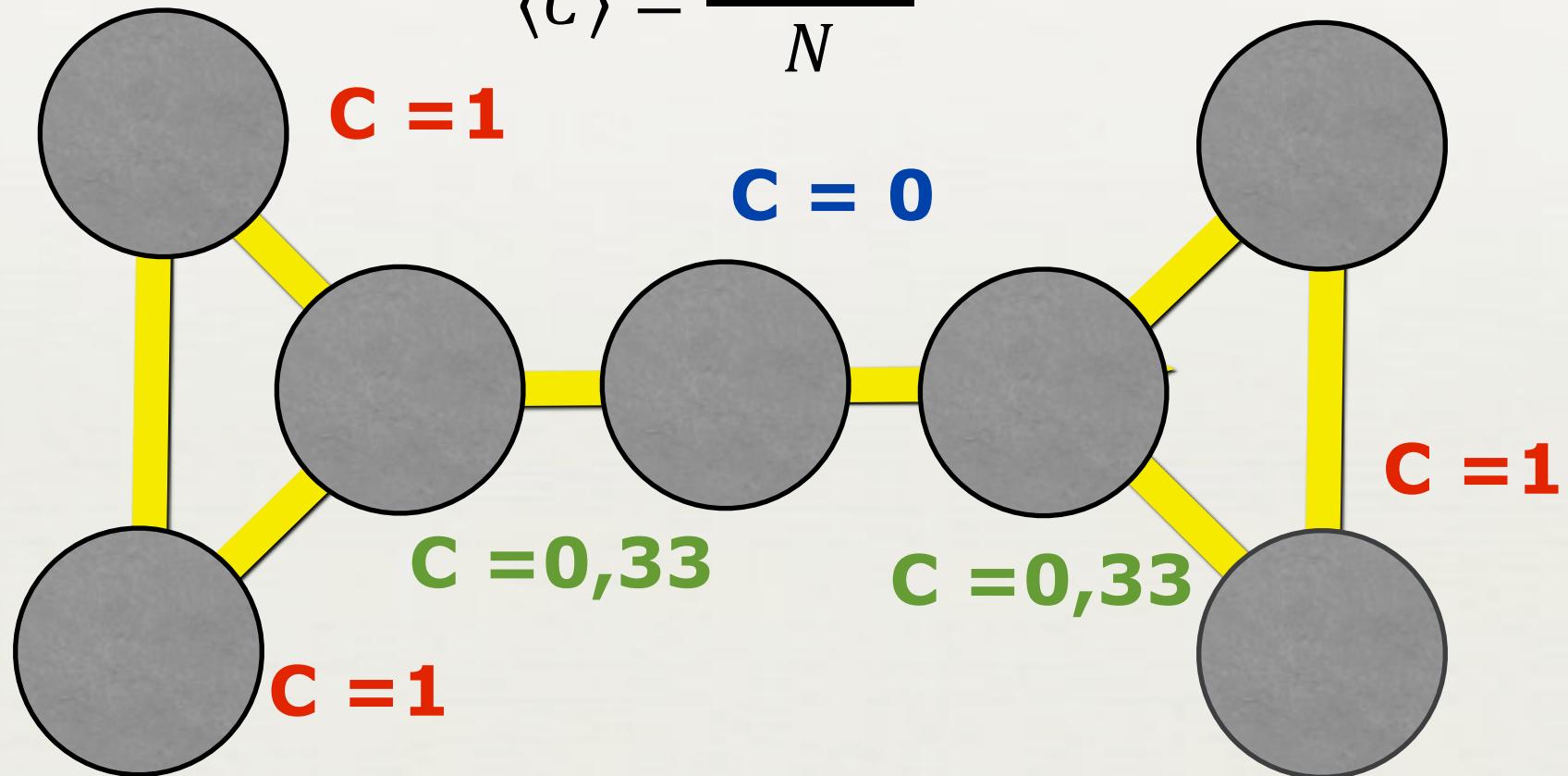
Coeficiente de agrupamento

$$C_i = \frac{2 \times 0}{2(2 - 1)} = 0$$



Coeficiente de agrupamento médio

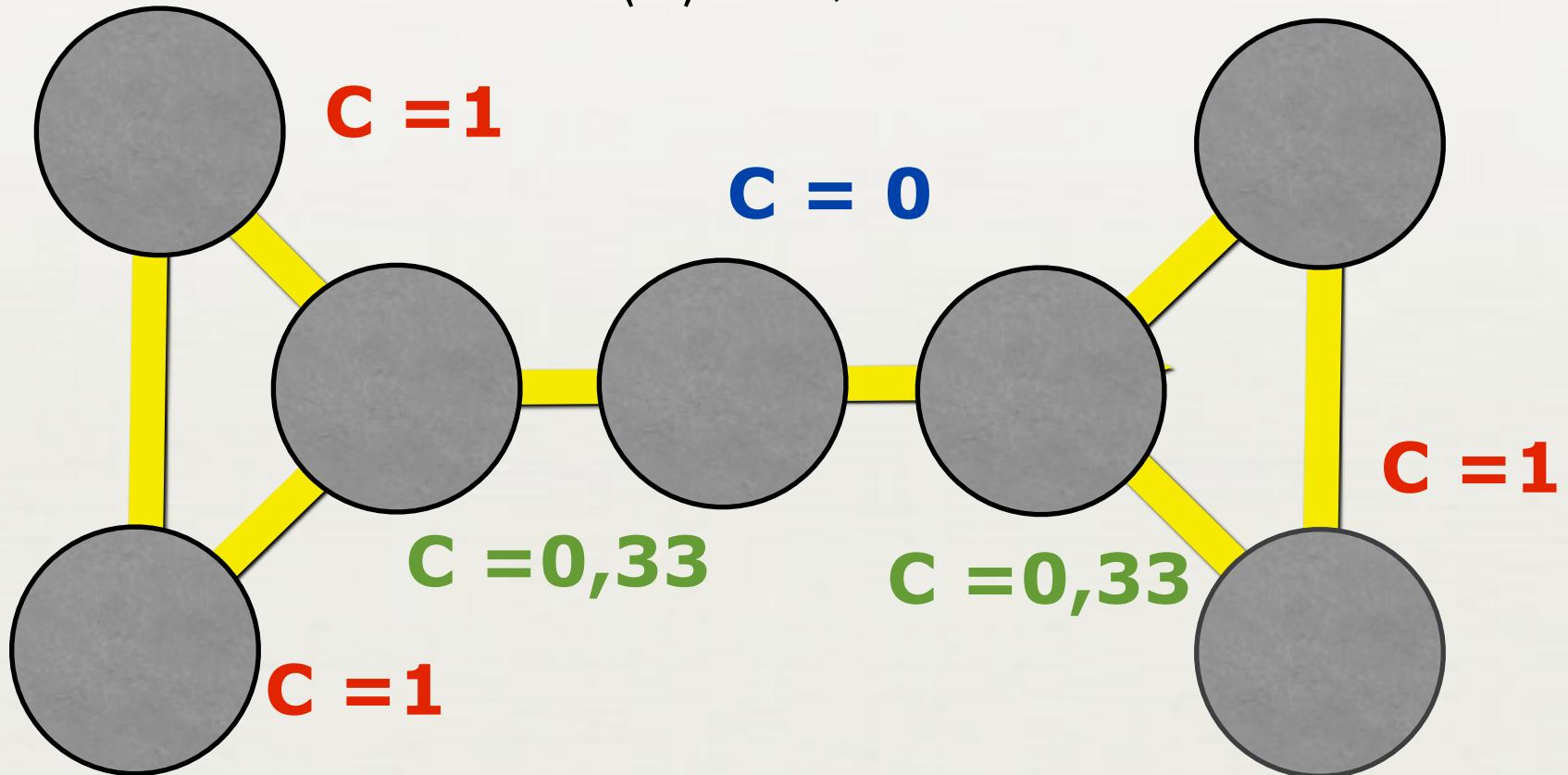
$$\langle C \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N C_i}{N}$$



Coeficiente de agrupamento médio

$$\langle C \rangle = 0,67$$

C = 1

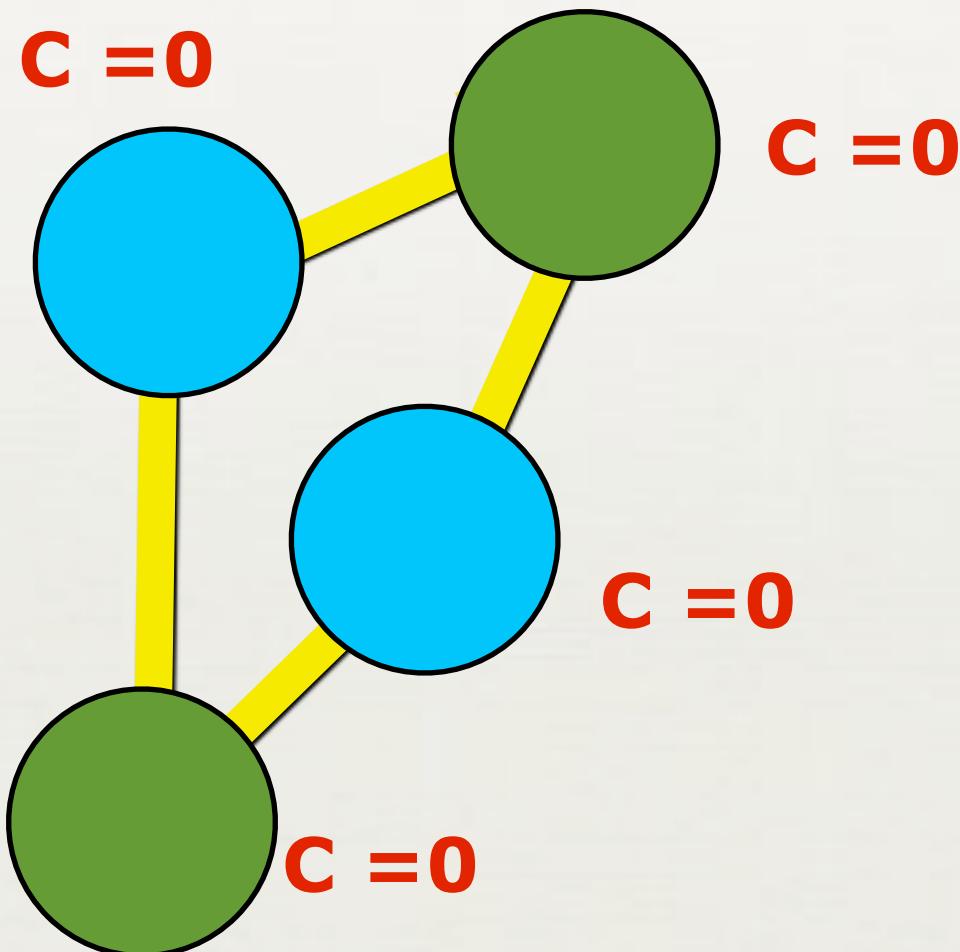


Coeficiente de agrupamento

- 1. Fácil de calcular**
- 2. Analítico**
- 3. Problemas**



Grafo bipartido



Coeficiente de agrupamento

1. Fácil de calcular

2. Analítico

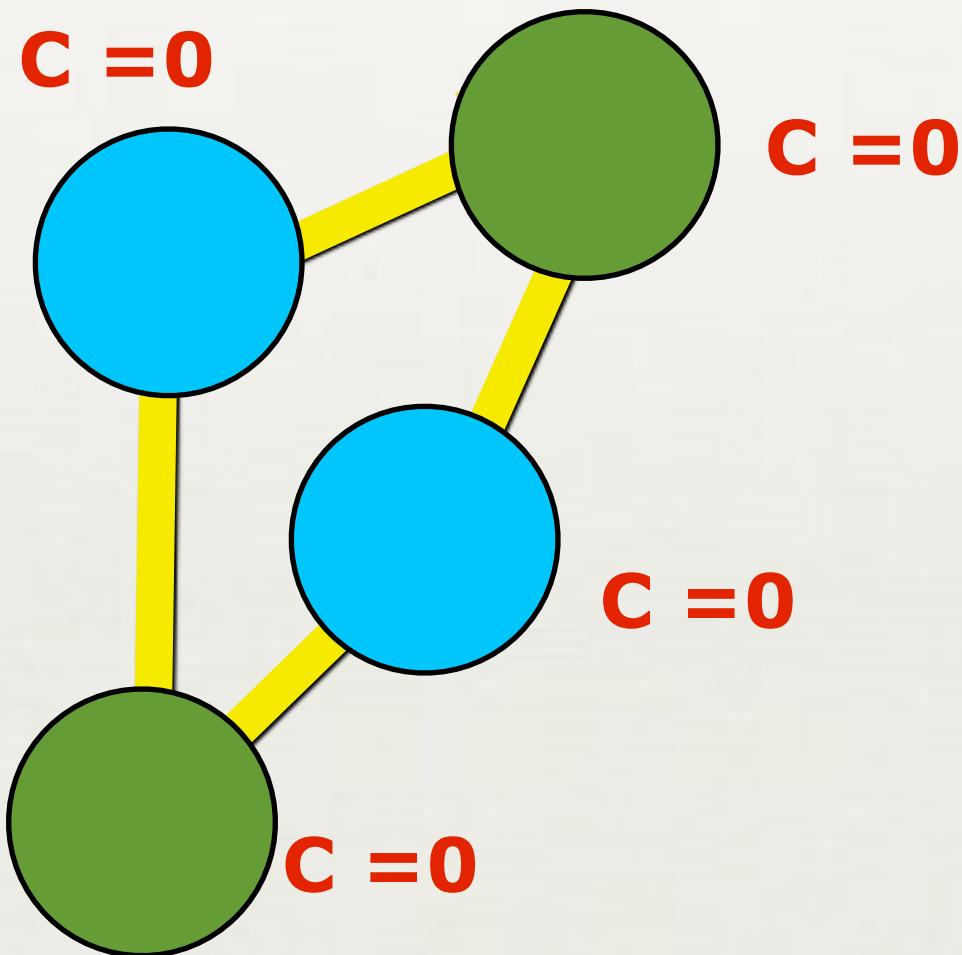
3. Problemas

- Grafos bipartidos tem $\langle C \rangle = 0$

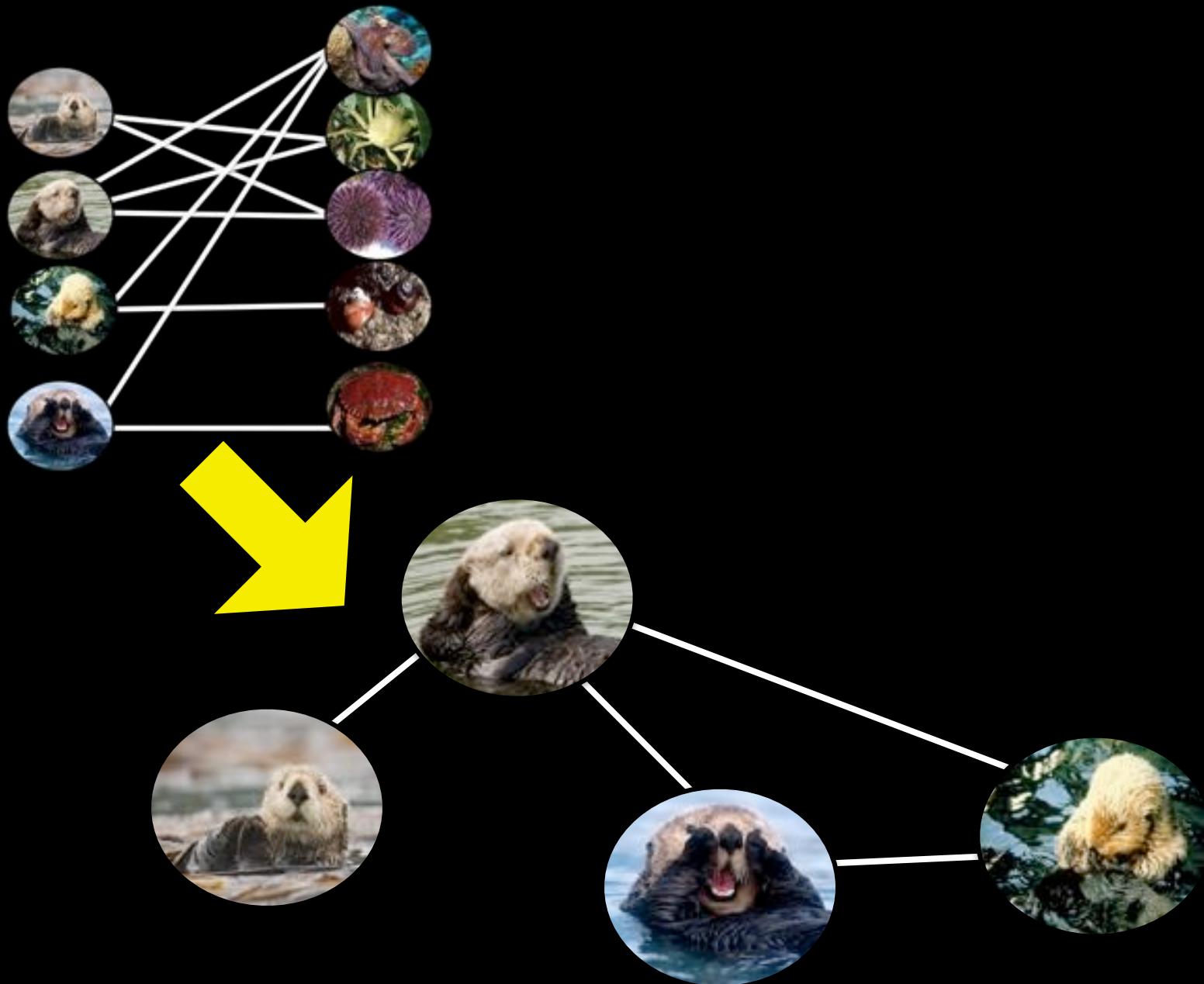
- Há soluções - contar quadrados na rede

- fazer projeções unipartidas

Um “quadrado”



Projeções unipartidas



Projeções unipartidas

	0	10	0	0	90
	0	90	0	1	9
	99	1	0	0	0
	0	0	100	0	0

Projeções unipartidas

	0	10	0	0	90
	0	90	0	1	9
	99	1	0	0	0
	0	0	100	0	0



Projeções unipartidas

	0	10	0	0	90
	0	90	0	1	9
	99	1	0	0	0
	0	0	100	0	0



Projeções unipartidas

	0	10	0	0	90
	0	90	0	1	9
	99	1	0	0	0
	0	0	100	0	0



Projeções unipartidas

	0	10	0	0	90
	0	90	0	1	9
	99	1	0	0	0
	0	0	100	0	0



Projeções unipartidas

	0	10	0	0	90
	0	90	0	1	9
	99	1	0	0	0
	0	0	100	0	0

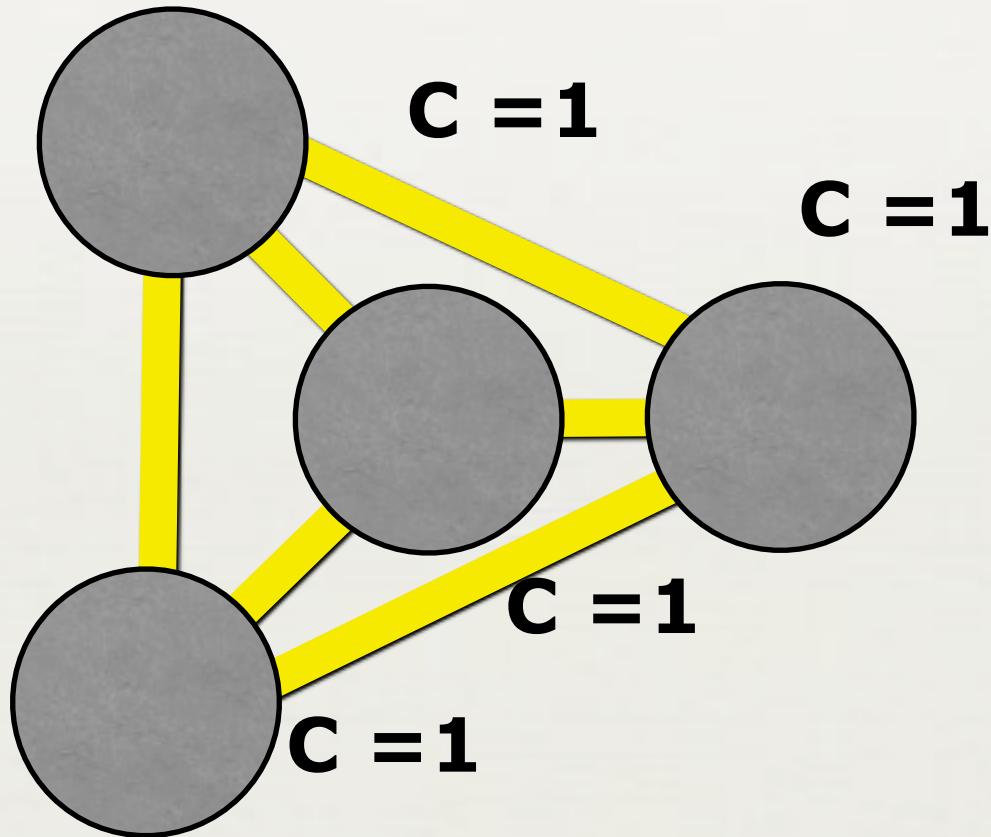


Projeções unipartidas

	0	10	0	0	90
	0	90	0	1	9
	99	1	0	0	0
	0	0	100	0	0



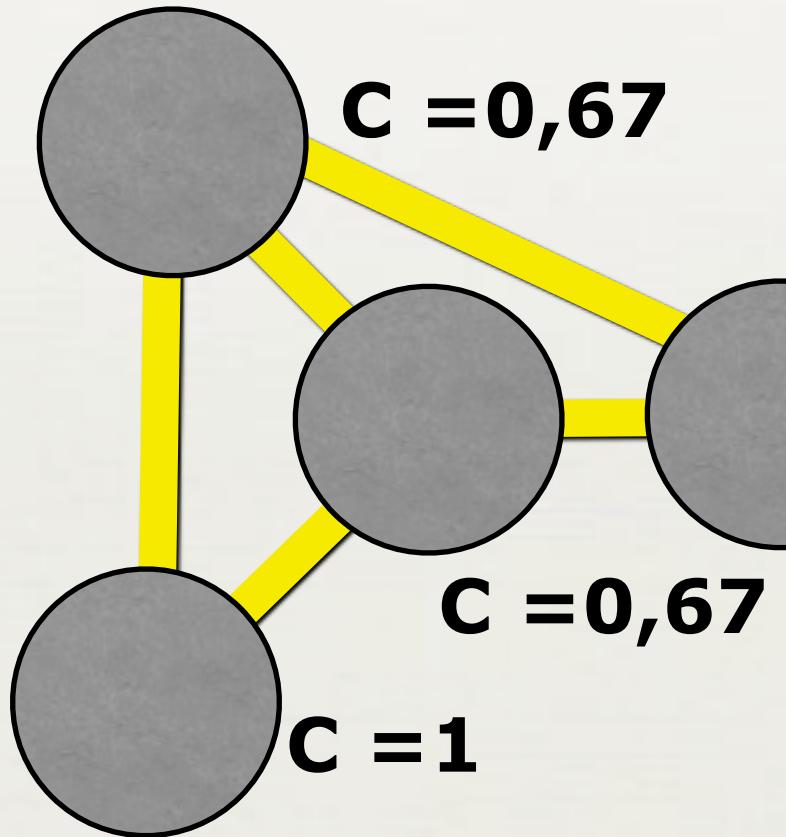
$\langle C \rangle$ e conectância podem estar associados



