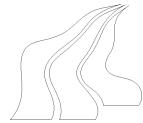


Aalborg Universitet



E-Studienævnet

Fredrik Bajers Vej 7 ▪ DK-9220 Aalborg Øst

Phone +45 96 35 87 00

Titel: Den balancerende pind

Tema: Reguleringsteknik

Projektperiode: 2. februar 2004 - 27. maj 2004

Projektgruppe:

Proceskontrol 634

Gruppemedlemmer:

Ulrik Bech Hald

Mikkel Vandborg Hesselbæk

Jacob Tinggaard Holmgård

Stefan Lænner Jakobsen

Christian Steve Jensen

Vejleder:

Harald Leuteritz

Antal oplag: 8

Sidetal: 176

Afleveringsdato: 27. maj 2004

Synopsis

Dette projekt omhandler udviklingen og implementeringen af en regulering til forsøgsopstillingen "Den balancerende pind". Der er blevet udledt en lineær og ulineær model for systemet ud fra fysiske love, og herefter er modellerne blevet tunet vha. MATLAB-toolboxen SENSTOOLS. Den lineære model er anvendt som grundlag for designet af en klassisk kaskadekoblet regulator samt to tilstandsregulatorer. Disse er simuleret på den ulineære model og dernæst tunet og implementeret som C-kode i en PC, der via et dt2811 I/O-kort er forbundet til systemet. Der er desuden skrevet en devicedriver til I/O-kortet. De implementerede regulatorer virker efter hensigten og er alle i stand til at balancere pinden indenfor $\pm 5^\circ$ i forhold til lodret.

Forord

Denne rapport er udarbejdet af gruppe 634 på 6. semester, afdeling for proceskontrol ved Aalborg Universitet.

Rapporten forelægger som dokumentation for gruppe 634's arbejde med projektet "Den balancerende pind" fra 2. februar til 27. maj 2004 under semestertemaet "Reguleringsteknik". Rapporten er henvendt til censor, vejleder, studerende på 6. semester for proceskontrol.

Tabel- og figurnummereringer følger løbende kapitelnummereringerne, således at f.eks. den 3. figur i kapitel 4 benævnes "Figur 4.3".

Kildehenvisninger angives ved et nummer i en firkantet parentes, hvor nummeret henviser til kildeplacering i litteraturfortegnelsen, der findes umiddelbart inden appendiks. Eksempelvis vil en kilde markeret som [4] kunne findes på plads 4 i litteraturfortegnelsen.

I rapporten anvendes flere forskellige typografier, som ser ud som følgende: `matlab-kode`, **matricer**, **Linux prompt** og *funktioner*.

I appendiks er der samlet uddybbende dokumentation, som ikke er essentiel for forståelse af rapporten, samt MATLAB-kode og datablade. Appendiks er nummereret med kapitel A, kapitel B og så fremdeles. Yderligere er der vedlagt en CD-ROM, som indholder MATLAB-filer, SENSTOOLS-filer, programfiler, kildekode, billeder og video af systemopstillingen.

Ulrik Bech Hald

Mikkel Vandborg Hesselbæk

Jacob Tinggaard Holmgaard

Stefan Lænner Jakobsen

Christian Steve Jensen

Indhold

1 Analyse	3
1.1 Systembeskrivelse	3
1.2 Kravspecifikation	4
1.3 Projektstruktur	6
2 Software	9
2.1 Redegørelse for behov	9
2.2 Valg af hardware	10
2.3 Valg af software	10
2.4 Dataopsamlingsmodul	11
2.5 Reguleringssmodul	16
3 Modellering	19
3.1 Modellering af effektforstærker	19
3.2 Modellering af DC-motor, gear og arm	22
3.3 Verificering af DC-motor, gear og arm	33
3.4 Modellering af arm og pind	46
3.5 Verificering af arm og pind	50
3.6 Samling af modeller	55
4 Regulering	59
4.1 Krav til regulatorer	61
4.2 Design af klassisk regulator	64
4.3 Verificering og simulering af klassiske regulatorer	76
4.4 Design af tilstandsregulatorer	82
4.5 Verificering og simulering af tilstandsregulatorer	97
5 Konklusion	105
6 Perspektivering	107
Litteratur	109
Appendiks	109
A Inertiberegninger af system	111
A.1 Inerti af 12-tands tandhjul i gearingen J_L	111
A.2 Inerti for motortandhjul J_{MT}	113
A.3 Inerti af 40-tands-tandhjul i gearingen J_S	113

A.4 Inerti for aksler i gearingen J_{Ak1-3}	116
A.5 Inerti for cylinderudsnit J_{C1-2}	117
A.6 Inerti af arm J_{Arm}	118
A.7 Samlede inerti af systemet J_M , J_{G1-2} & J_A	121
A.8 Mekanisk model af gearet	123
B Målejournal for effektforstærker	127
B.1 Målejournal for indgangsimpedans	127
B.2 Målejournal for udgangsimpedans	129
B.3 Målejournal for måling DC-forstærkning	130
B.4 Målejournal for måling af strømbegrænsning	132
B.5 Målejournal af frekvensrespons	133
C Målejournaler for motor, gear og arm	139
C.1 Målejournal for ankermodstand i DC-motor	139
C.2 Bestemmelse af friktion for motor, gear og arm	141
C.3 Bestemmelse af takometerkonstant for motor	144
C.4 Målinger af armens vinkel	146
C.5 Måling af motorens vinkelhastighed	147
D Målejournaler for pind	151
D.1 Målejournal for SENSTOOLS-estimering af ulineær model	151
D.2 Målejournal for SENSTOOLS-estimering af lineær model	153
E Simulering af tilstandsmodel og regulator	157
F SENSTOOLS	161
F.1 Parameterestimering	161
F.2 Inputdesign	162
G Udregninger for model af pind og arm	165
G.1 Linearisering af pind	165
G.2 Ulineær model af pind.	167
G.3 Implementering af ulineær model af arm og pind til brug med Senstools	168
H Installation af RTLinux kerne	171
I Datablade	175

Indledning

Projektet "Den balancerende pind" indeholder ikke direkte anvendelsesmuligheder i praktisk forstand. Projektet kan dog sammenlignes med at balancere en raket, der er ustabil på nogenlunde samme måde. Raketten er dog ustabil i to dimensioner i modsætning til den balancerende pind, som kun skal stabiliseres i én dimension.

Valget af projektet "Den balancerende pind" er truffet på baggrund af det faglige indhold i procesen omkring balanceringen af pinden. 6. semesters PE-kurser ligger alle i tæt relation til projektet, og dermed dækker projektet alle aspekter af det faglige pensum for 6. semester.

Rent praktisk er projektet forholdsvis nemt at gå til, da det er en fast opstilling, som ikke kræver mange designovervejelser og lang konstruktionstid. Der skal dog stadig designes og implementeres en del software, for at gøre det muligt at interface systemet til en PC hvor selve reguleringssløjferne køres i realtid.

Projektets overordnede formål er at balancere den ustabile pind lodret ved at regulere styrespændingen til systemets DC-motor. Dette gøres på baggrund af måling af armens vinkel, pindens vinkel og motorens omdrejningshastighed på det givne system. Som regulator designes hhv. én regulator efter klassiske principper og én regulator efter tilstandsprincippet. Regulatorene designes efter en lineariseret model, der er udarbejdet for det fysiske system og testes efterfølgende på en ulineær model til verificering før implementering i programmeringssproget C.
En uddybende systembeskrivelse samt kravspecifikation, problemformulering og løsningsstrategi vil blive præsenteret i den kommende analyse.

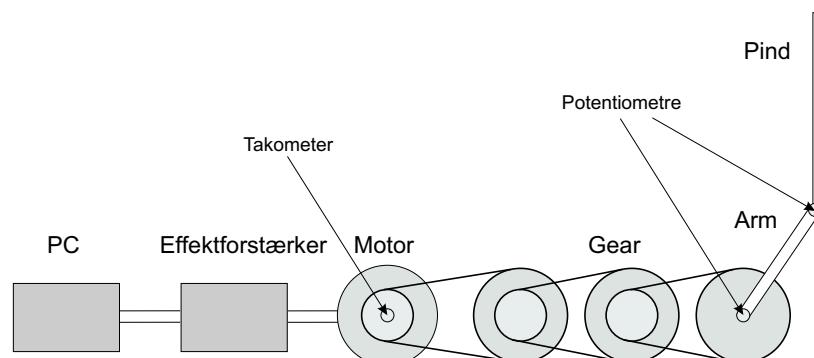
1

Analyse

I dette kapitel beskrives den anvendte projektopstilling i detaljer, hvorefter en overordnet analyse af den påbegyndes, indeholdende en kravspecifikation. Derefter foretages en opdeling af systemet i delsystemer, og til slut opstilles fremgangsmåden og rapportstrukturen for resten af rapporten.

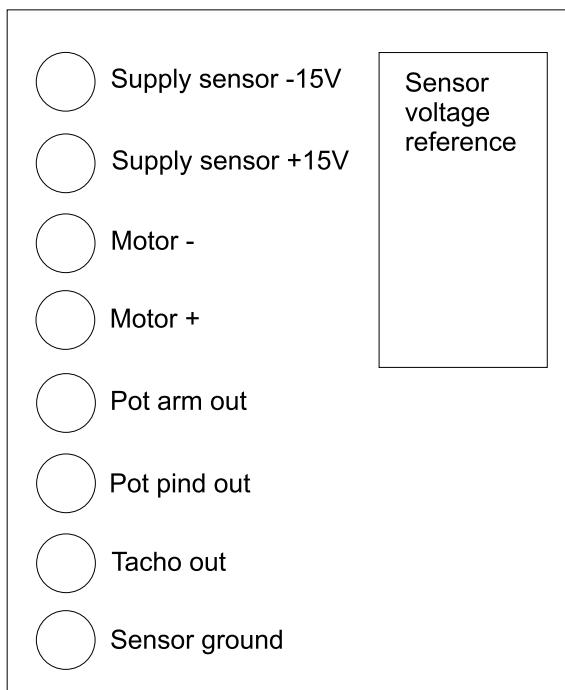
1.1 Systembeskrivelse

Systemet, der arbejdes med, er baseret på systemopstillingen, der kan ses på figur 1.1. En PC styrer hele opsætningen ved hjælp af et IO-kort (DT-2811). Dette sender signaler gennem en effektforstærker til en DC-motor, hvorpå der er tilkoblet et remtræk bestående af 3 gear. På det sidste gears omdrejningsaksel er der monteret en arm, der er fastsat, så den drejer om gearets omdrejningsakse med samme vinkelhastighed som gearet. I enden af denne arm er der monteret en pind, der frit kan rotere omkring samlingsakslen mellem armen og pinden.



Figur 1.1: Samlet systemopstilling.

På motoren er monteret et takometer, der mäter motorens omdrejningshastighed. Derudover er der på armens aksel samt på pindens omdrejningsakse monteret potentiometre, der angiver henholdsvis armens og pindens vinkler. Disse målelige output ønskes brugt til at regulere den ustabile opstilling, hvor det ønskes at pinden skal balancere på armen. Dette gøres ved at udarbejde en model af systemet for derefter at designe en regulator til at regulere systemet ved hjælp af PC'en. Til at interface det fysiske system er der lavet en interfaceenhed, der indeholder bananstik til de tre fysiske output (de to potentiometre og takometeret), samt til alle spændingsinput og stel. En oversigt over denne er vist på figur 1.2.



Figur 1.2: Oversigt over interfaceenhed til det fysiske system.

På figur 1.2 ses også kassen "Sensor voltage reference". I denne kasse er et kredsløb, der regulerer de ± 15 V, der kommer ind til sensorerne, til et præcist og konstant spændingsniveau. Dette er nødvendigt, fordi referencespændingen på sensorerne altid skal være præcis for at undgå målfejl. I den ene ende af kassen er der lavet et lille hul, i hvilket der er et potentiometer. Med dette potentiometer kan spændingsniveauet ændres vilkårligt i intervallet fra ± 4 V til ± 5.5 V.

1.2 Kravspecifikation

Det er på dette tidspunkt muligt at udforme en kravspecifikation til systemet, således der eksisterer nogle retningslinjer i den fremtidige udvikling af projektet. I det følgende afsnit opstilles indledningsvist en overordnet kravspecifikation, der indeholder de eksterne krav til systemet. Ud fra denne opstilles en kravspecifikation, som indeholder de interne og mere specifikke krav til modellen og funktionaliteten af systemet.

Formålet med projektet skal specificeres, således det kan danne rammen om en overordnet problemformulering. Resultatet af dette er følgende:

Pinden skal med udgangspunkt i opretstående lodret stilling bibeholdes i denne tilstand på trods af forstyrrelser fra det omgivende miljø. Det maksimalt tilladte steady-state udsving på pinden er $\pm 5^\circ$ i fht. lodret, og det maksimalt tilladte steady-state udsving på armen er $\pm 10^\circ$.

Det er nu muligt at opstille mere specifikke krav til systemet. I det følgende opstilles nogle krav, der har til formål at fungere som interne retningslinjer under projektudarbejdelsen. Områderne, hvortil kravene stilles, har direkte relation til den endelige funktionalitet af systemerne, hvorimod de specifikke tal er fundet ud fra umiddelbare vurderinger og tommelfingerregler.

1.2.1 Balancering af pind

Den anvendte systemopstilling stiller nogle naturlige krav til løsningen af projektet. Disse krav skal medtages på nuværende tidspunkt, da de kan få betydning for projektet allerede i modelleringfasen. Kravene er som følger:

Vinkeludsving af pind

Der er placeret en mekanisk rullekontakt, der som sikkerhedsforanstaltning slår strømmen til motoren fra, når armen opnår en vinkel på ca. $\pm 70^\circ$ i forhold til lodret. Denne begrænsning påvirker dog ikke kravet til steady-state fejl på pinden.

Mekanisk tidskonstant

Motorens mekaniske tidskonstant vurderes på nuværende tidspunkt at være den største af tidskonstanterne i systemet. Dermed sætter den en øvre grænse for kravene til båndbredde for de andre enkeltdeler af systemet. Tidskonstanten er fundet i databladet til $\tau_{mek} = 13.2\text{ ms}$, hvilket under forudsætning af at motoren kan modelleres vha. af et 1.ordens system svarer til en pol ved $f \simeq 76\text{ Hz}$.

Der skal stilles krav til de udarbejdede modeller. Kravet består af en maksimal modelafvigelse for den teoretiske model, der skal ligge til grundlag for tests, i fht. målte resultater. Modelafvigelsen bestemmes i SENSTOOLS¹ og omfatter både modelstrukturfejl samt parameterfejl. Derudover er støj fra målingerne også indeholdt i fejlen.

Modelfejl

Modelfejlen (errn i SENSTOOLS) for de enkelte delmodeller i systemet må ikke overstige 8% [8, s. 52].

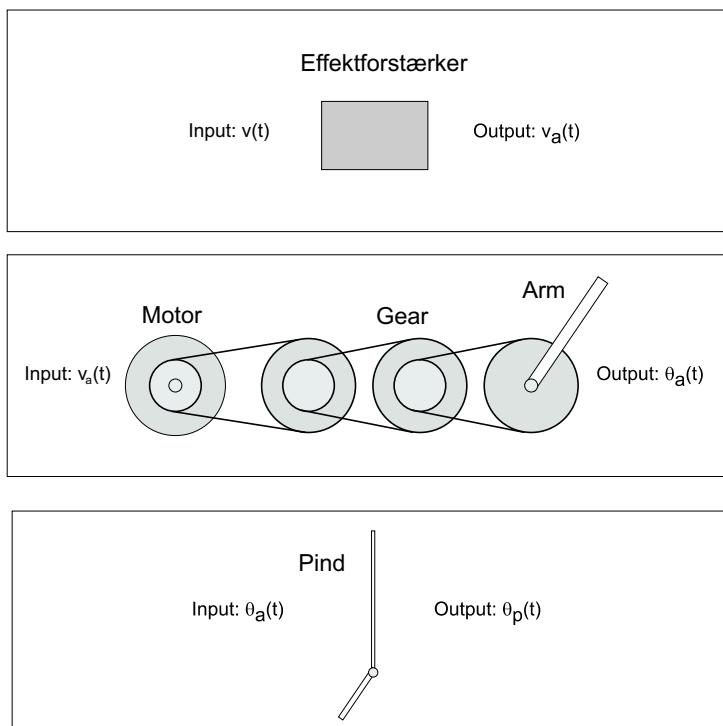
De overordnede krav til reguleringen af systemet er identiske med kravet til systemets funktionalitet, hvilket vil sige, at det indenfor worst-case området med den ovennævnte modelfejl er muligt at overholde kravet om maksimale vinkeludsving på pind og arm, og dermed sikre stabilitet.

¹SENSTOOLS er en toolbox til MatLab og er udviklet af Morten Knudsen med henblik på eksperimentel modelbestemmelse af dynamiske systemer.

1.3 Projektstruktur

For at simplificere opgaven foretages i dette afsnit en teoretisk opdeling af den anvendte systemopstilling i delsystemer. Disse delsystemer modelleres i senere kapitler, med henblik på balancering. Dernæst anskueliggøres, hvorledes denne rapport er opbygget og hvorledes strukturen i projektudarbejdelsen er.

Den samlede systemopstilling på figur 1.1 giver anledning til en opdeling i hhv. effektforstærker, DC-motor samt gear og arm, pind, som vist på figur 1.3. Det eneste måske ikke umiddelbare valg er sammensætningen af DC-motoren med gearet, men disse dele er tæt knyttet, idet gearets inertimoment formodentlig påvirker DC-motorens dynamik.



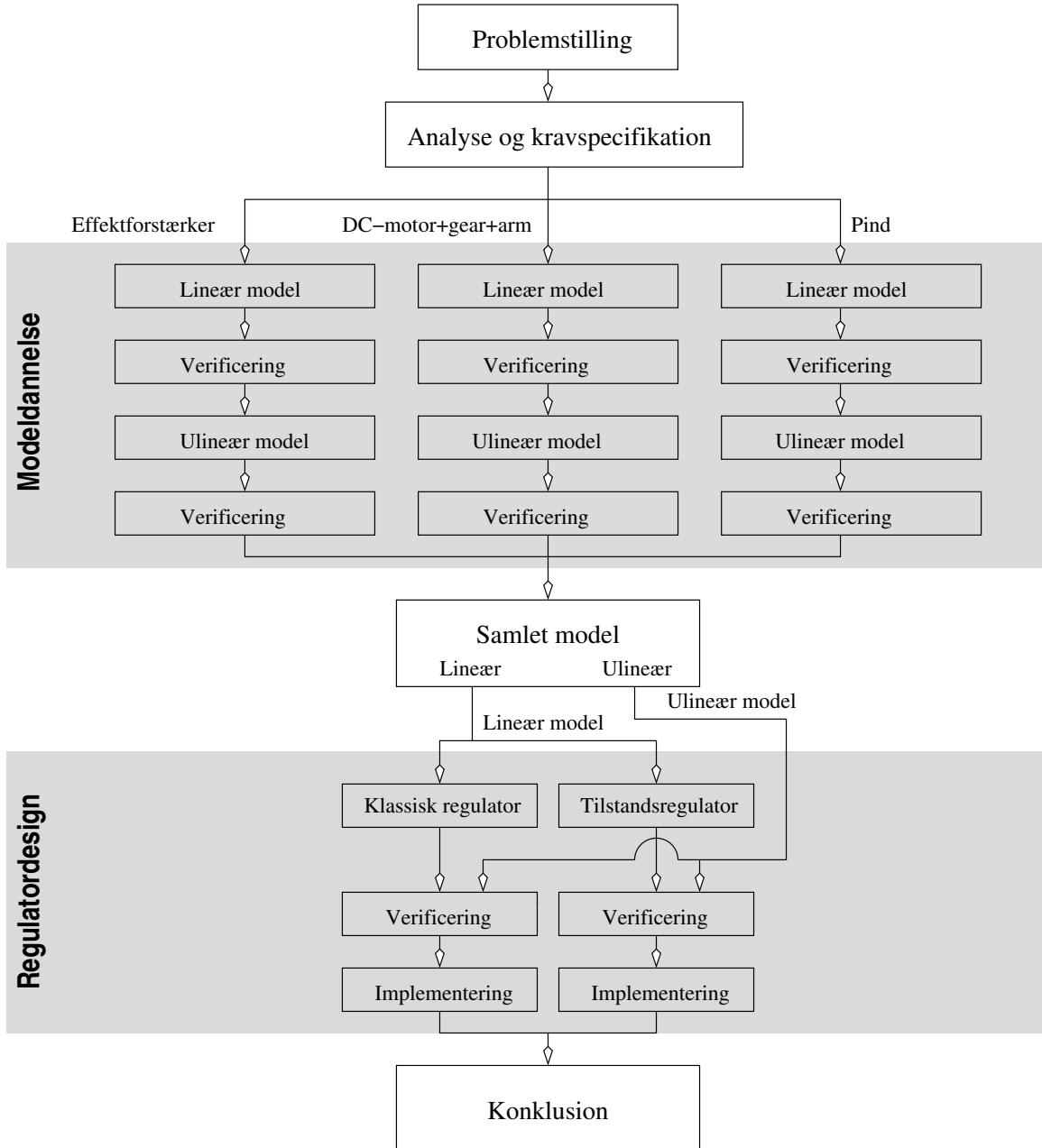
Figur 1.3: De tre delsystemer i projektet.

Strukturen i projektet er først og fremmest bygget op om to hovedområder, modeldannelse og regulering. Et overblik over strukturen findes på figur 1.4. Der skabes én lineær model for det samlede system, og denne fungerer som grundlag for design af regulatorer til balanceringen af pinden. Derudover dannes en mere præcis ulineær model, som anvendes som testgrundlag for de udarbejdede regulatorer. Begge modeller dannes ved sammensætning af lineære og ulineære modeller for de tre delsystemer.

Regulatorerne designes ud fra to principper; "klassisk" PID-regulering og "moderne" tilstandsregulering. Efter designet diskretiseres modellerne og implementeres i en PC, der er koblet til systemopstillingen via et I/O-kort.

Der foretages verificeringer af hhv. modeller og regulatorer løbende efter hvert designtrin i rapporten, og til slut konkluderes, hvorvidt det samlede system er i stand til at løse den overordnede

problemstilling, opstillet i afsnit 1.2.



Figur 1.4: Den ønskede struktur i projektet.

2

Software

I dette afsnit redegøres for hvorledes, de nødvendige datasamples, indsamles for at kunne regulere systemet. Dette omfatter en redegørelse for behovet, valg af hardware/software, udvikling af programmet til dataopsamlingen, og til sidst udvikling af reguleringsprogrammet. Dataopsamlingsprogrammet er udviklet forholdsvis tidligt i projektet sammenlignet med reguleringsprogrammet, hvorved reguleringsprogrammet er væsentlig optimeret.

2.1 Redegørelse for behov

I systemet indgår, som tidligere nævnt, tre sensorer og en aktuator, der skal bruges for at regulere systemet. Disse ønskes interfacet til en datamat, som skal foretage de nødvendige beregninger ud fra sensorerne, og reagere i henhold til disse på aktuatoren. Interfaceenheten skal altså have tre analoge input og et analogt output.

Der stilles ydermere et krav til det samplingsinterval, interfaceenheten skal kunne køre med. Eftersom det er et mekanisk system, der skal reguleres på, er en umidelbar vurdering det at samplingsfrekvensen bliver under 1 kHz.

Til regulering er det altså nødvendigt have en interfaceenhed til en datamat med følgende specifikationer:

Datamat

Interfaceenheten skal kunne interfaces til en datamat, hvori det er muligt at lave den nødvendige behandling af input fra sensorene for at kunne styre aktuatorerne korrekt.

Inputs

Interfaceenheten skal kunne interface tre analoge input og et analogt output.

Samplingsfrekvens

Interfaceenheden skal kunne sample med op til 1000 Hz.

2.2 Valg af hardware

Der er stillet en PC til rådighed, hvori interfaceenheden kan bruges. Som udgangspunkt bruges en PC med følgende specifikationer:

- 300MHz AMD K6
- 64MB RAM
- 5GB HD

AMD K6 har understøtter ikke floating-points, hvilket er nødvendigt for at kunne regne med kom-matal. Dette er nødvendigt at tage hensyn til under valg af operativsystem.

Som interfaceenhed er valget givet mellem et af de følgende I/O-kort:

- ICP DAS PCI-1202 [PCI-kort]
- DT2811 [ISA-kort]

Til DAS kortet medfølger en Windows-driver. Til DT2811 kortet medfølger der ingen driver. Begge kort er understøttet i Comedi, som er en Linuxpakke, der indeholder en lang række dri-vere, til mange forskellige I/O-kort. Begge kort er i stand til at leve op til de stillede krav til samplingsfrekvens og I/O-porte.

Valget er faldet på DT2811 ISA-kortet, hvor der er mulighed for at skrive egen driver, eller benytte Comedi-driveren under Linux. Da gruppen ønsker at udvikle en devicedriver til et I/O-kort, hvorfor valget af DT2811-kortet er oplagt, da det er mindre komplekst end at udvikle en driver til et PCI-kort.

2.3 Valg af software

Valget af software består i at vælge det operativsystem, dataopsamlingsprogrammet skal køre un-der. Muligheder for OS er følgende:

- Linux
- Microsoft DOS
- Microsoft Windows

Eftersom valget af I/O-kort er faldet på et ISA-kort, er det under alle operativsystemer nemt at tilgå kortet, da det ligger på en fast hardwareAdresse i PC'en. Programmet kan derfor skrives på enhver af platformene.

Under Linux er der mulighed for at bruge en realtidskerne, samt udnytte flerbrugersystemet og SSH-protokollen til at arbejde på PC'en over netværk (eksternt). Herudover er den væsentligste fordel ved Linux, at dataopsamlingsprogrammet kan implementeres som et kernemodul, og derved give fuld kontrol over interrupthåndteringen på PC'en. Dette vil ikke umiddelbart være muligt i Windows, men er en stor fordel at kunne, da samplingstiden derved kan laves interruptstyret, og på den måde blive uafhængig af tiden på PC'en. Valget af operativsystem er derfor faldet på en Debian Linuxdistribution med en RTLinux-kerne, for at kunne afvikle programmer i realtid. En installationsbeskrivelse over installation af RTLinux kan findes i appendiks H.

2.4 Dataopsamlingsmodul

Dataopsamlingsprogrammet skal gøre det muligt at måle responset på systemet under påtrykkelse af et inputsignal. Det skal være muligt at benytte et vilkårligt inputsignal, da de målinger, der skal foretages på systemet, kræver forskellige inputsignaler, og det vil være nødvendigt at afprøve forskellige inputsignaler under målinger. Opsamlingen af data skal foregå gennem I/O-kortet, og ligeledes skal signalet, der skal påtrykkes systemet, komme fra I/O-kortet.

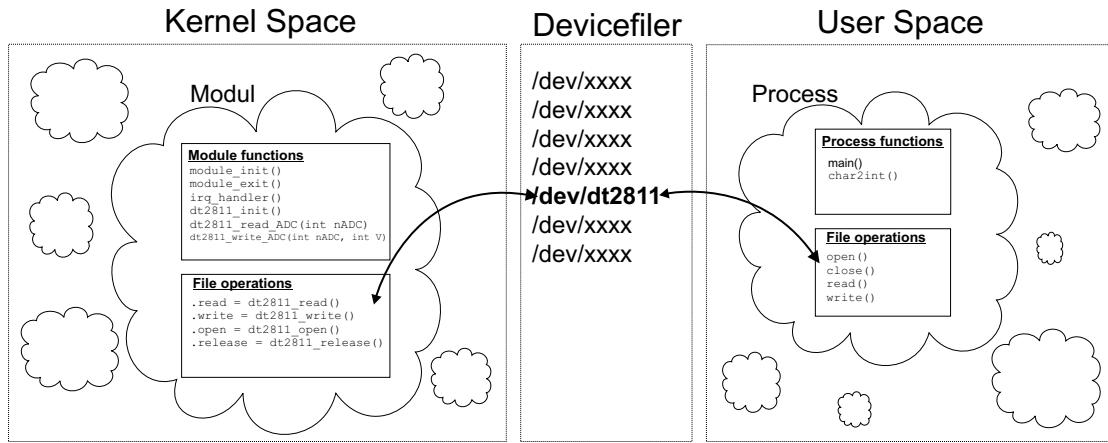
Som tidligere nævnt muliggøres interrupthåndtering ved at implementere dataopsamlingsprogrammet som et modul. Et modul sættes ind i kernen med kommandoen `insmod` og fjernes igen med `rmmmod`. Et modul, der kører i Kernel Space, har som et almindeligt C-program (en proces), i User Space, ikke en `main()`-rutine. Dette skyldes, at intet i Kernel Space kører på eget initiativ, men derimod enten bliver startet af et interrupt, et andet modul eller en proces.