Conectância= 1

$\langle C \rangle = 1$

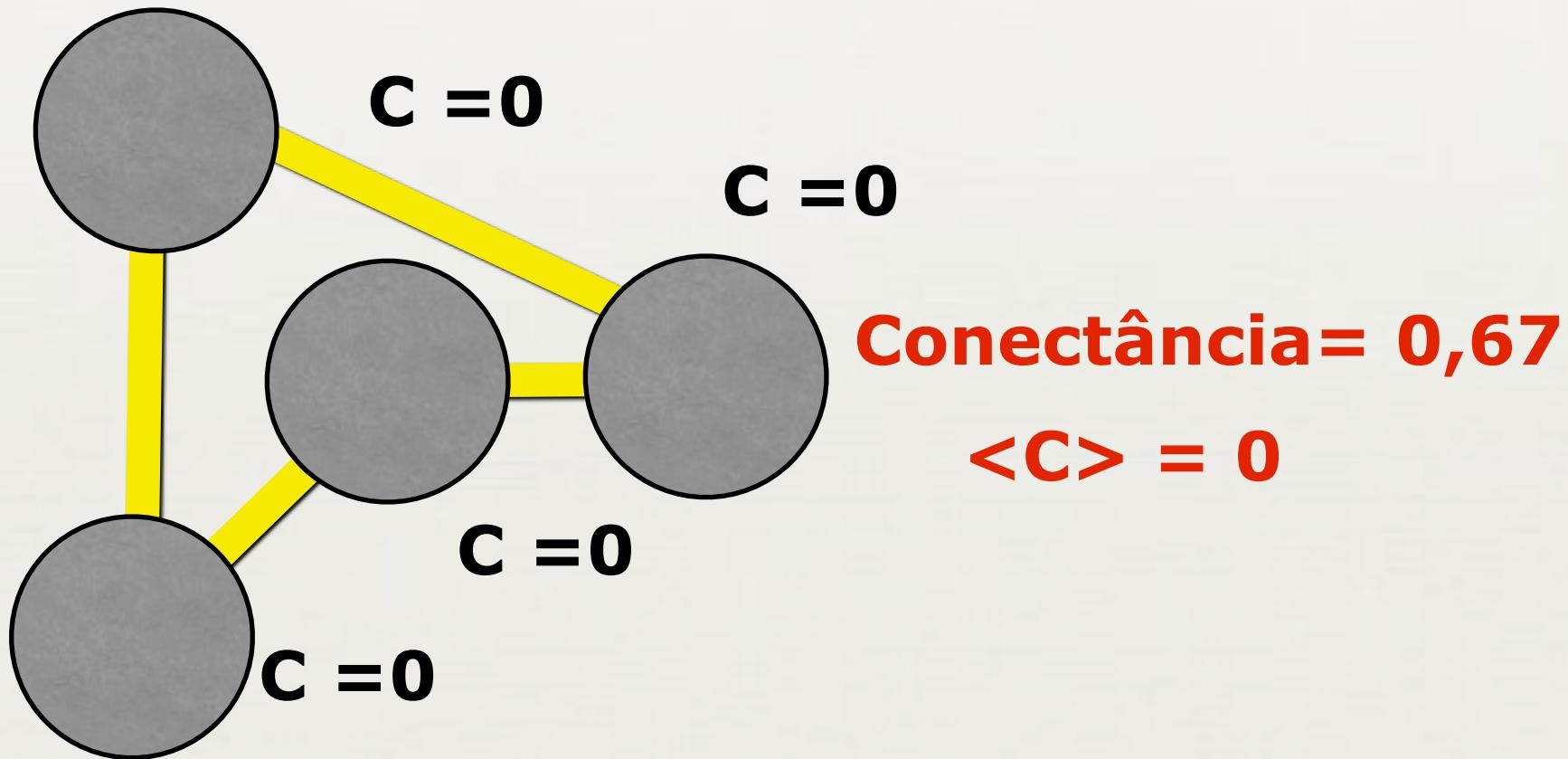
<C> e conectância podem estar associados



Conectância = 0,83

$\langle C \rangle = 0,83$

Nem sempre



Coeficiente de agrupamento

- 1. Fácil de calcular**
- 2. Analítico**
- 3. Problemas**
 - Grafos bipartidos tem $\langle C \rangle = 0$
 - Dependente da conectância
 - Correções:

$$\langle C \rangle^* = \frac{\langle C \rangle - C}{\langle C \rangle + C}$$

Coeficiente de agrupamento

- 1. Fácil de calcular**
- 2. Analítico**
- 3. Problemas**
 - Grafos bipartidos tem $\langle C \rangle = 0$
 - Dependente da conectância
 - Não permite identificar grupos





					
	<td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td>	1	1	0	0
	<td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td>	0	0	0	0
	<td>1</td> <td>1</td> <td></td> <td></td>	1	1		
				1	
					

Matriz de assortatividade

		
	1	1
	1	3

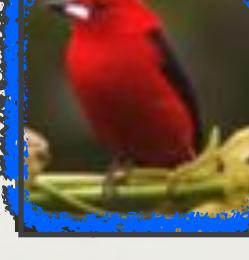
1/2		1	1	0	0
		0	0	0	1/2
			1	1	1/4
				1	3/4

The grid shows the following data:

1/2		1	1	0	0
		0	0	0	1/2
			1	1	1/4
				1	3/4
				1	

Matriz de assortatividade

		
	1	1
	1	3

		
	0,5	0,5
	0,25	0,75

Matriz de assortatividade

- 1. Um referencial teórico ajuda (modelo nulo)**
- 2. Uma opção para qdo temos hipóteses *a priori***
- 3. Mas pq não deixar as interações contarem os grupos?**

Modularidade

1. Coeficiente de agrupamento e assortatividade
2. Identificando grupos
3. Modularidade e papéis da espécie
4. Motifs
5. Resumo

Modularidade

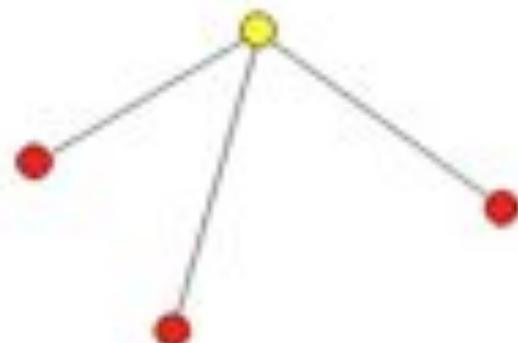
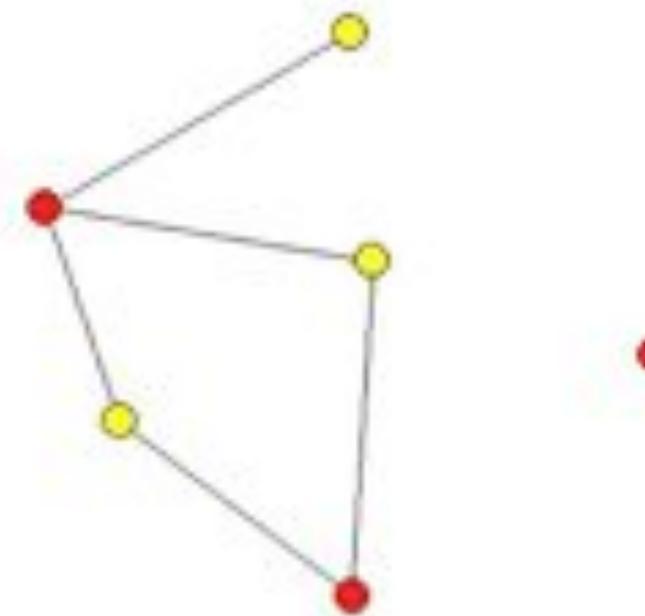
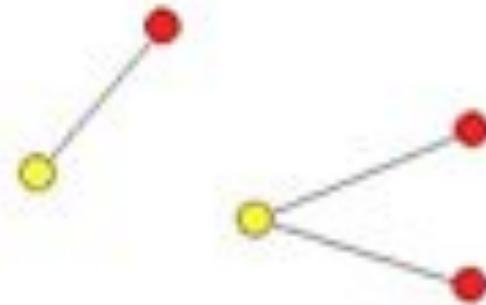
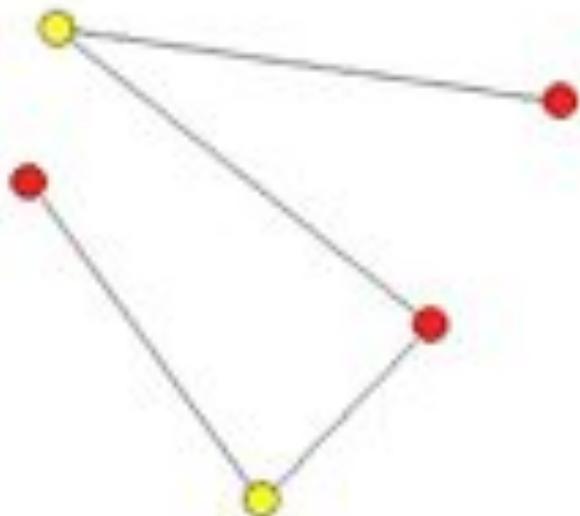
- 1. Há uma infinidade de abordagens**
- 2. Duas muito usadas:**
 - Componentes**
 - Cliques**

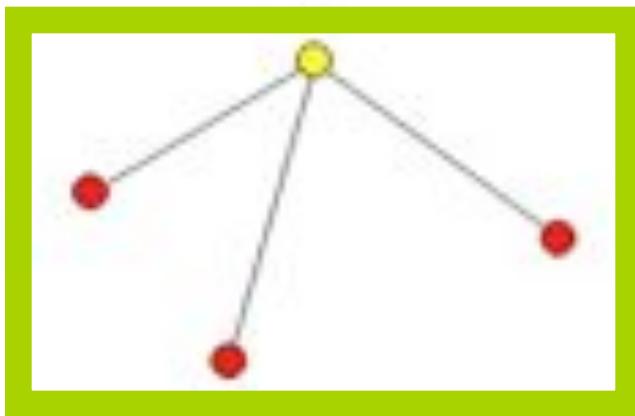
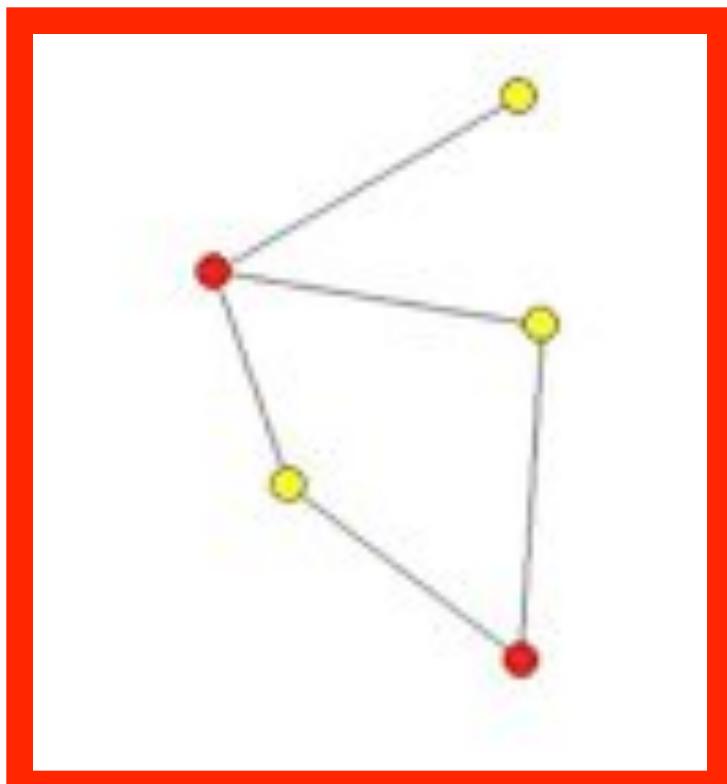
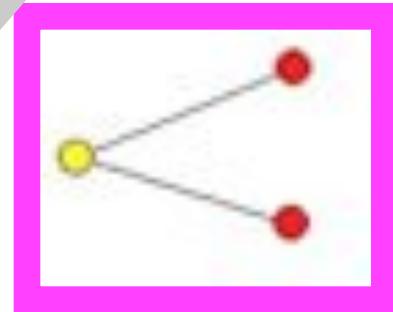
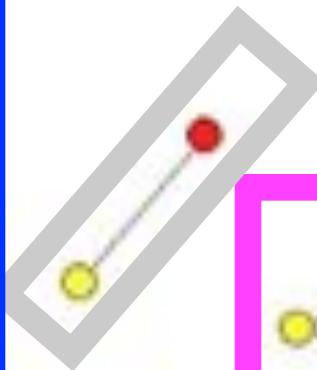
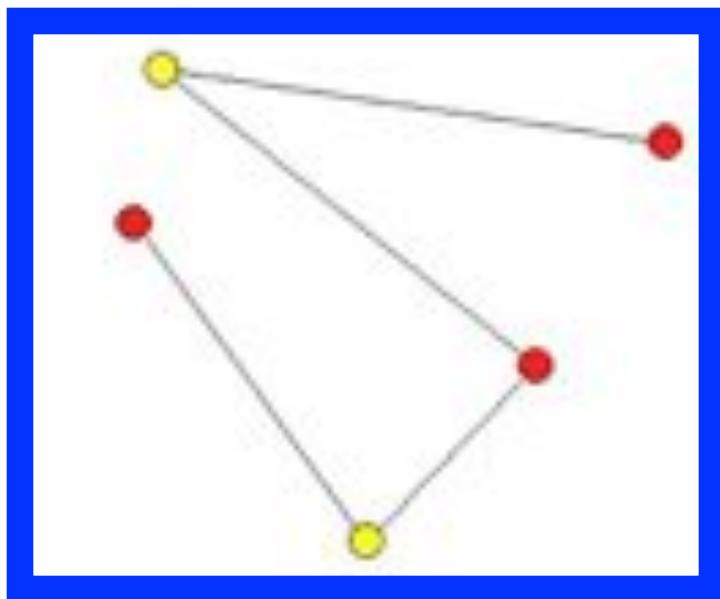
Modularidade

- 1. Há uma infinidade de abordagens**
- 2. Duas muito usadas:**
 - Componentes
 - Cliques









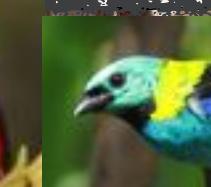
Componentes

- 1. Subgrafos isolados**
- 2. Dois pontos estão no mesmo componente se há um caminho entre eles**
- 3. Como determinar o número de componentes?**

Matriz de adjacência

					
	0	1	1	0	0
	1	0	0	0	0
	1	0	0	1	1
	0	0	1	0	1
	0	0	1	1	0

Matriz Laplaciana

					
	2	1	1	0	0
	1	1	0	0	0
	1	0	3	1	1
	0	0	1	2	1
	0	0	1	1	2

Matriz Laplaciana

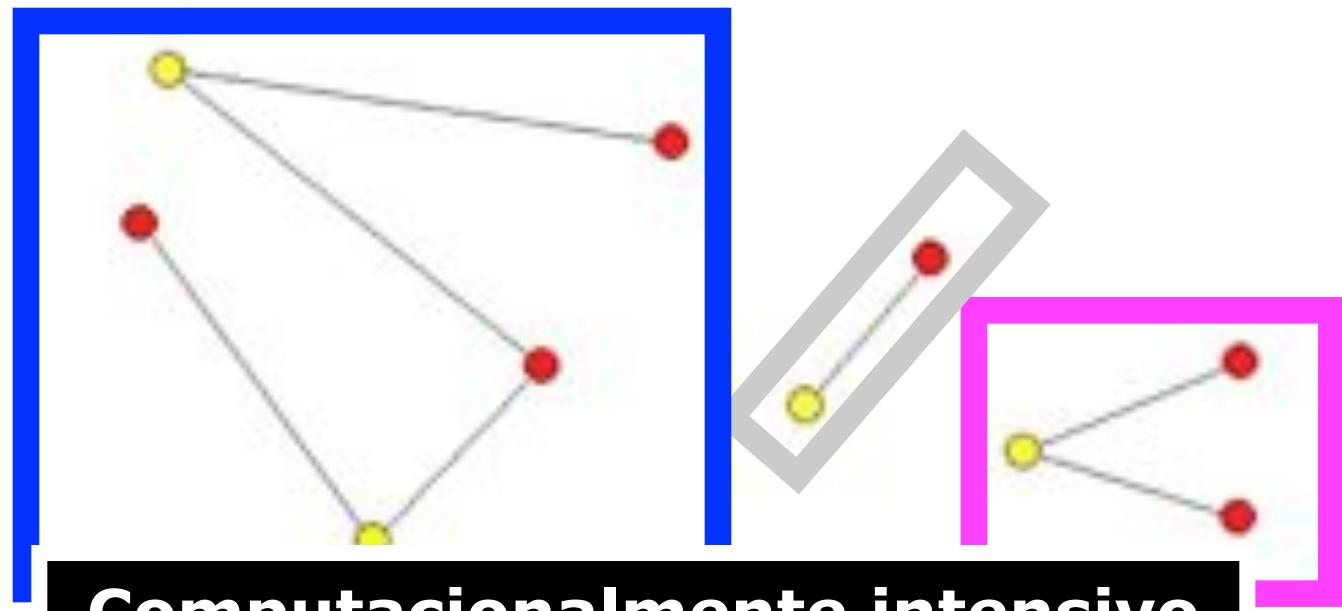
					
	2	-1	-1	0	0
	-1	1	0	0	0
	-1	0	3	-1	-1
	0	0	-1	2	-1
	0	0	-1	-1	2

Componentes

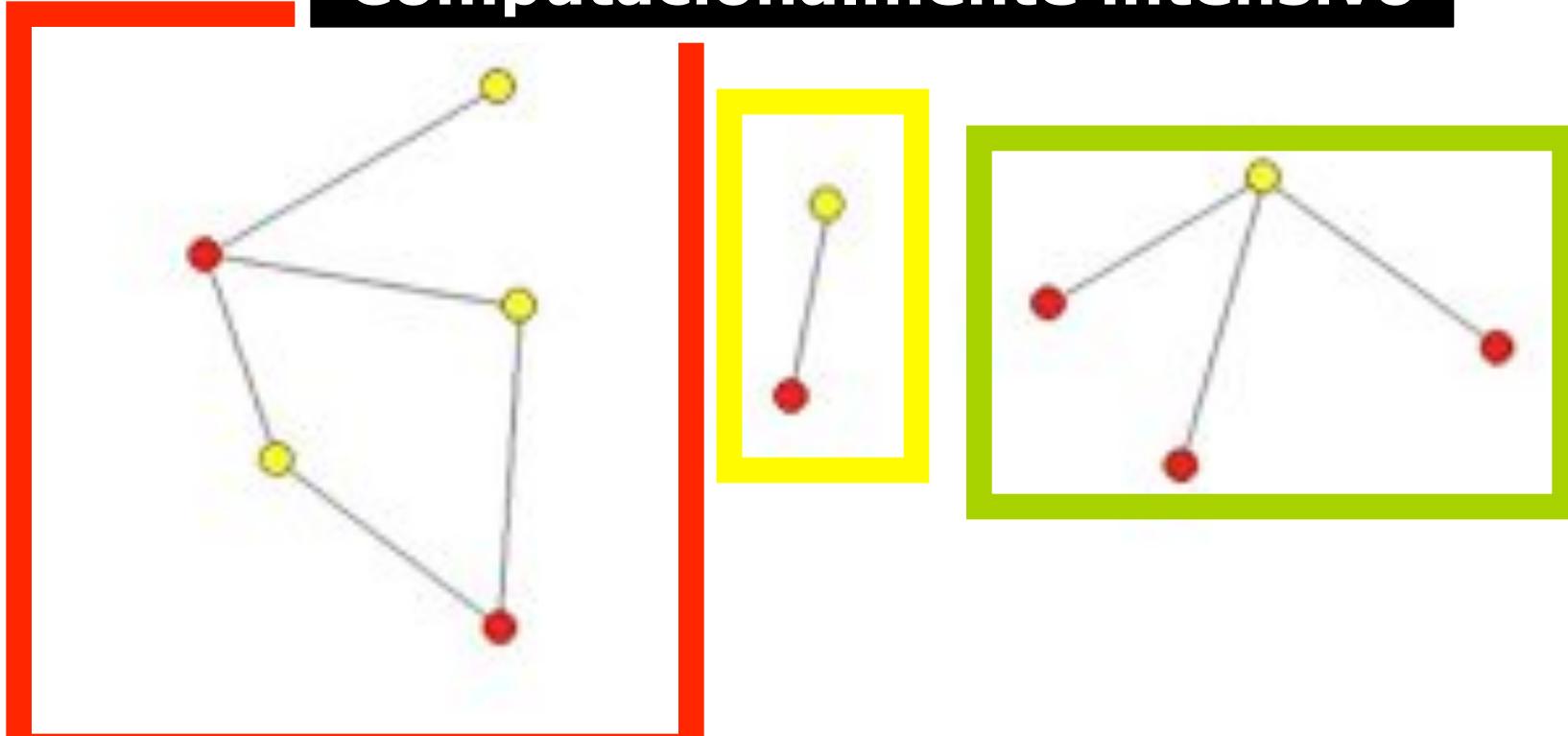
- 1. Subgrafos isolados**
- 2. Dois pontos estão no mesmo componente se há um caminho entre eles**
- 3. Como determinar o número de componentes?**
 - O # de autovalores zero = # de componentes