I Kernel Space opereres der på det laveste niveau i operativsystemet, hvorfor stabiliteten af operativsystemet er mere følsomt. Dette betyder, at der i Kernel Space mangler nogle af de funktionaliteter, som er til rådighed i User Space. Derfor kan det være nødvendigt "transportere" data fra Kernel Space op i User Space for eksempelvis at kunne udskrive det i en fil, hvilket er nødvendigt for at kunne behandle det i eksempelvis MATLAB. Dette kan gøres gennem et Character Device, ses som en fil (device fil) fra User Space. Dette beskrives nærmere i et senere afsnit.

For overskuelighedens skyld er der på figur 2.1 vist en oversigt over de forskellige funktioner, samt i hvilket domæne disse funktioner ligger. Først beskrives modulet i Kernel Space, derefter Devicefilen, og til sidst processen i User Space.

2.4.1 Kernel Space

Modulet i Kernel Space er selve devicedriveren til I/O-kortet. Modulet indeholder en række funktioner, som bruges af modulet for at kunne læse og skrive til I/O-kortet. Ydermere indeholder det en installations-, afinstallations- og en interrupthåndteringsfunktion. De funktioner modulet indeholder, er følgende:



Figur 2.1: Kernemodulets opbygning og kontakt til User Space

- `module_init()`
- `irq_handler()`
- `module_exit()`
- `dt2811_init()`
- `dt2811_read_ADC(int nADC)`
- `dt2811_write_DAC(int nADC, int V)`

hvor `module_init()` og `module_exit()` funktionerne er obligatoriske funktioner. `module_init()` er installationsfunktion, som bliver kaldt når modulet indsættes i kernen med `insmod` kommandoen. Når kernemodulet fjernes med kommandoen `rmmmod`, kaldes afinstallationsfunktionen `module_exit()`. De resterende funktioner er de funktioner, der er nødvendige for at kunne læse fra og skrive til I/O-kortet.

`module_init()`

Det første der sker i `module_init()` er, at devicefilen registreres. Herefter undersøges det om hardwareområdet hvori I/O-kortet ligger, er frit. Er dette frit, reserveres området af modulet. I/O-kortet initialiseres ved at kalde funktionen `dt2811_init()`. Hernæst frigøres interruptniveauet, som skal bruges af I/O-kortet, og dette niveau, registreres med funktionen `irq_handler()`. Herved er funktionen `irq_handler()` registreret som interruptfunktion, og kaldes når der genereres et interrupt af I/O-kortet. Umiddelbart efter interruptfunktionen er registreret begynder konverteringen af værdier fra I/O-kortet, hvilket vil sige at dataopsamlingen i princippet sættes i gang, der hvor funktionen registreres.

`irq_handler()`

Interruptfunktionen er det essentielle i modulet, da det er denne der varetager al lagring af data fra A/D-konverterne og samtidig sender det, inputsignal ud, som skal påtrykkes systemet. Som

tidligere nævnt kaldes hver gang der genereres et interrupt af I/O-kortet. Samplingsfrekvensen kan bestemmes ved at skrive i et bestemt register på I/O-kortet, som sætter en frekvens op på en frekvensgenerator på I/O-kortet. Hver gang frekvensgeneratoren genererer en puls, startes en konvertering på den valgte A/D-konverter. Når A/D-konverteringen er færdig genereres der et interrupt, hvilket indikerer dataene fra A/D-konverteringen er tilgængelig i den valgte A/D-konverters register. På den måde bliver samplingsintervallet konstant, og uafhængigt af tiden på PC'en hvorpå modulet køres.

Da der skal samples på op til tre A/D-konvertere på én gang, er det nødvendigt at tage forbehold for dette i interruptfunktionen. I praksis kan det ikke lade sig gøre at sample med tre A/D-konvertere på samme tid, hvorfor der samples på én kanal af gangen. Dette betyder dog at der er en tidsforsinkelse mellem samplene, som er lig samplingstiden. Denne tidsforsinkelse tages der højde for i behandlingen af data, og vurderes at være uden betydning for metoden hvorpå data opsamles.

For at realisere ønsket om at kunne bestemme det inputsignal, der skal sendes til systemet, lægges inputsignalet, som skal sendes ud til systemet, i et globalt array. Array'ets længde svarer til det antal samples, der skal laves. På den måde kan der sendes en værdi ud svarende til det nuværende samplenummer, hvorefter der samples på A/D-konverterne.

Til at læse fra og skrive til I/O-kortet benyttes de tidligere nævnte funktioner `dt2811_read_ADC(int nADC)` og `dt2811_write_DAC(int nADC, int V)`. Læsefunktionen returnerer den læste værdi, og denne gemmes i et globalt array for senere at kunne sende denne op til processen i User Space, gennem devicefilen.

Afviklingen af interruptrutinen er vist her, for at give en forståelse for, hvordan der samples. Resten af programkoden er udeladt, da det ikke har betydning for forståelsen af hvordan dataene samples.

```

static void interrupt_routine(int irq, void *dev_id, struct pt_regs *regs)
{
    int ad0_val, ad1_val, ad2_val;

    switch(channel)
    {
        case 0:
            ad0_val = dt2811_read_ADC(0);           //Read from channel 0
            value_ad0[sample_number] = ad0_val;      //Store the sampled value from AD0
            channel=1;                             //Next channel: Channel 1
        break;
        case 1:
            ad1_val = dt2811_read_ADC(1);           //Read from channel 1
            value_ad1[sample_number] = ad1_val;      //Store the sampled value from AD1
            channel=2;                             //Next channel: Channel 2
        break;
        case 2:
            ad2_val = dt2811_read_ADC(2);           //Read from channel 2
            value_ad2[sample_number] = ad2_val;      //Store the sampled value from AD2
            channel=1;                             //Next channel: Channel 0
        break;
    }
    dt2811_write_DAC(1, inputsignal[sample_number]); //Send inputsignal to motor
}

```

Da der køres i Mode 1 på I/O-kortet, køres der gentagen konvertering, og konverteringsfrekvensen er bestemt af den interne clock. Hver gang en konvertering er færdiggjort, genererer A/D-konverteren et interrupt, hvorved interruptfunktionen kaldes. Det vil sige at samplingsfrekvensen er $\frac{1}{3}$ af den clockfrekvens, der er sat op på kortet, og forsinkelsen mellem de samples, der laves, er $\frac{1}{3} \cdot f_{clock}$ sek.

module_exit()

I funktionen `module_exit()` skal der "ryddes op" efter modulet. Dette vil sige devicefilen og interrupthandleren skal nedlægges igen. Ligeledes skal det reserverede hardwareområde frigøres.

dt2811_init()

I/O-kortets initialiseringfunktion har til opgave at bestemme samplingsfrekvensen, signalforstærkning, kanal og mode. I modefeltet kan der angives 4 forskellige modes:

Mode 0 - Enkelt konvertering

Mode 1 - Gentagen konvertering med intern clock og intern trigger

Mode 2 - Gentagen konvertering med intern clock og ekstern trigger

Mode 3 - Gentagen konvertering med ekstern clock og ekstern trigger

Mode 1 vælges, da der på den måde vælges gentagende konvertering, samt intern samplingsfrekvens, intern trigger og interrupt slåes til.

dt2811_read_ADC()

Læsefunktionen tager inputtet nADC, som angiver hvilken A/D-konverter, der ønskes læst fra. I/O-kortet returnerer 2 værdier. En værdi for den høje byteværdi, og en værdi for den lave byteværdi, hvilke repræsenterer den byteværdi, der er læst. Disse to værdier sættes sammen og returneres af funktionen.

dt2811_write_DAC()

Skrivefunktionen tager inputtene nDAC og V, hvor nDAC er den D/A-konverter, der skal skrives til, og V er spændingsværdien. Spændingsværdien omregnes og sendes til I/O-kortets registre, hvorefter værdien sættes på udgangen af I/O-kortet.

2.4.2 Devicefil

Der benyttes som tidligere nævnt en devicefil som interface mellem User Space og Kernel Space. Kommunikationen er envejs, og foregår fra Kernel Space til User Space. I Linux oprettes en devicefil med kommandoen `mknod`. Devicefilen tilgås gennem følgende kommandoer, som er vist i "File operations" på figur 2.1 i User Space:

- `open()`

- *close()*
- *read()*
- *write()*

Disse funktioner kan kaldes fra User Space med devicefilen som inputparameter. Når disse funktioner kaldes bliver en funktion i Kernel Space kaldt, afhængig af hvilken filoperation, der bliver udført på devicefilen. De filoperationer, der er understøttet er defineret i kernemodulet, og er vist på figur 2.1 i “File operations” i Kernel Space, og er følgende:

- *.open = dt2811_open()*
- *.read = dt2811_read()*
- *.write = dt2811_write()*
- *.release = dt2811_release()*

Ovenstående skal forstås således, når *open()*, *close()*, *read()* og *write()* kaldes fra User Space, kaldes den dertilhørende funktion i Kernel Space.

dt2811_open() er den funktion, der initialiserer forbindelsen til Character Device’et. Dette sker når *open()* kaldes i User Space, med devicefilen som input. Denne funktion kaldes derfor, når modulet loades ned i kernen.

Når *dt2811_read()* kaldes forårsaget af et kald af *read()* i User Space, kopierer *dt2811_read()* indholdet af det globale array op i User Space gennem kernefunktionen *put_user()*, som så returneres af *read()* i User Space.

Når *write()* kaldes i User Space, kaldes funktionen *dt2811_write()* i Kernel Space. Denne funktion udfører ingen handling, da det kun er ønsket at kopiere data fra Kernel Space til User Space, hvorfor denne funktion blot advarer om, at det ikke er tilladt at skrive til devicefilen fra User Space.

Den sidste filoperation, der er understøttet af devicefilen, er funktionen *dt2811_release()*, som eksekveres ved kald af *close()* i User Space. Denne funktion nedlægger forbindelsen til devicefilen og bliver derfor kaldt, når modulet loades ud af kernen.

Da der er tre A/D-konvertere, som der bliver læst data fra, oprettes der 3 devicefiler, som hver er tilknyttet det data, de forskellige A/D-konvertere har samplet.

2.4.3 User Space

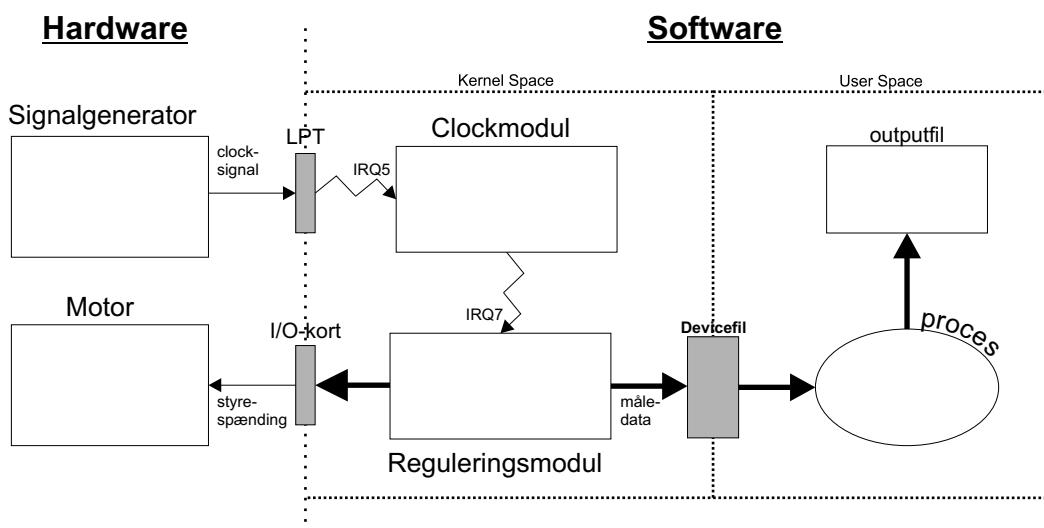
Programmet i User Space har til formål at hente det data ud fra kernemodulet, som I/O-kortet har samplet. Dette gøres som tidligere nævnt gennem funktionerne *open()*, *close()*, *read()* og *write()*.

Programmet har to funktioner; funktionen *main()* og *char2int()*. Funktionen *main()* kaldes når programmet startes. Denne funktion opretter forbindelsen til de tre devicefiler gennem *open()*, henter derefter dataen fra devicefilerne gennem *read()* og lukker til sidst forbindelsen til devicefilerne med *close()*. Det data, der bliver læst gennem *read()* bliver konverteret til heltal, da devicefilerne overfører dataene som karakterer. Dette bliver gjort gennem funktionen *char2int()*. Når dataene er konverteret skrives de ud til 3 filer, som kan hentes ind i MATLAB til databehandling.

2.5 Reguleringsmodul

I dette afsnit beskrives der, hvorledes dataopsamlingsprogrammet er blevet ændret og optimeret til udføre reguleringer på systemet. I dataopsamlingsprogrammet blev målingerne foretaget forskudt med samplingstiden mellem hinanden. For at være sikker på at reguleringen kan udføres korrekt, er det i stedet nødvendigt at måle på de tre sensorer på systemet på samme tid.

Dette er blevet implementeret ved at lave endnu et modul i Kernel Space, således der nu er to moduler i kernen, et til regulering og et til tidsstyring. For at illustrere de to modulers sammenspil, betragtes figur 2.2



Figur 2.2: Programafvikling og indvirkning med hardware

Clockmodulet varetager kontrollen over samplingstiden, som styres med en ekstern clockgenerator der laver interrupt på computeres parallelport (LPT IRQ5). Dette interrupt igangsætter en konvertering på I/O-kortets ene A/D-konverter. Når konverteringen på denne er færdiggjort, genereres et nyt interrupt (IRQ7), som varetages af det andet modul (reguleringsmodulet). Reguleringsmodulet har initialiseret I/O-kortet i Mode 0 - enkelt konvertering. Under interrupt gemmer modulet værdien fra A/D-konverteren og igangsætter konvertering på den næste A/D-konverter, og når denne er færdig startes den sidste konvertering. På den måde samples der på alle tre A/D-konvertere til næsten samme tid. Den tidsforsinkelse, der opstår mellem konverteringerne svarer til den tid det tager for en A/D-konverter at konvertere værdien, hvilken er så lille, at den er ubetydelig.

Reguleringsmodulet er af stort set samme opbygning som dataopsamlingsmodulet bortset fra, at I/O-kortet i stedet kører i Mode 0, og der kaldes en reguleringsalgoritme som beregner motor-spændingen, hvorefter denne sendes til motoren. Interruptfunktionen for reguleringsmodulet kan ses nedenfor:

```

static void interrupt_routine(int irq, void *dev_id, struct pt_regs *regs)
{
    channel++;

    switch(channel)
    {
        case 1:
            ad0_val = dt2811_read_ADC();           //Read data from AD0
            sample_data[0]=ad0_val;                //Save read data in sample_data[0] for sending to User Space
            outb(0x01, ADGCR);                   //Initiate conversion on channel 1 (Gain=1, Channel=1)
            break;
    }
}
  
```

```

case 2:
    ad1_val = dt2811_read_ADC();           //Read data from AD1
    sample_data[1]=ad1_val;                //Save read data in sample_data[1] for sending to User Space
    outb(0x02, ADGCR);                  //Initiate conversion on channel 2 (Gain=1, Channel=2)
break;
case 3:
    ad2_val = dt2811_read_ADC();           //Read data from AD2
    sample_data[2]=ad2_val;                //Save read data in sample_data[2] for sending to User Space
    sample_data[4]=samplenumber;          //Save time vector in sample_data[4] for sending to User Space
    samplenumber++;
    channel++;                          //Increment time vector
    channel=0;                           //Next channel: Channel 0
    Motor_volt = regulering(ad0_val, ad1_val, ad2_val, arm_ref, regmode); //Controlalgorithme
    sample_data[3]=Motor_volt;            //Save motor voltage in sample_data[3]
    dt2811_write_DAC(1, Motor_volt);    //Send the motor voltage to motor
break;
}

```

Som det fremgår af koden, er der intet, der starter konvertering på AD0. Denne konvertering startes som tidligere nævnt af clockmodulet, hvilket også fremgår af figur 2.2. Interruptrutinen, der starter konverteringen på AD0, når der modtages interrupt fra clockgeneratoren, er vist nedenstående:

```

static void interrupt_routine(int irq, void *dev_id, struct pt_regs *regs)
{
    n_intrpts++;                      //Increment the number of interrupts which have occured
    outb(0x00, ADGCR);                //Initiate conversion on channel 0 (Gain=1, Channel=0)
}

```

Reguleringsprogrammet er blevet implementeret og virker efter hensigten. En komplet oversigt over koden kan ses på den vedlagte CD bagerst i rapporten.

3

Modellering

Dette kapitel omhandler modelleringen af det fysiske system, der omfatter de tre delsystemer: effektforstærker, motor-gear-arm samt pind. Modelleringen vil foregå i den nævnte rækkefølge, og til hvert delsystem foretages en verificering af den fundne model, lineær såvel som ulineær. Resultatet af modelleringen bliver en lineær model og en ulineær model for hele systemet. Den lineære model skal fungere som basis for regulatordesignet senere i rapporten, mens den ulineære skal fungere som basis for regulatorverificeringen.

3.1 Modellering af effektforstærker

Som tidligere skrevet benyttes en effektforstærker til motoren. Den anvendte effektforstærker, 7022, der er konstrueret på Aalborg universitet, har en indbygget justerbar strømbegrænsning. Formålet med dette kapitel er at fastlægge en model af effektforstærkeren, samt at bestemmes ind- og udgangsimpedanserne for forstærkeren med henblik på dens sammenkobling med I/O-kortet og motoren. Endeligt undersøges strømbegrænsers indvirkning på systemet, for at se hvilket spændingsområde forstærkeren er lineær i.

3.1.1 Frekvensrespons

Forstærkerens frekvensrespons undersøges i belastet tilstand for at afgøre, hvorvidt forstærkerkarakteristikken er konstant i det ønskede arbejdsområde. En beskrivelse af målejournalen er givet i appendiks B.5.

Ud fra bodeplottet på figur B.7 i appendiks B.5 fremgår det, at amplitudekarakteristikken for forstærkeren tilnærmelsesvis er lineær i frekvensområdet 0-200 Hz. Dvs. forstærkningen i dette område tilnærmelsesvis er lig DC-forstærkningen K_{DC} . Da den samlede systembåndbredde, som

nævnt i kravspecifikationen i afsnit 1.2.1, ikke overstiger 76 Hz , antages det at forstærkningen er konstant indenfor det ønskede arbejdsområde.

$$G_{amp}(s) = K_{DC}$$

DC-forstærkningen kan bestemmes ud fra simple målinger, som er beskrevet i appendiks B.3. Her fås forstærkningen til:

$$K_{DC} \simeq 1.31$$

Og dermed er overføringsfunktionen for forstærkeren :

$$G_{amp}(s) = 1.31 \quad (3.1)$$

Idet modellen er lavet direkte ud fra amplitudekarakteristikken og lineariseret til en DC-forstærkning, udføres ingen verificering af modellen.

3.1.2 Ind- og udgangsimpedans

For at kontrollere at der forekommer et minimalt signaltab fra I/O-kort til forstærker, måles dennes indgangsimpedans. Dette er gjort i appendiks B.1. Indgangsimpedansen er kun bestemt ved DC, da modellen tidligere er lineariseret til dette. Resultatet fra målingen blev:

$$49.8k\Omega \lesssim Z_{in} \lesssim 55.5k\Omega$$

Eftersom I/O-kortet har en udgangsimpedans på 0.1Ω , jvf. datablad, er forholdet mellem dem tilstrækkeligt stort til, at det er muligt at konkludere, at der ikke forekommer signaltab af betydning på signalvejen.

Udgangsimpedansen skal bestemmes for at undersøge om der vil forekomme signaltab af betydning mellem effektforstærker og DC-motor. Igen er målingerne foretaget ved DC, og målejournalen findes i appendiks B.2. Resultatet blev

$$Z_{out} \simeq 0.004\Omega$$

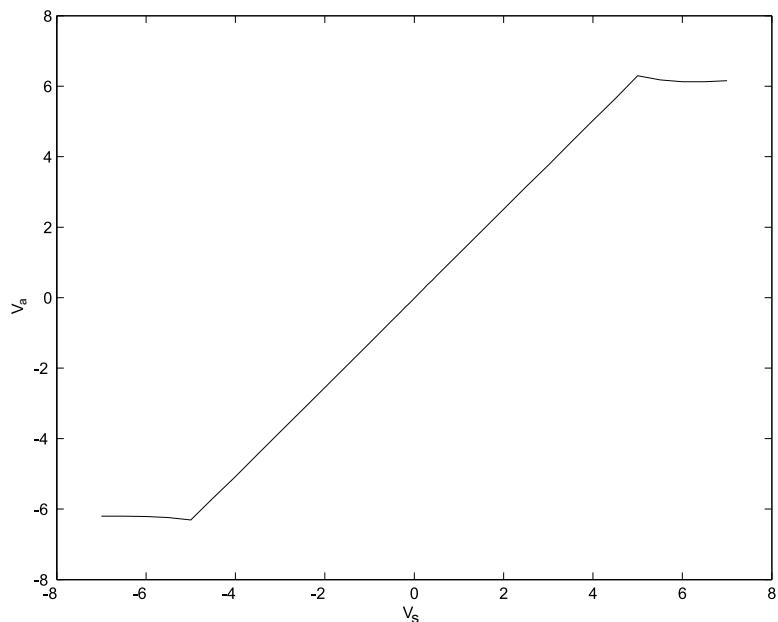
Ifølge databladet for den anvendte motor, er dennes indgangsimpedans 0.43Ω . Se appendiks I.1. Dermed er forholdet tilstrækkeligt stort, til at der ikke forekommer signaltab af betydning.

3.1.3 Strømbegrænsning

Strømbegrænsningen bevirket, at forstærkerens karakteristika bliver ulineær, når motoren trækker mere end den af strømbegrænsningen tilladte strøm. Dette sker ved visse sammenhængende belastninger og spændinger. For at finde worst-case tilfældet bestemmes strømmen ved maksimal belastning af motoren og varierende spændinger. Herved kan det mindste arbejdsmønster for forstærkeren bestemmes. Forsøgsresultaterne er angivet i appendiks B.4.

Resultaterne viser, at forstærkeren ved maksimal belastning af motoren begrænser strømmen til 7.7 A ved 5 V . Det antages at den maksimale strøm motoren kan trække ved 5V er 7.7A . Dette er en tilnærmelse, idet strømmen kan være højere ved denne spænding, hvis motoren roterer i modsat retning, iforhold til det den påtrykte spænding forsøger at få motoren til at rotere i. Herefter er strømmen konstant på trods af øget spænding på input på forstærkeren, hvorfra arbejdsmønsteret begrænses til $\pm 5 \text{ V}$.

På figur 3.1 ses forholdet mellem V_{in} og V_{out} . Her ses det at strømbegrænsningen slår til ved $V_{in} = 5 \text{ V}$ når motorens omdrejningshastighed fastholdes og derved begrænser udgangsspændingen V_{out}

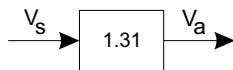


Figur 3.1: Sammenhæng mellem V_s og V_a

Den samlede overføringsfunktion for effektforstærkeren er:

$$\frac{V_a(s)}{V_s(s)} = 1.31 \quad (3.2)$$

Blokdiagrammet for dette kan ses på figur 3.2.

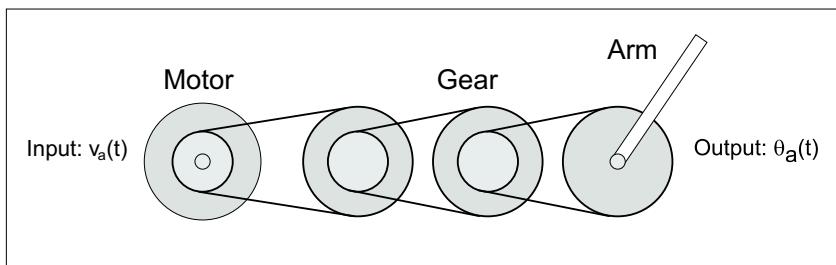


Figur 3.2: Blokdiagram for overføringsfunktion lineær model af effektforstærker

3.2 Modellering af DC-motor, gear og arm

I dette afsnit udarbejdes en model af den anvendte DC-motor samt gear og arm, vist på figur 3.3. Strukturen er således, at der indledningsvist gives en kort beskrivelse af delsystemet, hvorefter de teoretiske udledninger og identifikation af modelparametrene førende til en lineær model af motoren påbegyndes. Parametrene indeholdende ulineariteter vil herefter blive identificeret og bestemt eksperimentelt, således en mere præcis ulinear model kan opstilles. I denne model medtages gearet som et konstant moment på motoren, mens armen medtages som en ulinear med- og modbelastning.

Til slut gennemføres en verificering og parametertuning af hhv. den lineære og ulineare model vha. MATLAB og SENSTOOLS.



Figur 3.3: Delsystemet indeholdende DC-motor, gear og arm.

3.2.1 Delsystemet

Den anvendte motor er en servomotor af typen Axem F9M2 (Databladet til denne kan findes i appendiks I.1). Denne type motor udmærker sig i forhold til traditionelle DC-motorer bl.a. ved sin hurtige dynamik og høje præcision, og har typisk fundet sine anvendelsesområder i robotindustrien, samt i større diskdrev. Til måling af hastigheden af motorakslen er der på selve motoren monteret et takometer af typen F9MF4.

Gearet er opbygget af 3 tandhjul med 12 tænder og 3 tandhjul med 40 tænder, alle lavet af stål. Disse er forbundet via 3 tandremme, og tilsammen udgør de 3 kaskadekoblede gear med en samlet udveksling N fra motor til arm:

$$N = \frac{12}{40} \cdot \frac{12}{40} \cdot \frac{12}{40} = \frac{3^3}{10^3} = \frac{27}{1000} \quad (3.3)$$

Armen er et 30cm langt, firkantet aluminiumsrør, som er påmonteret akslen for det sidste store tandhjul i gearingen. Armen har massen 0.113kg.

Der er i appendiks A opstillet inertiberegninger for gearet og armen i delsystemet, og det endelige resultat i ligning A.66 er den inerti J_{ga} , som motorakslen “ser ud i”.

$$J_{ga} \simeq 5.915 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (3.4)$$

3.2.2 Parametre for DC-motoren

Den før omtalte DC-motor er en ankerstyret motor, hvor der løber en strøm $i_a(t)$ i ankerviklingen når spændingen $v_a(t)$ påtrykkes.

Der er i motoren to permanente magneter, der sammen danner et magnetfelt. Når ankerstrømmen gennemløber dette magnetfelt udvikles et mekanisk moment, dette moment, T_m , er proportionalt med ankerstrømmen med en proportionalfaktor kaldet motorkonstanten K_m :

$$T_m(t) = K_m \cdot i_a(t) \quad (3.5)$$

Momentet $T_m(t)$ vil resultere i at ankeret roterer. Denne rotation i magnetfeltet dannet af de permanente magneter, resulterer i, at der induceres en modelektrisk kraft $v_e(t)$ i anerkredsen, som er proportional med vinkelhastigheden $\omega(t)$ med proportionalfaktoren K_e , også kaldet generatorkonstanten. $v_e(t)$ kan udtrykkes ved følgende:

$$v_e(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (3.6)$$

Den elektriske effekt $v_e(t) \cdot i_a(t)$ omsættes til mekanisk effekt i motoren. Denne mekaniske effekt kan opskrives som $T_m(t) \cdot \omega(t)$ se figur 3.4. Det vil sige at disse er lig hinanden hvis der ses bort fra tab:

$$v_e(t) \cdot i_a(t) = T_m(t) \cdot \omega(t) \quad (3.7)$$

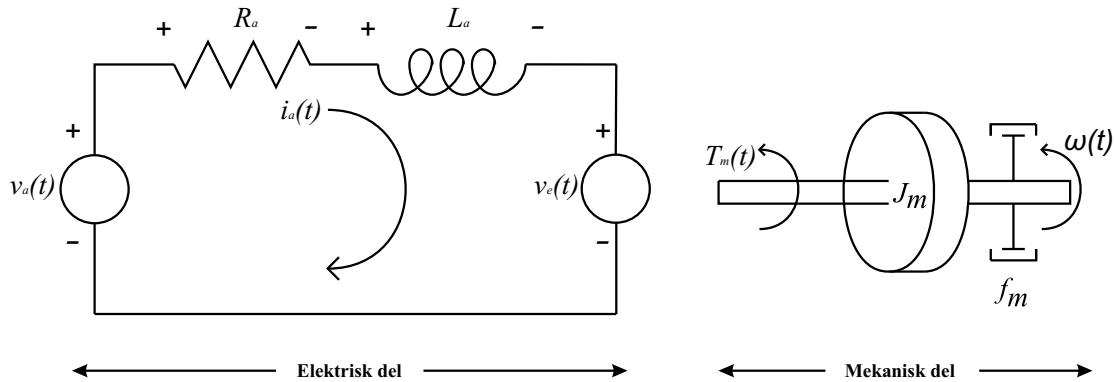
Indsættes resultaterne i formel 3.5 og 3.6 i formel 3.7 fås:

$$\begin{aligned} K_e \cdot \omega(t) \cdot i_a(t) &= K_m(t) \cdot i_a(t) \cdot \omega(t) \\ K_e &= K_m \end{aligned} \quad (3.8)$$

Det ses her at $K_e = K_m$, og fremover vil værdien af K_m blive anvendt for både K_e og K_m .

3.2.3 Lineær model for delsystemet

I dette afsnit vil en lineær model for delsystemet blive opstillet. For at kunne udtrykke DC-motoren ved en lineær matematisk model, tegnes et diagram for motoren, hvor den er opdelt i en elektrisk og en mekanisk del, se figur 3.4, [2]. Der ses i dette afsnit bort fra alle ulineariteter.



Figur 3.4: Elektrisk og mekanisk diagram for DC-motoren.

På diagrammet for DC-motoren på figur 3.4 er $v_a(t)$ input og $\omega(t)$ output, det vil sige at den overføringsfunktion, der ledes efter, er $\frac{\omega(t)}{v_a(t)}$.

En oversigt over de anvendte variable og parametre ses i tabel 3.1. Disse vil blive brugt i resten af modelleringssprocessen.

$v_a(t)$	Ankerspænding	L_{am}	Anker-selvinduktion
$i_a(t)$	Ankerstrøm	K_m	Motorkonstanten
$v_e(t)$	Induceret emk	K_e	Generatorkonstant
$\omega(t)$	Motorens vinkelhastighed	f_m	Motorens viskose friktionskoefficient
$T_m(t)$	Det udviklede moment	J_m	Motorens inertি
R_a	Ankermodstand		

Tabel 3.1: Tabel over variable der bruges til modellering af dc-motor

På figur 3.4 kan et diagram for den elektriske del af DC-motoren ses. Benyttes Kirchhoffs spændingslov på løkken fås en ligning for spændingsfaldene:

$$v_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_{am} \cdot \frac{di_a}{dt} + v_e \quad (3.9)$$

L_{am} aflæses i databladet for motoren, appendiks I.1, til $L_{am} < 25\mu H$, hvilket efter laplace-transformation af formel 3.9 giver en bådbredde på det elektriske system på ca. 2740 Hz, fordi

impedansen $L_{am} \ll R_a$.

Eftersom motorens mekaniske tidskonstant giver det mekaniske system en båndbredde på omkring 76 Hz, er effekten af dynamikken fra L_{am} ubetydelig indenfor denne båndbredde, hvorfor det med god tilnærmelse er muligt at se bort fra L_{am} i modelleringen.

i_a kan nu bestemmes som:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= i_a(t) \cdot R_a + v_e(t) \\ i_a(t) &= \frac{v_a(t) - v_e(t)}{R_a} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Resultatet fra formel 3.6 indsættes nu i formel 3.10:

$$i_a(t) = \frac{v_a(t) - K_e \cdot \omega(t)}{R_a} \quad (3.11)$$

Ligningen i formel 3.11 Laplace-transformeres.

$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - K_e \cdot \Omega(s)}{R_a} \quad (3.12)$$

På figur 3.4 kan et diagram for den mekaniske del af DC-motoren ses. Benyttes Newtons 2. lov på dette fremkommer følgende differentialligning:

$$T_m(t) = J_m \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + f_m \cdot \omega(t) \quad (3.13)$$

Resultatet fra formel 3.5 indsættes i formel 3.13 og dette Laplace-transformeres.

$$K_m \cdot i_a(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + f_m \cdot \omega(t) \quad (3.14)$$

$$K_m \cdot I_a(s) = (J \cdot s + f_m) \cdot \Omega(s) \quad (3.15)$$

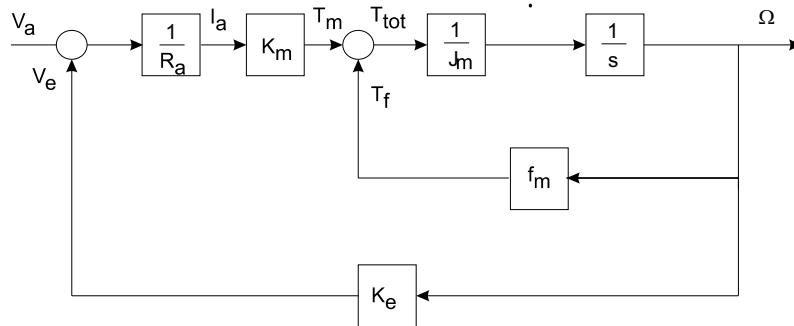
Ud fra ligningerne for hhv. det elektriske og det mekaniske system opstilles overføringsfunktionen for DC-motoren.

$$\begin{aligned} \text{Elektrisk : } I_a(s) &= \frac{V_a(s) - K_e \cdot \Omega(s)}{R_a} \\ \text{Mekanisk : } I_a(s) &= \frac{(J_m \cdot s + f_m) \cdot \Omega(s)}{K_m} \\ \frac{V_a(s) - K_e \cdot \Omega(s)}{R_a} &= \frac{(J_m \cdot s + f_m) \cdot \Omega(s)}{K_m} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Overføringsfunktionen ønskes på formen $\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K}{\tau \cdot s + 1}$:

$$\begin{aligned}
 \frac{\Omega(s)}{V_a(s)} &= \frac{K_m}{R_a \cdot (J_m \cdot s + f_m) + K_e \cdot K_m} \\
 &= \frac{\frac{1}{K_e}}{\frac{R_a}{K_e \cdot K_m} \cdot J_m \cdot s + \frac{R_a \cdot f_m + K_e \cdot K_m}{K_e \cdot K_m}} \\
 &= \frac{\frac{K_m}{f_m \cdot R_a + K_e \cdot K_m}}{\frac{J_m \cdot R_a}{f \cdot R_a + K_e \cdot K_m} \cdot s + 1}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Overføringsfunktionen i formel 3.17 kan skrives som et blokdiagram for bedre overblik, dette blokdiagram kan ses på figur 3.5.



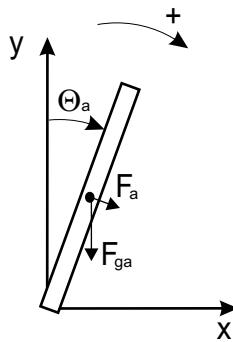
Figur 3.5: Blokdiagram for den lineære model af DC-motoren

For at udvide denne fundne model så den dækker hele delsystemet, skal gearet og armen medtages. I tabel 3.2 er givet en oversigt over de parametre, der medtages i den udvidede model indeholdende gear og arm.

J_t	Takometrets inertি	J_{ga}	Gear og arms inertি
J_{tot}	Total inertি for delsystem	T_a	Armens momentbidrag
F_{ga}	Tyngdekraft på arm	F_a	Kraftkomposant på arm
N	Gearkonstant	L_a	Armens længde
θ_a	Armens vinkel i fht. lodret	f_{ga}	Viskose friktionskoefficient i arm og gear
f_{tot}	Totale viskose friktionskonstant i delsystem		

Tabel 3.2: Tabel over variable der bruges i den udvidede model af delsystemet

Det skal tages i betragtning, at armen, når den står i lodret, ikke bidrager med noget moment på motorakslen. Hvis armen derimod står i en vinkel forskudt fra lodret, skaber den et moment på motorakslen mod eller med omdrejningsretningen, se figur 3.6. Momentet T_a , skabt på selve akslen hvorop armen er monteret, er udtrykt i ligning 3.18.



Figur 3.6: Kræfter på Armen.

$$T_a(t) = F_{arm} \cdot \frac{L_a}{2} = \sin(\theta_a(t)) \cdot F_{ga} \cdot \frac{L_a}{2} \quad (3.18)$$

Dette udtryk er ulineært, og for at medtage det i den lineære model skal det lineariseres omkring et arbejdspunkt. Idet systemet, som nævnt i kravspecifikationen, skal balancere pinden når armen står i lodret, vælges arbejdspunktet $\bar{\theta}_a$ til 0° . Lineariseringen foretages vha. 1.ordens Taylorrækkeudvikling, således at $\sin(\theta_a) = \theta_a$. Indføres dette i ligning 3.18 fås følgende:

$$T_a(t) \simeq \hat{\theta}(t) \cdot F_{ga} \cdot \frac{L_a}{2} \quad (3.19)$$

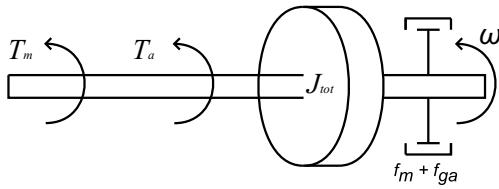
Udtryk 3.19 skal inddarbejdes i den nuværende motormodel, og dette gøres ved betragtning af figur 3.7. På denne er armens moment også medtaget, hvilket giver en udvidelse af ligning 3.13, som vist i ligning 3.21. Momentet $T_a(t)$ tillægges $T_m(t)$, da den positive omløbsretning for dem begge er med uret. Derudover er inertien for gearet, armen og takometret medregnet i den interne, motoren ser ud i, således at den samlede interne inertie ser ud som i formel 3.20. Motorens og takometrets inertie J_m og J_t kan findes i databladet i appendiks A:

$$J_{tot} = J_m + J_t + J_{ga} \quad (3.20)$$

$$T_a(t) + T_m(t) = J_{tot} \cdot \frac{d\omega}{dt} + (f_m + f_{ga}) \cdot \omega(t) \quad (3.21)$$

Den viskose friktion f_m er heller ikke tilstrækkelig til at beskrive friktionen i systemet, så derfor er den viskose friktion for gearet og armen f_{ga} også medtaget.

$\hat{\theta}(t)$ i ligning 3.19 er reelt set positionen af motoren multipliceret med gearkonstanten N set fra motoren. $\hat{\theta}(t)$ kan derfor udtrykkes som integralet af motorhastigheden Ω ganget med N , og dette kan indsættes i 3.21, hvilket er gjort i 3.22.



Figur 3.7: Den mekaniske del af motoren indeholdende moment og inertি fra gear og arm.

$$N \cdot \int \omega(t) dt \cdot \frac{L_a}{2} \cdot F_{ga} + T_m(t) = J_{tot} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + f_{tot} \cdot \omega(t) \quad (3.22)$$

De videre udregninger bliver (hvor $T_m(t) = K_m \cdot i_a(t)$):

$$K_m \cdot i_a(t) = J_{tot} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + f_{tot} \cdot \omega(t) - N \cdot \int \omega(t) dt \cdot \frac{L_a}{2} \cdot F_{ga} \quad (3.23)$$

$i_a(t)$ substitueres her med den fundne værdi i formel 3.11:

$$\frac{v_a(t) - K_e \cdot \omega(t)}{R_a} = \frac{J_{tot} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + f_{tot} \cdot \omega(t) - N \cdot \int \omega(t) dt \cdot \frac{L_a}{2} \cdot F_{ga}}{K_m}$$

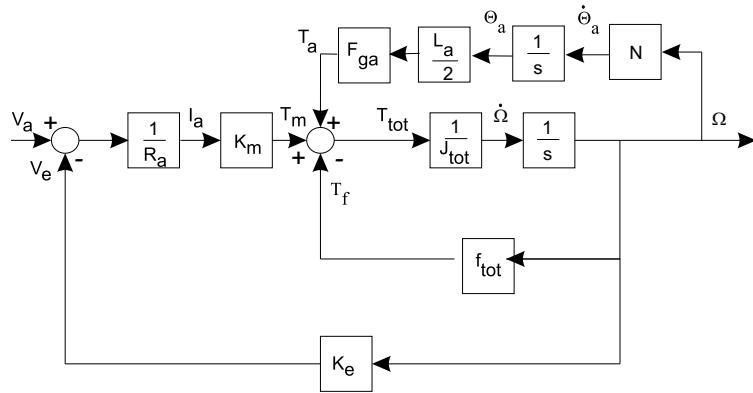
Ud fra en Laplacetransformation af disse fås følgende overføringsfunktion fra motorspænding til motorhastighed:

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m \cdot s}{J_{tot} \cdot R_a \cdot s^2 + (f_{tot} \cdot R_a + K_e \cdot K_m) \cdot s - F_{ga} \cdot N \cdot \frac{L_a}{2} \cdot R_a} \quad (3.24)$$

Denne overføringsfunktion ligger til grund for blokdiagrammet på figur 3.8.

Dermed er overføringsfunktionen for motoren, inklusiv påvirkning fra gear og arm, fastlagt, og det er vha. takometret senere muligt at regulere på denne del af systemet. Derudover skal der også findes en overføringsfunktion fra udgangen på motoren til armens vinkel. Dette gøres ved en betragning af figur 3.8. Efter gearet N og integratoren findes armens position umiddelbart, og denne kan udtrykkes som:

$$\begin{aligned} \Theta_a(s) &= \frac{\Omega(s) \cdot N}{s} \\ \frac{\Theta_a(s)}{\Omega(s)} &= \frac{N}{s} \end{aligned} \quad (3.25)$$

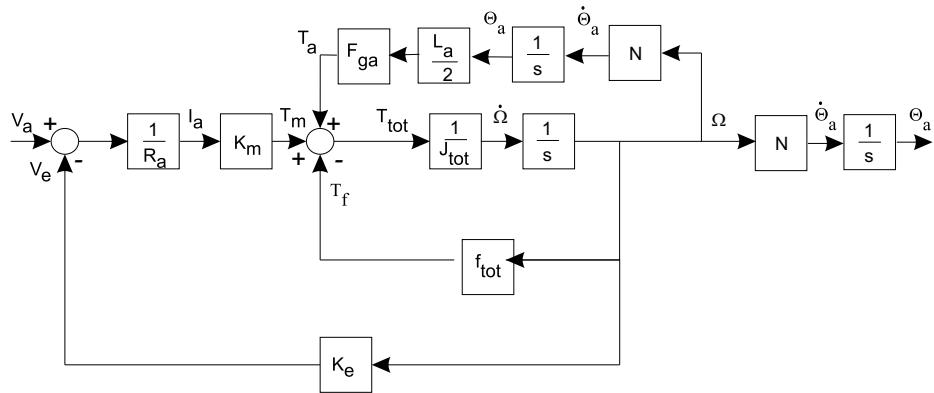


Figur 3.8: Blokdiagrammet for den lineære model af motoren med påvirkning fra gear og arm

Indsættes 3.25 i 3.24 fås den samlede overføringsfunktion fra inputspænding $V_a(s)$ til armens vinkel $\theta_a(s)$:

$$\frac{\Theta_a(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m \cdot N}{J_{tot} \cdot R_a \cdot s^2 + (f_{tot} \cdot R_a + K_e \cdot K_m) \cdot s - F_{ga} \cdot N \cdot \frac{L_a}{2} \cdot R_a} \quad (3.26)$$

For overskuelighedens skyld er denne overføringsfunktion vist på figur 3.9 i en mere logisk forståelig form. Dvs. den venstre del af figuren indtil Ω repræsenterer motormodellen inklusiv armens påvirkning, og den højre del fra Ω til θ_a repræsenterer modellen af gear og arm.



Figur 3.9: Blokdiagrammet for den lineære model af delsystemet i en logisk opdeling

Talværdierne findes hhv. tidligere i dette afsnit og i databladet for motoren i appendiks I.1, og er opsummeret i tabel 3.3. Med disse indsats bliver den endelige overføringsfunktion for den lineære model af delsystemet som vist i ligning 3.27. Det skal her nævnes, at gearet og armens bidrag F_{ga} til den totale friktionskonstant er ukendt.

$$\frac{\Theta_a(s)}{V_a(s)} = \frac{2.816}{s^2 + 3.187 \cdot s - 6.811} \quad (3.27)$$

Parameter	Delparametre	Værdi	Enhed
K_m	-	0.0296	Nm/A
J_{tot}	$J_m + J_t + J_{ga}$	$6.6 \cdot 10^{-4}$	$kg \cdot m^2$
R_a	-	0.43	Ω
f_m	-	$6.6 \cdot 10^{-5}$	Nm/ $\frac{rad}{sek}$
f_{ga}	-	Ukendt	Nm/ $\frac{rad}{sek}$
f_{tot}	$f_m + f_{ga}$	$6.6 \cdot 10^{-5}$	Nm/ $\frac{rad}{sek}$
N	-	0.02699	-
L_a	-	0.3	m
m_a	-	0.113	kg
F_{ga}	$m_a \cdot g$	1.11	N

Tabel 3.3: De anvendte værdier ved beregning af lineær model

Derudover er overføringsfunktionen fra inputspænding til motorhastighed vist i 3.28, og overføringsfunktionen fra motorhastighed til armens vinkel er vist i 3.29:

$$\frac{\Omega}{V_a} = \frac{104.3 \cdot s}{s^2 + 3.187 \cdot s - 6.811} \quad (3.28)$$

$$\frac{\Theta_a(s)}{\Omega(s)} = \frac{0.02699}{s} \quad (3.29)$$

Modellen skal tages med forbehold, ikke bare pga. at den er lineariseret, men også fordi der som tidligere nævnt ikke er bestemt en friktionskonstant for gearet og armen. Denne sidstnævnte faktor bevirker formentlig en afvigelse fra måleresultaterne under verificeringen i afsnit 3.3.1.

3.2.4 Ulineær model for motor, gear og arm

I dette afsnit vil de ulineære elementer i motor, gear og arm blive beskrevet ved en matematisk approksimation, som anvendes til at opstille en ulineær model for motor, gear og arm. Den ulineære model bruges ved simulering af det fysiske system i forbindelse med test af forskellige regulatorkonfigurationer, da denne model vil reagere mere lig det fysiske system end den lineære model. De ulineariteter, der er tale om i forbindelse med motoren, gearet og armen, er en ulineær ankermodstand, statisk friktion, tørfriktion og viskos friktion, som vil blive behandlet enkeltvis i de kommende afsnit.

Ankermodstand

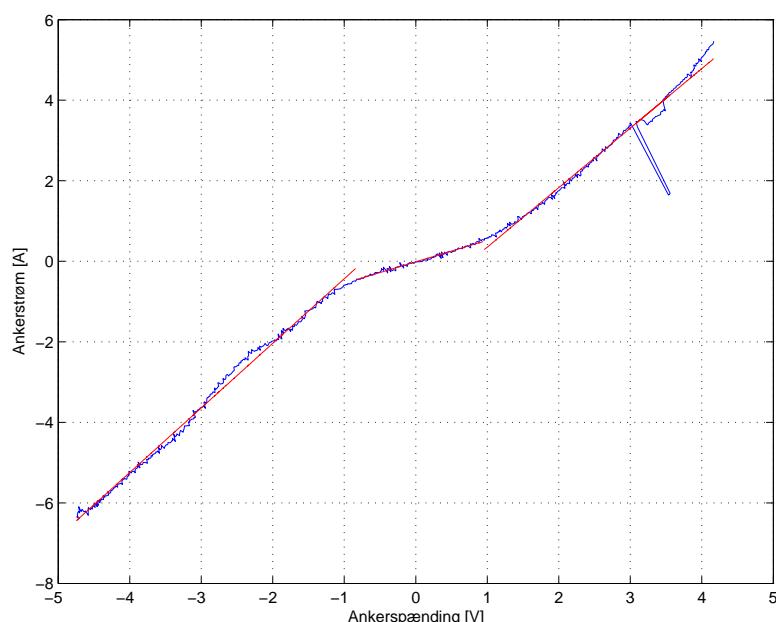
Ankermodstanden er den samlede modstand i motorens anerkreds, som er et udtryk for forholdet mellem spændingsfaldet over hele anerkredsen og strømmen gennem den.

Denne modstand består af to dele: Ankermodstanden, der er udgjort af spændingsfaldet over og strømmen gennem selve ankerspolen, og børstmodstanden, der er givet ved spændingsfaldet ved overgangen mellem børster og kommutator og strømmen gennem anerkredsen.

Ulineariteten stammer fra børstmodstandens bidrag, da denne er afhængig af parametre som slid i motoren, børstetryk og motorens vinkelhastighed. De målte værdier for ankermodstanden kan ses i appendiks C.1.

På figur 3.10 ses modstanden i anerkredsen udtrykt ved spændingen over motoren og strømmen gennem den. Målingerne er foretaget ved $\omega = 0$ for at undgå indvirkning fra den modsatrettede elektromotoriske spænding, som induceres i ankerspolen når motoren kører.

Som det ses er der en spike ved ca. $+4V$, dette er formodenligt ikke en rigtig uregelmæssighed i ankermodstanden men en målfejl, hvorfor der ses bort fra denne.



Figur 3.10: Modstand i anerkreds ved $\omega(t) = 0$.

Den ulineære ankermodstand er approksimeret med en stykvis lineær funktion vha. funktionen *polyfit* i MATLAB, resultatet ses nedenfor:

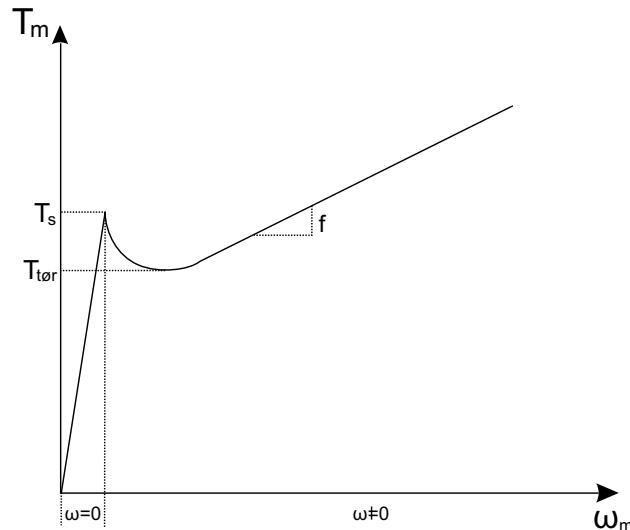
$$R_a = 0,6234\Omega \text{ for } V < -1,0V$$

$$R_a = 1,8740\Omega \text{ for } -1,0V \leq V \leq 1,0V$$

$$R_a = 0,6765\Omega \text{ for } V > 1,0V$$

Friktion

Frikctionen i systemet består af tre dele, statisk friktion T_s , tørfriktion T_{tr} og viskos friktion f . Ulineariteten i systemets friktion stammer fra tørfriktionene og den statiske friktion, som begge er uafhængige af motoren vinkelhastighed. Den statiske friktion er det friktionsmoment, motoren skal overvinde for at gå fra stilstand til bevægelse. Tørfriktionen er lig med det moment, motoren skal generere for ikke at gå i stå. Den viskose friktion er proportional med vinkelhastigheden for motoren. De tre friktioner er illustreret på figur 3.11.



Figur 3.11: Illustration af DC-motorens friktionsmomenter.

Frikctionen i motoren er målt og beregnet under ét for både motor, gear og arm. Dette er gjort eftersom friktionene i gearet og armen indvirker på motoren som et modmoment til motormomentet ligesom motorens egen friktion, og derfor kan regnes som én samlet friktion. Målinger og beregninger for friktionen kan findes i appendiks C.2.1.

Frikctionen for motor, gear og arm er beregnet til følgende:

Viskos friktion

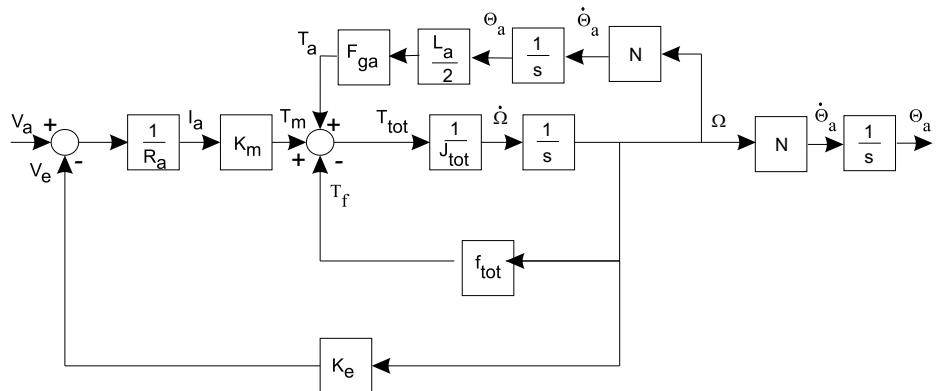
$$f \approx 0,6023 \cdot 10^{-4} Nm/(rad/sek) \quad (3.30)$$

Tørfriktion og statisk friktion

$$T_{tf} \approx T_s \approx 3,746 \cdot 10^{-2} Nm/(rad/sek) \quad (3.31)$$

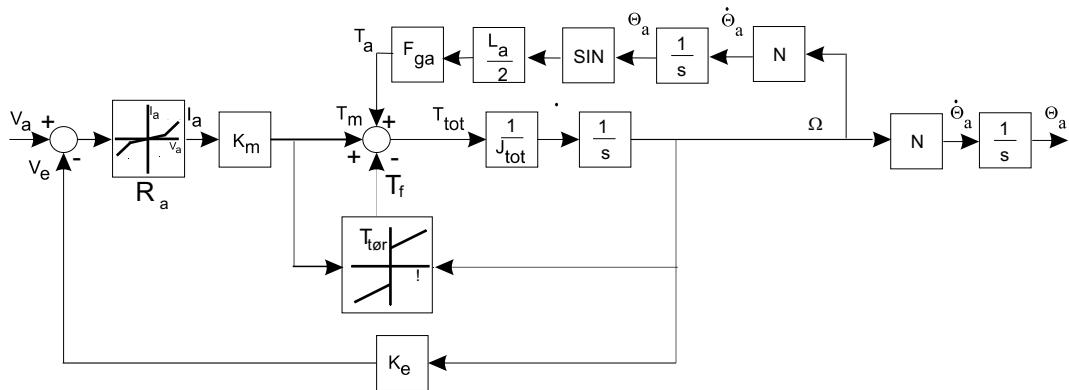
Modellering af ulineær model for motor gear og arm

Til modellering af den ulineære model for motoren gearet og armen tages udgangspunkt i den tidligere udledte lineære model, som ses på figur 3.12.