Componentes

- 1. Subgrafos isolados**
- 2. Dois pontos estão no mesmo componente se há um caminho entre eles**
- 3. Como determinar o número de componentes?**
 - O # de autovalores zero = # de componentes
- 4. Como identificar qual ponto está em qual componente...**

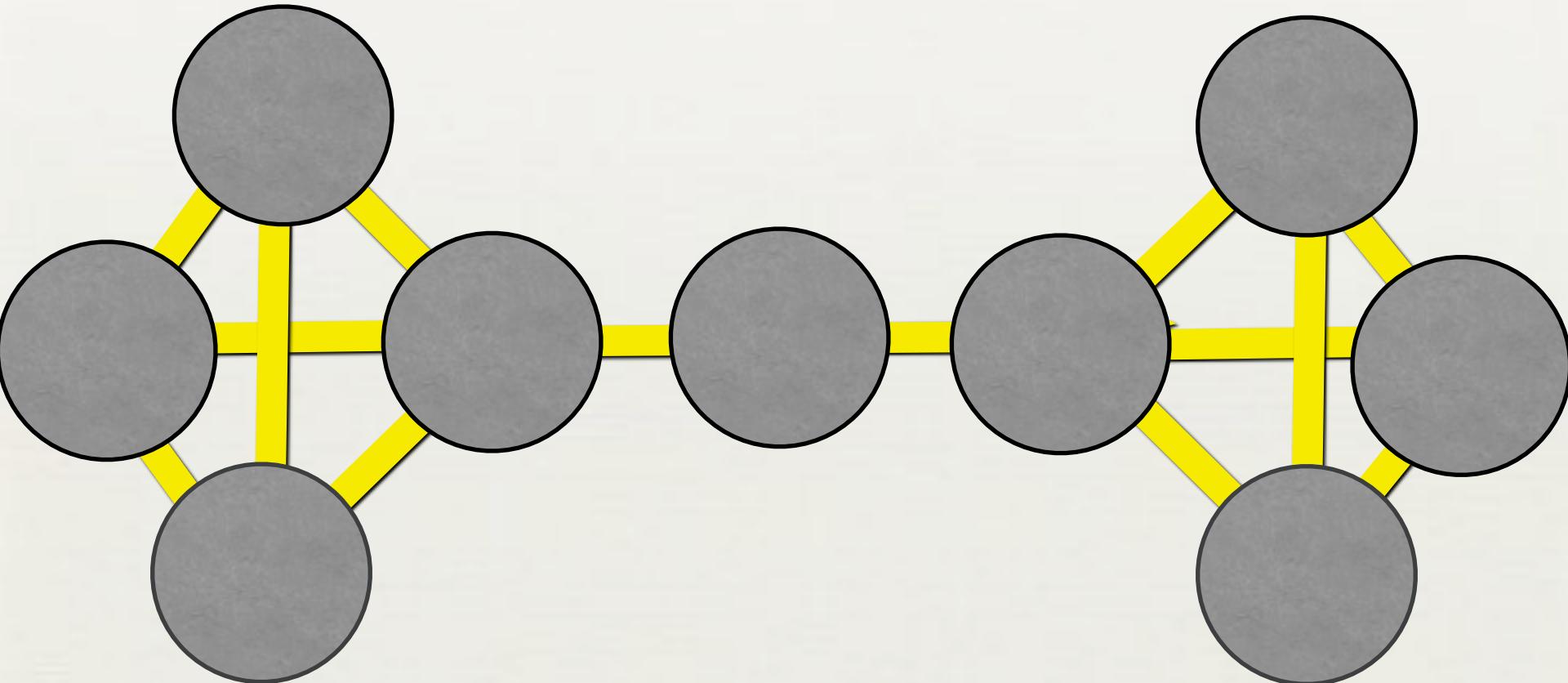


Computacionalmente intensivo



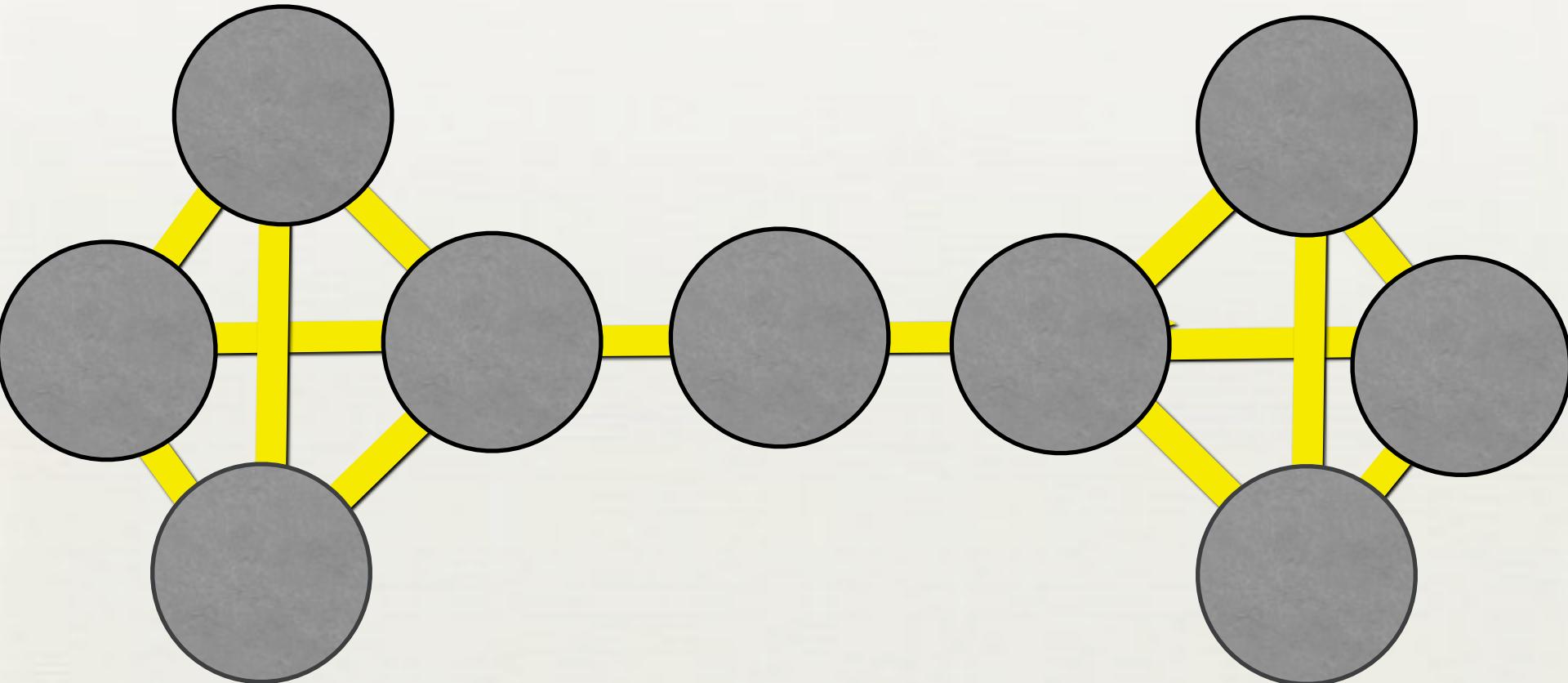
Componentes

- 1. Subgrafos isolados**
- 2. Dois pontos estão no mesmo componente se há um caminho entre eles**
- 3. Como determinar o número de componentes?**
 - O # de autovalores zero = # de componentes
- 4. Como identificar qual ponto está em qual componente...**
- 5. Componentes exigem grupos totalmente isolados**

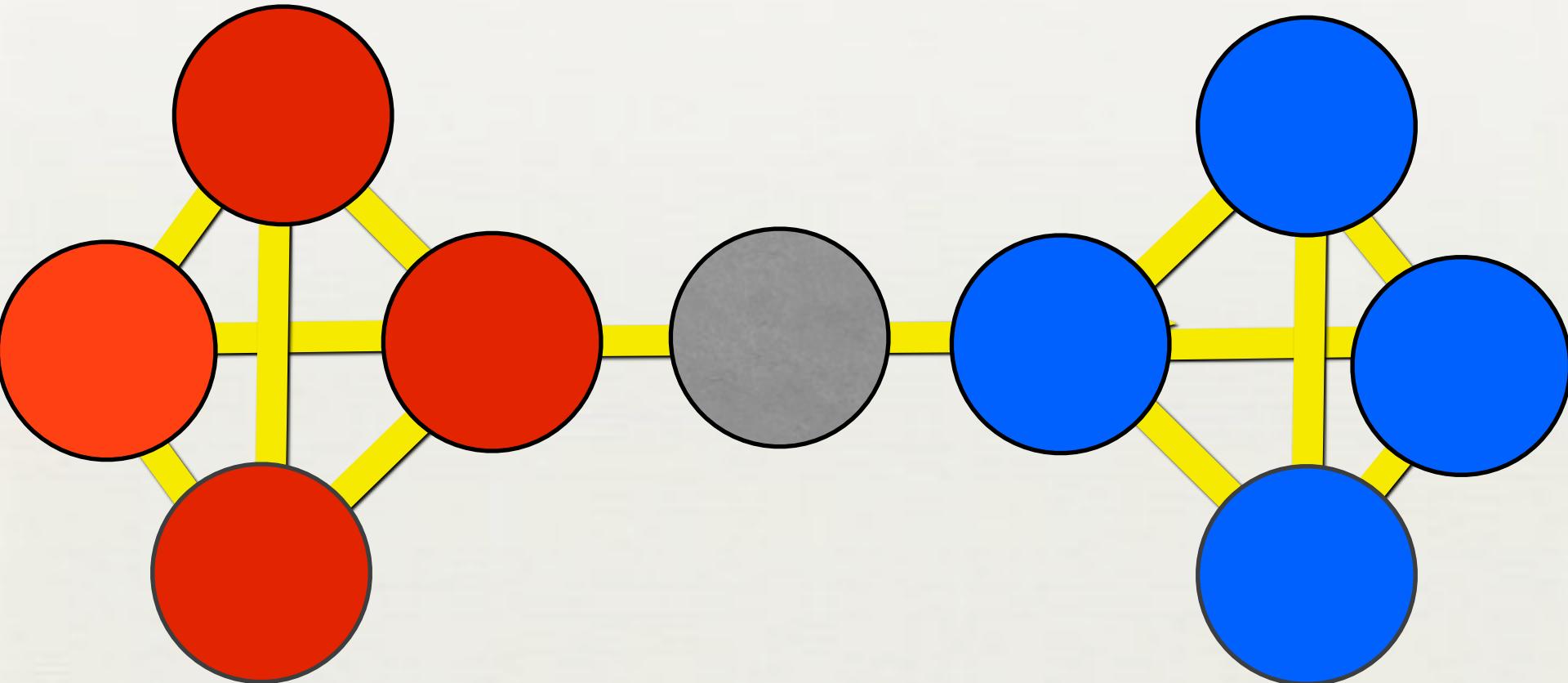


Modularidade

- 1. Há uma infinidade de abordagens**
- 2. Duas muito usadas:**
 - Componentes
 - Cliques



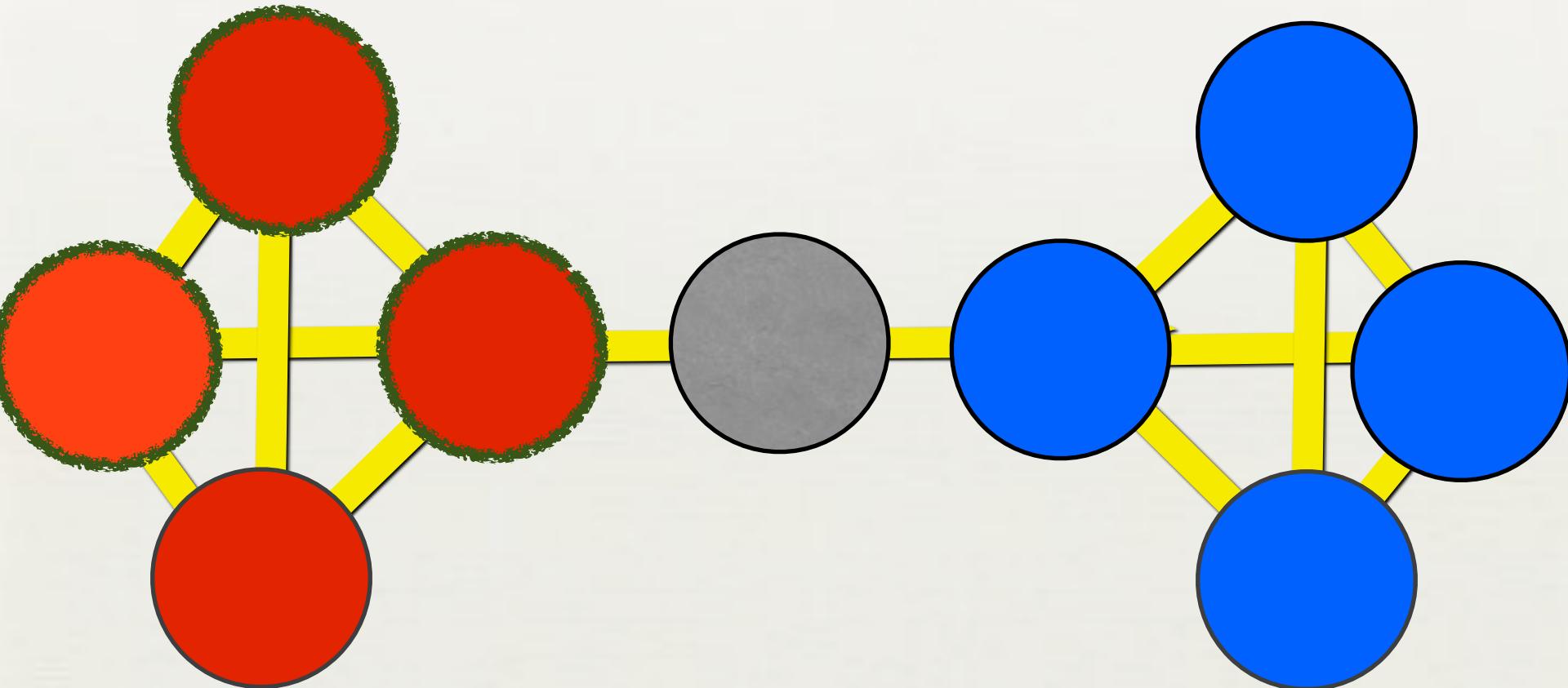
Cliques



Cliques

1. Subgrafo totalmente conectado

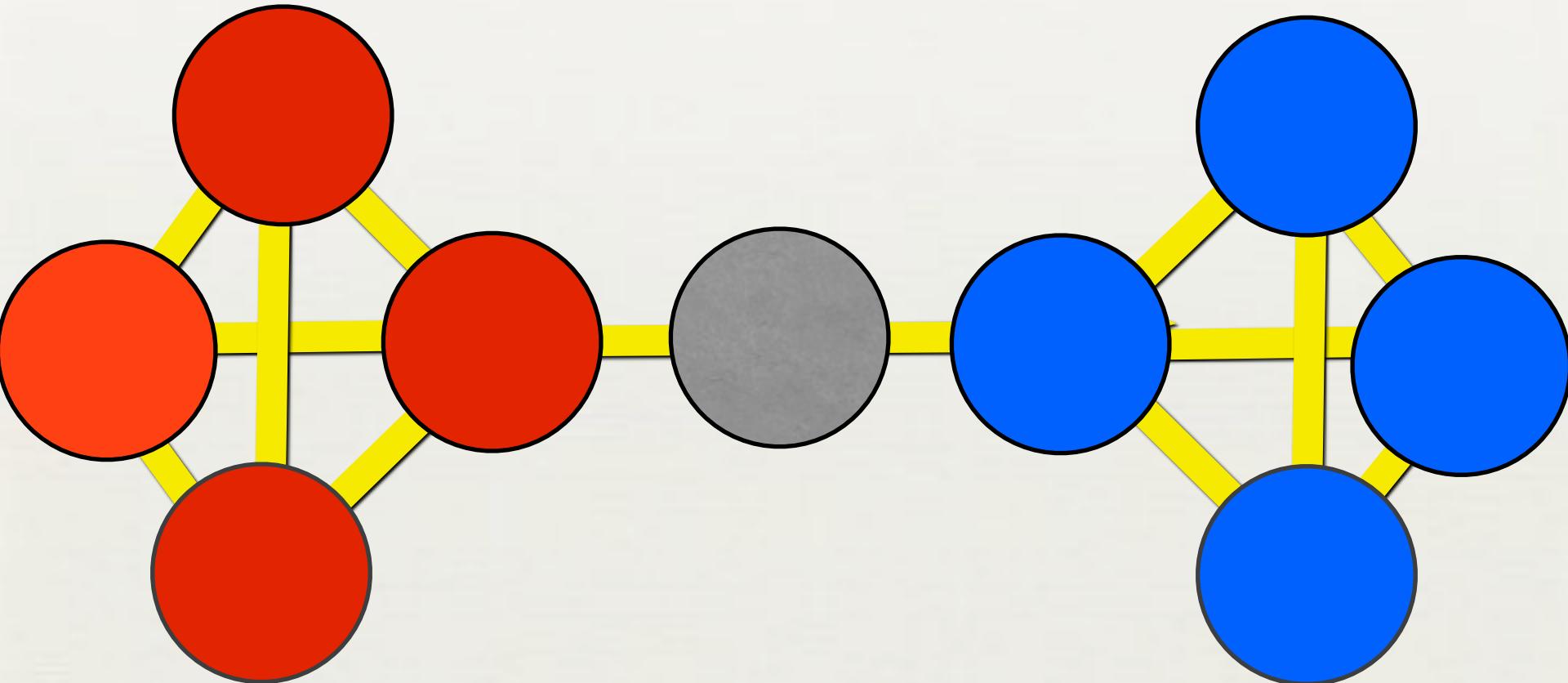
Cliques



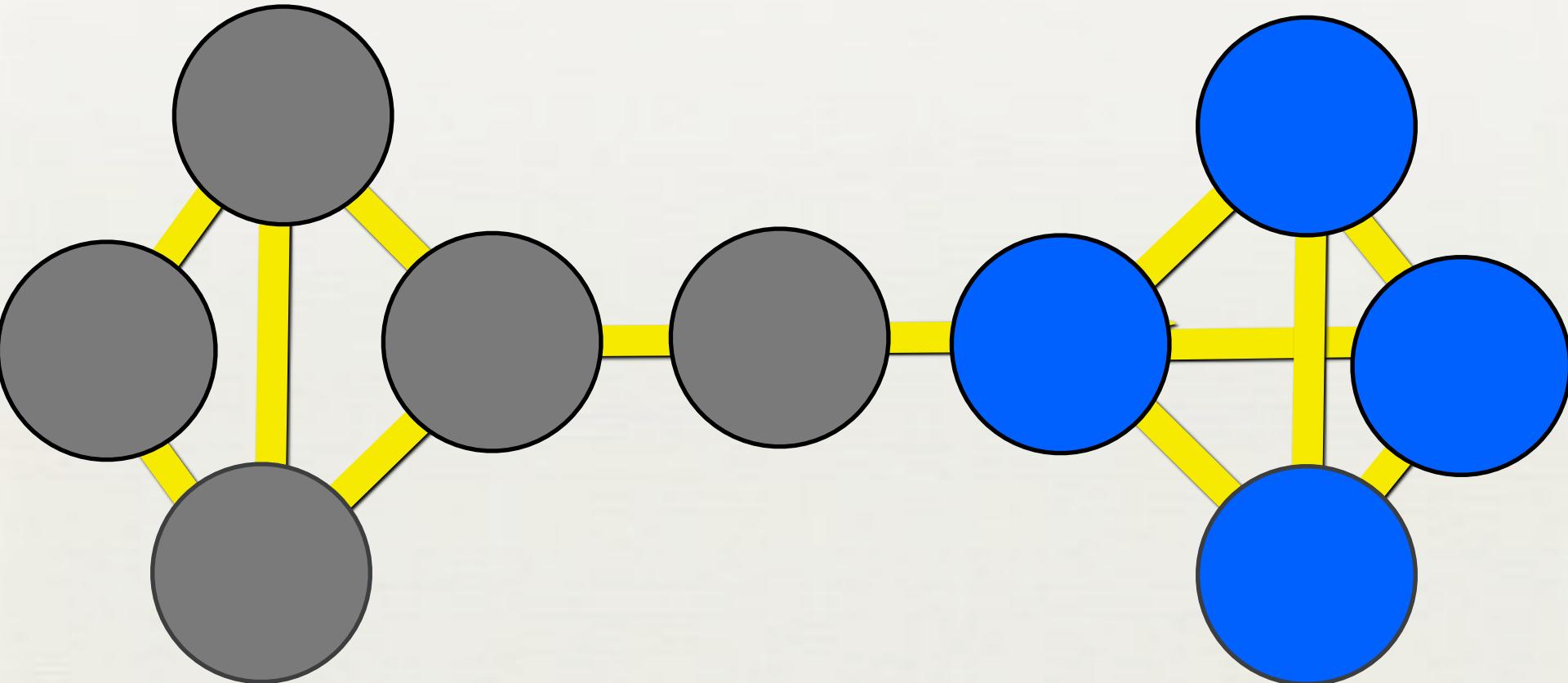
Cliques

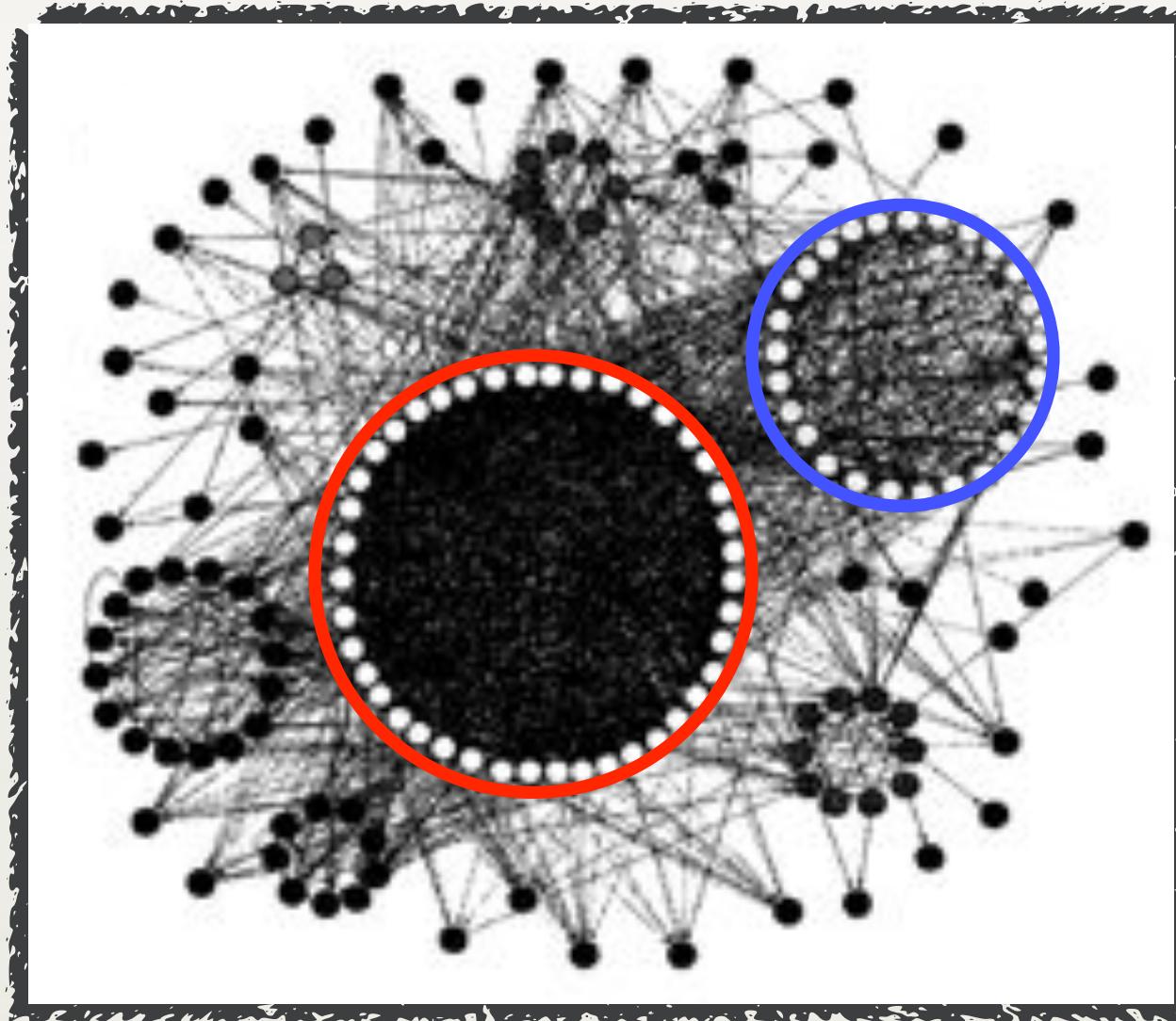
- 1. Subgrafo totalmente conectado**
- 2. O maior subgrafo totalmente conectado**

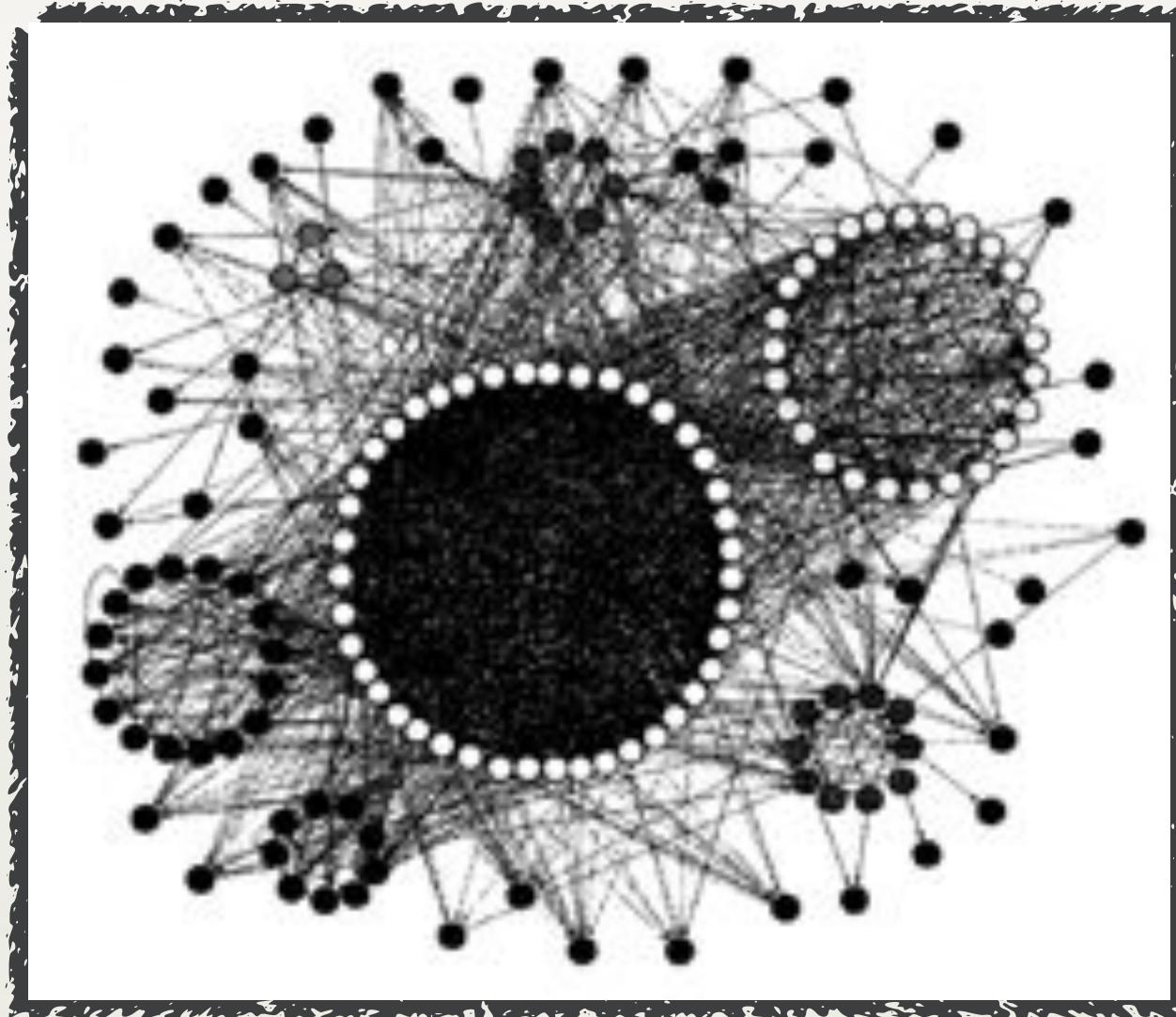
Cliques



Cliques



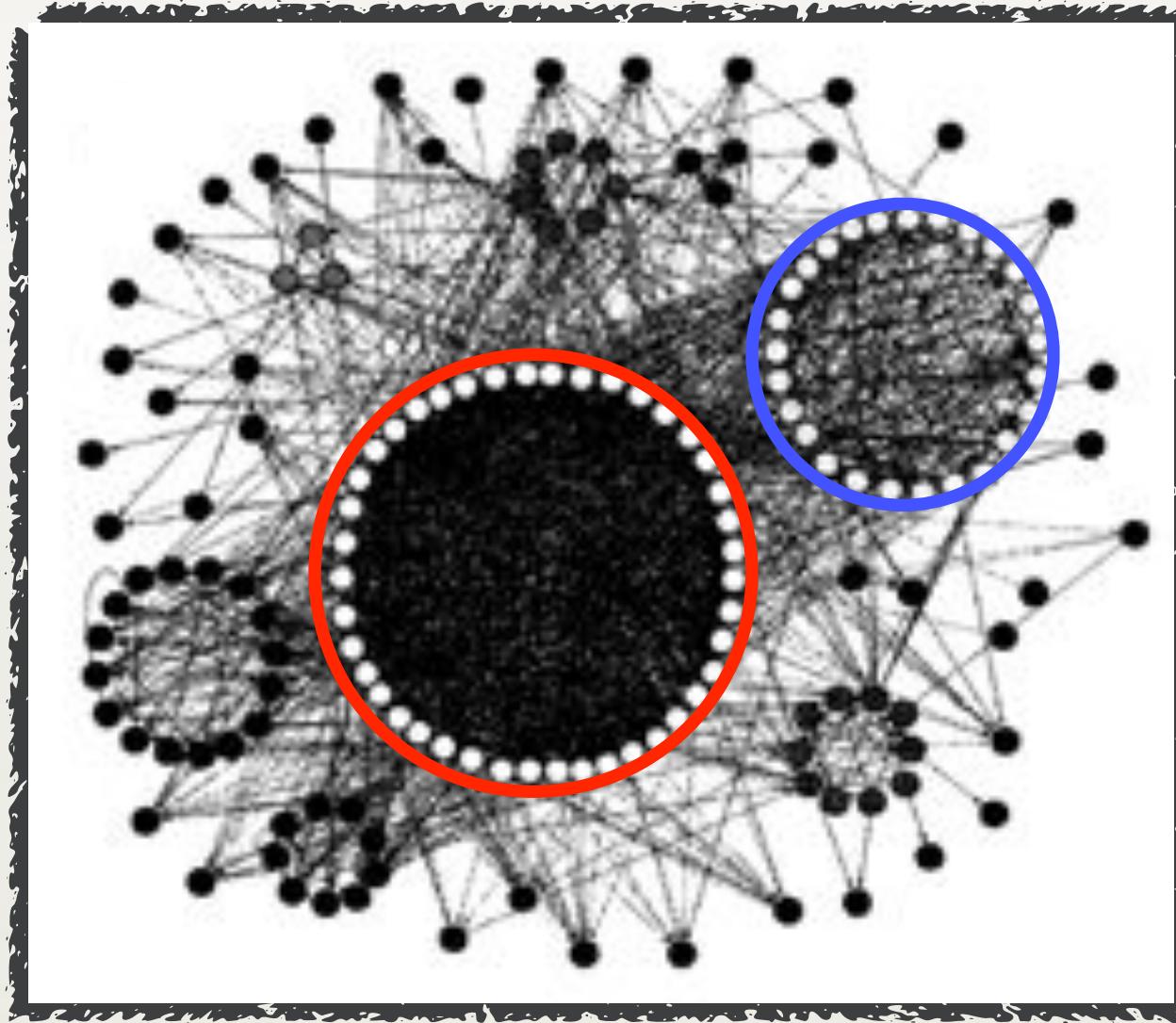




Estrutura e dinâmica de redes ecológicas

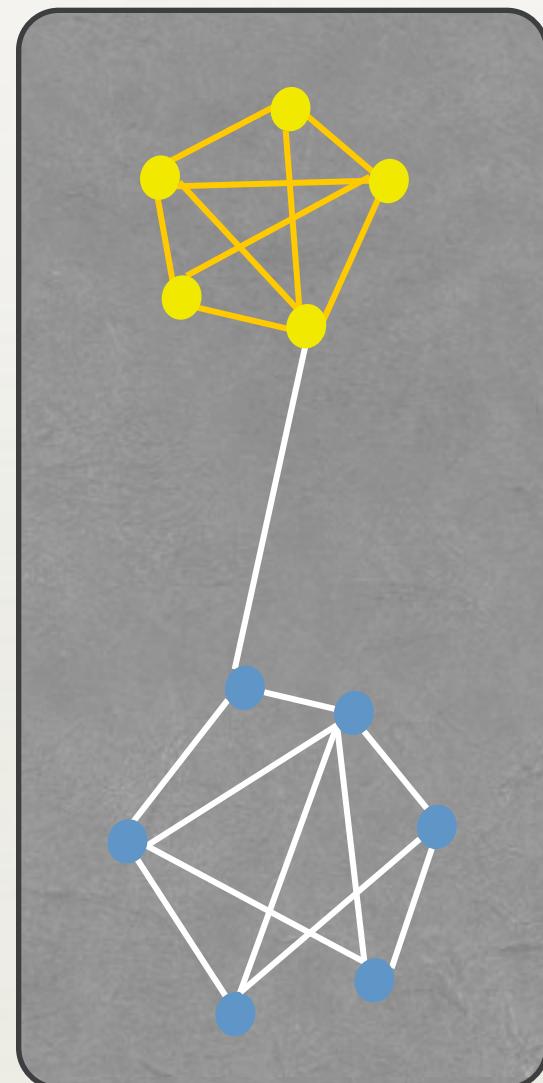
Modularidade

1. Coeficiente de agrupamento e assortatividade
2. Identificando grupos
- 3. Modularidade e papéis da espécie**
4. Motifs
5. Resumo



A métrica M

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{l_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$



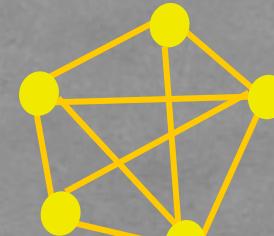
A métrica M

Número de
interações dentro
do módulo s

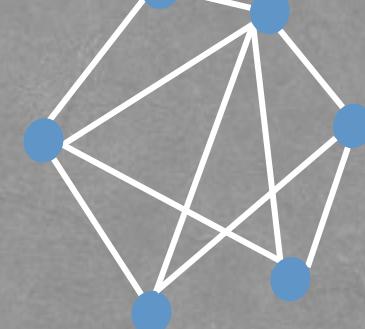
$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{I_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$

Número de
interações da
rede toda

$I_1 = 9$



$L = 21$



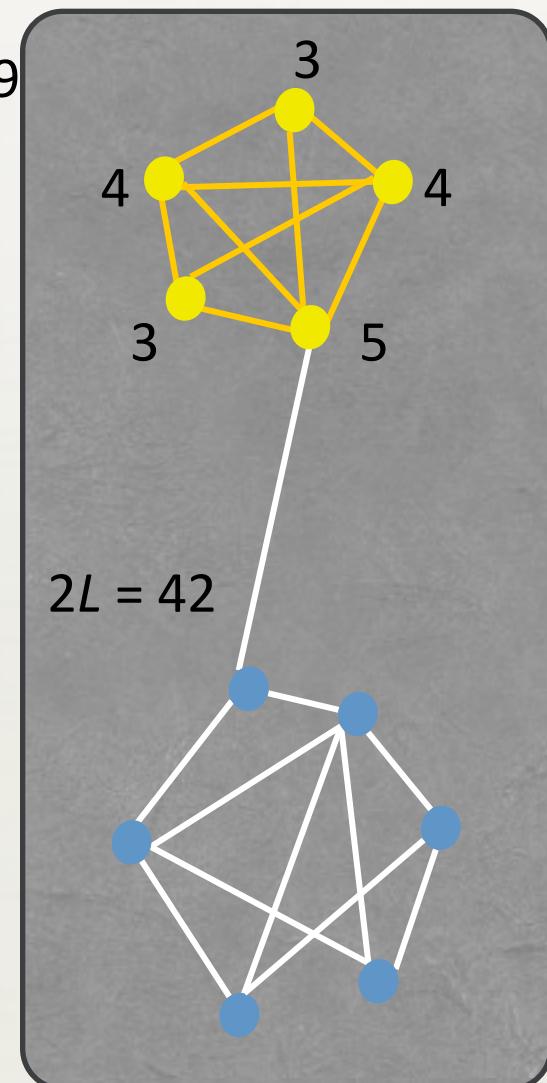
A métrica M

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{I_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$

Soma dos graus
da spp dentro do
módulo s

$$d_1 = 19$$

Soma dos graus
da spp da rede
toda

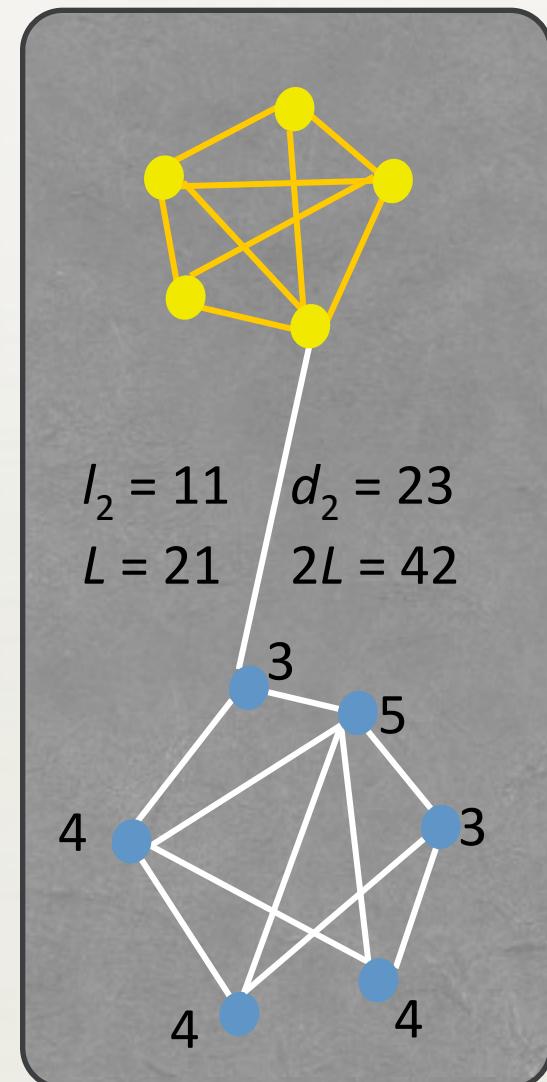


A métrica M

Número de módulos

Módulo

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{I_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$



A métrica M

Penalizado pelas interações
estabelecidas com spp de
fora do módulo

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{I_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$



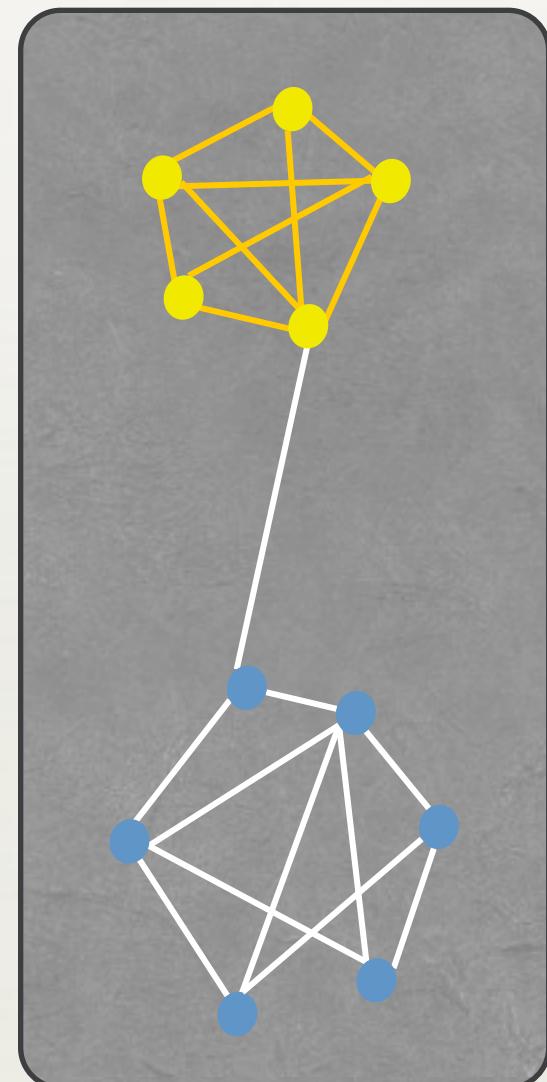
Interações
dentro dos
módulos

Busca:
Qual a partição que
maximiza M

O problema

Como achar os módulos?