Figur 3.12: Lineær model for motor gear og arm

For at opstille den ulineære model indsættes de fundne ulineariteter, ankermodstanden og tørfriktion, hertil kommer også tyngdekraftens påvirkning af armen i systemet, som beskrevet i et tidligere afsnit, blev lineariseret til brug i den lineære model. Det samlede diagram for den nye ulineære model af delsystemet motor, gear og arm ses på figur 3.13.



Figur 3.13: Ulineær model for motor gear og arm

3.3 Verificering af DC-motor, gear og arm

3.3.1 Verificering af lineær model for DC-motor, gear og arm

Den udledte lineære model og den ulineære model skal verificeres og evt. tunes, inden de skal anvendes i forbindelse med reguleringen af systemet. Dette gøres vha. MATLAB-toolboxen SENSTOOLS, men idet dette værktøj ikke kan anvendes på ustabile systemer, skal målingerne på delsystemet foretages i ændrede omgivelser, således det gøres stabilt. Da det er tyngdekraften, der bevirker at delsystemet er ustabilit, vælges det at foretage målingerne når systemet er vendt på hovedet, dvs. armen peger lodret nedad når den er i 0° .

For at sammenligne de målte data med modellernes output, skal fortegnet for tyngdekraften i modellerne (F_{ga}) inverteres, dette er den eneste parameter, der skal ændres for at kunne verificere

modellerne.

Hvis tyngdekraften inverteres i overføringsfunktionen i formel 3.27 på side 29 fås:

$$\frac{\Theta_a(s)}{V_a(s)} = \frac{2.816}{s^2 + 3.1872 \cdot s + 6.8108} \quad (3.32)$$

Verificeringen udføres nu på denne overføringsfunktion.

Til indsamling af måledata skal der designes et inputsignal til delsystemet. Signalet skal designes således, at det giver de bedste forudsætninger for parameterestimering under verificeringen af modellen, og til at gøre dette anvendes også SENSTOOLS.

Indledningsvist skal der ud fra overføringsfunktionen i formel 3.32 vælges de koefficienter, SENSTOOLS må justere, og dette gøres ved betragtning af overføringsfunktionen i formel 3.26 på side 29. Af denne fremgår det, at der både i tælleren og 0. ordens ledet i nævneren indgår parameteren N , og derfor skal programmet ikke have lov til at justere på begge disse koefficienter, da deres afhængighed vil gøre det umuligt at justere modellen frit. I stedet vælges at justere på de tre koefficienter i nævneren, hvorved SENSTOOLS gives frihed til at justere modellen frit, se ligning 3.33.

$$\frac{\Theta_a(s)}{V_a(s)} = \frac{2.816}{Par0 \cdot s^2 + Par1 \cdot s + Par2} \quad (3.33)$$

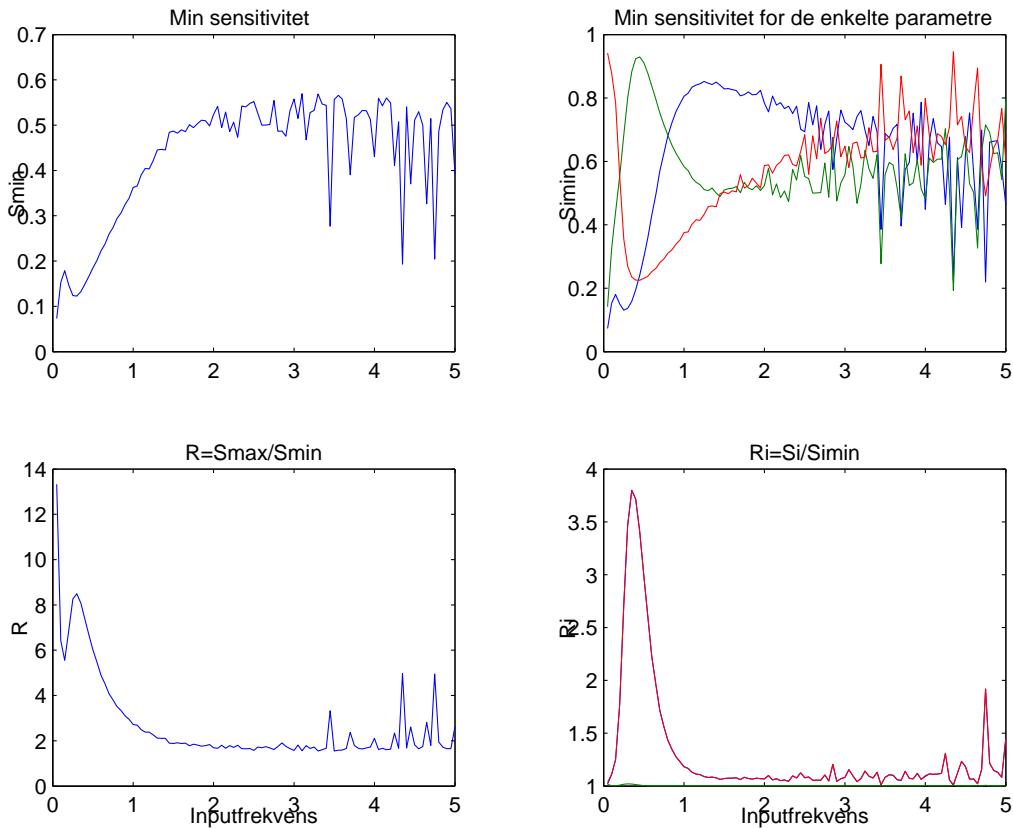
Det næste skridt er at bestemme en struktur for inputsignalet. Ifølge [8, s. 72] er det ofte fornuftigt at vælge et firkantsignal som input til en lineær model, da denne type signal har et frekvensspektrum med størst energi ved lave frekvenser. Større energiindhold i det relevante frekvensområde er ensbetydende med større præcision ved den kommende parameterestimering. Idet delsystemet arbejder ved forholdsvis lave frekvenser, vælges firkantsignalet som input.

Dernæst skal amplituden og grundfrekvensen for firkantsignalet bestemmes. Amplituden A_{sq} vælges umiddelbart til den størst mulige for at undertrykke støj mest muligt, dvs. amplituden vælges ud fra I/O-kortets maksimale outputspænding på $\pm 5V$ og effektforstærkerens forstærkning på 1.31 gange til:

$$A_{sq} = 2 \cdot 5V \cdot 1.31 = 13.1V$$

Grundfrekvensen f_{sq} bestemmes ud fra en mere kompliceret procedure, hvor modellens respons på firkantsignaler med forskellige grundfrekvenser undersøges. Dette giver ifølge [8] en række sensitivitetsværdier for modellen, og disse angiver for hvilke frekvenser af firkantsignalet, modelparametrene kan bestemmes mest sikkert. På figur 3.14 er sensitivitetsparametrene plottet for modellen fra $0.05Hz$ til $5Hz$. Målet for undersøgelsen er at bestemme den frekvens, hvortil parameteren S_{min} er størst, og R er tættest på værdien 1.

SENSTOOLS estimerer den optimale frekvens til $3.3 Hz$ og tilhørende værdier $S_{min}=0.5691$ og $R=1.5489$, men af figur 3.14 fremgår det, at S_{min} og R ved denne frekvens er meget svingende. Af denne grund vælges en lidt lavere grundfrekvens på:



Figur 3.14: Sensitivitetsplot af modelrespons på firkantsignal

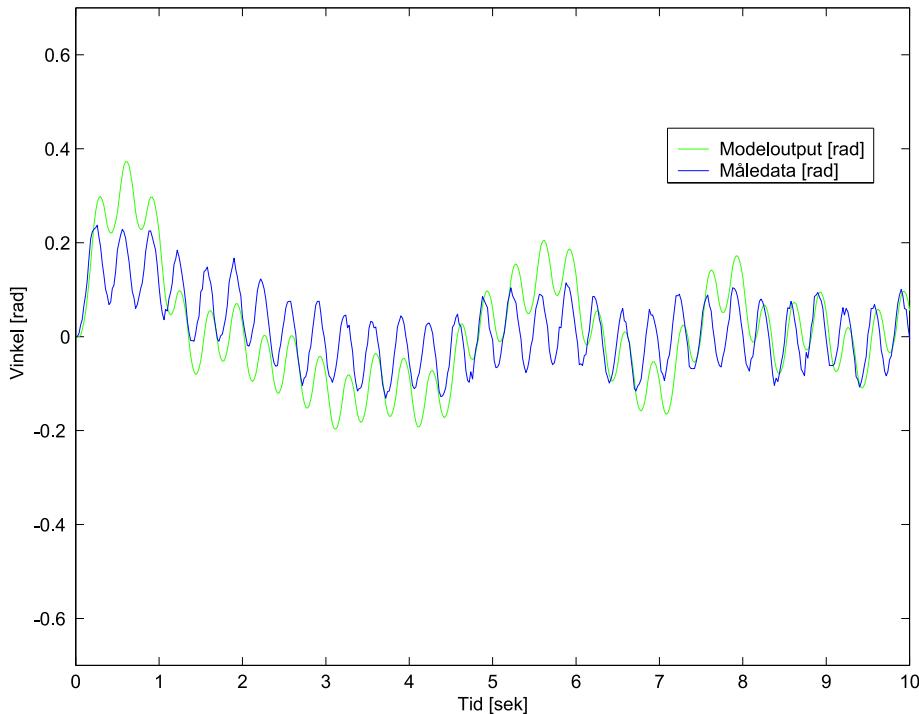
$$f_{eq} = 3 \text{ Hz}$$

Der er foretaget en måling på systemet, hvis målejournal findes i appendiks i afsnit C.4.1. Input i forsøget er netop det fundne firkantsignal med $A_{sq}=13.1 \text{ V}$ og $f_{sq}=3 \text{ Hz}$. På figur 3.15 ses resultatet af målingen i forhold til modellens output ved det samme input.

Det fremgår af figur 3.15 at modeloutputtet afviger forholdsvis meget fra måledata. Den mest markante forskel mellem signalerne er, at modeloutput forskydes mere kraftigt positivt og negativt i y-aksens retning. Dette skyldes sandsynligvis, at friktionen i gearene ikke er medtaget i modellen, hvormed modellens respons er mere påvirket af tyngdekraften på armen. Dette skulle resultere i en mere stabil svingning omkring 0 rad for måledata, hvilket figuren også antyder.

Derudover er friktionen i gearet måske ikke lineær, hvilket kan give forskydelser i y-aksens retning, og disse kan pga. gearets høje udveksling og armens ringe masse måske dominere tyngdeaccelerationens virkning på armen. En sådan situation bevirker, at måledatas forskydelser i y-retningen hovedsageligt skyldes friktion og ikke tyngdekraften. Selve strukturen i måledata antyder dog, at friktionen ikke dominerer forskydelsen, idet modeloutput og måledata med god tilnærmelse varierer på samme vis.

Modellen tunes nu vha. **SENSTOOLS**, og dette gøres ved at estimere nye koefficienter for nævnerpolynomiet. Input til estimeringen er det samme i figur 3.15, og resultatet af estimeringen fremgår



Figur 3.15: Den lineære models output og måleresultater for 3 Hz input

af figur 3.16, hvor simuleringen er kørt over 15 sekunder.

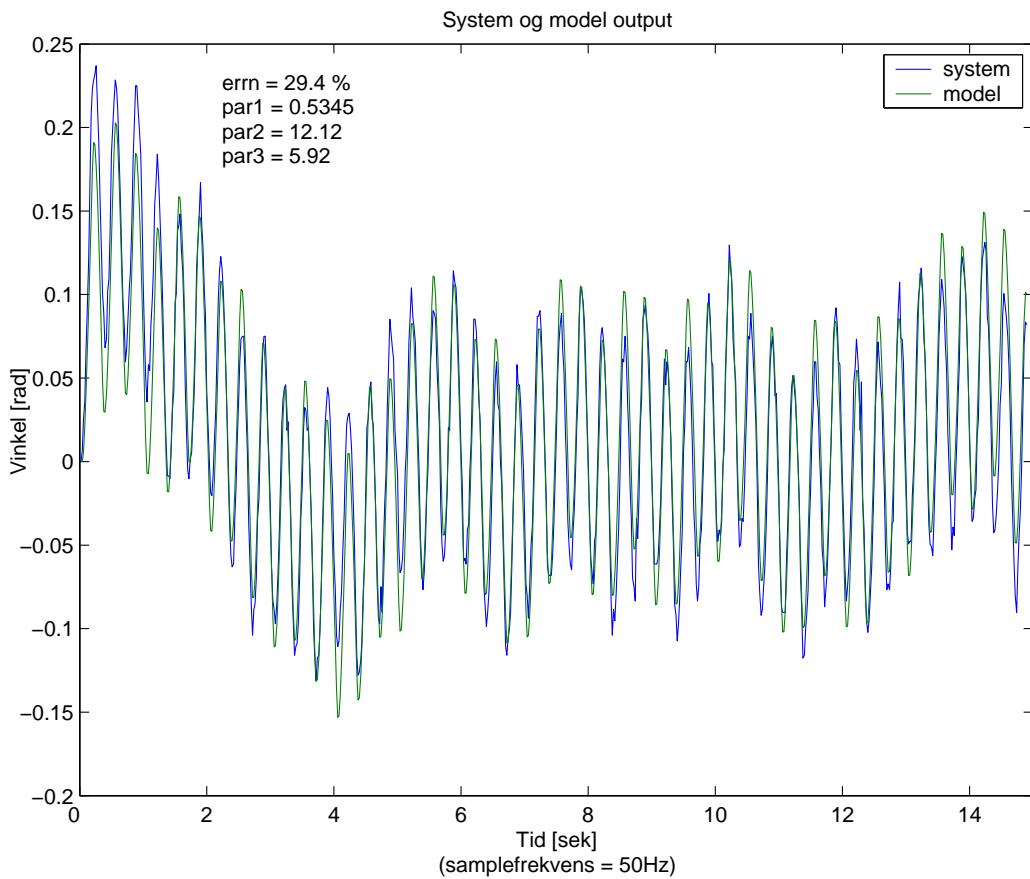
Det fremgår, at det ikke var muligt for SENSTOOLS at reducere modelfejlen til mindre end 29.4%. Under forudsætning af, at modelstrukturen er korrekt, dvs. der ikke er involveret yderligere dynamik i delsystemet som f.eks. i gearene, må denne modelfejl udelukkende skyldes støj/målefejl samt parameterfejl og manglende medtagelse af ulineariteter. Ifølge [8, s. 52] kan det for målinger, med et lavt støjniveau, på elektromekaniske systemer, forventes at opnå en modelfejl på 5-8%. Af denne grund vælges det at undersøge delsystemet på anden vis.

Af blokdiagrammet på figur 3.9 på side 29 fremgår det, at den eneste parameter, der adskiller motorhastigheden $\Omega(s)$ og armens vinkel $\Theta_a(s)$ er gearkonstanten N . Idet denne parameter er ligetil at bestemme præcis, vil en verificering af motormodellen inklusiv påvirkningen fra armens moment måske være tilstrækkelig til at opnå bedre parameterestimeringer. Med tyngdekraften inverteret er overføringsfunktionen fra motorspænding $V_a(s)$ til motorhastighed $\Omega(s)$:

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{104.3 \cdot s}{s^2 + 3.187 \cdot s + 6.811} \quad (3.34)$$

Der skal nu designes et inputsignal til at teste denne model, og det foregår på samme vis som med den samlede model af DC-motor, gear og arm. Et firkantsignal vælges med den maksimale amplitude $A_{sq} = 13.1V$, og der foretages en frekvensanalyse vha SENSTOOLS. Resultatet af denne findes på figur 3.17.

SENSTOOLS angiver den optimale frekvens for grundtonen på firkantsignalet til $f_{sq} = 0.15Hz$, hvilket giver et tilsvarende optimalt output som vist på figur 3.18. Dette output viser dog, at et



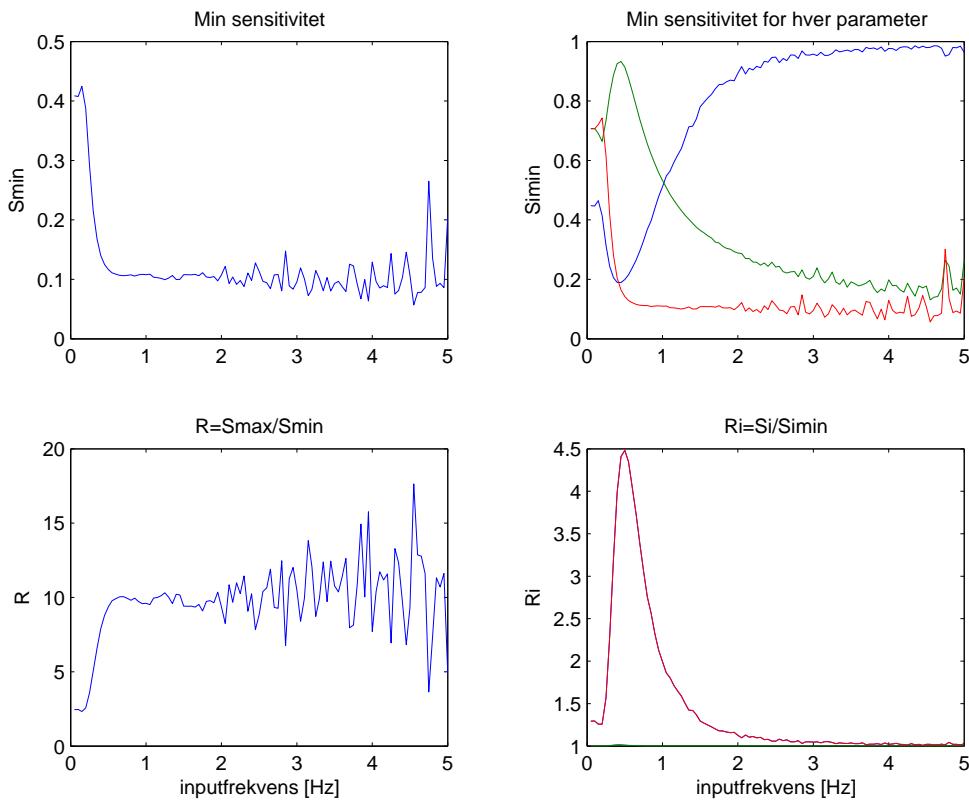
Figur 3.16: Parameterestimering for model ved 3 Hz input

firkantsignal med så lav en frekvens ikke vil kunne anvendes til målingerne. Det kommer til udtryk ved, at armen pga. den lave frekvens svinger langt væk fra arbejdspunktet. Grundet lineariseringen af tyngdekraftens påvirkning af armen, samt den manglende friktion i arm og gear, vil momentet forårsaget af armen derfor på et tidspunkt overvinde motorens moment inden firkantsignalets næste flanke forekommer. Dette betyder at armen i modellens verden bliver tvunget ned til 0° , selvom motoren vil dreje den modsat.

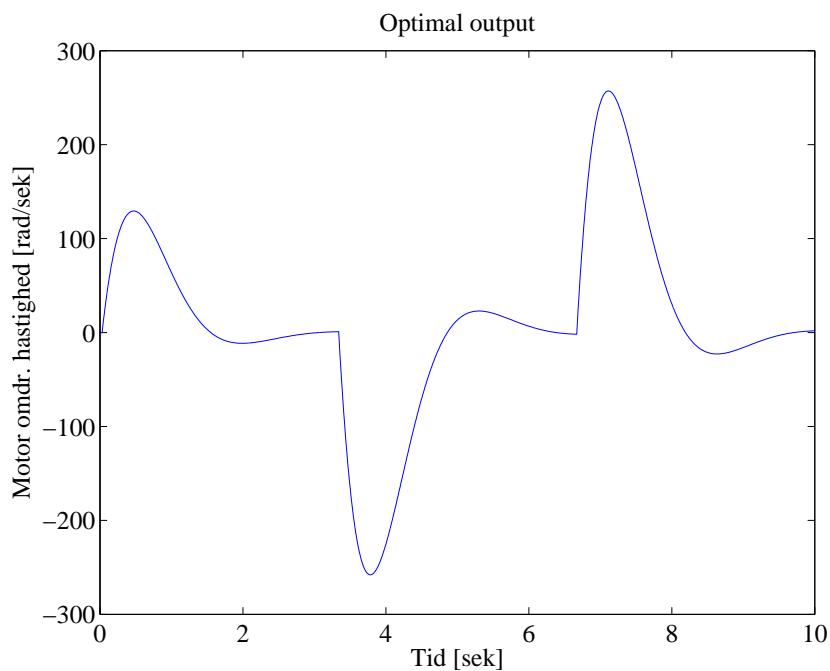
Der skal derfor findes en frekvens på firkantsignalet, der ikke får armen til at svinge så meget væk fra arbejdspunktet, at fejlen ved lineariseringen bliver dominerende. Ved forskellige forsøg har det vist sig, at et firkantsignal med en frekvens på ca. 3 Hz giver et vinkeludslag for armen på ca. $5\text{--}15^\circ$ til hver side. Dette antages at være tilstrækkeligt, og målingen er udført ved denne frekvens. Målejournal for dette forsøg findes i appendiks C.5.

Resultatet af målingerne findes på figur 3.19, og det fremgår, at modellen for motoren passer meget fint med måledata. Forskellen mellem de to skyldes sandsynligvis at friktionen i gear og arm ikke medtages i modellen, hvilket bevirker, at udsvinget for de målte data er mere dæmpt end modellens output. Ved en estimering af parametrene i SENSTOOLS fås et resultat som vist på figur 3.20.

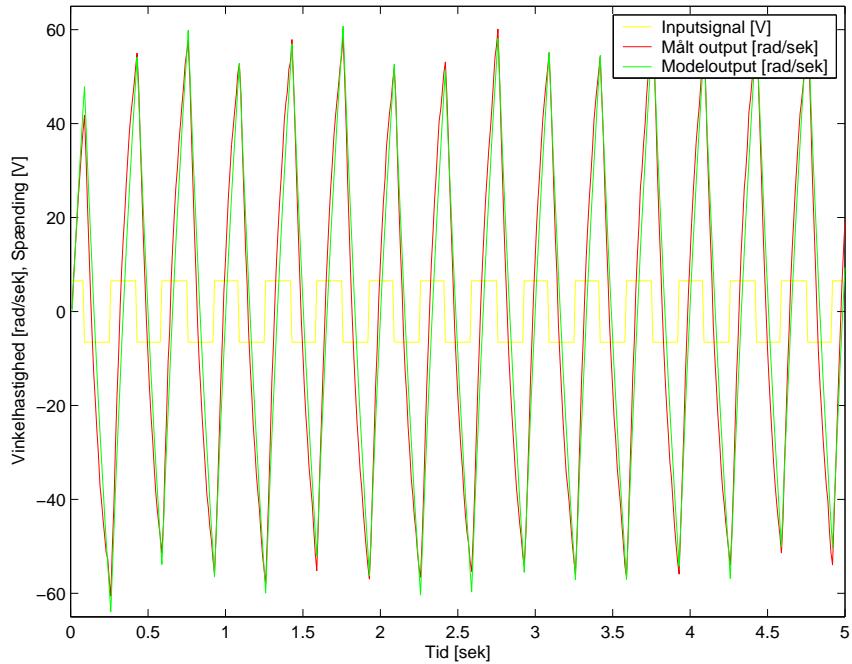
Afvigelsen på 4.41 % er acceptabel for den lineære model, og det må hermed konkluderes at selve



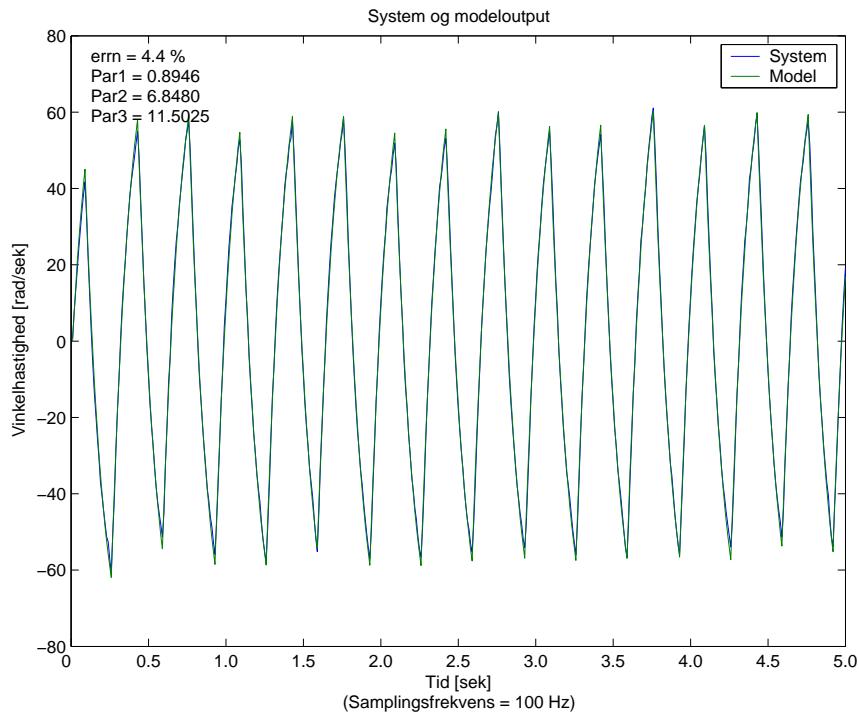
Figur 3.17: Sensitivitetsplot af motormodellens respons på firkantsignal



Figur 3.18: Det foreslåede optimale output for 0.15 Hz



Figur 3.19: Den lineære models output for motoren og måleresultater for 3 Hz input



Figur 3.20: Parameterestimering for motormodel ved 3 Hz input

modellen for motoren med armens moment er korrekt.

Idet modellens respons til forveksling ligner et 1. ordens systemrespons, kunne det tyde på, at momentet fra armen ikke har den store påvirkning af systemet. Derfor prøves det at estimere fejlen for det følgende system, der er en model for motoren alene, men hvor inertien og den viskose friktion for hele systemet er medtaget:

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{J_{tot} \cdot R_a \cdot s + f_{tot} \cdot R_a + K_e \cdot K_m} \quad (3.35)$$

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{104.3}{s + 3.187} \quad (3.36)$$

Dette bevirker at der under estimeringen i SENSTOOLS anvendes følgende overføringsfunktion:

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{0.0296}{Par0s + Par1} \quad (3.37)$$

Resultatet af estimeringen findes på figur 3.21, og idet afvigelsen kun er øget til 6.24 %, kan det med god tilnærmelse antages, at motormodellen kan beskrives ved et 1.ordens system. Af denne grund anvendes følgende ligning med de estimerede parametre til beskrivelse af motormodellen:

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{148}{s + 10} \quad (3.38)$$

Og til beskrivelse af modellen for gear og arm:

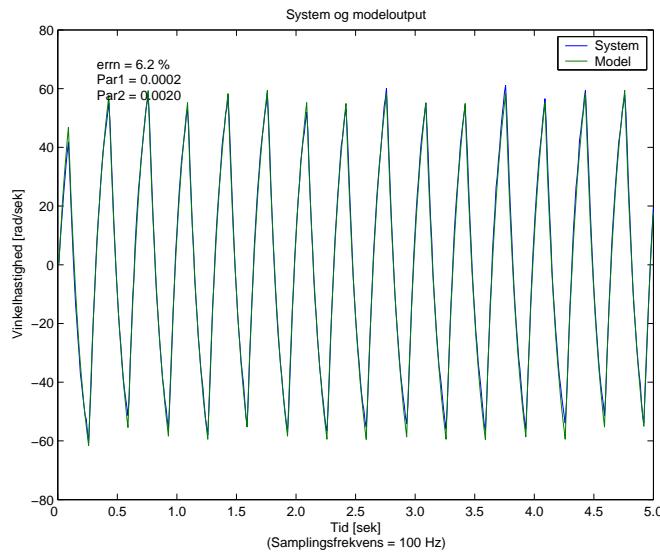
$$\frac{\Theta_a(s)}{\Omega(s)} = \frac{N}{s} = \frac{0.027}{s} \quad (3.39)$$

Under forudsætning af at der ikke eksisterer yderligere ukendt dynamik, er den eneste forskel på modellen af hele delsystemet og modellen for motoren med armmoment, gearkonstanten N og en integrator. Dermed kan det konkluderes, at grunden til den store afvigelse på 29.4 %, for den tidligere estimering, kan findes i signalvejen fra motoraksel til armvinkel. Da N er meget præcist bestemt, kan størstedelen af fejlen enten skyldes måleunøjagtigheder fra potentiometret monteret på armen eller det faktum at friktionen ikke er medtaget. Dette vil give unøjagtigheder senere i forbindelse med reguleringen af systemet.

Konklusionen på denne verificering er, at den lineære model af delsystemet kan beskrives ved en sammensætning af (3.38) samt (3.39):

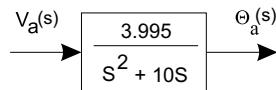
$$\frac{\Theta_a(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{J_{tot} \cdot R_a \cdot s + f_{tot} \cdot R_a + K_e \cdot K_m} \cdot \frac{N}{s} \quad (3.40)$$

$$\frac{\Theta_a(s)}{V_a(s)} = \frac{3.995}{s^2 + 10 \cdot s} \quad (3.41)$$



Figur 3.21: Parameterestimering for 1.ordens motormodel ved 3 Hz input

Blokdiagrammet for den lineære model for motor, gear og arm kan ses på figur 3.22.



Figur 3.22: Den samlede lineære model for motor, gear og arm.

3.3.2 Verificering af ulineær model for DC-motor, gear og arm

I dette afsnit vil den ulineære model for DC-motor, gear og arm blive verificeret og tunet så modellouputtet approksimerer outputtet for det fysiske system optimalt.

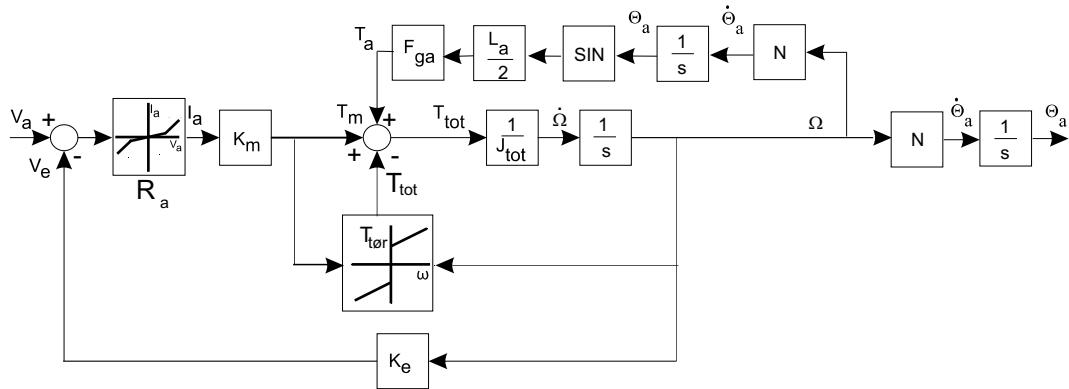
Som i afsnittet om verificering og tuning af den lineære model for DC-motor, gear og arm, vil målingerne på systemet blive foretaget med systemet vendt på hovedet for at opnå stabilitet, da SENSTOOLS ikke kan arbejde med ustabile systemer.

Da det ikke er muligt at opstille en overføringsfunktion for den ulineære model, er der opstillet tilstandsligninger for delsystemet til brug i MATLAB i stedet. Ligningerne er opstillet på baggrund af blokdiagrammet for den ulineære model for motor, gear og arm, som ses på figur 3.23.

Fra afsnittet om verificering af den lineære model for delsystemet, vides det, at der forekommer målefejl på potentiometeret, som mäter armens vinkel, så det vælges derfor også i dette afsnit at simulere fra motorens inputspænding $V_a(s)$, til motorens vinkelhastighed $\Omega(s)$. Det sidste stykke af modellen fra motorens vinkelhastighed til armens vinkel kan nemt beregnes med meget lav usikkerhed, da det eneste, der adskiller vinkelhastigheden på motoren og vinklen på armen, er et integrerende led $\frac{1}{s}$ og gearkonstanten N , som præcist kan beregnes.

For at få tyngdekraftens påvirkning af armen medregnet som et modmoment til motorens eget moment, kobles armens moment tilbage til motormomentet, som det ses på figur 3.23.

Tilstandsligninger:



Figur 3.23: Blokdiagram for ulineær model af motor gear og arm

$$\begin{aligned}\dot{\Omega}(s) &= \frac{1}{J_{tot}} \left(-\Omega(s) \cdot T_{tot} - \Omega(s) \cdot \frac{K_e \cdot K_m}{R_a} + \sin(\Theta_a(s)) \cdot \frac{F_g \cdot L_a}{2} + V_a \frac{K_m}{R_a} \right) \\ \Omega(s) &= \int_0^t \dot{\Omega}(s) dt \\ \Theta_a(s) &= \int_0^t \Omega(s) \cdot N dt\end{aligned}$$

De tre ligninger er indtastet i MATLAB til brug for SENSTOOLS. Matlabfilen kan ses på den vedlagte CD.

Som input er det vigtigt, at den ulineære model får et signal, som afslører dynamikken og ulineariteterne i modellen, så der er gode forudsætninger for at lave parameterestimering.

Som inputsignal vælges et firkantet rampesignal, da variationen i amplituden giver gode forudsætning for at afsløre ulineariteterne i modellen desuden er der størst energi i et firkantede signal ved lave frekvenser, hvilket gør at det er velegnet til at afsløre dynamik i mekaniske systemer.

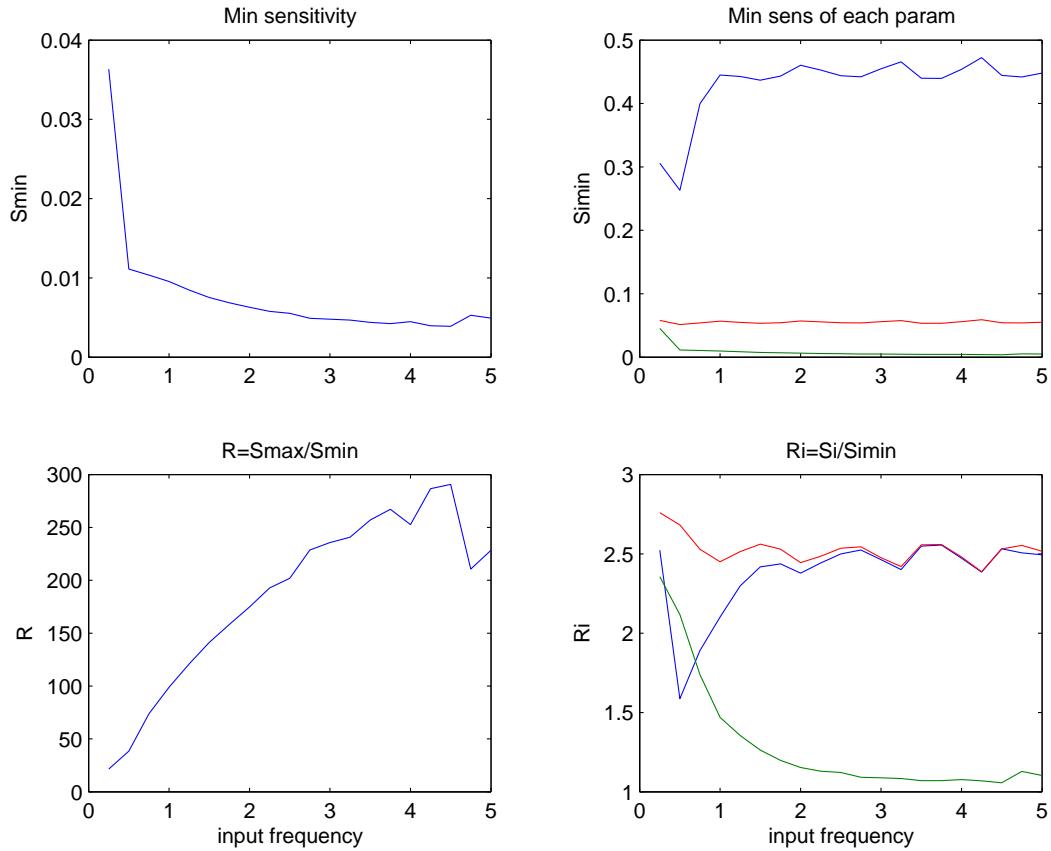
Frekvensen på inputsignalet bestemmes vha. SENSTOOLS, som sættes til at analysere den ulineære model ud fra de tidligere indtastede ligninger i frekvensområdet fra 0Hz til 5Hz . Amplituden på rampen går fra $0V$ til $\pm 5V$ da dette er området I/O-kortet og forstærkeren arbejder indenfor.

På figur 3.24 ses de sensitivitetsværdier for modellen, som SENSTOOLS har beregnet til firkantede rampesignaler med forskellige frekvenser.

Den optimale frekvens findes der hvor S_{min} er størst og R ligger nærmest på 1. Denne frekvens har SENSTOOLS estimeret til $0,25\text{Hz}$ ved værdierne $S_{min} = 0,036$ og $R = 21.42$.

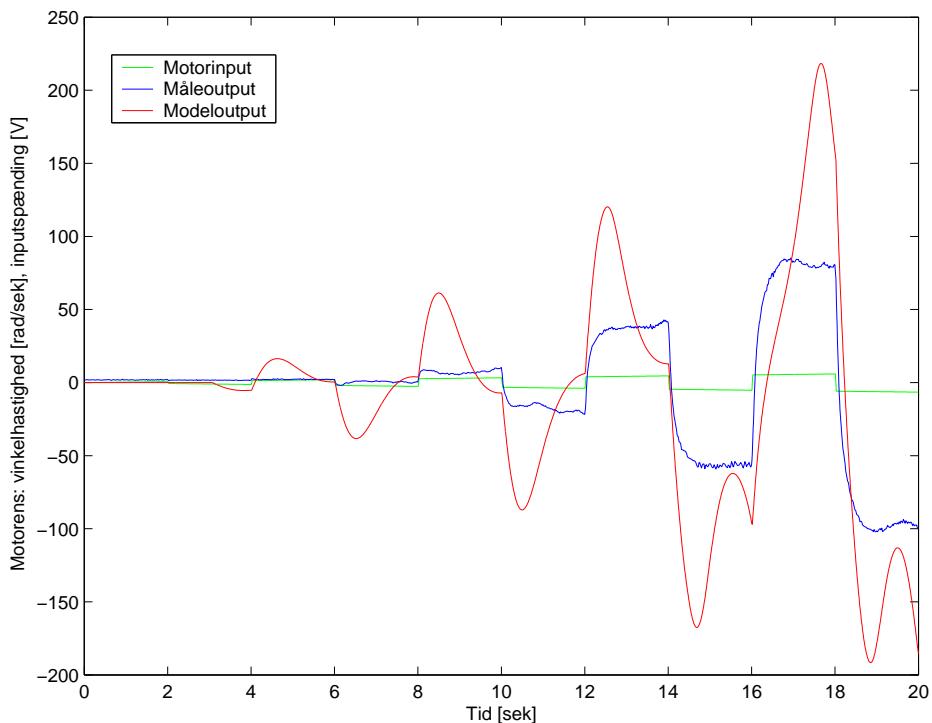
På figur 3.25 ses hhv. modellens output og outputtet fra det fysiske systems ved det estimerede optimale input.

Det ses, at der er stor afvigelse fra outputtet på det fysiske system og til modellens output. Til parameterestimeringen vælges at justere på tyngdekraftens påvirkning F_g , ankermodstanden R_a , den viskose friktion f og tørfriktionen T_{tr} . Resultatet af parameterestimeringen kan ses i tabel 3.4 og på figur 3.26.

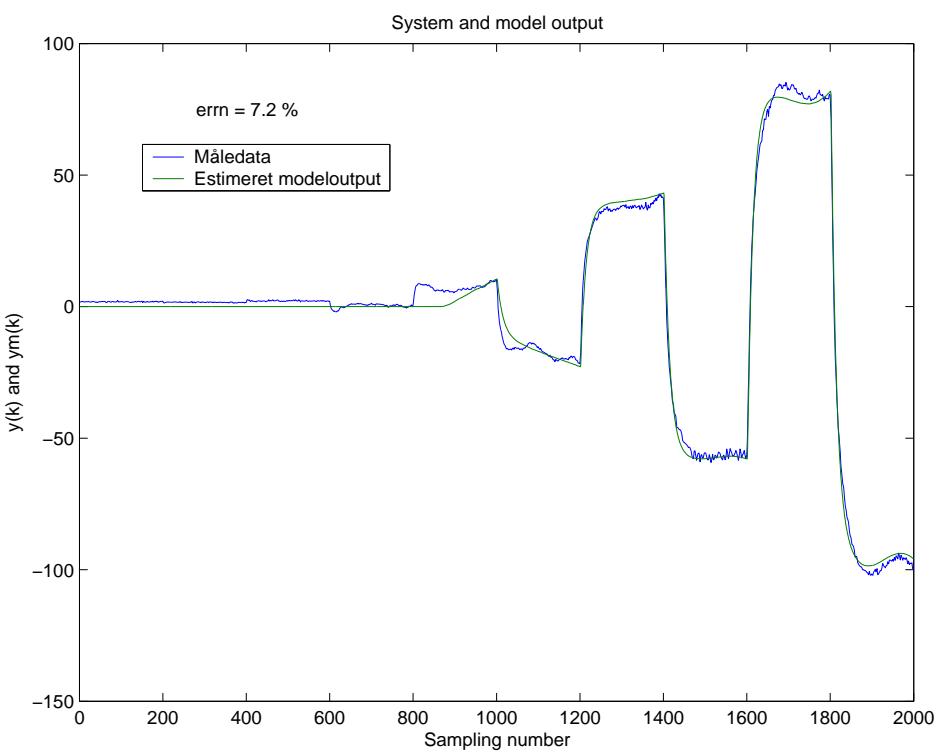

Figur 3.24: Sensitivitet for ulineær model af motor, gear og arm.

Parameter	målt/beregnet	estimeret	afvigelse
R_a for $U_a < -1V$	0,6234Ω	0,2064Ω	66,89%
R_a for $-1V < U_a < 1V$	1,8740Ω	-	-
R_a for $U_a > 1V$	0,6765Ω	0,1976Ω	70,79%
f	0,00006Nm	0,0007Nm	1067%
T_{tr}	0,0375Nm	0,425Nm	1033%
F_g	1,1N	0,2521N	77,08%

Tabel 3.4: Tabel over tunede parametre for ulineær model for motor, gear og arm.



Figur 3.25: Output for ulineær model og system ved estimeret optimalt input



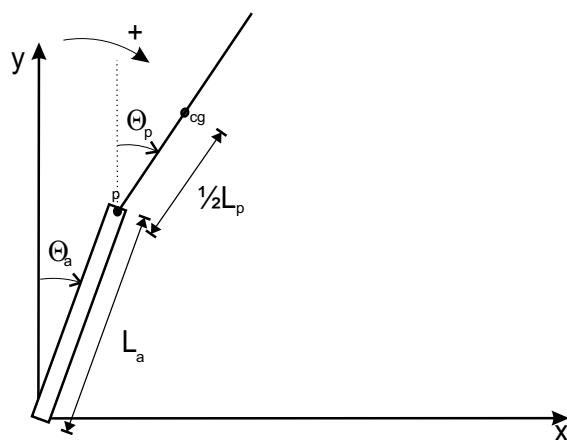
Figur 3.26: Modeloutput i forhold til måledata efter parameterestimering.

3.3. VERIFICERING AF DC-MOTOR, GEAR OG ARM

Som det ses på figur 3.26 er afvigelsen mellem modellen for motor, gear og arm og det fysiske system nu på 7,2% hvilket er acceptabelt. Det kan konkluderes at den ulineære model for motor, gear og arm er korrekt, og de nye estimerede værdier i tabel 3.4 vil blive brugt til simuleringer vha. **SIMULINK**. Den procentvise afvigelse mellem model og system er ikke den samme for det lineære delsystem og det ulineære delsystem. Afvigelsen for den lineære model er på 4,6%, men dette er ikke nødvendigvis bedre end de 7,2% for den ulineære model, da de to modeller ikke har fået det samme input. Dvs. at den ulineære model sandsynligvis er mere præcis end den lineære, i forhold til det fysiske system, hvilket også gerne skulle være tilfældet, da det er den ulineære model, som skal bruges til simuleringer og tests. Denne skal derfor gerne afspejle virkeligheden med bedre tilnærmede end den lineære model.

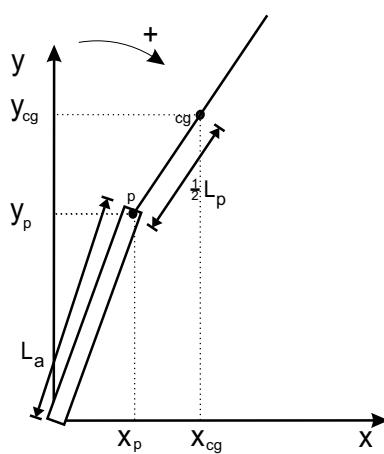
3.4 Modellering af arm og pind

Det følgende afsnit omhandler modelleringen af pindens bevægelse. Det overordnede mål er at bestemme en overføringsfunktion fra armens vinkel til pindens vinkel. Der opstilles indledningsvist et diagram over de fysiske enheder, dvs. armen og pinden, der indgår i problemstillingen. Disse er optegnet på figur 3.27, og på figuren er desuden angivet de længder og vinkler, der anvendes i de kommende udregninger. Som det fremgår, er den positive omløbsretning med uret, vinklen $\Theta_a(s)$ måles fra lodret til armen, og vinklen $\Theta_p(s)$ måles fra lodret til pinden. Derudover er massemidtpunktet for pinden samt dens omdrejningspunkt i forhold til armen angivet med hhv. cg og p . Med disse definitioner fastlagt, er det muligt at påbegynde de fysiske betragtninger af systemet.



Figur 3.27: Definitioner af vinkler og længder for armen og pinden.

På figur 3.28 fremgår kræfterne på pinden i hhv. x- og y-retningen, samt koordinaterne til pindens massemidtpunkt og omdrejningspunkt. I det følgende bestemmes et udtryk for pindens acceleration i masse midtpunktet med henblik på at opstille et udtryk for den samlede kraftpåvirkning af pinden.



Figur 3.28: Armen og pinden med punktet cg , som er pindens masse midtpunkt.

Koordinatsættet for masse midtpunktet cg kan udtrykkes vha. vinklerne $\theta_a(t)$ og $\theta_p(t)$ samt koordinatsættet for omdrejningspunktet p .

$$x_{cg}(t) = L_a \cdot \sin(\theta_a(t)) + \frac{L_p}{2} \cdot \sin(\theta_p(t)) \quad (3.42)$$

$$y_{cg}(t) = L_a \cdot \cos(\theta_a(t)) + \frac{L_p}{2} \cdot \cos(\theta_p(t)) \quad (3.43)$$

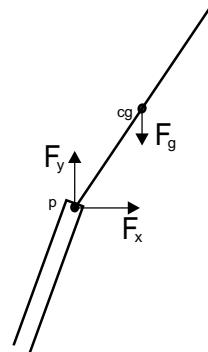
Hvis disse udtryk differentieres fås hastigheden for punktet cg , og hvis denne differentieres, fås accelerationen i punktet cg .

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cg}(t) &= \frac{L_p}{2} \cdot \dot{\theta}_p(t) \cdot \cos(\theta_p(t)) + L_a \cdot \dot{\theta}_a(t) \cdot \cos(\theta_a(t)) \\ \dot{y}_{cg}(t) &= -\frac{L_p}{2} \cdot \dot{\theta}_p(t) \cdot \sin(\theta_p(t)) - L_a \cdot \dot{\theta}_a(t) \cdot \sin(\theta_a(t)) \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{cg}(t) &= \frac{L_p}{2} \cdot \ddot{\theta}_p(t) \cdot \cos(\theta_p(t)) - \frac{L_p}{2} \cdot \dot{\theta}_p^2(t) \cdot \sin(\theta_p(t)) \\ &\quad + L_a \cdot \ddot{\theta}_a(t) \cdot \cos(\theta_a(t)) - \sin(\theta_a(t)) \cdot L_a \cdot \dot{\theta}_a^2(t) \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{cg}(t) &= -\frac{L_p}{2} \cdot \ddot{\theta}_p(t) \cdot \sin(\theta_p(t)) - \frac{L_p}{2} \cdot \dot{\theta}_p^2(t) \cdot \cos(\theta_p(t)) \\ &\quad - L_a \cdot \ddot{\theta}_a(t) \cdot \sin(\theta_a(t)) - \cos(\theta_a(t)) \cdot L_a \cdot \dot{\theta}_a^2(t) \end{aligned} \quad (3.46)$$

Pinden påvirkes af armen med en kraft i x-retningen og en kraft i y-retningen, samt tyngdekraften, som det ses på figur 3.29.



Figur 3.29: Kræfter som pinden påvirkes med.

Kraften i x-retningen kan udtrykkes således:

$$F_x(t) = \ddot{x}_{cg}(t) \cdot m_p \quad (3.47)$$

Kraften som armen påvirker pinden med i x-retningen, er massen af pinden (m_p) multipliceret med accelerationen af pinden i x-retningen.

Kraften i y-retningen kan udtrykkes således:

$$\ddot{y}_{cg}(t) \cdot m_p = F_y(t) - F_g \quad (3.48)$$

$$F_y(t) = \ddot{y}_{cg}(t) \cdot m_p + F_g \quad (3.49)$$

$$F_y(t) = \ddot{y}_{cg}(t) \cdot m_p + g \cdot m_p \quad (3.50)$$

Kraften som armen påvirker pinden med i y-retningen er massen af pinden multipliceret med accelerationen af pinden i y-retningen plus massen af pinden multipliceret med tyngdeaccelerationen. For at sammenkæde disse to ligninger opstilles et udtryk for det samlede moment omkring pindens massemidtpunkt cg . $F_x(t)$ og $F_y(t)$ projiceres ind på pindens tværakse og det samlede moment bliver således:

$$\begin{aligned} \sum \tau_{cg}(t) &= J_p \cdot \ddot{\theta}_p(t) \\ J_p \cdot \ddot{\theta}_p(t) &= -F_x(t) \cdot \cos(\theta_p(t)) \cdot \frac{L_p}{2} + F_y(t) \cdot \sin(\theta_p(t)) \cdot \frac{L_p}{2} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Ved indsættelse af ligning 3.47 og 3.48 i ligning 3.51 fås et samlet udtryk for pindens bevægelse:

$$\begin{aligned} J_p \ddot{\theta}_p(t) &= \frac{1}{2} L_p m_p \cdot \cos(\theta_p(t)) \\ &\left(-\frac{1}{2} L_p \ddot{\theta}_p(t) \cos(\theta_p(t)) + \frac{1}{2} L_p \dot{\theta}_p^2(t) \sin(\theta_p(t)) - L_a \ddot{\theta}_a(t) \cos(\theta_a(t)) + L_a \dot{\theta}_a^2(t) \sin(\theta_a(t)) \right) \\ &- \frac{1}{2} L_p m_p \cdot \sin(\theta_p(t)) \\ &\left(\frac{1}{2} L_p \ddot{\theta}_p(t) \sin(\theta_p(t)) + \frac{1}{2} L_p \dot{\theta}_p^2(t) \cos(\theta_p(t)) + L_a \ddot{\theta}_a(t) \sin(\theta_a(t)) + L_a \dot{\theta}_a^2(t) \cos(\theta_a(t)) + g \right) \end{aligned}$$

Dette udtryk for sammenhængen mellem armens tilstande og pindens tilstande, udnyttes til at lave en ulineær overføringsfunktion fra armens vinkel til pindens vinkel.

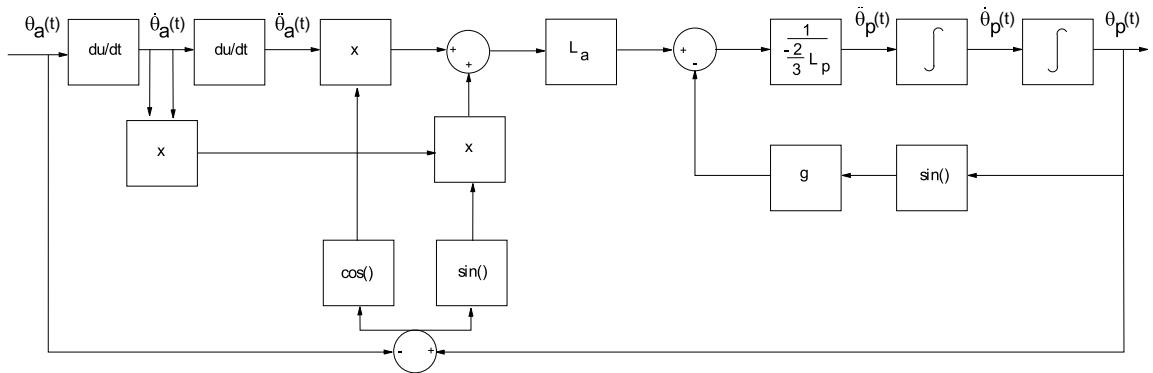
3.4.1 Ulineær model af arm og pind

Ligning 3.52 kan reduceres til en mere overskuelig form. Denne reduktion findes i appendiks G.2.

Udtrykket ser, efter reduktionen, således ud:

$$\ddot{\theta}_p(t) = \frac{L_a(\ddot{\theta}_a(t)\cos(\theta_p(t) - \theta_a(t)) + \dot{\theta}_a^2(t)\sin(\theta_p(t) - \theta_a(t))) - g \cdot \sin(\theta_p(t))}{-\frac{2}{3}L_p} \quad (3.52)$$

Denne funktion kan opstilles som et blokdiagram, hvor tilstande for pinden og armen indgår. Dette kan ses på figur 3.30.



Figur 3.30: Ulineær model for arm og pind på blokdiagramstruktur.

Denne blokdiagramstruktur realiseres som model, vha. SIMULINK.