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{I_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$

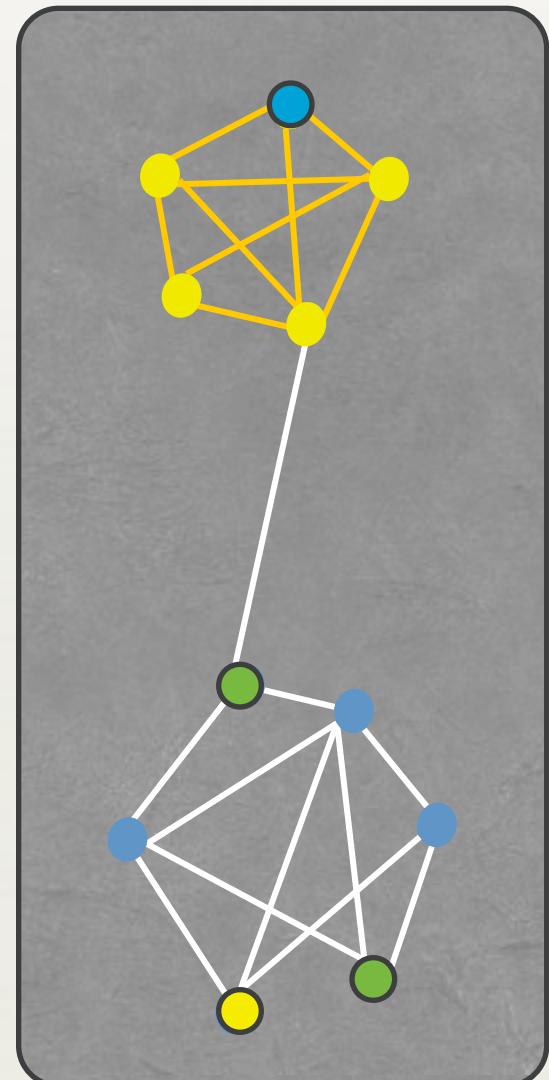


O problema

Como achar os módulos?

$$M = \sum_{s=1}^{NM} \left[\frac{I_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$

-  $(2/21) - (15/42)^2$
-  $(6/21) - (18/42)^2$
-  $(0/21) - (6/42)^2$

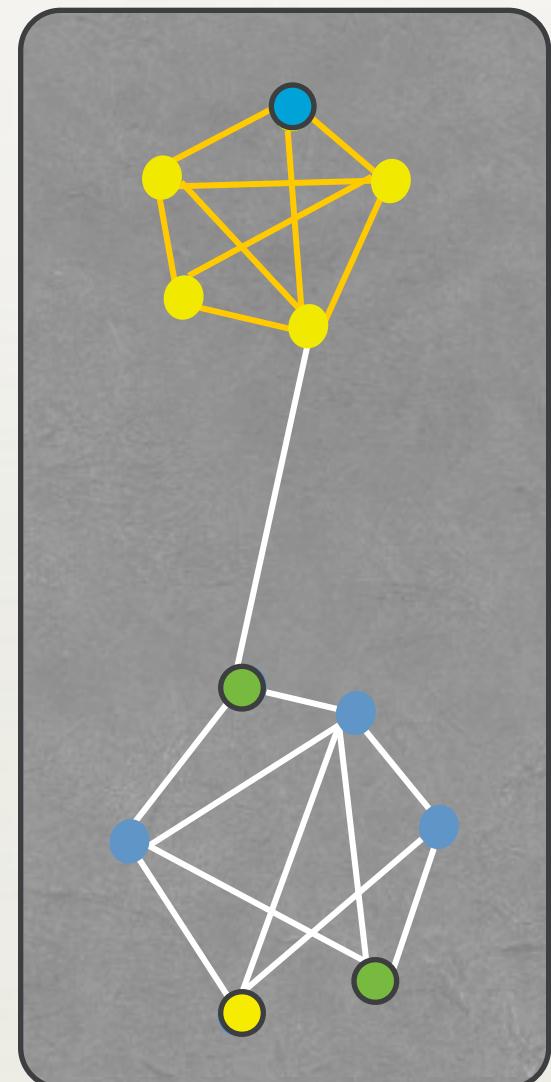


O problema

Como achar os módulos?

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{I_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$

	0,09	-	0,13
	0,28	-	0,18
	0	-	0,02



O problema

Como achar os módulos?

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{l_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$



-0,04

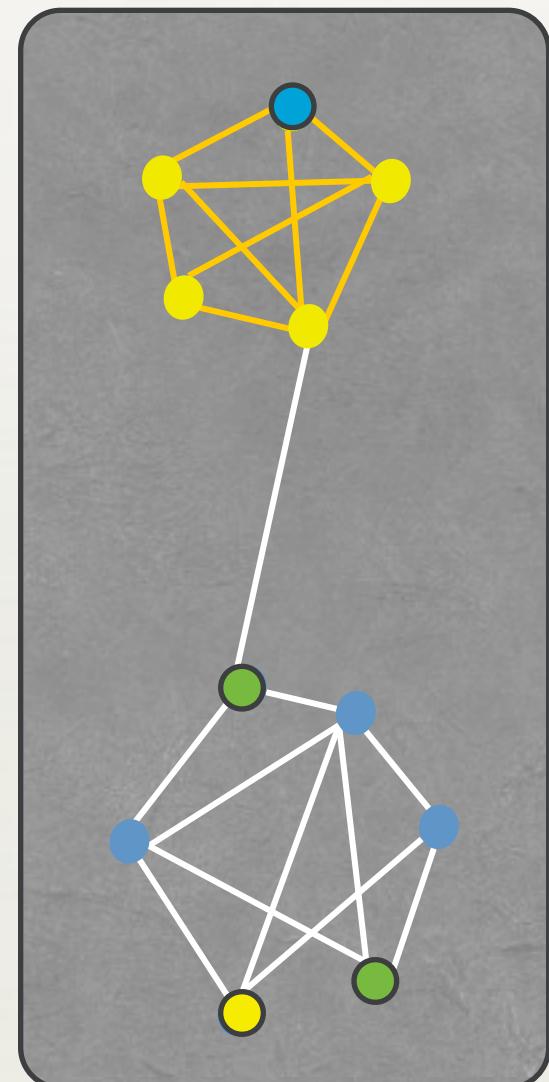


0,10



-0,02

$$M = 0,04$$



O problema

Como achar os módulos?

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{I_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$

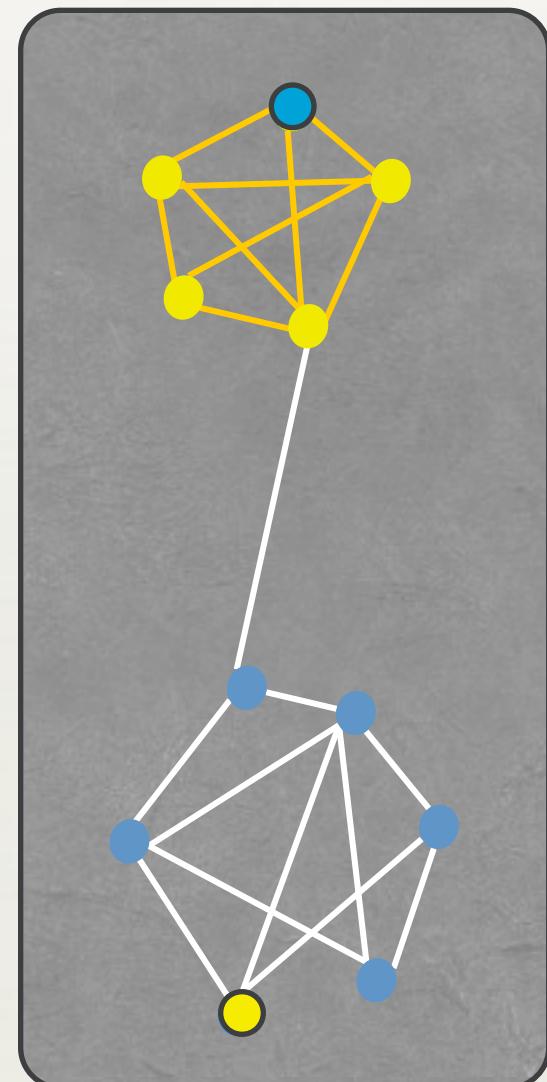


0,01



0,15

$M = 0,16$



O problema

Como achar os módulos?

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{l_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$

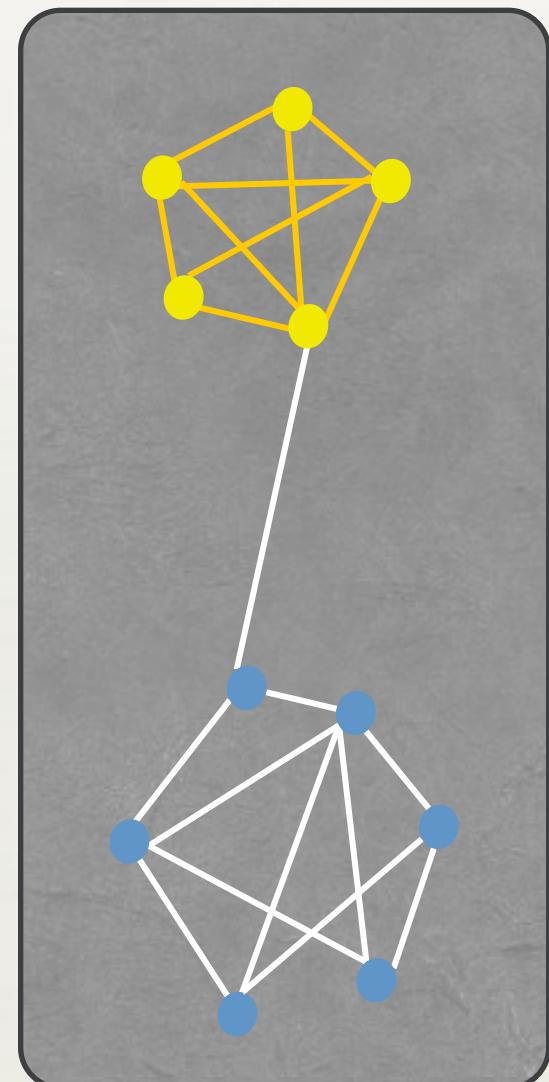


0,22



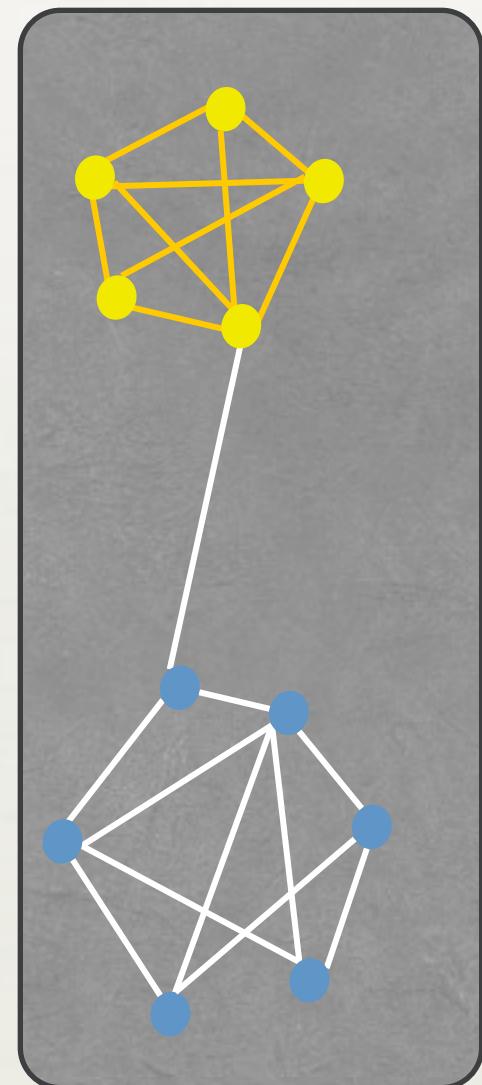
0,25

$M = 0,47$



O número de partições é alto!

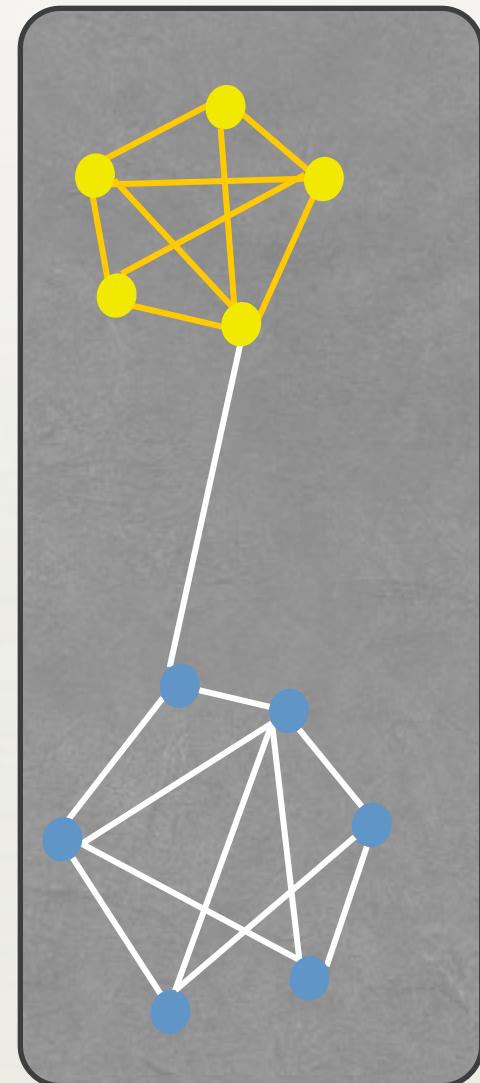
- 1. Uma rede com 11 pontos**
- 2. Pode ter de 1 à 11 módulos**
- 3. Módulos podem variar de tamanho**
- 4. Em qual módulo está o ponto?**



O número de partições é alto!

1. Uma rede com 11 pontos
2. Pode ter de 1 à 11 módulos
3. Módulos podem variar de tamanho
4. Em qual módulo está o ponto?

Métodos de otimização
computacionalmente intensos

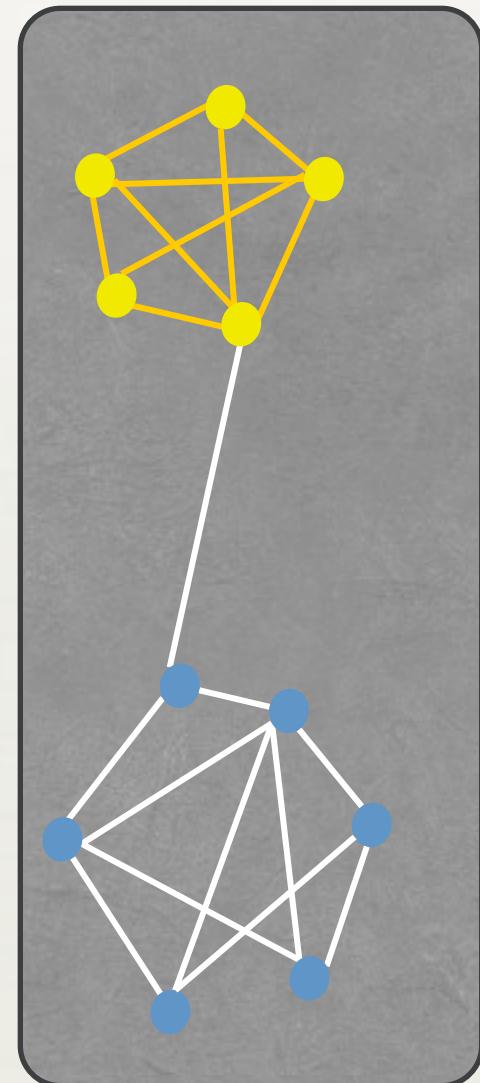


O número de partições é alto!

1. Uma rede com 11 pontos
2. Pode ter de 1 à 11 módulos
3. Módulos podem variar de tamanho
4. Em qual módulo está o ponto?

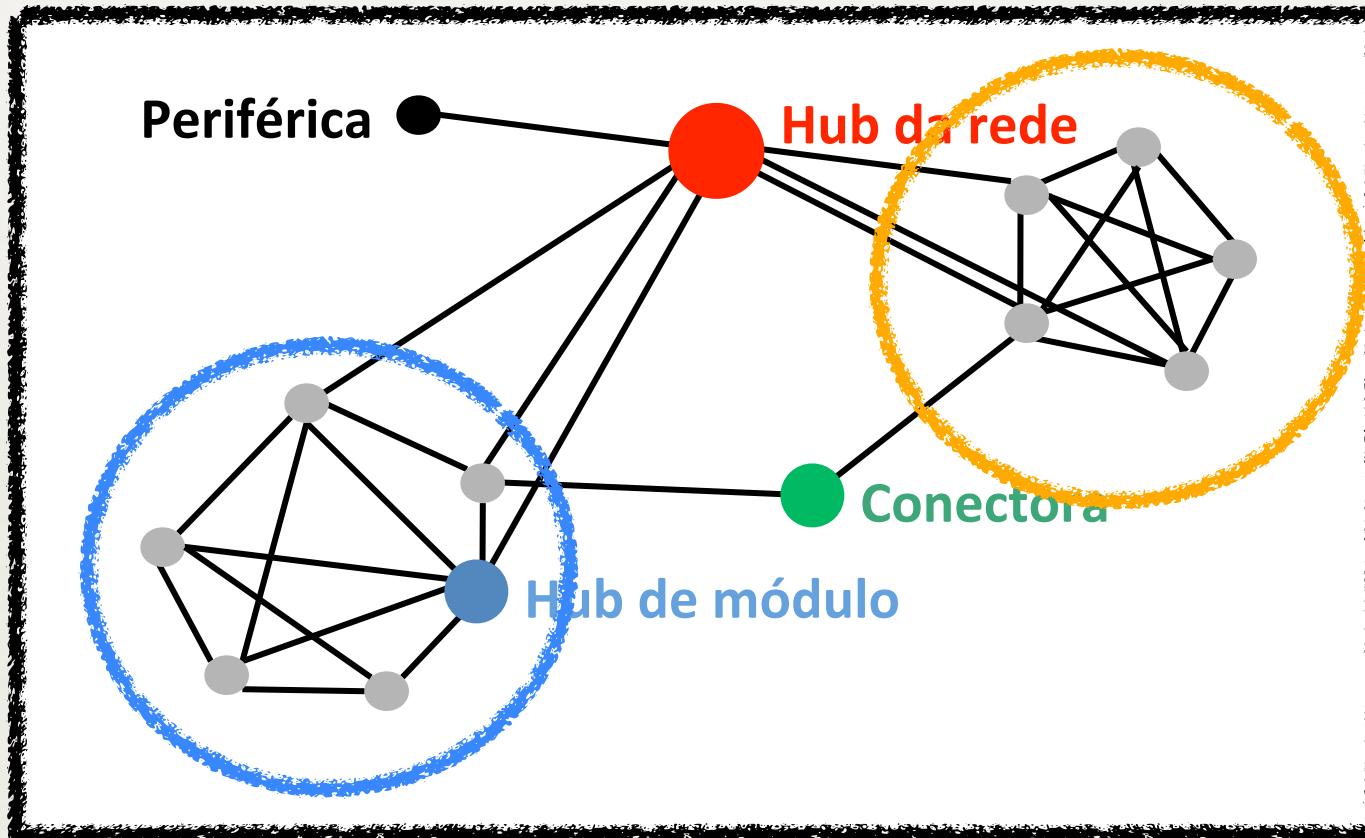
Métodos de otimização
computacionalmente intensos
(simulated annealing)

Custo computacional x melhor estimativa

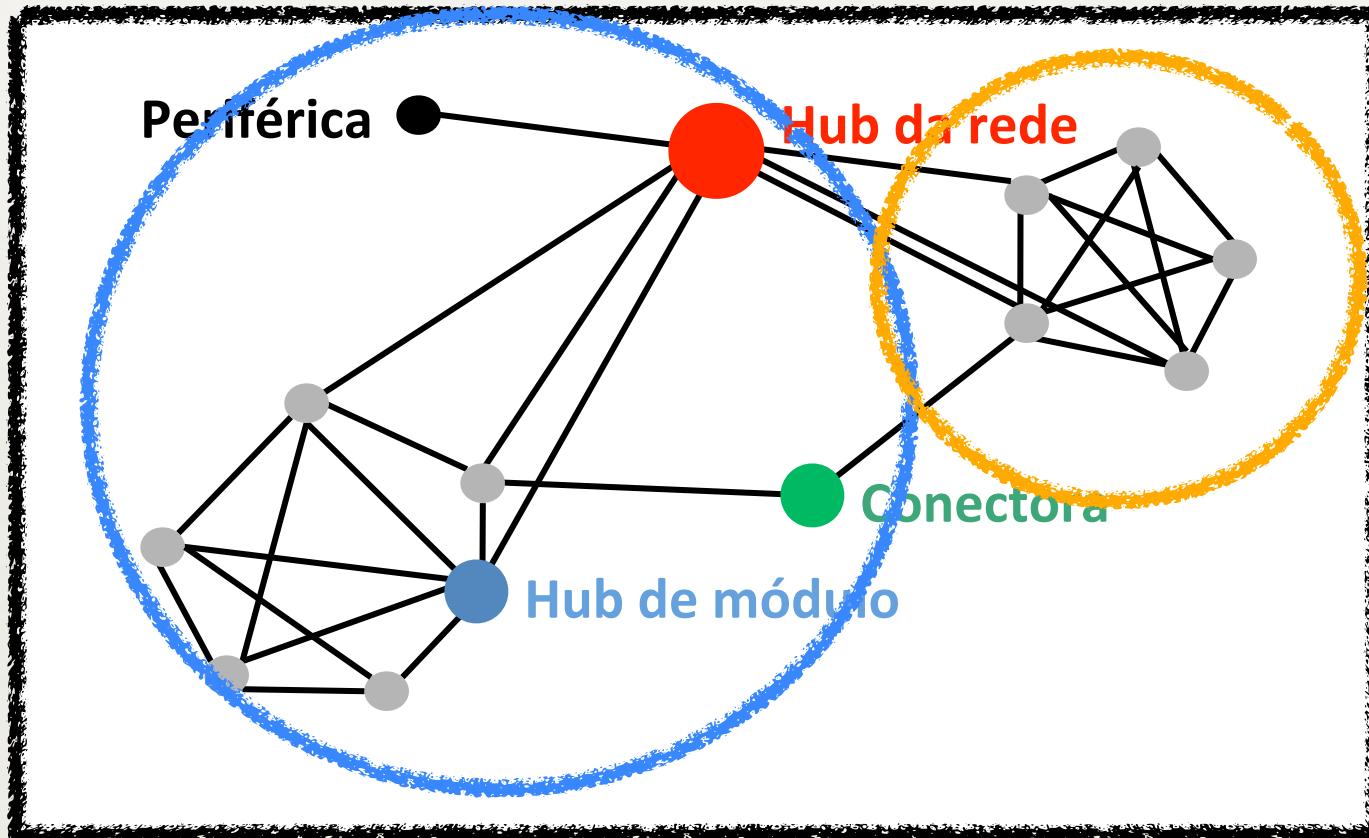


- 
- 1. Métodos para grafos unipartidos e “infinitos”**
 - 2. MODULAR - Prática**
 - Métodos para grafos bipartidos**
 - Diferentes algoritmos de otimização**

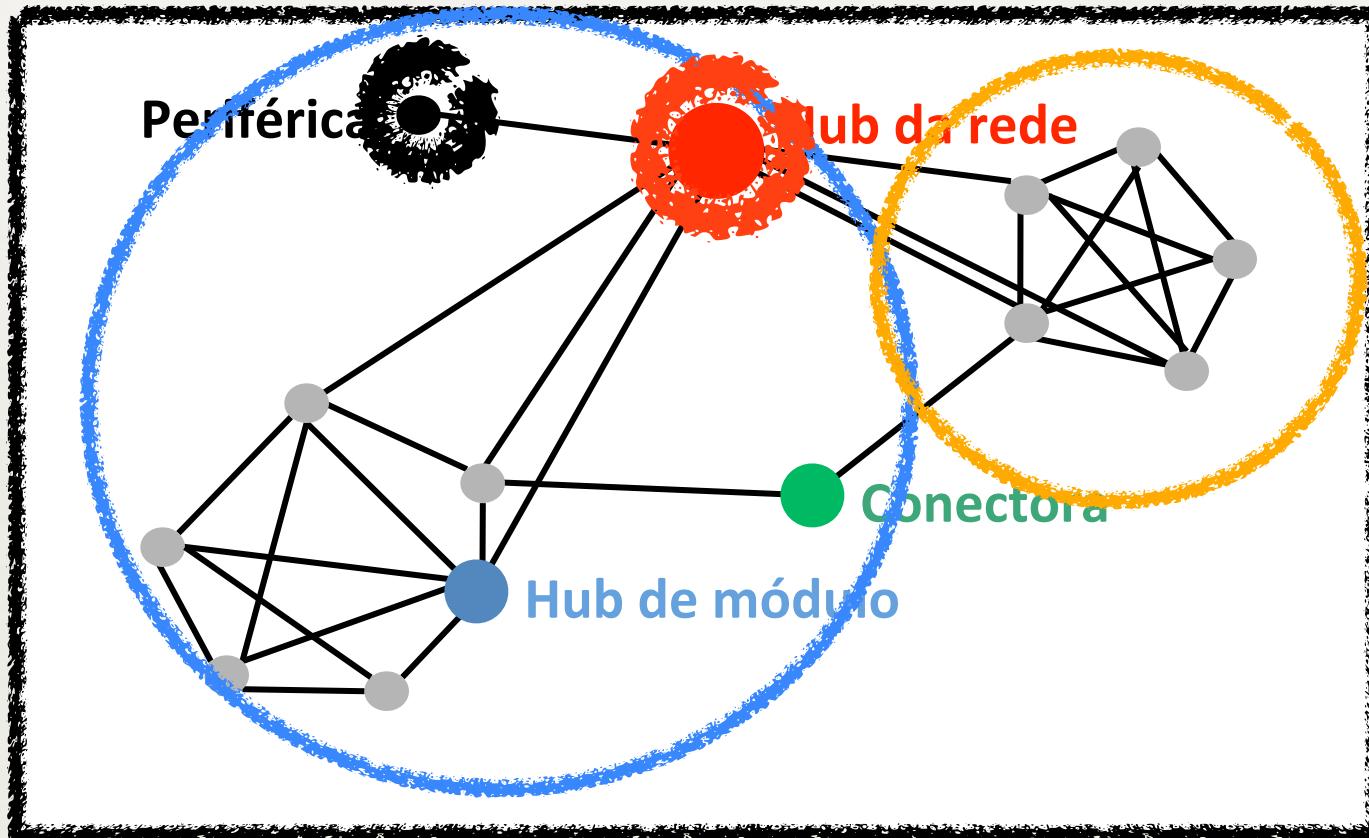
O papel do ponto



O papel do ponto



O papel do ponto



O papel dos pontos

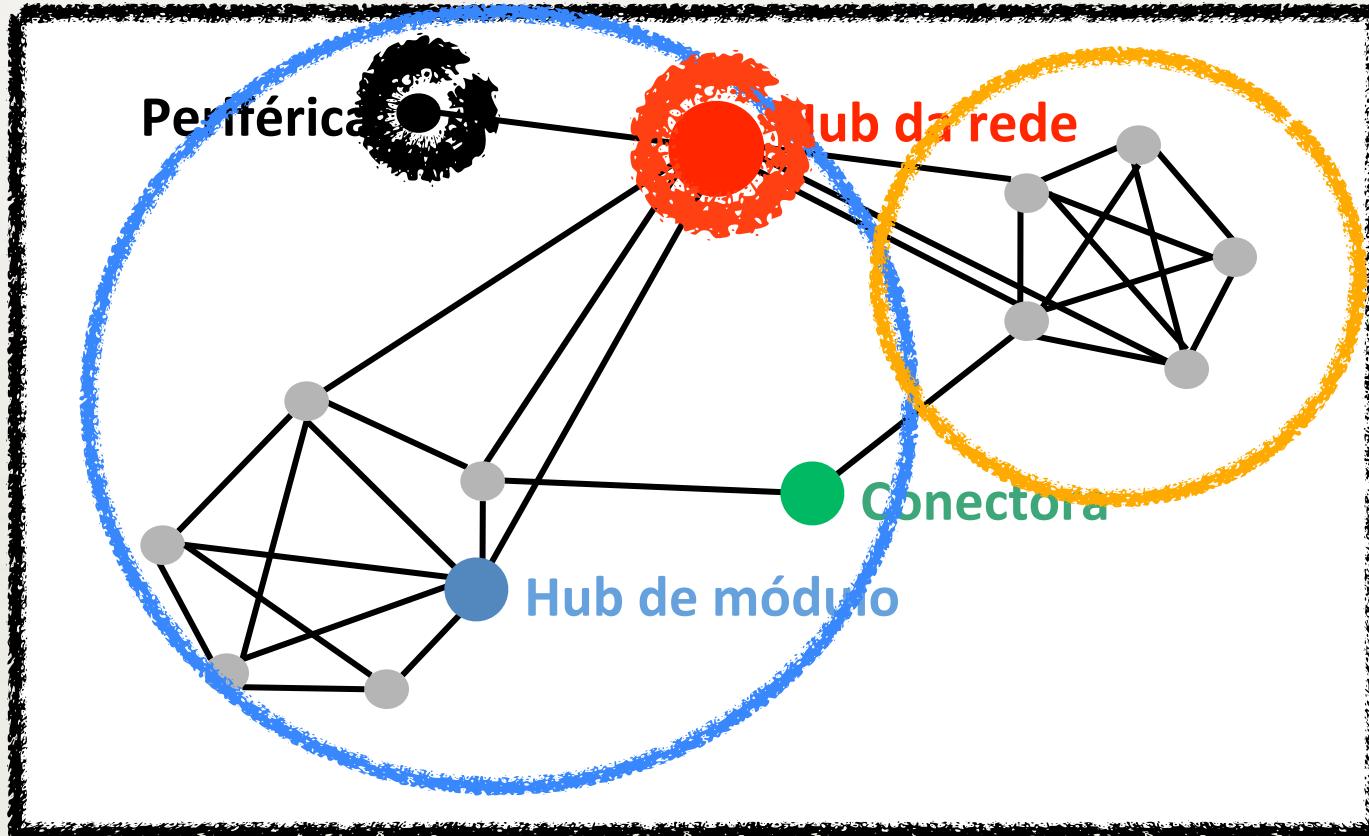
1. Grau dentro do módulo

$$z_i = \frac{k_{is} - \bar{k}_s}{\sigma_{ks}}$$

O papel do ponto

$k_{is}=1$
 $k_i=3,5$
 $sd=1,67$

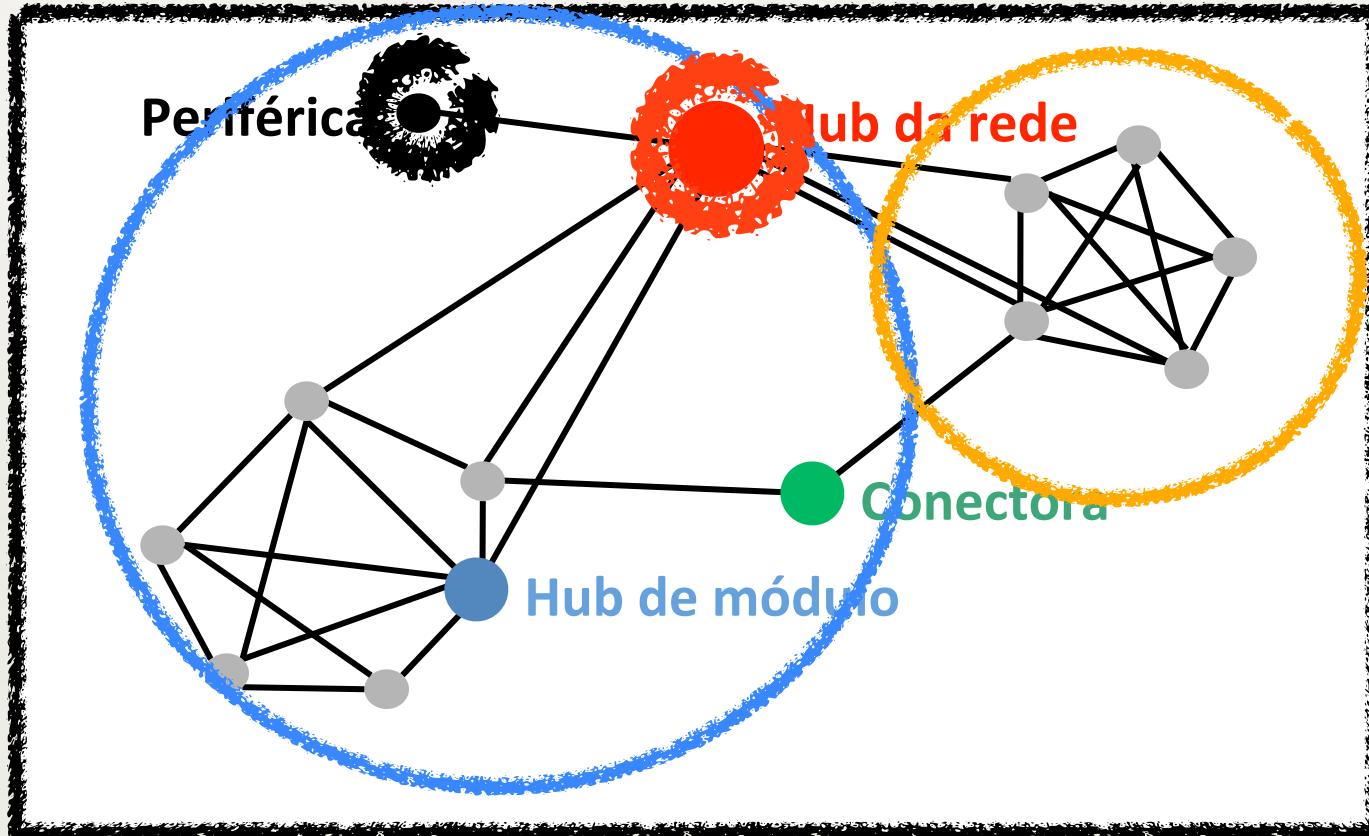
$k_{is}=4$
 $k_i=3,5$
 $sd=1,67$



O papel do ponto

$k_{is}=1$
 $k_i=3,5$
 $sd=1,67$
 $z=-1,5$

$k_{is}=4$
 $k_i=3,5$
 $sd=1,67$
 $z=0,30$



O papel dos pontos

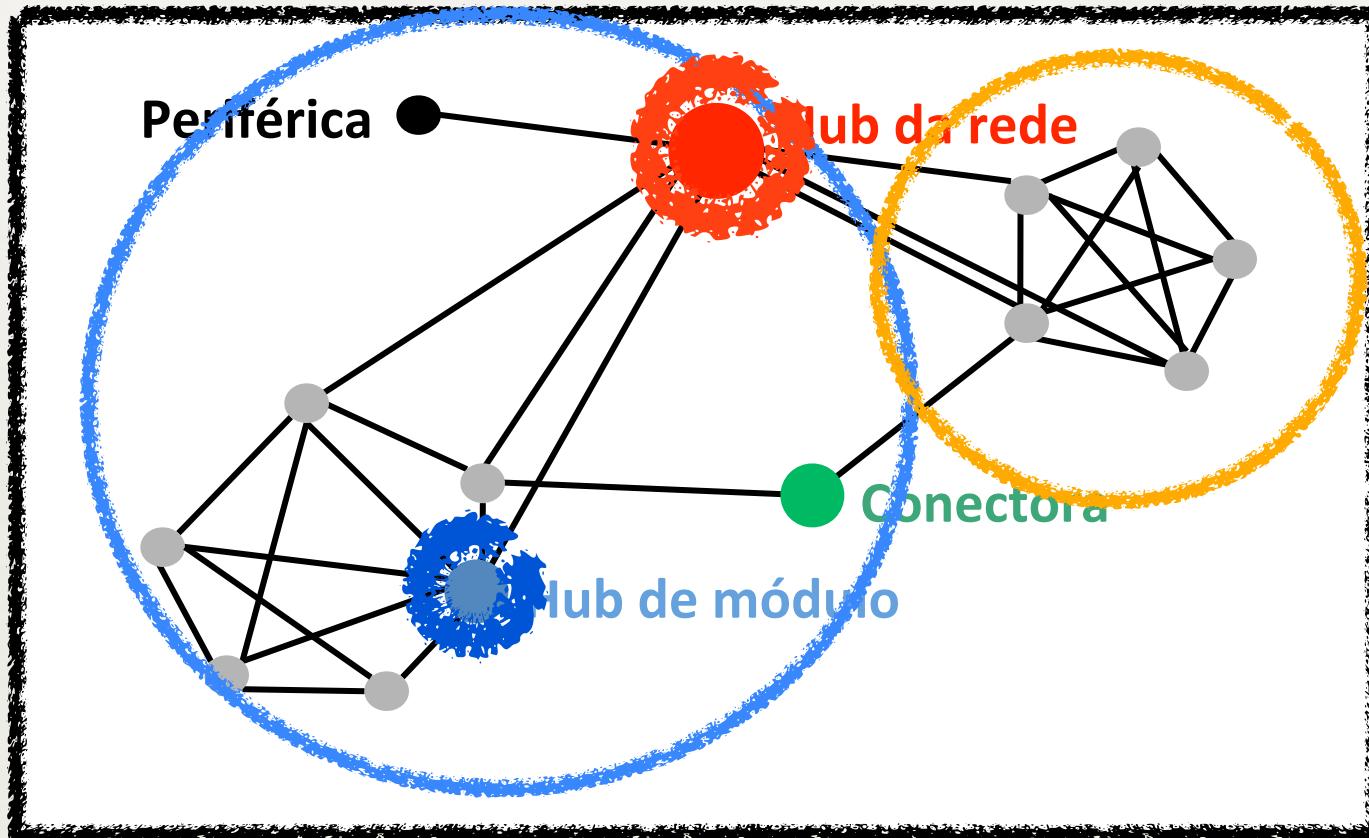
1. Grau dentro do módulo

$$z_i = \frac{k_{is} - \bar{k}_s}{\sigma_{k_s}}$$

2. Conectividade entre módulos

$$c_i = 1 - \sum_{t=1}^{N_M} \left(\frac{k_{it}}{k_i} \right)^2$$

O papel do ponto



O papel dos pontos

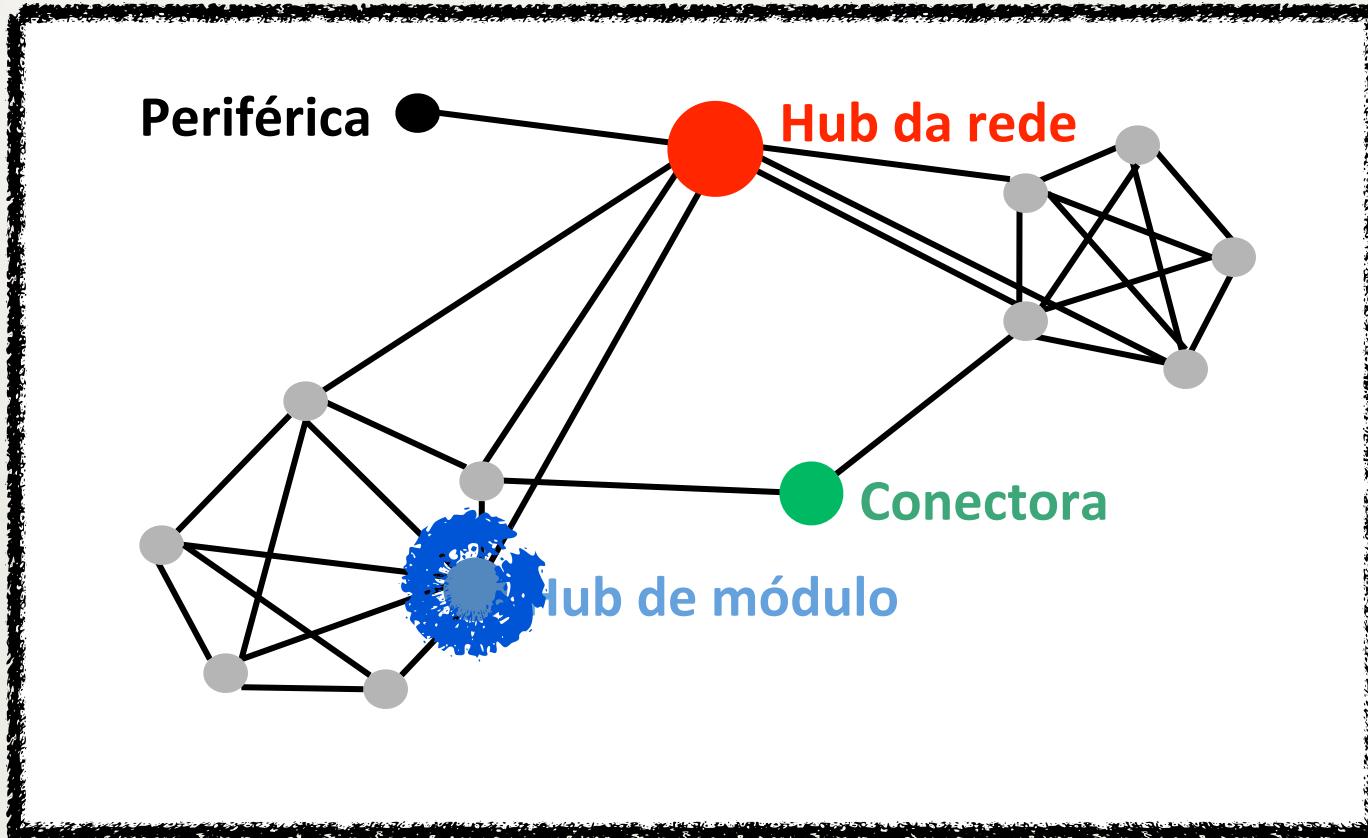
1. Grau dentro do módulo

$$z_i = \frac{k_{is} - \bar{k}_s}{\sigma_{ks}}$$

2. Conectividade entre módulos

$$c_i = 1 - \left(\frac{k_{iazul}}{k_i} \right)^2 - \left(\frac{k_{ilaranja}}{k_i} \right)^2$$