3.4.2 Lineær model af arm og pind

For at danne denne lineære model, tages udgangspunkt i den reducerede form af den ulineære ligning, altså ligning 3.52

For at få en ligning, der kan skrives en overføringsfunktion for, er det nødvendigt at ligningen kan laplacetransformeres, og der må derfor ikke indgå ulineære led. Lineariseringen af ligningen er lavet ud fra 2. ordens Taylorrekker og kan findes i appendiks G.1. Efter denne linearisering haves udtrykket for pindens vinkelacceleration, som, pga. lineariseringen, kun gælder for små vinkler omkring lodret. Til at angive dette er vinklerne markeret med "hat".

$$\ddot{\hat{\theta}}_p(t) = \frac{L_a\ddot{\hat{\theta}}_a(t) - g \cdot \hat{\theta}_p(t)}{-\frac{2}{3}L_p} \quad (3.53)$$

Denne ligning Laplace-transformeres for at opnå en overføringsfunktion, fra armens vinkel til pindens vinkel.

$$\begin{aligned}\hat{\Theta}_p(s) \cdot s^2 &= \frac{L_a \hat{\Theta}_a(s) \cdot s^2 - g \cdot \hat{\Theta}_p(s)}{-\frac{2}{3} L_p} \Leftrightarrow \\ \hat{\Theta}_p(s) \cdot s^2 \cdot \left(-\frac{2}{3} L_p\right) &= L_a \hat{\Theta}_a(s) \cdot s^2 - g \cdot \hat{\Theta}_p(s) \Leftrightarrow \\ \hat{\Theta}_p(s) \cdot s^2 \cdot \left(-\frac{2}{3} L_p\right) + g \cdot \hat{\Theta}_p(s) &= L_a \hat{\Theta}_a(s) \cdot s^2 \Leftrightarrow \\ \hat{\Theta}_p(s) \left(-\frac{2}{3} L_p \cdot s^2 + g\right) &= \hat{\Theta}_a(s) L_a \cdot s^2\end{aligned}$$

$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{\hat{\Theta}_a(s)} = \frac{L_a \cdot s^2}{-\frac{2}{3} L_p \cdot s^2 + g}$$

Hermed er den lineariserede overføringsfunktion, fra armens vinkel til pindens vinkel, udledt. Herefter skal den lineære og den ulineære overføringsfunktion verificeres. Dette gøres ved hjælp af MATLAB toolboxen SENSTOOLS.

3.5 Verificering af arm og pind

3.5.1 Verificering af den ulineære model for arm og pind

For at verificere den ulineære model for delsystemet for arm og pind, anvendes ligesom i afsnit 3.3.1, SENSTOOLS, som er beskrevet yderligere i appendiks F.

Det er ikke muligt at styre input'et nøjagtigt, fordi inputtet til delsystemet er armvinklen og det styrbare input er spændingen på motoren. Derfor er det ikke umiddelbart muligt at anvende SENSTOOLS' mulighed for at designe et optimalt inputsignal, til brug under parameterestimering og verificering.

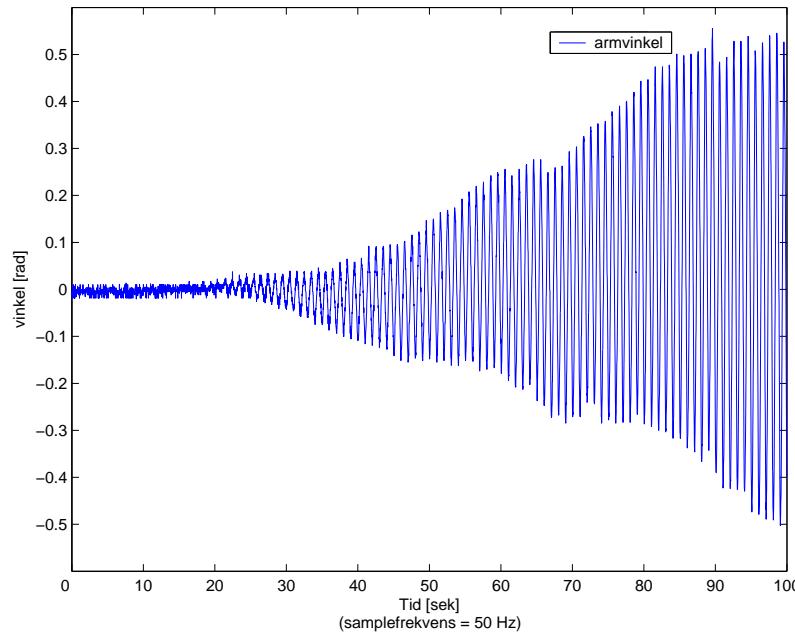
Ifølge [8, side 73] er det, uover at variere frekvensen, også vigtigt at variere amplituden under inputsignaldesign. Derfor vælges det at anvende et signal med fast frekvens og varierende amplitude.

Frekvensen vælges til 1 Hz for det firkantsignal, der påtrykkes motoren og amplituden på armen varieres, ved at lade spændingsamplituden på motoren gå fra 0V til ca. 6.8V, som er den maksimale spænding, der kan påtrykkes motoren inden effektforstærkeren strømbegrænses.

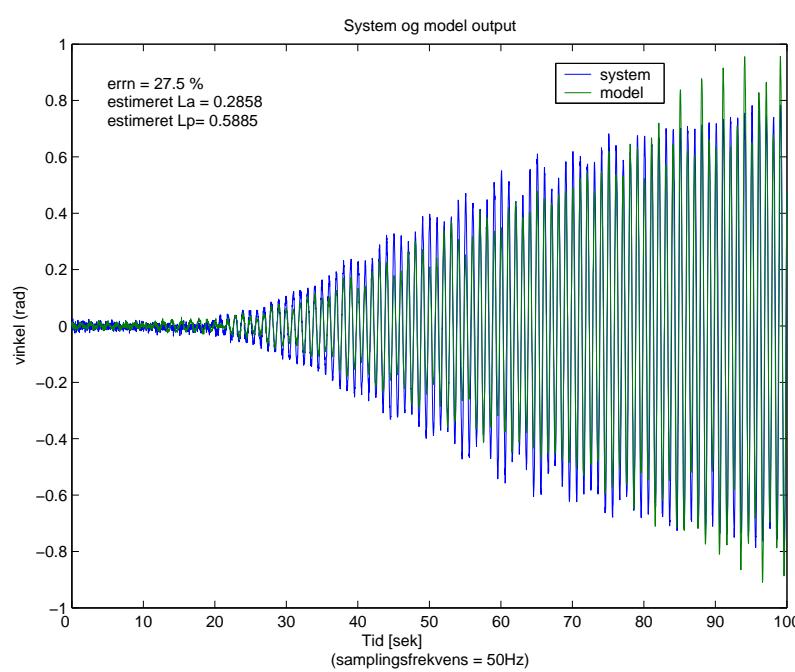
En uddybende beskrivelse af verificeringsforsøget kan findes i appendiks D.1. I appendiks G.3 findes information om hvordan den ulineære model er simuleret med SENSTOOLS .

På figur 3.32 ses den målte vinkel på pinden samt den modellens vinkel på pinden. Inputtet til modellen er armvinklen, som ses på figur 3.31.

Som det fremgår af figur 3.32 er modelfejlen $\text{errn} = 27.5\%$, hvilket er en del mere end hvad der kan forventes at opnå ved elektromekaniske systemer. Dette skyldes sandsynligvis at måledata fra systemet er forholdsvis støjfyldte.



Figur 3.31: Vinkel på armen, som er input til modellen



Figur 3.32: Systemoutput og modeloutput for den ulineære model, efter parameterestimering.

L_a og L_p er to parametre der indgår i den ulineære model, hvor L_a er længden på armen og L_p er længden på pinden.

L_a	L_p	Estimeret L_a	Estimeret L_p
0.3	0.5	0.2858	0.5885

Tabel 3.5: Parametre for den ulineære model for arm og pind

Det er de estimerede parametre der bruges i den ulineære model for arm og pind, som skal bruges til at teste regulatorer med.

3.5.2 Verificering af den lineære model for arm og pind

Verificeringen af den lineære model foregår også ved hjælp af SENSTOOLS. Den lineære overføringsfunktion som blev fundet i afsnit 3.4, kan ses følgende:

$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{\hat{\Theta}_a(s)} = \frac{L_a \cdot s^2}{-\frac{2}{3}L_p \cdot s^2 + g} \quad (3.54)$$

Denne ligning kan indsættes direkte i SENSTOOLS, som beskrevet i appendiks F. SENSTOOLS opstættes til at justere på to parametre L_a og L_p .

Ifølge [8, s. 72] er det ofte en god idé at vælge et firkantsignal som input til et lineært system ved parameterestimering med SENSTOOLS. Dette kan dog ikke lade sig gøre i praksis, da armens vinkel ikke kan ændre sig momentant. Derfor vælges det at påtrykke motoren et firkantsignal med maksimalt tilladte amplitude for motoren.

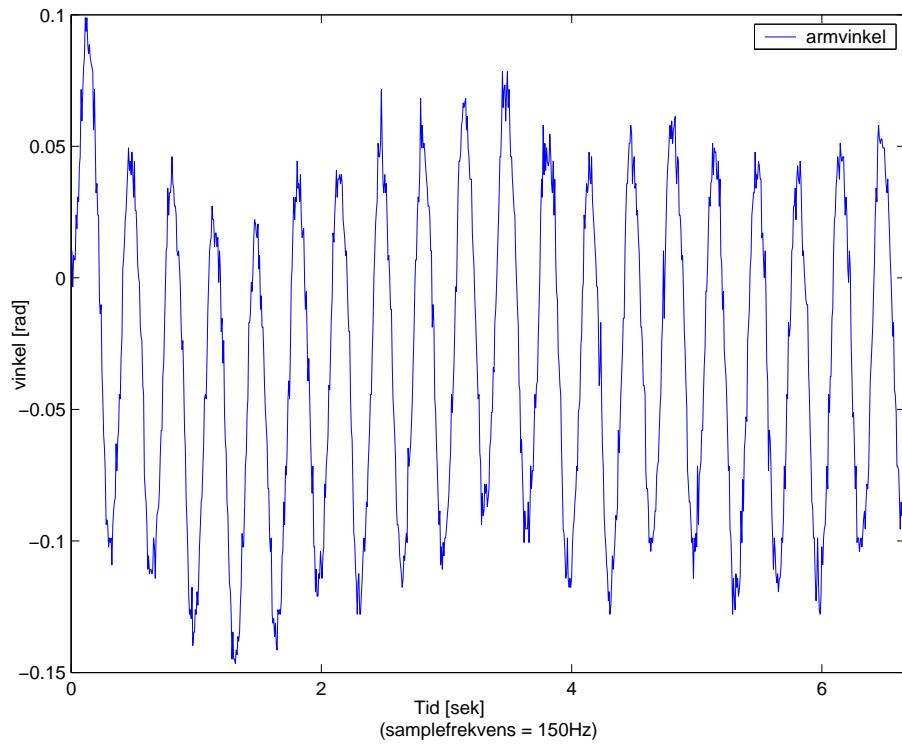
Da det er den lineære model der skal parameterestimeres, er det vigtigt at vinklen på armen og pinden ikke bliver store, idet den lineære model kun er gyldig for små vinkler omkring arbejdspunkterne, som er nul for både armen og pinden. Derfor skal frekvensen af inputtet til motoren have en vis størrelse, for at undgå at vinkeludsvinget på armen bliver for stort. Samtidig må frekvensen ikke være for høj, da samplingsopløsningen er begrænset, og en for lille amplitude derved vil betyde relativt større kvantiseringsfejl. Derudover tager modellen ikke højde for tørfriktion, som vil få større betydning jo oftere armen vender retning. Derfor vælges frekvensen på inputsignalet til motoren til 3 Hz. Et plot af dette signal kan findes i målejournalen i appendiks D.2 på figur D.4. Det påtrykte signal på motoren, giver en vinkelændring på armen med samme frekvens. Amplituden overstiger ikke 0.15 rad, hvilket svarer til 8.6 grader. Armen svinger ikke helt omkring arbejdspunktet, selvom inputtet til motoren skulle bevirkе dette, som det ses på figur 3.33.

På figur 3.34 ses system- og modeloutput. Som det ses passer model godt med det faktiske system, efter parameterestimeringen. Der er dog en væsentlig ændring i parametrene som det ses i tabel 3.6.

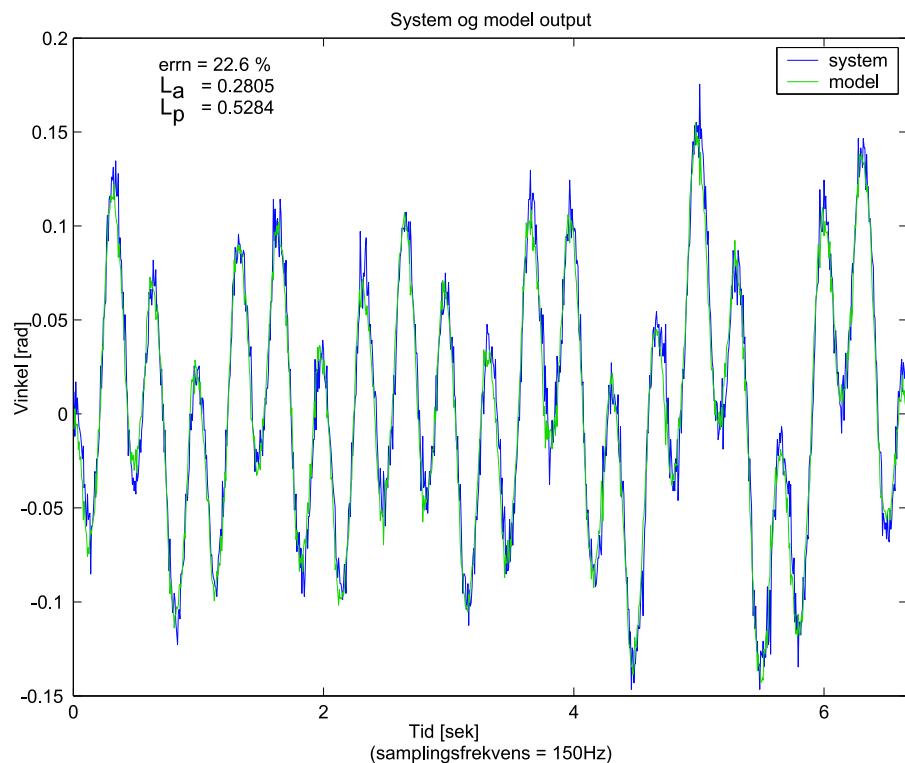
L_a	L_p	Estimeret L_a	Estimeret L_p
0.3	0.5	0.2805	0.5284

Tabel 3.6: Parametre for den lineære model for arm og pind

Efter parameterestimeringen ser den lineære overføringsfunktionen for arm og pind altså som i formel 3.57:



Figur 3.33: Vinkel på armen, som er input til system og model under parameterestimering.



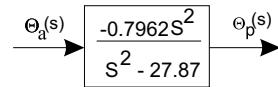
Figur 3.34: System- og modeloutput ved parameterestimering med Senstools.

$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{\hat{\Theta}_a(s)} = \frac{0.2805 \cdot s^2}{-0.5284 \cdot (\frac{2}{3} \cdot s^2) + 9.82} \quad (3.55)$$

$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{\hat{\Theta}_a(s)} = \frac{0.2805 \cdot s^2}{-0.3523 \cdot s^2 + 9.82} \quad (3.56)$$

$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{\hat{\Theta}_a(s)} = \frac{-0.7962 \cdot s^2}{s^2 - 27.87} \quad (3.57)$$

Det samlede blokdiagram for den lineære overføringsfunktion for arm og pind kan ses på figur 3.35.



Figur 3.35: Blokdiagram for den lineære overføringsfunktion for arm og pind.

3.6 Samling af modeller

Idet både de lineære og ulineære modeller for delsystemerne er bestemt, skal de samles inden det kommende regulatordesign i næste kapitel. I det følgende samles først de lineære modeller, og resultatet af dette skal fungere som grundlag for selve regulatordesignet. Dernæst samles den ulineære model, og resultatet af dette skal anvendes under verificeringen af de designede regulatorer.

3.6.1 Samlet model for lineær model

I dette afsnit vil den samlede lineære model for systemet blive opstillet. Et bodeplot vil blive plottet til bestemmelse af systemets båndbredde.

Den samlede model består af alle de tidligere designede modeller, dvs. model for forstærkeren, for motor, gear og arm og for pind.

For at opstille en samlet overføringsfunktion for den lineære model multipliceres overføringsfunktionerne for de tre delsystemer til en samlet overføringsfunktion.

Forstærker:

$$\frac{V_a(s)}{V_s(s)} = 1,31 \quad (3.58)$$

Motor, gear og arm:

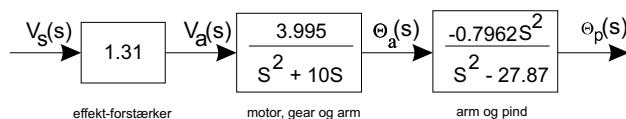
$$\frac{\Theta_a(s)}{V_a(s)} = \frac{3.995}{s^2 + 10 \cdot s} \quad (3.59)$$

Pind:

$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{\hat{\Theta}_a(s)} = \frac{-0.7962 \cdot s^2}{s^2 - 27.87} \quad (3.60)$$

Da $\hat{\Theta}_a(s) = \Theta_a(s)$ for værdier af $\Theta_a(s)$ nær 0 kan de tre overføringsfunktioner sammes til én overføringsfunktion.

På figur 3.36 ses det samlede blokdiagram for systemet.

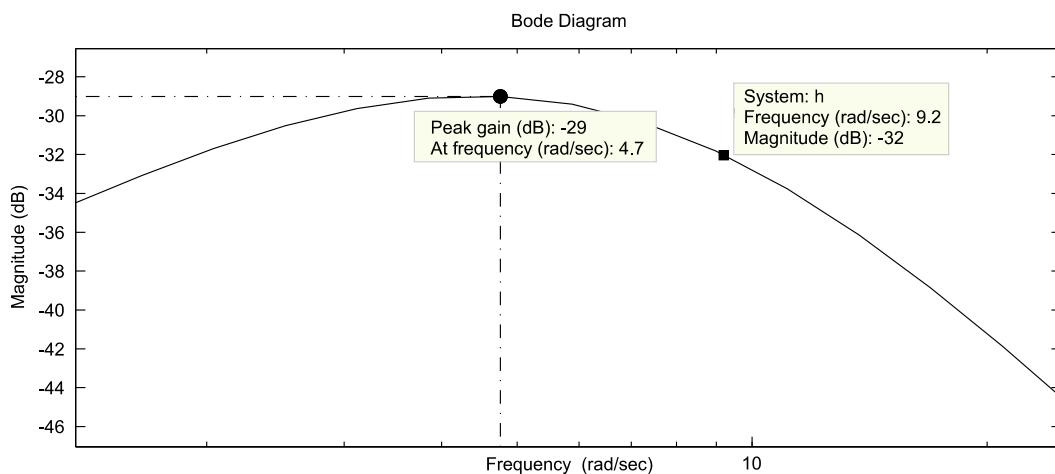


Figur 3.36: Samlet overføringsfunktion lineær model af system

Samlet overføringsfunktion:

$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{V_a(s)} = \frac{-4.16687 \cdot s}{s^3 + 10 \cdot s^2 - 27.87 \cdot s - 278.7} \quad (3.61)$$

For senere at kunne bestemme den nødvendige samplingsfrekvens er det nødvendigt at definere en båndbredde. Da definitionen på båndbredde er inkonsekvent defineres den her til afstanden fra $\omega = 0$ til den frekvens hvor amplitudekarakteristikken er faldet 3 dB.



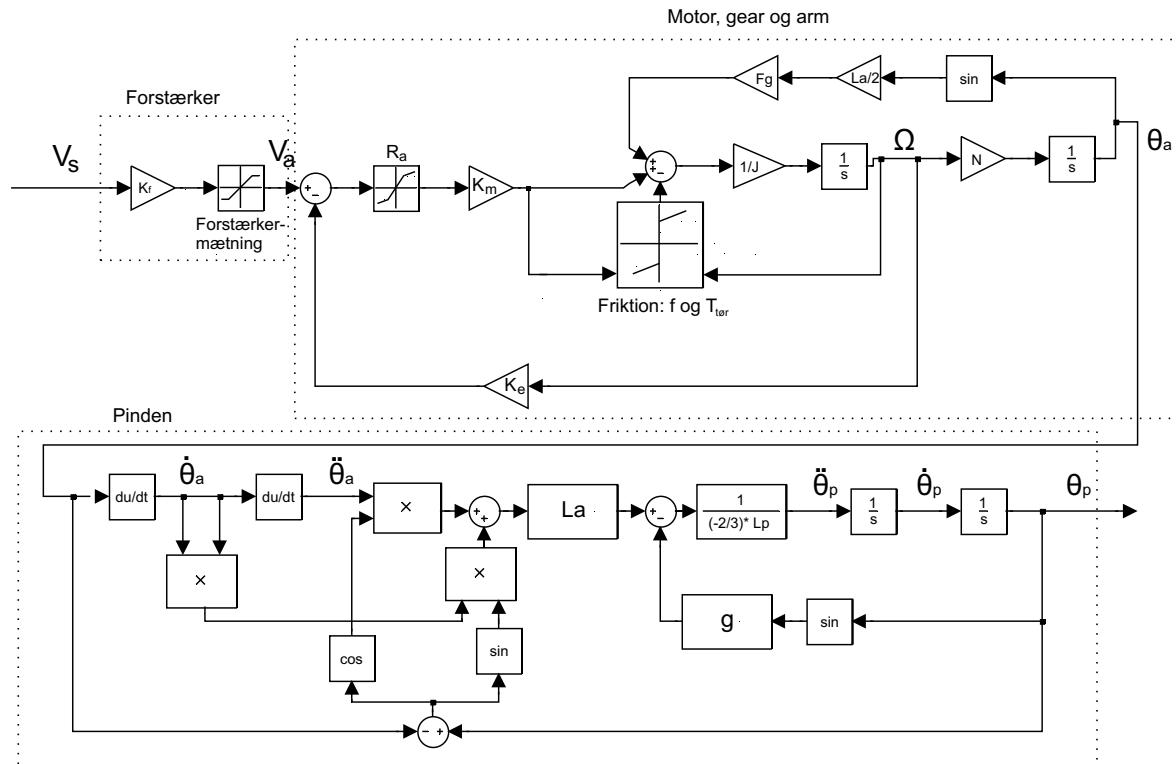
Figur 3.37: Bodeplot for den samlede lineære model

Efter aflæsning på bodeplot er systemets samlede båndbredde bestemt til følgende:

$$BW = 9,20 \frac{\text{rad}}{\text{sek}} \quad (3.62)$$

3.6.2 Samlet model for ulineær model

I dette afsnit vil den samlede ulineære model blive opstillet. Da det ikke er muligt at opstille en overføringsfunktion for den ulineære model opstilles et samlet blokdiagram i stedet. Det samlede blokdiagram kan ses på figur 3.38.



Figur 3.38: Blokdiagram for den samlede ulineære model

Parameterværdier for den ulineære model kan ses i tabel 3.7:

K_f	1, 31
<i>Forstaerkermaetning</i>	$\pm 6, 28V$
R_a for $V_a > 1V$	$0, 2064\Omega$
R_a for $1V > V_a > -1V$	$1, 8740\Omega$
R_a for $V_a < -1V$	$0, 1976\Omega$
K_m	0, 0296
f	$0, 0007Nm$
T_{tr}	$0, 4250Nm$
J	$0, 00066Nm$
N	1/37, 04
L_a	$0, 3m$
Fg	0, 2521
g	$9, 82N$

Tabel 3.7: Tabel over de anvendte variable i den ulineære model

4

Regulering

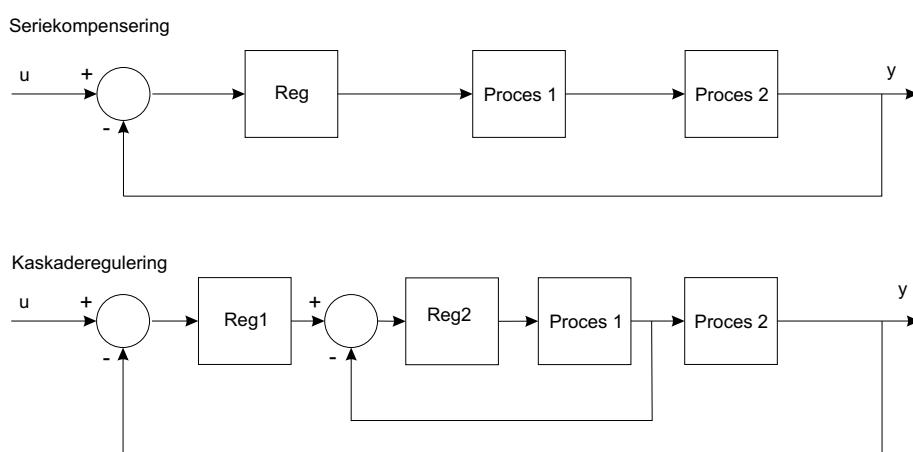
I dette kapitel vil der blive udarbejdet to digitale regulatorer til regulering af det ustabile system. Først vil der blive opstillet krav til regulatorerne, derefter vil de blive designet, testet ved hjælp af simulering og til sidst vil de blive implementeret på systemet.

De to regulatorer vil blive udarbejdet med forskellige reguleringsteknikker. Til den første regulator vil klassisk regulering ved hjælp af rodkurvebetragtninger blive benyttet, hvor den anden bliver udarbejdet ved hjælp af tilstandsreguleringsprincipper, også kaldet State Space-regulering.

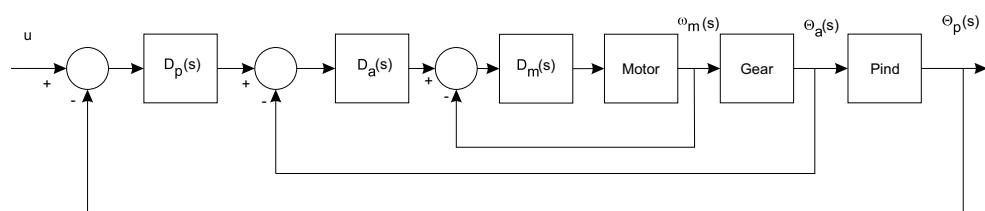
Indenfor den klassiske regulering er der to metoder at regulere systemet på, seriekompensering og kaskaderegulering (se figur 4.1). Ved seriekompensering reguleres kun på outputtet, hvor der ved kaskaderegulering reguleres på flere signaler, hvorved en forstyrrelse tæt ved en kilde bliver undertrykt inden den spredes sig til resten af systemet. Dette gør at kaskaderegulering er mest attraktiv at benytte. [6, s. 512]

Kaskaderegulering af systemet giver umiddelbart anledning til tre reguleringssløkker placeret som vist på figur 4.2.

Den inderste løkke regulerer motorens omdrejningshastighed, den midterste løkke regulerer armens vinkel i forhold til lodret og den yderste regulerer på pindens vinkel i forhold til lodret.



Figur 4.1: Forskel på seriekompensering og kaskaderegulering



Figur 4.2: Kascadeopbygning af system

4.1 Krav til regulatorer

Som nævnt i afsnit 1.2 på side 4, er kravene til regulatorerne de samme som til funktionaliteten af det samlede system. Det vil sige, at steady-state fejlen på pindens og armens vinkel i fht. lodret ikke må overstige hhv. $\pm 5^\circ$ og $\pm 10^\circ$.

I forbindelse med designet af tilstandsregulatoren er disse krav umiddelbare at overføre til krav til tilstandene. Ved designet af den klassiske regulator skal der foretages nogle indledende undersøgelser, for at kunne stille stabilitetskrav til systemet, men ved den endelige verificering af regulatorerne holdes de begge op mod de overordnede krav til pindens og armens vinkeludsving.

4.1.1 Specifikke krav til klassisk regulator

Følgende afsnit er udarbejdet ved hjælp fra kapitel 3 og 6 i [4].

Da systemet ikke har noget egentligt formål, er det svært at stille nogle specifikke krav til det. I de følgende afsnit er det dog forsøgt at opsættes krav til de forskellige reguleringsløkker. Disse krav sættes under forudsætning af at systemet er af 2. orden, hvilket systemet ikke er, hvorfor kravene måske ikke kan overholdes i første designiteration.

Pindregulator

Pindregulatoren er den yderste af de tre regulatorløkker i systemet. Denne skal være forholdsvis præcis til at regulere, da pinden skal holdes stående lodret. Dog må den ikke laves for hurtig, da de indre løkker skal være hurtigere end de yderliggende for at kaskadereguleringen virker efter hensigten. [4]

Det er i kravspecifikationen bestemt, at det samlede oversving skal være under 20%. For at overholde dette krav med en sikkerhedsmargin sættes oversvinget for pindregulatoren til at være maksimalt $M_{p_p} \leq 10\%$.