O papel do ponto



O papel dos pontos

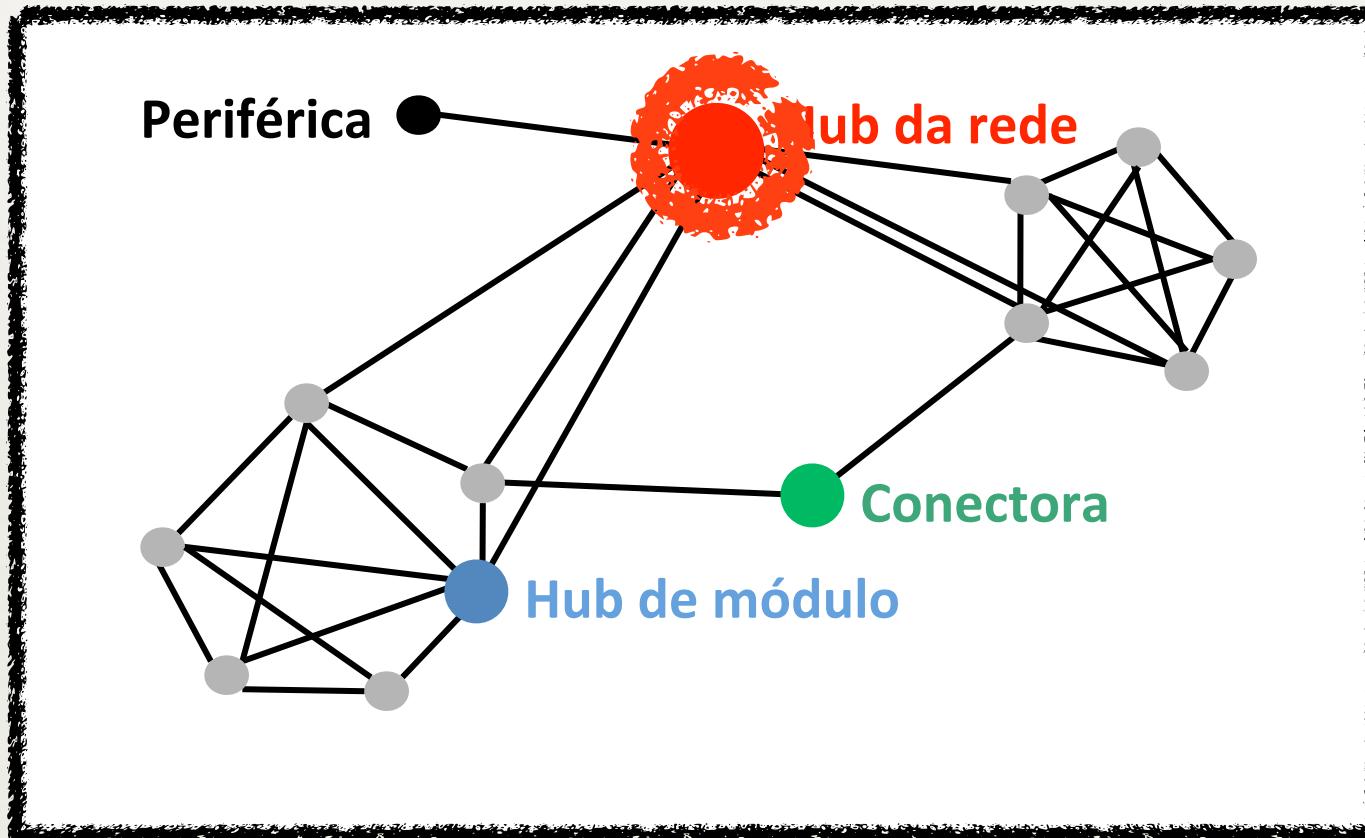
1. Grau dentro do módulo

$$z_i = \frac{k_{is} - \bar{k}_s}{\sigma_{k_s}}$$

2. Conectividade entre módulos

$$c_i = 1 - \left(\frac{6}{6}\right)^2 - \left(\frac{0}{6}\right)^2 = 1 - 1 - 0 = 0$$

O papel do ponto



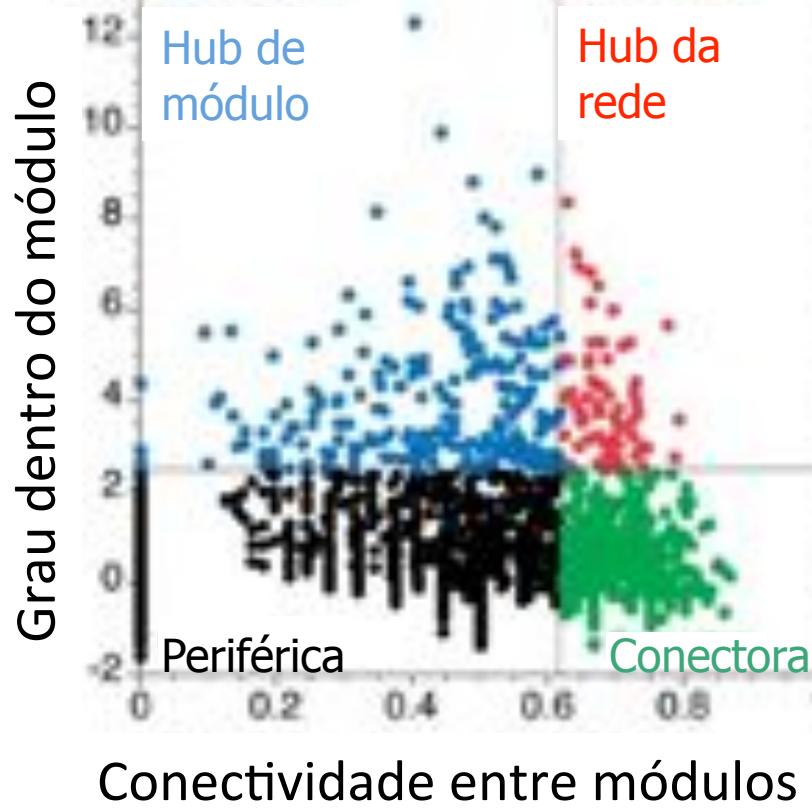
O papel dos pontos

1. Grau dentro do módulo

$$z_i = \frac{k_{is} - \bar{k}_s}{\sigma_{k_s}}$$

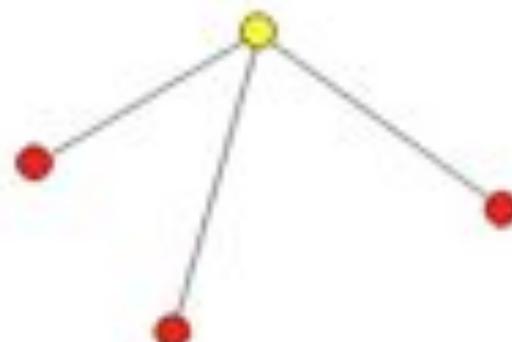
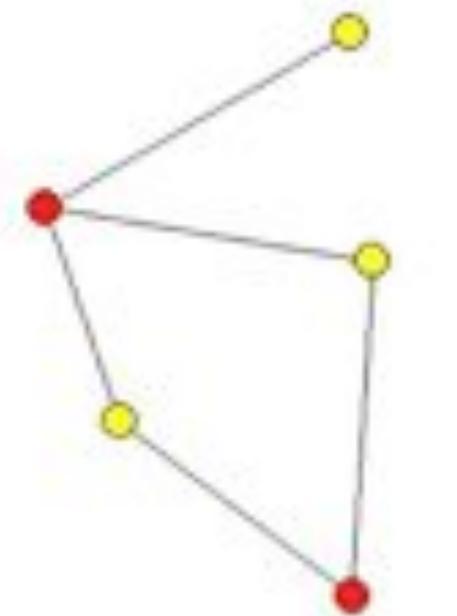
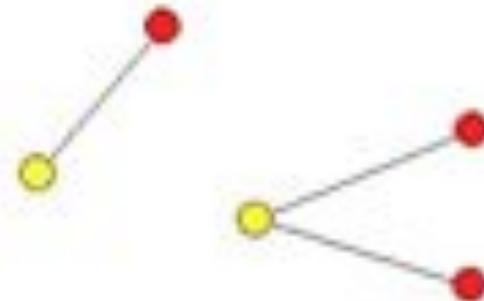
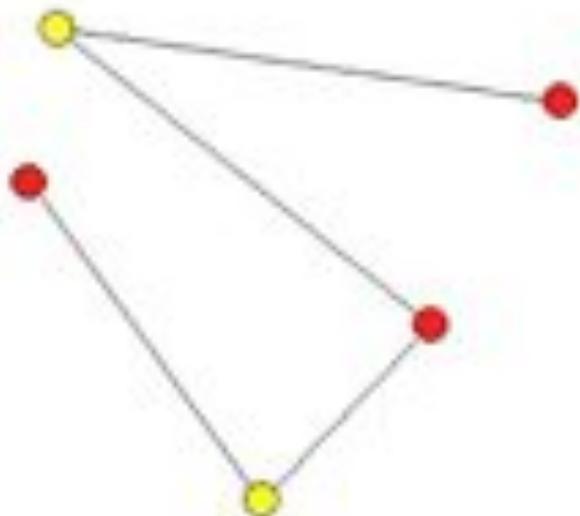
2. Conectividade entre módulos

$$c_i = 1 - \left(\frac{4}{7}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}\right)^2 = 1 - 0,32 - 0,25 = 0,42$$

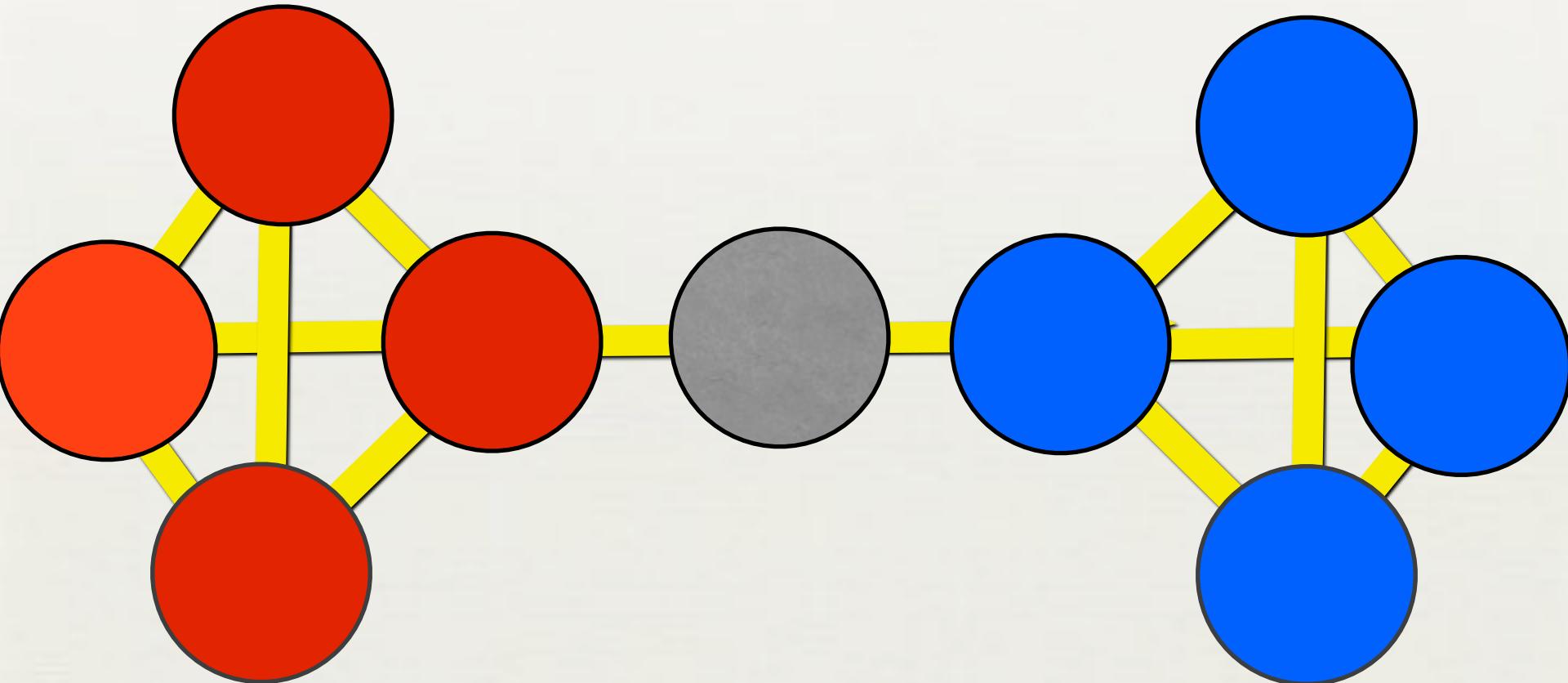


Modularidade

- 1. Coeficiente de agrupamento e assortatividade**
- 2. Identificando grupos**
- 3. Modularidade e papéis da espécie**
- 4. Motifs**
- 5. Resumo**



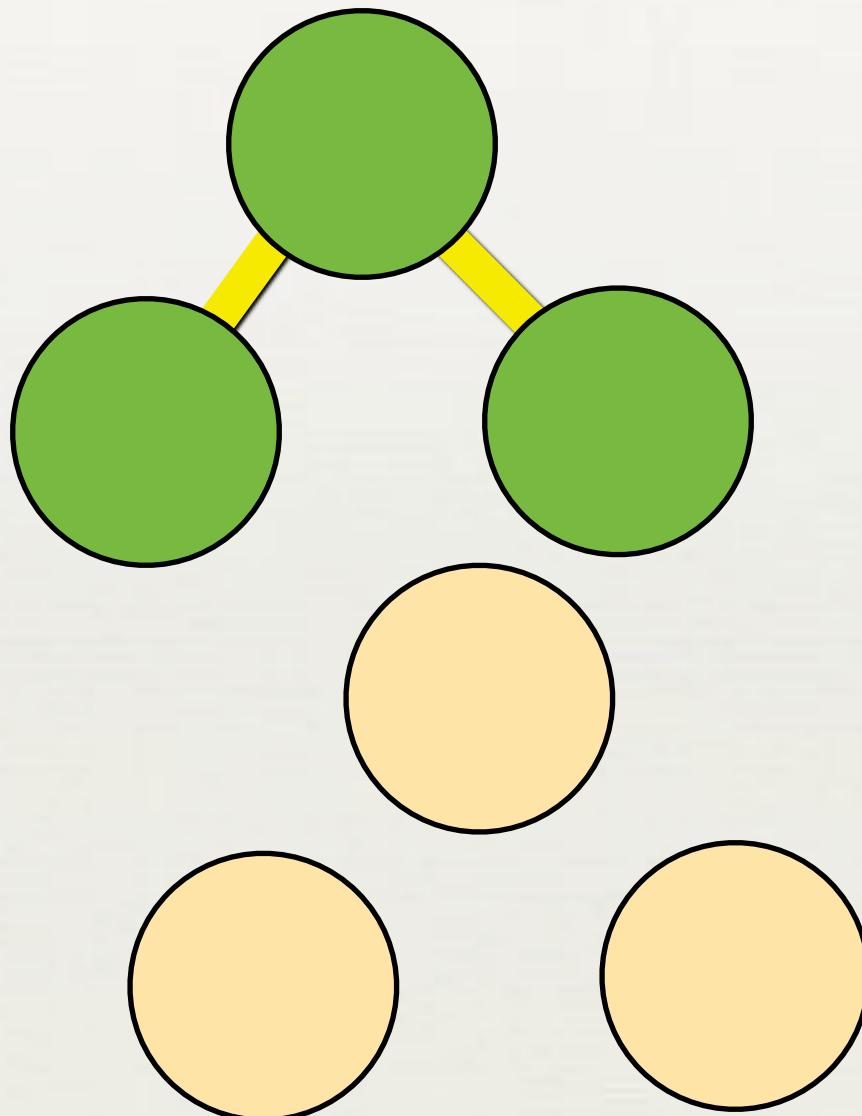
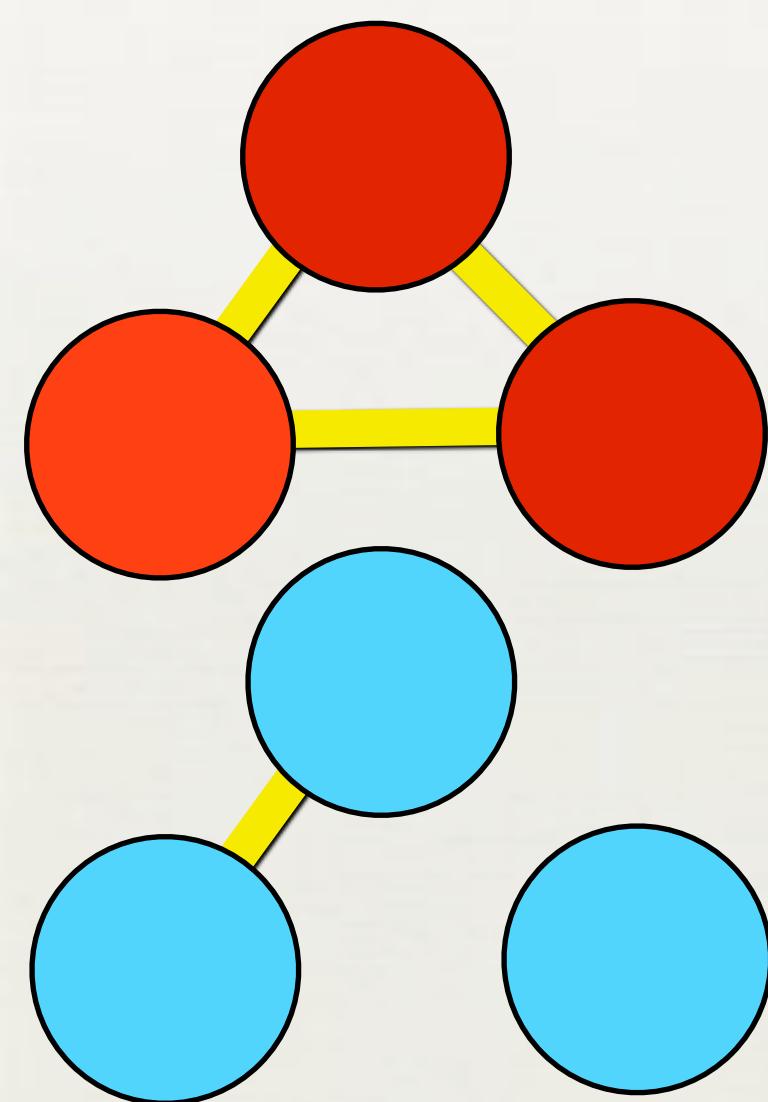
Cliques