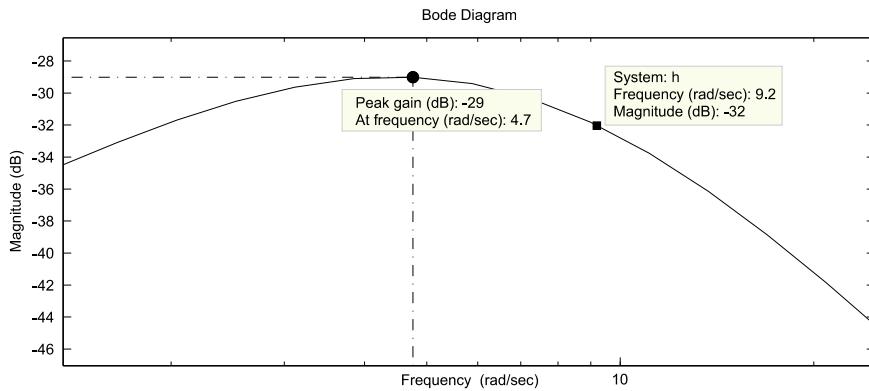
En regulator skal altid have en båndbredde, der er større end den proces den regulerer. Derfor laves et bodeplot af den samlede overføringsfunktion for systemet, der er fundet i formel 3.61 på side 56, for at finde 3 dB knækfrekvensen, bodeplottet kan ses på figur 3.37.

$$G(s) = \frac{-4.16687 \cdot s}{s^3 + 10 \cdot s^2 - 27.87 \cdot s - 278.7} \quad (4.1)$$

Denne type system kan der ikke fast defineres en båndbredde, men ud fra bodeplottet vurderes det, at båndbredden kan defineres som afstanden fra $\omega = 0 \text{ rad/sek}$ til $\omega = 9.2 \text{ rad/sek}$, der er frekvensen, hvor amplitudeplottet er faldet 3 dB under maksimumspunktet.

Båndbredden og kravet til oversving kan nu benyttes til at udregne krav til dæmpningsfaktor og resonansfrekvens.

Ud fra oversving på 10% kan dæmpningsfaktoren ζ udregnes til:



Figur 4.3: Bodeplot af samlet overføringsfunktion

$$\begin{aligned}
 \zeta_p &= \sqrt{\frac{\ln^2(M_{pp})}{\pi^2 + \ln^2(M_{pp})}} \\
 &= \sqrt{\frac{\ln^2(0.1)}{\pi^2 + \ln^2(0.1)}} = 0.59
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

For at kunne bestemme risetime og settlingtime skal egenfrekvensen bestemmes. Dennes forhold med båndbredden kan ses i formel 4.3. [7]

$$\begin{aligned}
 \omega_{np} &= \frac{\omega_{BW}}{\sqrt{1 - 2 \cdot \zeta + \sqrt{1 + (1 - 2 \cdot \zeta^2)^2}}} \\
 &= \frac{9.2}{\sqrt{1 - 2 \cdot \zeta + \sqrt{1 + (1 - 2 \cdot \zeta^2)^2}}} = 9.89 \text{ rad/sek}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

I tabel 4.1 kan en opsummering af kravene til pindregulatoren ses.

Krav	Værdi
M_{pp}	$\leq 10\%$
ζ_p	≥ 0.59
ω_{np}	9.89 rad/sek

Tabel 4.1: Tabel over krav til pindregulatoren

Armregulator

Armregulatorens krav beregnes ud fra de samme formler, som dem brugt i udregningen af krav til pindregulatoren. Da armens bevægelse har direkte indflydelse på om pinden står stabilt skal

dennes oversving ikke være ret stort, det vurderes at $M_{pa} \leq 5\%$ er passende.
Dæmpningsfaktor udregnes:

$$\begin{aligned}\zeta_a &\geq \sqrt{\frac{\ln^2(M_{pa})}{\pi^2 + \ln^2(M_{pa})}} \\ &\geq \sqrt{\frac{\ln^2(0.05)}{\pi^2 + \ln^2(0.05)}} = 0.69\end{aligned}\quad (4.4)$$

Da pindregulatoren benytter armregulatoren til at regulere pinden, skal polerne i armregulatoren være dominerende. En tommelfingerregel siger, at de skal være 5 gange større [4]. Under den forudsætning at systemet er af anden orden kan en formel opsættes for real-delen af det kompleks konjugerede polpar, der er i systemet: [4, s. 140]

$$\sigma = \zeta \cdot \omega_n \quad (4.5)$$

σ udregnes først for pinden, multipliceres med den faktor 5, polerne for armen skal være større, og til sidst isoleres armens egenfrekvens ω_{na} .

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \zeta_p \cdot \omega_{np} = 0.59 \cdot 9.89 = 5.8 \\ \sigma_a &= 5 \cdot \sigma_p = 29 \\ \omega_{na} &= \frac{\sigma_a}{\zeta_a} = \frac{29}{0.69} = 42.03 \text{ rad/sec}\end{aligned}\quad (4.6)$$

ω_{na} kan nu benyttes til at bestemme risetime og settlingtime (settlingsniveauet fastholdes til 2%).

$$t_{ra} \leq \frac{1.8}{\omega_{na}} = 0.043 \text{ sek} \quad (4.7)$$

$$t_{sa} \leq \frac{-\ln(0.02)}{\zeta_a \cdot \omega_{na}} = 0.13 \text{ sek} \quad (4.8)$$

I tabel 4.2 kan en opsummering af kravene til armregulatoren findes.

Motorregulator

Motorregulatoren er den inderst placerede regulator og skal derfor også være den hurtigste. Kravet til oversving valgt til $M_{pm} \leq 5\%$ ligesom for armregulatoren
Ligsom ved de to andre regulatorer beregnes dæmpningsfaktor:

Krav	Værdi
M_{p_a}	$\leq 5\%$
ζ_a	≥ 0.69
ω_{n_a}	42.03 rad/sek
t_{r_a}	≤ 0.043 sek
t_{s_a}	≤ 0.13 sek

Tabel 4.2: Tabel over krav til armregulatoren

$$\begin{aligned}\zeta_m &\geq \sqrt{\frac{\ln^2(M_{p_m})}{\pi^2 + \ln^2(M_{p_m})}} \\ &\geq \sqrt{\frac{\ln^2(0.05)}{\pi^2 + \ln^2(0.05)}} = 0.69\end{aligned}\quad (4.9)$$

Egenfrekvensen for motorforstærkeren beregnes ligesom for armregulatoren:

$$\begin{aligned}\sigma_m &= 5 \cdot \sigma_a = 145 \\ \omega_{n_m} &= \frac{\sigma_m}{\zeta_m} = \frac{145}{0.69} = 210.145 \text{ rad/sek}\end{aligned}\quad (4.10)$$

Risetime og settlingtime beregnes:

$$t_{r_m} \leq \frac{1.8}{\omega_{n_m}} = 0.0086 \text{ sek}\quad (4.11)$$

$$t_{s_m} \leq \frac{-\ln(0.02)}{\zeta_m \cdot \omega_{n_m}} = 0.027 \text{ sek}\quad (4.12)$$

I tabel 4.3 kan en opsummering af kravene til motorregulatoren findes.

4.2 Design af klassisk regulator

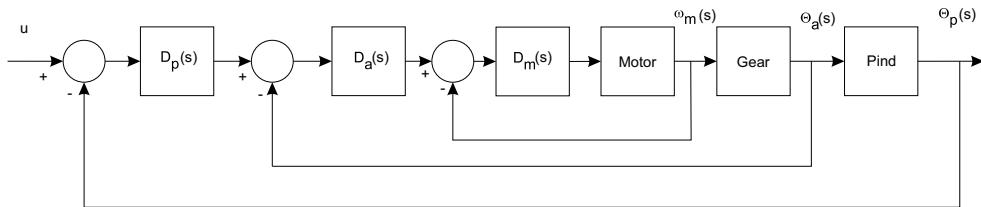
Som tidligere beskrevet ønskes systemet reguleret med kaskadekoblede regulatorer placeret som vist på figur 4.4. De forskellige regulatorer skal have forskellige egenskaber og skal muligvis

Krav	Værdi
M_{p_m}	$\leq 5\%$
ζ_m	≥ 0.69
ω_{n_m}	210.145 rad/sek
t_{r_m}	≤ 0.0086 sek
t_{s_m}	≤ 0.027 sek

Tabel 4.3: Tabel over krav til motorregulatoren

være forskellige typer, men som udgangspunkt forsøges at regulere med en simpel proportional-regulator (P-regulator) hvis den kan overholde de opstillede krav benyttes den, ellers designes en regulator, der bedre kan opfylde de krav P-regulatoren ikke kan.

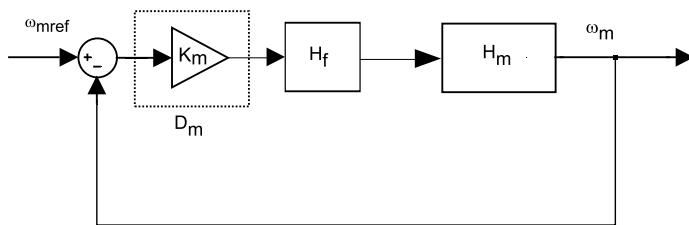
Følgende beskrives designet af de forskellige regulatorer samt fremgangsmåden hvorpå de er designet.



Figur 4.4: Kaskadeopbygning af system

4.2.1 Motorregulator

Som regulator for den inderste regulatorløkke er valgt at forsøge med en proportionalregulator (P-regulator). På figur 4.5 ses et blokdiagram for motorregulatoren med en P-regulator koblet på. De to blokke H_f og H_m er henholdsvis overføringsfunktionen for forstærkeren og motoren.



Figur 4.5: Blokdiagram af motorregulator

For at kunne opstille nogle designspezifikationer til regulatoren ridses de krav, der blev stillet til den i afsnit 4.1.1 op. Kravene er vist i tabel 4.4.

En lukket-sløjfe-overføringsfunktion for blokdiagrammet i figur 4.5 opstilles med henblik på at lave et rodkurveplot. Denne kan ses på figur 4.13.

Krav	Værdi
M_{p_m}	$\leq 5\%$
ζ_m	≥ 0.69
ω_{n_m}	210.145 rad/sek
t_{r_m}	$\leq 0.0086 \text{ sek}$
t_{s_m}	$\leq 0.027 \text{ sek}$

Tabel 4.4: Tabel over krav til motorregulatoren

$$H_{FM}(s) = \frac{D_m(s) \cdot H_f(s) \cdot H_m(s)}{1 + D_m(s) \cdot H_f(s) \cdot H_m(s)} \quad (4.13)$$

For at lave et rodkurveplot skal den karakteristiske ligning, nævneren i overføringsfunktionen, være på formen $1 + K \cdot L_m(s)$, dette er den karakteristiske ligning i dette tilfælde allerede hvorfor:

$$L_m(s) = H_f(s) \cdot H_m(s) = 1.31 \cdot \frac{148}{s+10} = \frac{193.88}{s+10} \quad (4.14)$$

Herefter benyttes funktionen `rlocus(Lm(s))`, der tegner et rodkurveplot af $L_m(s)$. Et rodkurveplot er en grafisk fremvisning af mulige polplaceringer som funktioner af en varierende forstærkning K .

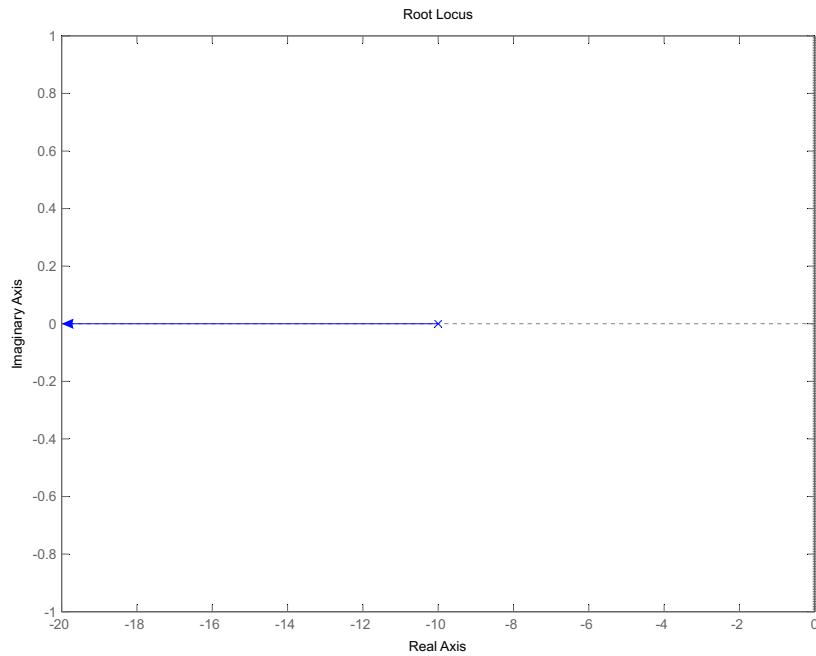
Ud fra det tegnede rodkurveplot vælges grafisk en polplacering, der giver en rise-time og settling-time for systemet, der overholder de opstillede krav. Den valgte pol indsættes så i funktionen `rlocfind()` i MATLAB, der returnerer $k_{p_m} = 1.495771$. Rodkurveplottet er skitseret på figur 4.6

For at aflæse rise-time og settling-time laves en samlet overføringsfunktion for forstærker, motor og tilbagekobling:

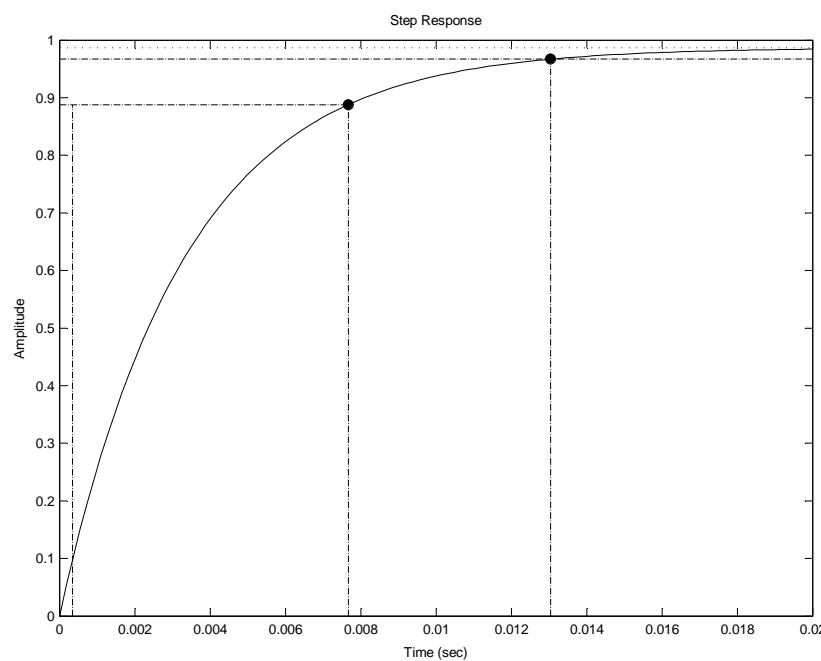
$$\begin{aligned} H_{FM}(s) &= \frac{H_f(s) \cdot H_m(s) \cdot D_m}{1 + H_f(s) \cdot H_m(s) \cdot D_m} \\ &= \frac{290}{s+300} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Rise-time og settling-time er vist på stepresponset af $H_{FM}(s)$ på figur 4.7. Her kan det ses at rise-time er 0.00732 sek og settling-time er 0.013 sek, hvilket overholder kravene til disse.

Motorregulator Med PI-regulator



Figur 4.6: Rodkurveplot af $L_M(s)$, pol er vist med et kryds.



Figur 4.7: Steprespons af $H_{FM}(s)$

På trods af at regulatoren overholder de opstillede krav, viste det sig under implementering at motorregulatoren var meget ”urolig”, forstået på den måde at den bevægede sig meget hurtigt frem og tilbage og derved gjorde at regulatoren ikke kunne få pinden til at balancere. Denne forskel på det designede og det implementerede system kan skyldes at kravene til systemet, som tidligere beskrevet, er opstillet til et 2.ordens system, samt modelfejl. Dette vil blive yderligere beskrevet i afsnittet om implementering af regulator i afsnit 4.3.

For at roliggøre motorregulatoren indsættes et integratorled i regulatoren, således at der designes en Proportional-Integral-regulator (PI-regulator), der ser ud som vist i formel 4.16

$$D_{m_{PI}}(s) = k_{p_m} + \frac{k_i}{s} \quad (4.16)$$

For at kunne lave et rodplot af delsystemet, skal en ny overføringsfunktion opstilles. Denne ses i formel 4.17.

$$H_{FM_{PI}}(s) = \frac{D_{m_{PI}}(s) \cdot H_f(s) \cdot H_m(s)}{1 + D_{m_{PI}}(s) \cdot H_f(s) \cdot H_m(s)}$$

Ligesom med P-regulatoren opstilles den karakteristiske ligning for $H_{FM_{PI}}(s)$ på formen $1 + K \cdot L_m(s)$, dette gøres i formel 4.17.

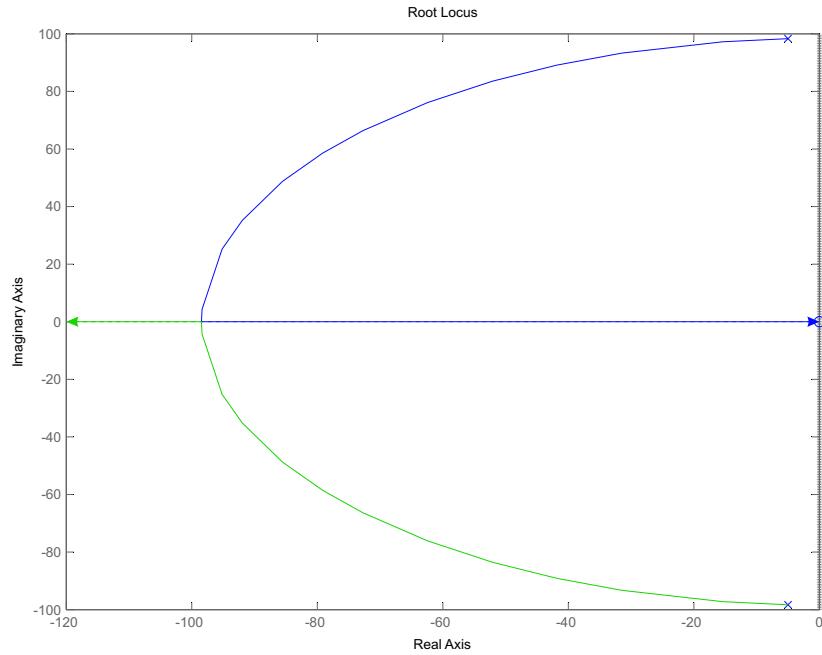
$$\begin{aligned} 1 + \left(k_{p_m} + \frac{k_i}{s} \right) \cdot H_f(s) \cdot H_m(s) &= 1 + k_{p_m} \cdot H_f(s) \cdot H_m(s) + \frac{k_i \cdot H_f(s) \cdot H_m(s)}{s} \\ &= 1 + k_{p_m} \cdot \frac{H_f(s) \cdot H_m(s) \cdot s}{s + H_f(s) \cdot H_m(s) \cdot k_i} \end{aligned} \quad (4.17)$$

For at kunne lave et rodkurveplot af $L_{m_{PI}}(s)$, der indeholder to variable k_{p_m} og k_i , skal den ene fastholdes til en værdi mens den anden undersøges. Det er valgt at fastholde k_i , der efter flere iterationer er fundet til $k_i = 50$ og så lade `rlocfind()` finde k_{p_m} , der er fundet til $k_{p_m} = 1.4379$. Et rodkurveplot af $L_{m_{PI}}(s)$ kan ses på figur 4.8

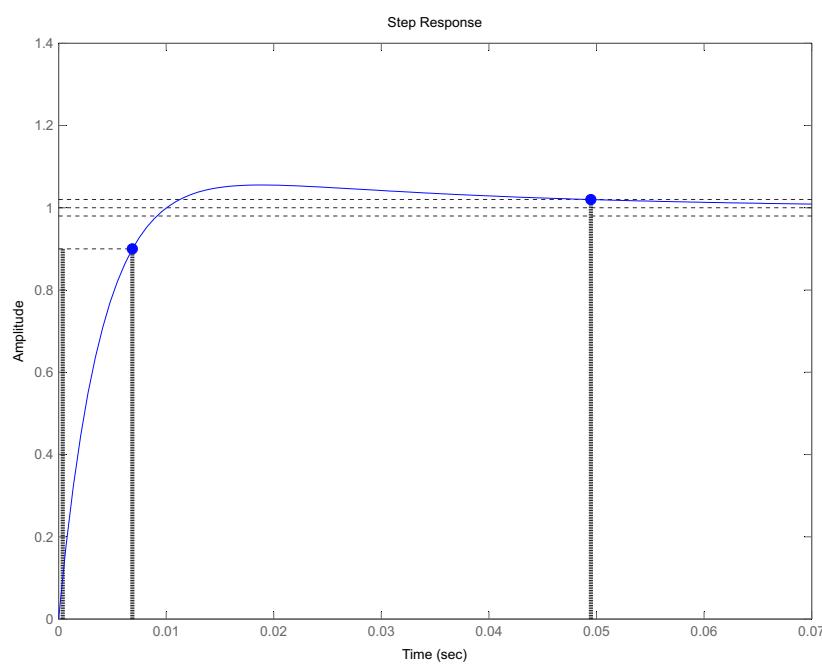
Herefter laves et steprespons på $H_{FM_{PI}}(s)$ for at sikre at rise-time, settling-time og overshoot overholder kravene, stepresponsset kan ses på figur 4.9

$$\frac{278.8 \cdot s + 9694}{s^2 + 288.8 \cdot s + 9694}$$

Ud fra stepresponsset i figur 4.9 ses det at rise-time = 0.00647 sek., settling-time = 0.0495 sek. og overshoot = 5.54%. Af disse er det kun rise-time der overholder de opstillede krav, settling-time og overshoot overskrider dog kravene så lidt at det vurderes acceptabelt.



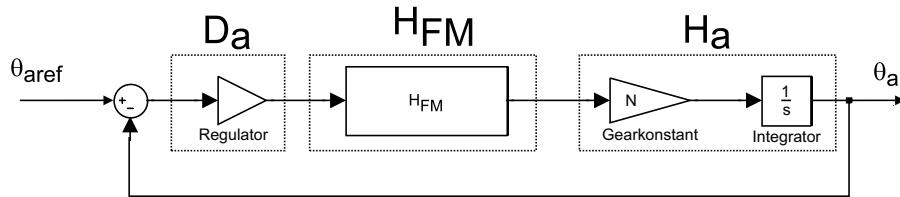
Figur 4.8: Rodkurveplot af $L_{m_{PI}}(s)$



Figur 4.9: Stepsrespons af $H_{FMP_I}(s)$

4.2.2 Armregulator

Til regulering af armens position ($\Theta_a(s)$) benyttes en P-regulator. Blokdiagrammet for armregulatoren er vist på figur 4.10.



Figur 4.10: Blokdiagram for regulator til armens position

Hvor regulatoren for armen er kaldt $D_a(s)$, armens overføringsfunktion $H_a(s)$ og overføringsfunktionen for motoren og forstærkeren med regulator $H_{FM}(s)$, hvilken er fundet i det tidligere afsnit.

For at kunne designe armens regulator opsummeres herunder kravene fundet i afsnit 4.1.1:

Krav	Værdi
M_{p_a}	$\leq 5\%$
ζ_a	≥ 0.69
ω_{n_a}	42.03 rad/sek
t_{r_a}	$\leq 0.043 \text{ sek}$
t_{s_a}	$\leq 0.13 \text{ sek}$

Tabel 4.5: Tabel over krav til armregulatoren

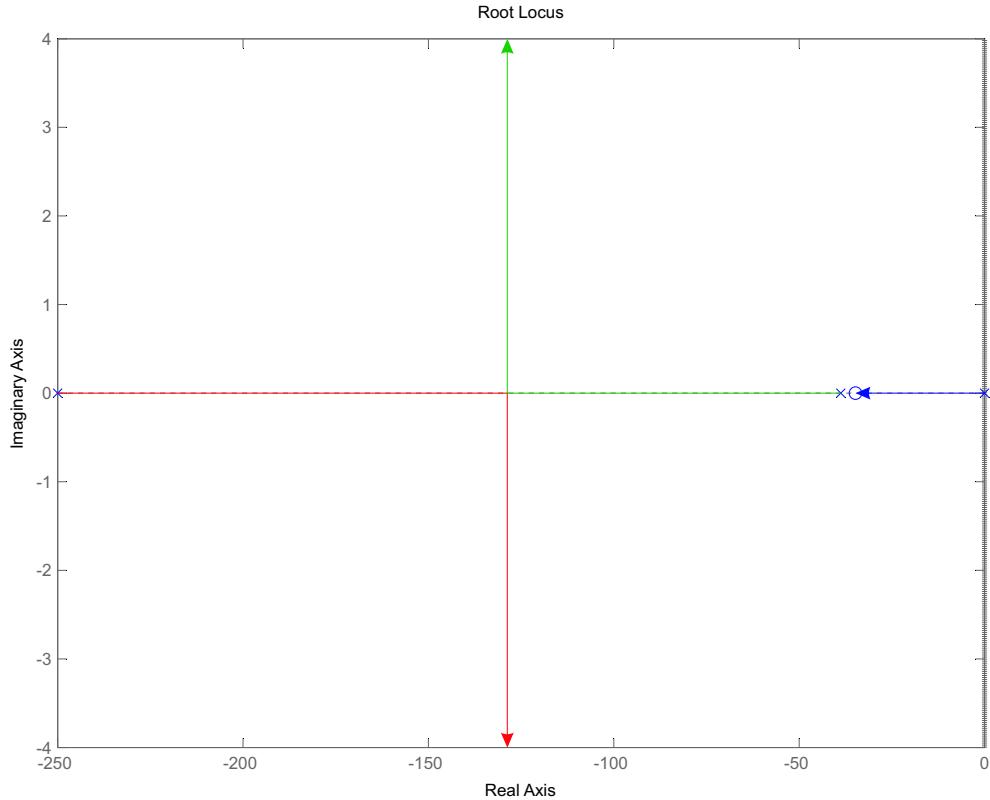
Herefter opstilles udtrykket for den samlede overføringsfunktion $H_{AFM}(s)$ for armsystemet:

$$H_{AFM}(s) = \frac{D_a(s) \cdot H_a(s) \cdot H_{FM}(s)}{1 + D_a(s) \cdot H_a(s) \cdot H_{FM}(s)} \quad (4.18)$$

Da der er valgt en P-regulator som armregulator, er $D_a(s) = k_{p_a}$. Størrelsen af k_{p_a} kan findes v.h.a. rodkurveplottet for systemet. For at plotte rodkurven for systemet, benyttes systemets karakteristiske ligning, som er nævneren i formel 4.18. Rodkurven plottes i MATLAB v.h.a. kommandoen `rlocus(L_a(s))`. $L_a(s)$ kan findes når den karakteristiske ligning står på standartformen $1 + k_{p_a} \cdot L_a(s)$, hvor:

$$L_a(s) = H_a(s) \cdot H_{FM}(s) \quad (4.19)$$

Rodkurveplottet for $L_a(s)$ kan herefter tegnes, og er vist på figur 4.11.