Motifs

- 1. Subgrafos ajudam a caracterizar redes**
- 2. Subgrafos pequenos (mínimos)**

Motifs

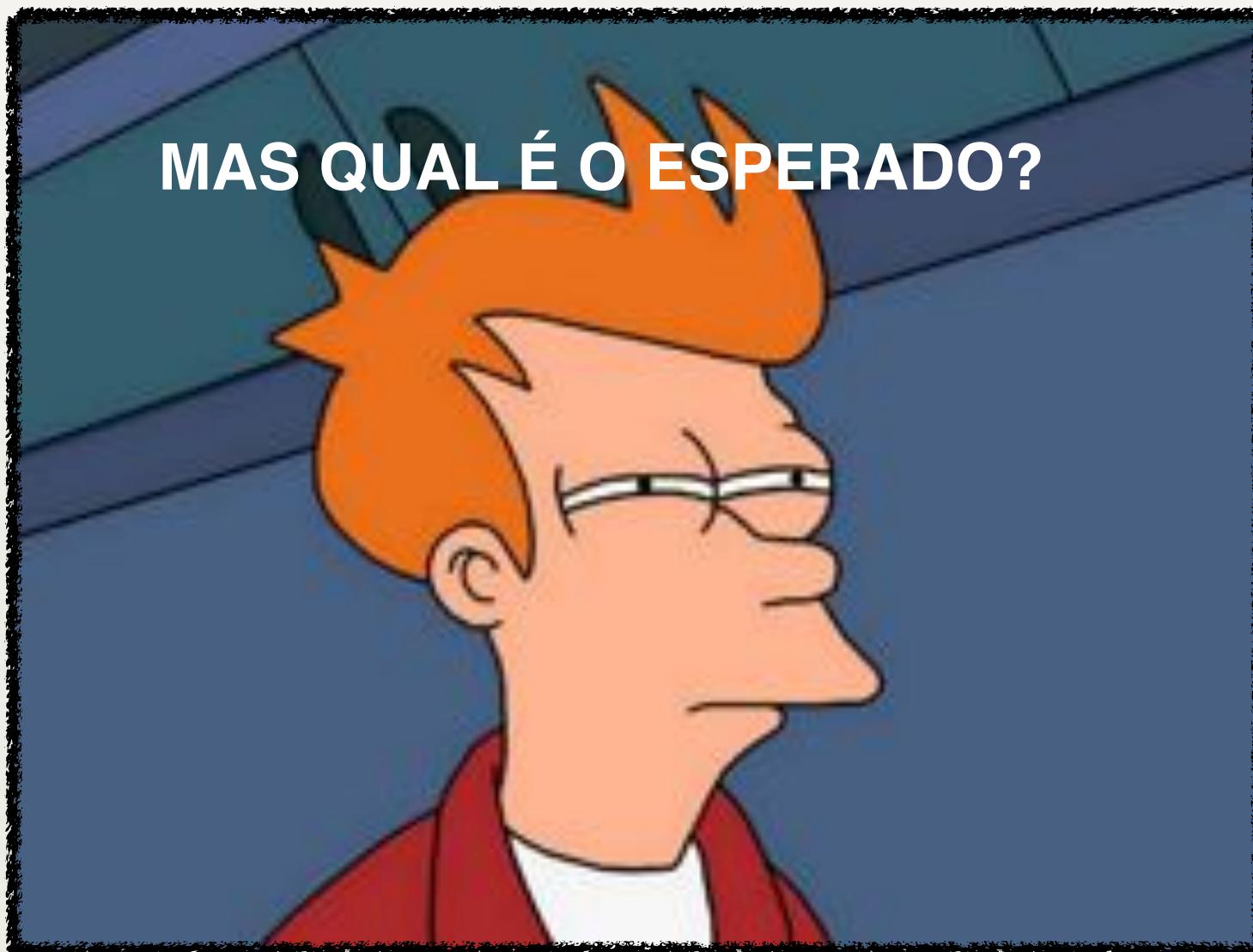


Estrutura e dinâmica de redes ecológicas

Motifs

- 1. Subgrafos ajudam a caracterizar redes**
- 2. Subgrafos pequenos (mínimos)**
- 3. Contar a freqüência dos subgrafos**
- 4. Um motif, é um subgrafo que ocorre em uma freqüência maior que a esperada**

MAS QUAL É O ESPERADO?



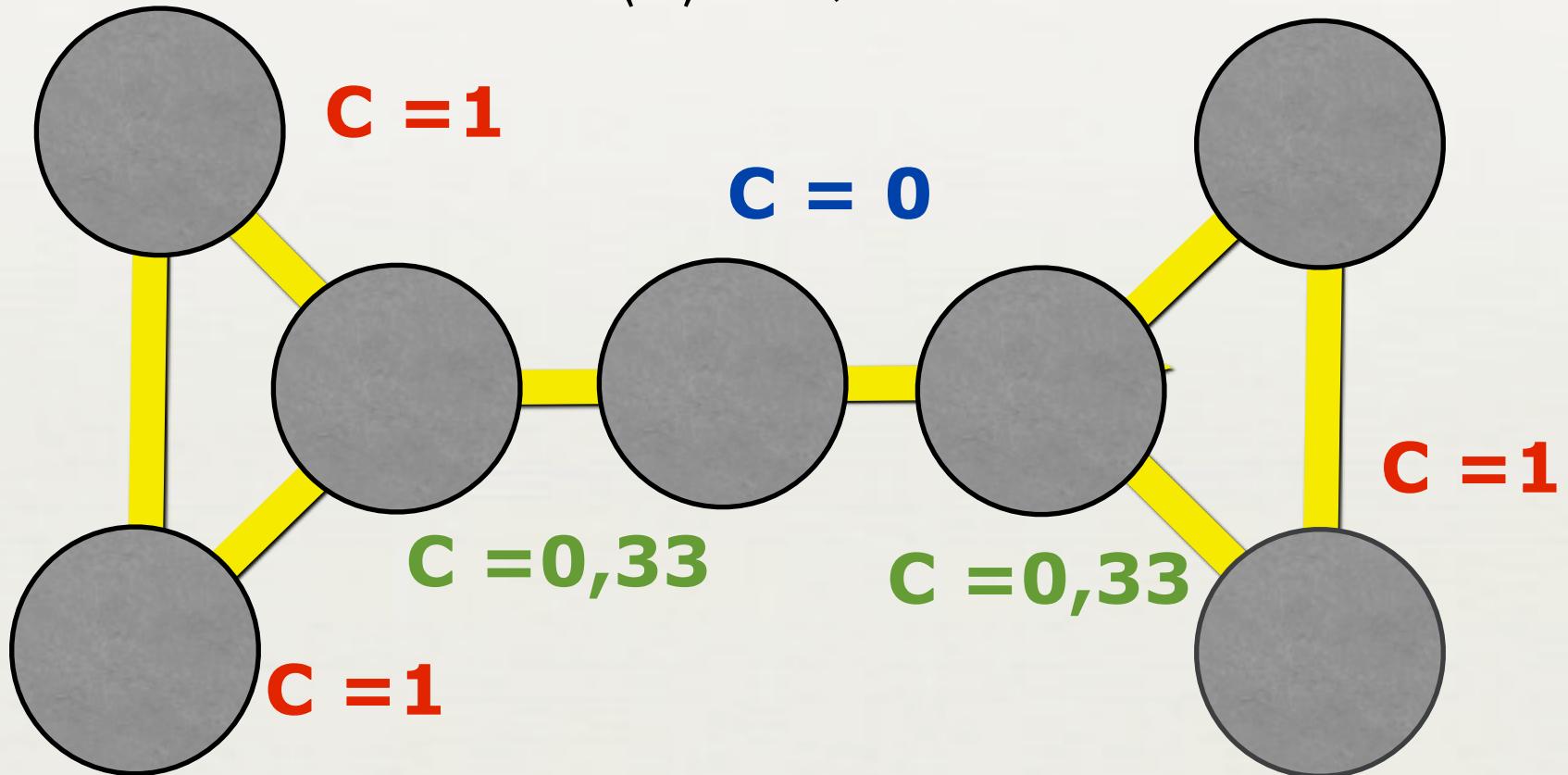
Modularidade

- 1. Coeficiente de agrupamento e assortatividade**
- 2. Identificando grupos**
- 3. Modularidade e papéis da espécie**
- 4. Motifs**
- 5. Resumo**

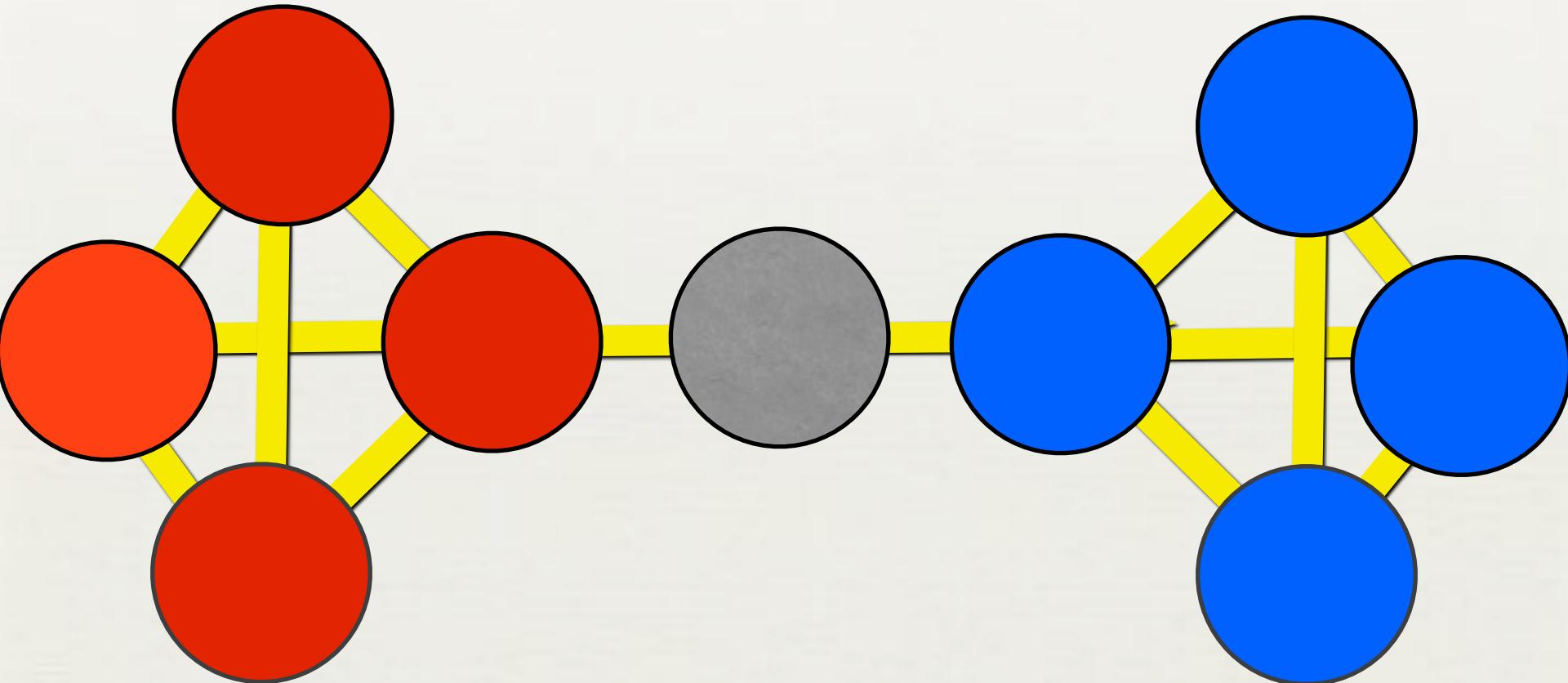
Coeficiente de agrupamento médio

$$\langle C \rangle = 0,67$$

C = 1



Cliques



O problema

Como achar os módulos?

$$M = \sum_{s=1}^{N_M} \left[\frac{l_s}{L} - \left(\frac{d_s}{2L} \right)^2 \right]$$

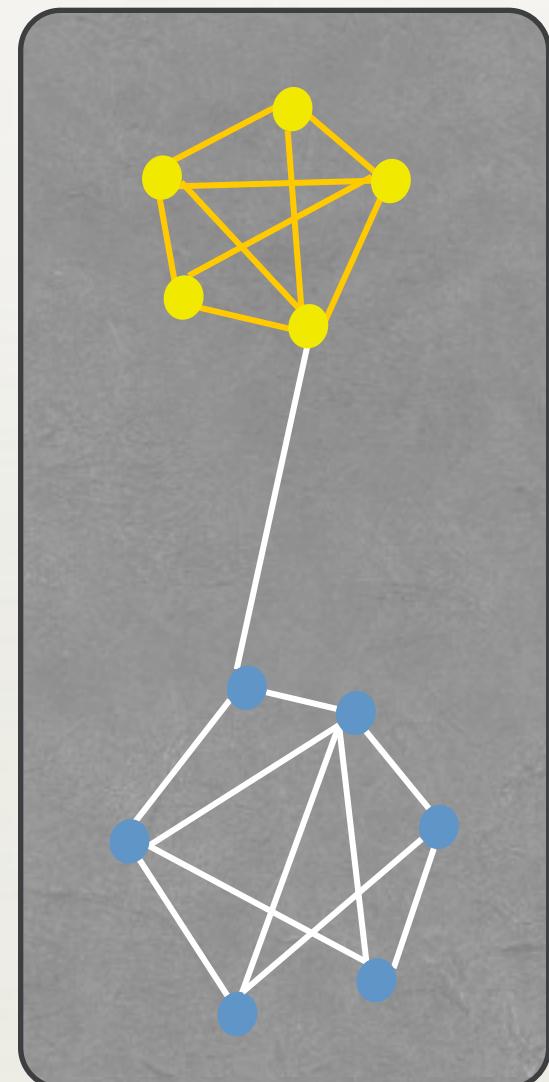


0,22

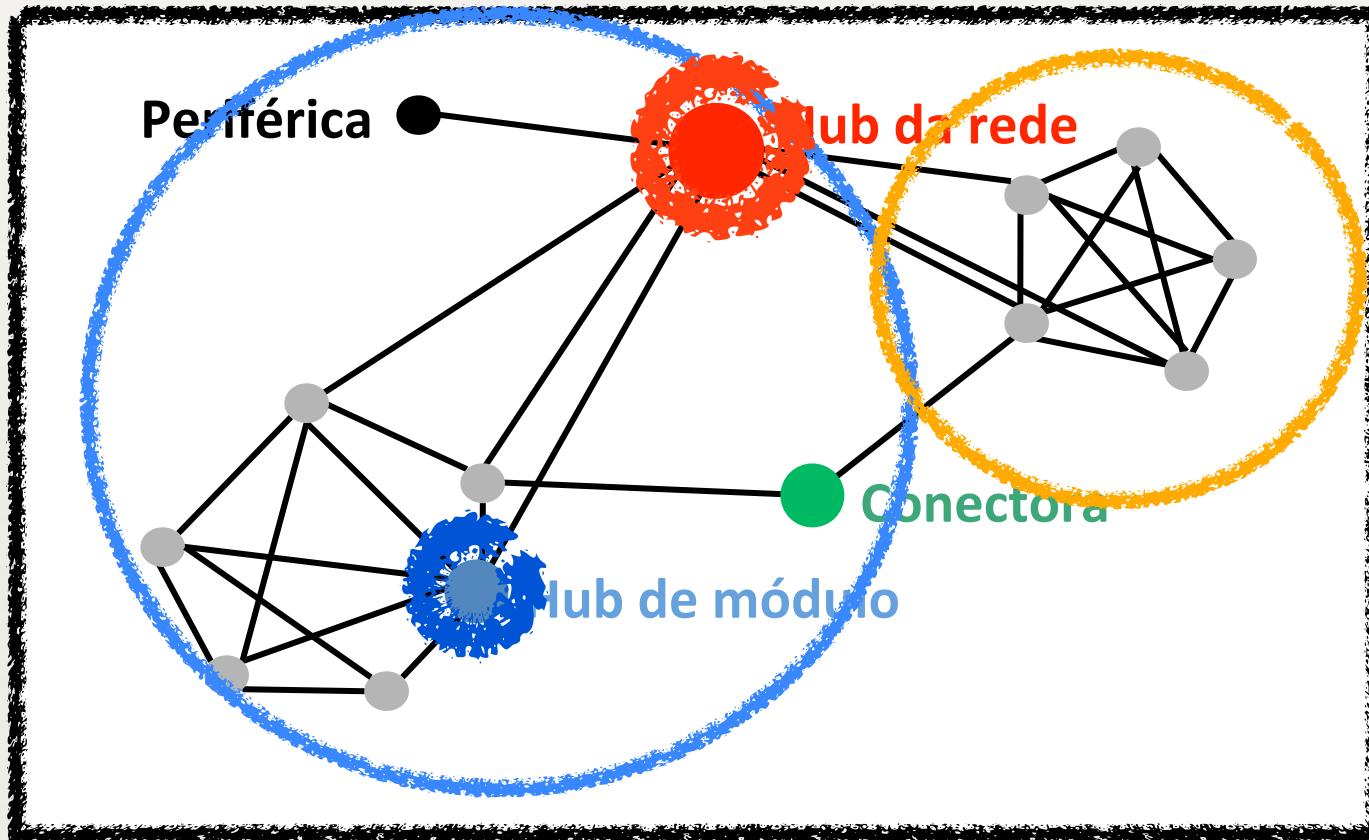


0,25

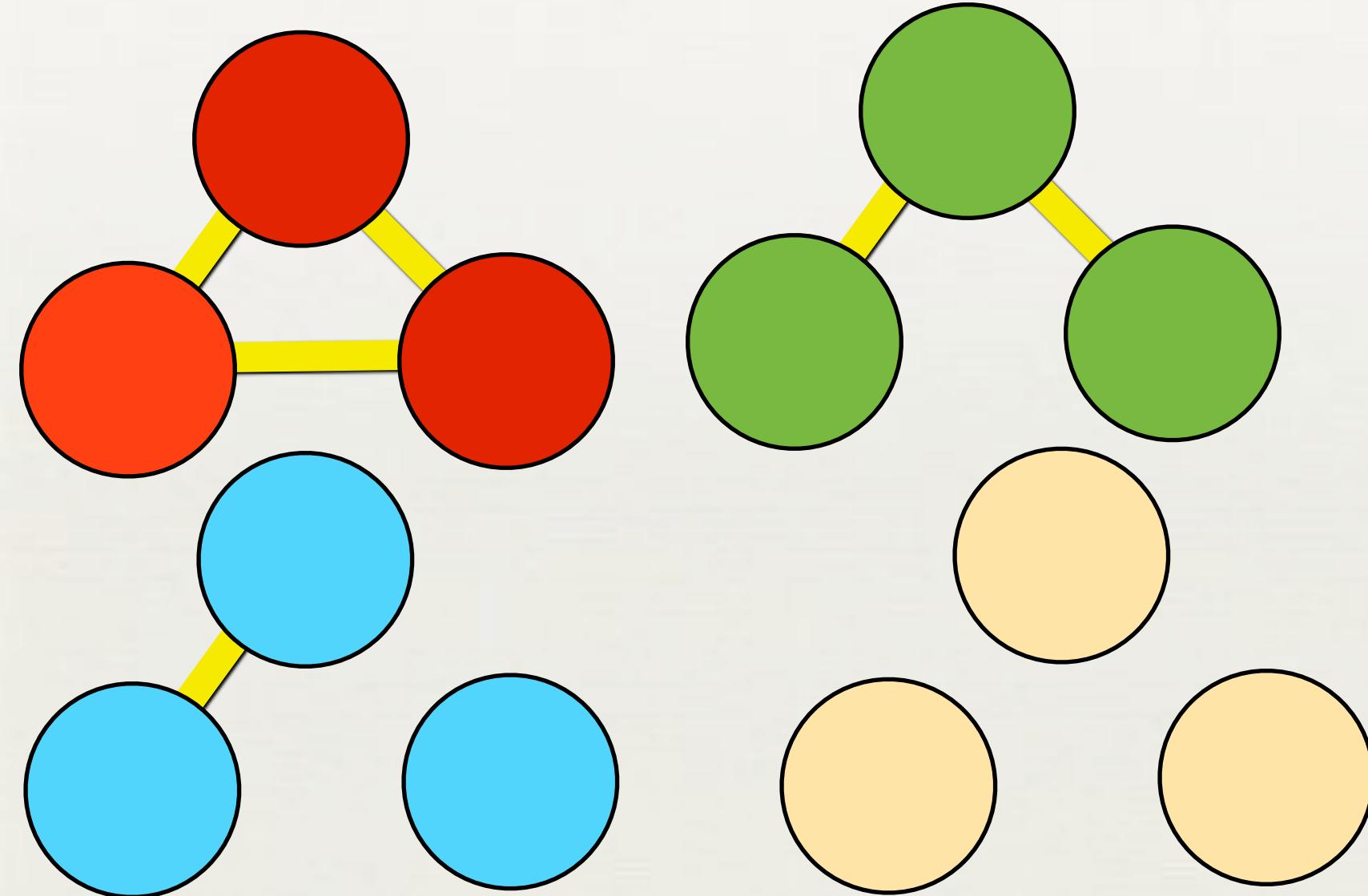
$$M = 0,47$$



O papel do ponto



Cliques



Estrutura e dinâmica de redes ecológicas