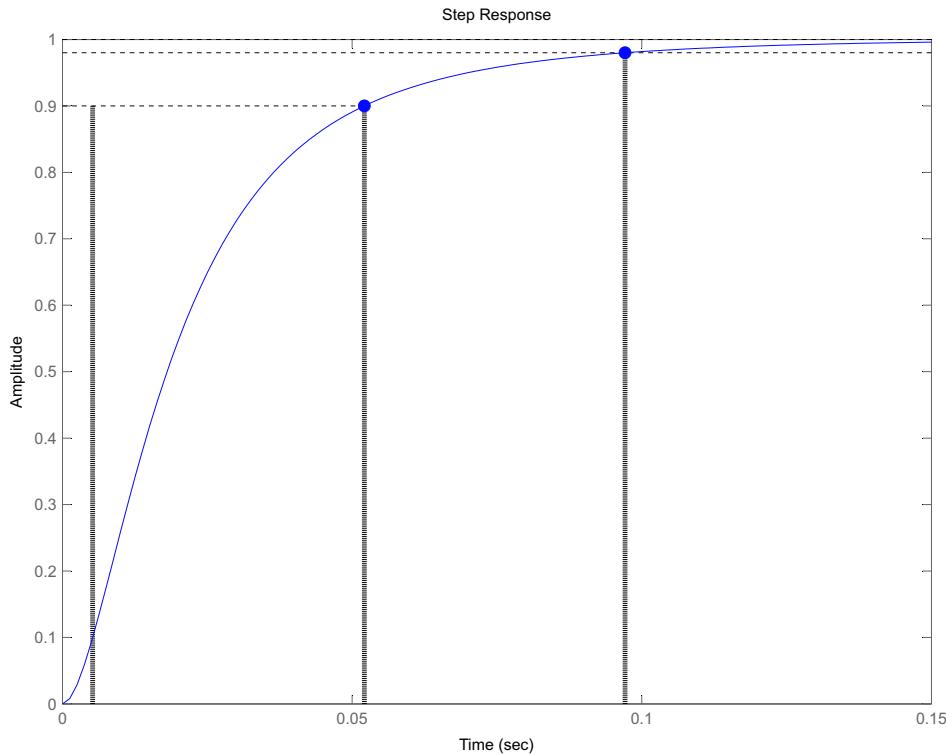


Figur 4.11: Rodkurveplot for $L_a(s)$.

Ud fra rodkurveplottet på figur 4.11 vælges placeringen af polerne v.ha. kommandoen `rlocfind()`. Hvorved der fås den tilhørende k_{p_a} , der giver systemet et steprespons, hvortil kravene til rise-time, overshoot og settling-time er overholdt. k_{p_a} findes til 1483.899, hvorved lukketsløjfeoverføringsfunktionen for armsystemet (H_{AFM}) kan opstilles.

$$\begin{aligned}
 H_{AFM}(s) &= \frac{D_a(s) \cdot H_a(s) \cdot H_{FM}(s)}{1 + D_a(s) \cdot H_a(s) \cdot H_{FM}(s)} \\
 &= \frac{11170 \cdot s + 388400}{s^3 + 288.8 \cdot s^2 + 20860 \cdot s + 388400} \tag{4.20}
 \end{aligned}$$

Lukketsløjfeoverføringsfunktionen i formel 4.20 giver et steprespons for armsystemet som vist på figur 4.12.

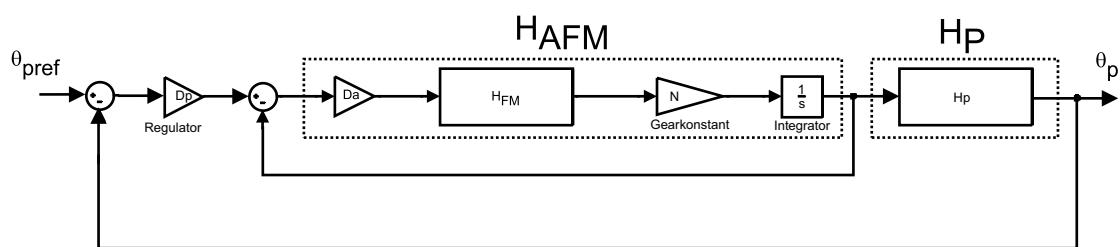


Figur 4.12: Steprespons for regulator til armposition

Ud fra stepresponset i figur 4.12 ses det, at rise-time = 0.042 sek., settling-time = 0.0971 sek. Disse overholder begge de opstillede krav til armregulatoren, og regulatoren til armens position, er nu designet.

4.2.3 Pindregulator

Til regulering af pindens position (θ_p) forsøges med at designe en P-regulator for at se om den kan regulere systemet tilfredsstillende. Blokdiagrammet for pindregulatoren er vist på figur 4.13.



Figur 4.13: Blokdiagram for regulator til pindens position

I afsnit 4.1.1 på side 61 er der stillet krav til pindregulatoren. Disse er ridset op i tabel 4.6.

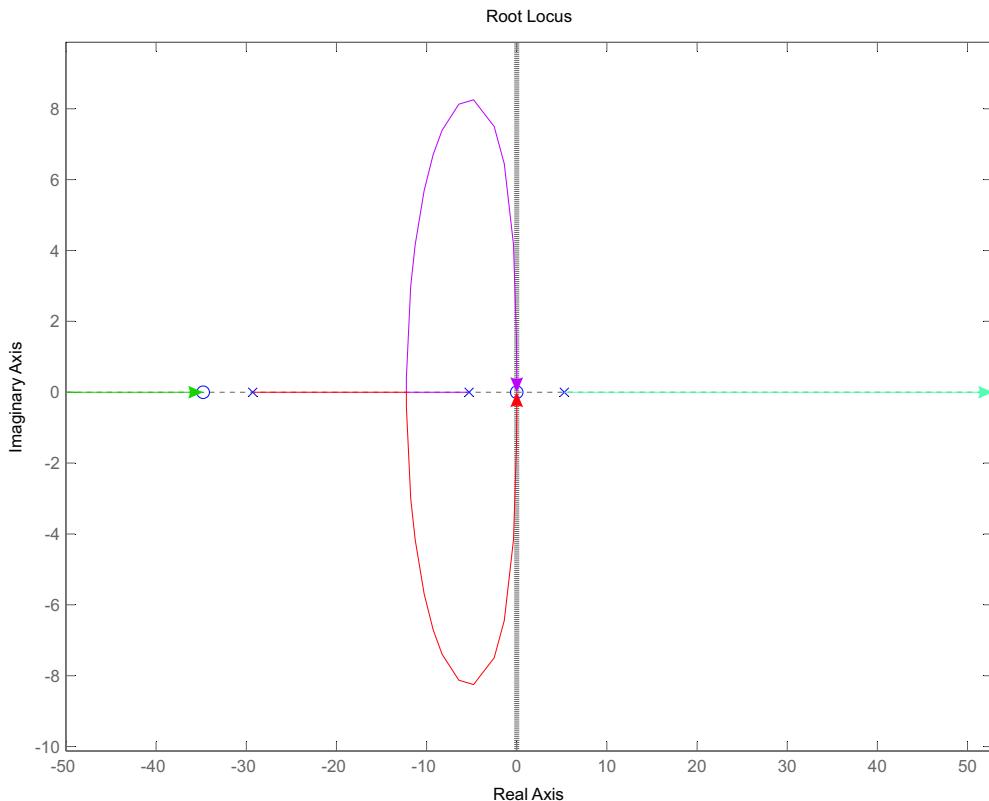
En overføringsfunktion for blokdiagrammet på figur 4.13 laves med henblik på at lave et rodkurveplot, $D_p(s) = k_{pp}$.

Krav	Værdi
M_{pp}	$\leq 10\%$
ζ_p	≥ 0.59
ω_{n_p}	9.2 rad/sek

Tabel 4.6: Tabel over krav til pindregulatoren

$$H_{sys}(s) = \frac{\theta_p}{\theta_{pref}} = \frac{k_{pp} \cdot H_{AFM}(s) \cdot H_p(s)}{1 + k_{pp} \cdot H_{AFM}(s) \cdot H_p(s)} \quad (4.21)$$

Den karakteristiske ligning for $H_{sys}(s)$, tælleren i formel 4.21, undersøges med et rodkurveplot for at få et overblik over polplaceringer i systemet. Rodkurveplottet kan ses på figur 4.14.

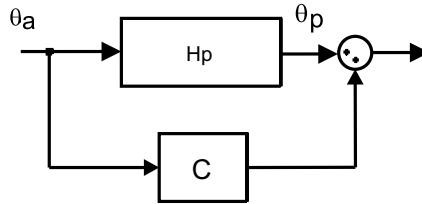

Figur 4.14: Rodkurveplot af $L_p(s)$

Som det ses på rodkurveplottet på figur 4.14 er der en pol i højre halvplan, der ved varierende k_{pp} bevæger sig mod ∞ . Dette betyder, at den ustabile pol ikke kan gøres stabil med en P-regulator. For at være i stand til at flytte den ustabile pol over i venstre halvplan, er det nødvendigt at fjerne det dobbelte nulpunkt i origo, ellers vil polen højest kunne flyttes hertil [4].

For at eliminere det dobbelte nulpunkt tages udgangspunkt i overføringsfunktionen for pinden $H_p(s)$.

$$H_p(s) = \frac{\Theta_p(s)}{\Theta_a(s)} = \frac{-0.7962 \cdot s^2}{s^2 - 27.87} \quad (4.22)$$

Metoden der benyttes til at fjerne de to nulpunkter kaldes “feed-forward plombering”. Det fungerer ved at der lægges en konstant (k_{ff}) til på begge sider af lighedstegnet i overføringsfunktionen $H_p(s)$. Et blokdiagram over feed-forward plomberingen ses på figur 4.15.



Figur 4.15: Blokdiagram af feed-forward plombering

$$H_{pp}(s) = \frac{\Theta_p(s)}{\Theta_a(s)} + k_{ff} = \frac{-0.7962 \cdot s^2}{s^2 - 27.87} + k_{ff} = \frac{-0.7962 \cdot s^2 + k_{ff} \cdot (s^2 - 27.87)}{s^2 - 27.87} \quad (4.23)$$

Ud fra formel 4.23 kan det ses, at vælges k_{ff} til $k_{ff} = 0.7962$ forsvinder nulpunkterne i overføringsfunktionen $H_{pp}(s)$.

En rodkurveanalyse af systemet hvor $H_p(s)$ er erstattet med $H_{pp}(s)$ udregnes nu.

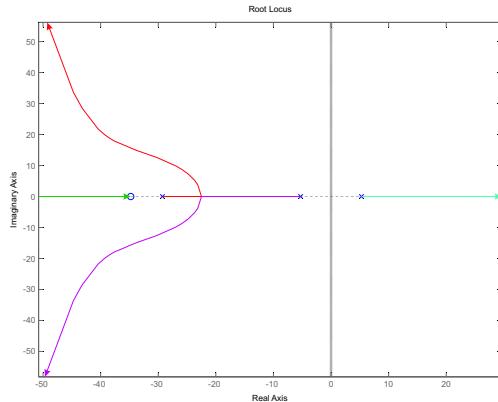
$$H_{sys_p}(s) = \frac{K_p \cdot H_{AFM}(s) \cdot H_{pp}(s)}{1 + K_p \cdot H_{AFM}(s) \cdot H_{pp}(s)} \quad (4.24)$$

Den karakteristiske ligning for $H_{sys_p}(s)$ undersøges med et rodkurve plot for at få overblik over de nye pol-nulpunktsplaceringer. Rodkurveplottet kan ses på figur 4.16 og 4.17.

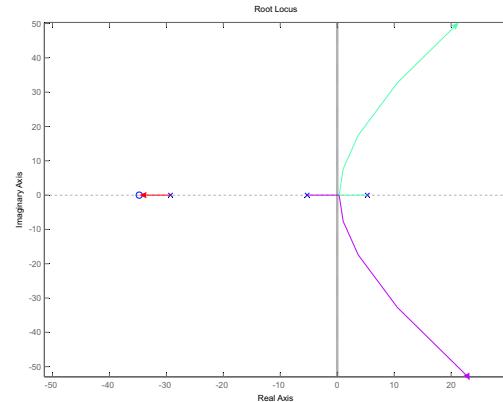
Som det ses på figur 4.16 og 4.17, har systemet ikke nulpunkter i origo efter feed-forward plomberingen, hvorfor det nu er muligt, med den rette kompensator, at flytte den ustabile pol over i venstre halvplan.

For at flytte på en pol vil det logiske være at indsætte et nulpunkt, der kan “trække” polen over i det stabile halvplan. Dette vil svare til at lave en proportional-differential-regulator (PD-regulator), der er på formen $D_{PD}(s) = K \cdot (s + z)$, hvor z er nulpunktets placering i s-planet. Denne regulator er dog ikke ønskværdig at implementere, da den gør systemet meget modtagelig for støj [4, s. 312]. En kompensator, der tilnærmedesvis har samme effekt på den ustabile pol, er lead-kompensatoren. Det er en form for dæmpet PD-regulator, hvor der både placeres et nulpunkt til at “hive” i den ustabile pol, og en pol tilstrækkelig langt ude til den tilnærmedesvis ikke har nogen effekt på dynamikken i systemet.

Pindregulatoren $D_p(s)$ ændres nu til en lead-kompensator, se formel 4.25.



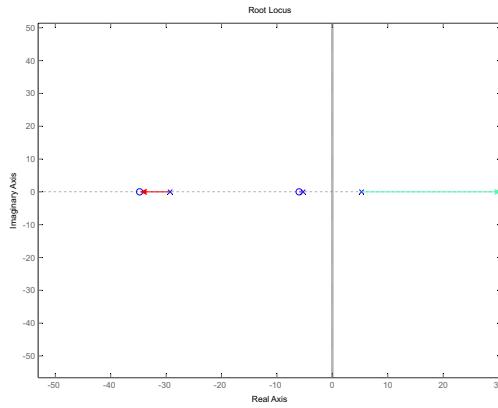
Figur 4.16: Rodkurveplot af systemet efter feed-forward plombering $0 \leq k_{p_p} \leq \infty$



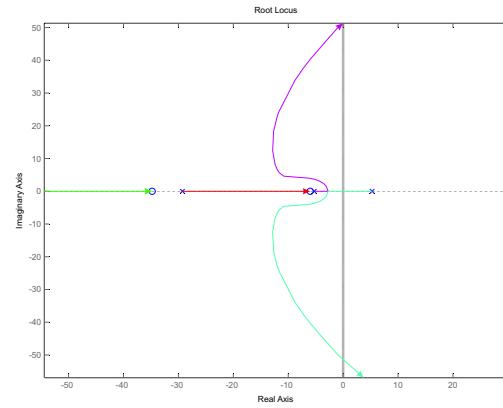
Figur 4.17: Rodkurveplot af systemet efter feed-forward plombering $-\infty \leq k_{p_p} \leq 0$

$$D_p(s) = K_{p_p} \cdot \frac{s + z}{s + p} \quad (4.25)$$

For at få den ustabile pol til at bevæge sig over i venstre halvplan, skal nulpunktet i leadkompensatoren vælges, så den har indflydelse på denne. Det ses på rodkurveplottet på figur 4.16, at polen med den røde bane og polen med den lilla bane tiltrækker hinanden og derefter forsvinder mod henholdsvis plus og minus uendeligt. Ved at placere nulpunktet mellem de to stabile poler vil polen med den røde bane forsvinde ind i nulpunktet, hvorimod polen med den lilla bane og den ustabile pol nu vil løbe mod hinanden og herved trække den ustabile pol ind i venstre halvplan. Polen i lead-kompensatoren placeres efter en tommelfingerregel ca 10-20 gange længere ude end nulpunktet for ikke at forstyrre systemet.



Figur 4.18: Rodkurveplot af systemet med lead-kompensator $0 \leq k_p \leq \infty$

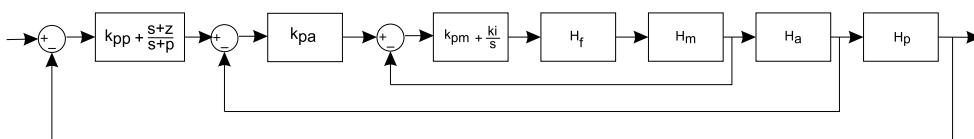


Figur 4.19: Rodkurveplot af systemet med lead-kompensator $-\infty \leq k_p \leq 0$

Det ses på figur 4.19 at k_{p_p} skal være negativ for at systemet kan være stabilt. Ved hjælp af funktionen `rlocfind()` findes k_{p_p} der får systemet til at være stabilt og samtidig overholde de opstillede krav, $k_{p_p} = -49.9784$.

4.2.4 Opsummering af klassisk regulering

I de foregående afsnit omhandlende klassisk regulering af systemet blev der valgt regulatortyper til de tre kaskadekoblede reguleringsløkker. Det blev efter flere designiterationer valgt at benytte en PI-regulator på den inderste reguleringsløkke (motorreguleringen), en P-regulator på den midterste reguleringsløkke (armregulatoren) og en lead-kompensator på den yderste regulator (pindregulatoren). Et blokdiagram over systemet med de valgte regulatorer kan ses på figur 4.20.



Figur 4.20: Blokdiagram af hele systemet med regulatorer

Værdierne for regulatorerne vist på figur 4.20 kan ses i tabel 4.7.

Regulatorvariabel	Værdi
k_{pp}	49.9784
p	6
z	100
k_{pa}	1483.899
k_{pm}	1.4379
k_i	50

Tabel 4.7: Tabel over regulatorværdier

4.3 Verificering og simulering af klassiske regulatorer

Efter regulatorerne er designet, så de opfylder de opstillede krav, testes de på modellerne. Regulatorerne blev designet til at kunne gøre den lineariserede model stabil, da de ikke kunne designes til den ulineære model direkte. Regulatorerne simuleres derfor på den ulineære model i SIMULINK, for at verificere at regulatorerne kan stabilisere det ulineære system.

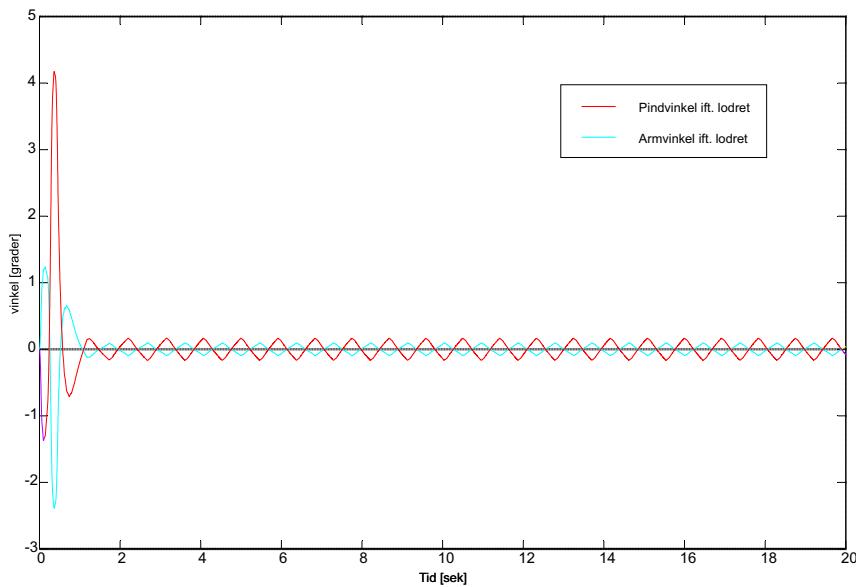
Med mindre andet er angivet, er alle vinkler defineret i forhold til vertikalt.

Som udgangspunkt i simuleringerne står pinden og armen begge i en vinkel af 0° . Hvis systemet ikke forstyrres vil det forblive i denne tilstand i simuleringen, hvorfor der indsættes en forstyrrelse i systemet for at undersøge om det er stabilt.

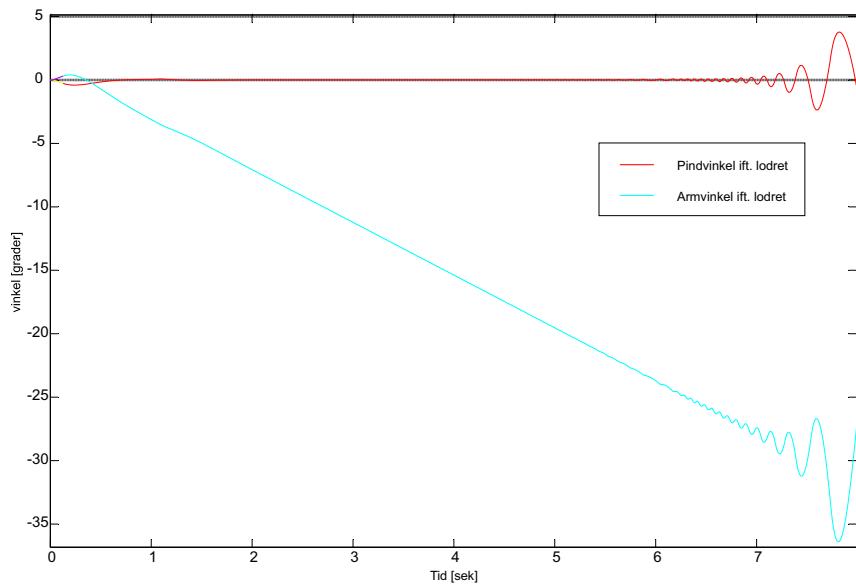
Der laves to forsøg, i det ene indsættes en lille forstyrrelse på pindes vinkel, da der i praksis altid vil være en lille forstyrrelse på pinden. Dette vil vise om pindens vinkel reguleres ind mod 0° igen. I det andet forsøg indsættes en lineær rampe på armens reference som forstyrrelsessignal. Herved

vil armens vinkel falde, mens regulatorene vil regulere pindens vinkel mod 0° . Vinklen på armen vil falde lineært indtil armen ikke længere kan balancere pinden.

I det første regulatordesign blev der brugt en P-regulator som motor- og armregulator og en lead-kompensator som pindregulator. Resultatet af simuleringerne kan ses på figurerne 4.21 og 4.22.



Figur 4.21: Resultat for simulering af systemet med P-regulator som motor- og armregulator og en lead-kompensator som pindregulator. Lille forstyrrelse på pind til t=0.

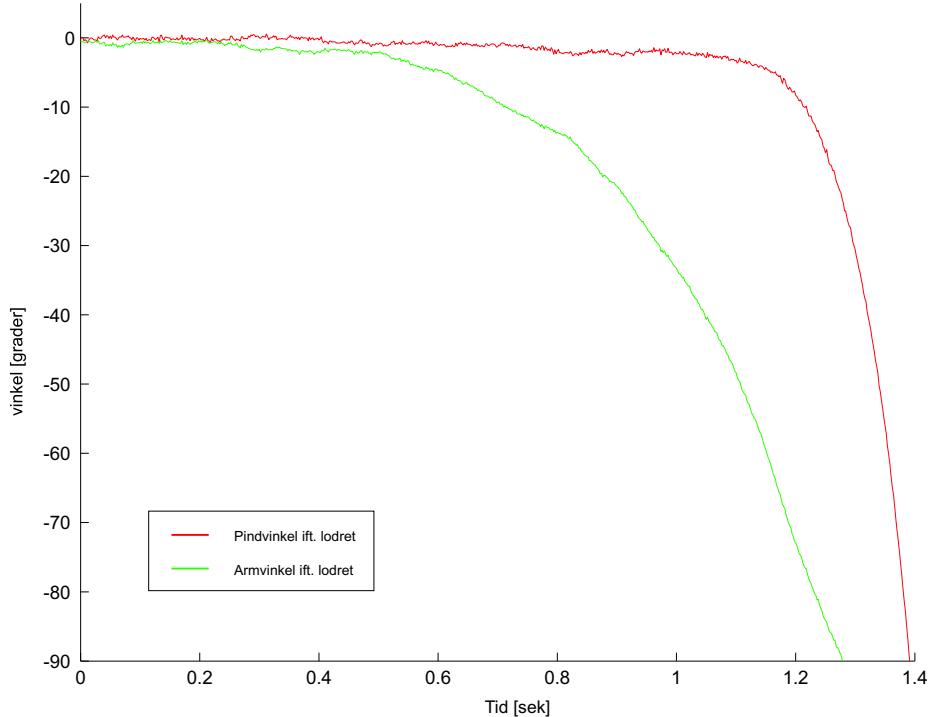


Figur 4.22: Resultat for simulering af systemet med P-regulator som motor- og armregulator og en lead-kompensator som pindregulator. Lineær rampe på armens reference.

Som tidligere nævnt indsættes der en lille forstyrrelse på pinden til t=0. Som det fremgår af figur 4.21 reguleres pindes vinkel ind omkring 0° , hvorefter systemet bliver i denne tilstand. Simuleringen viser derfor at systemet i dette tilfælde er stabilt. For at anskueliggøre hvor godt regulatorerne

regulerer systemet, er der i det andet forsøg indsat en lineær rampe på armens reference. Det ses på figur 4.22 at regulatorerne holder pindes vinkel omkring 0° indtil armens vinkel når ned omkring -28° , hvor pinden vælter.

Efter systemet var vist stabilt under simulering, blev regulatorerne implementeret på det virkelige system, hvilket efter forsøg på optimal tuning af parametre, ikke kunne gøres stabilt. Resultatet af forsøget er vist på figur 4.23.



Figur 4.23: Resultat fra implementering af P-regulator som motor- og armregulator og en lead-kompensator som pindregulator.

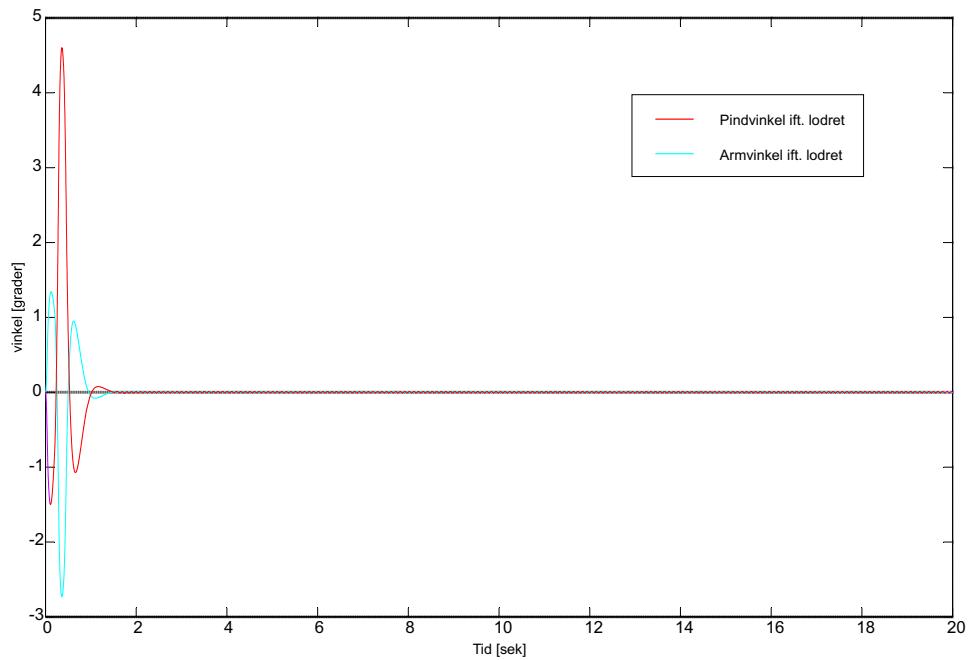
Som det ses fra figur 4.23 vælter pinden. Dette skyldes at armen ikke reguleres ind mod 0° , men derimod bevæger sig mod en større vinkel, og dermed kommer ud i for store vinkler til at kunne regulere pinden. Der er derfor ikke udført et forsøg hvor armens reference påtrykkes en lineær rampe. På baggrund af dette blev denne regulator forkastet og en ny designes.

I det nye regulatordesign er der indsats en PI-regulator i den inderste regulatorløkke (motorregulatoren). De øvrige regulatorløkker er designet efter samme principper som før, det vil sige at der er brugt en P-regulator som armregulator og en lead-kompensator som pindregulator.

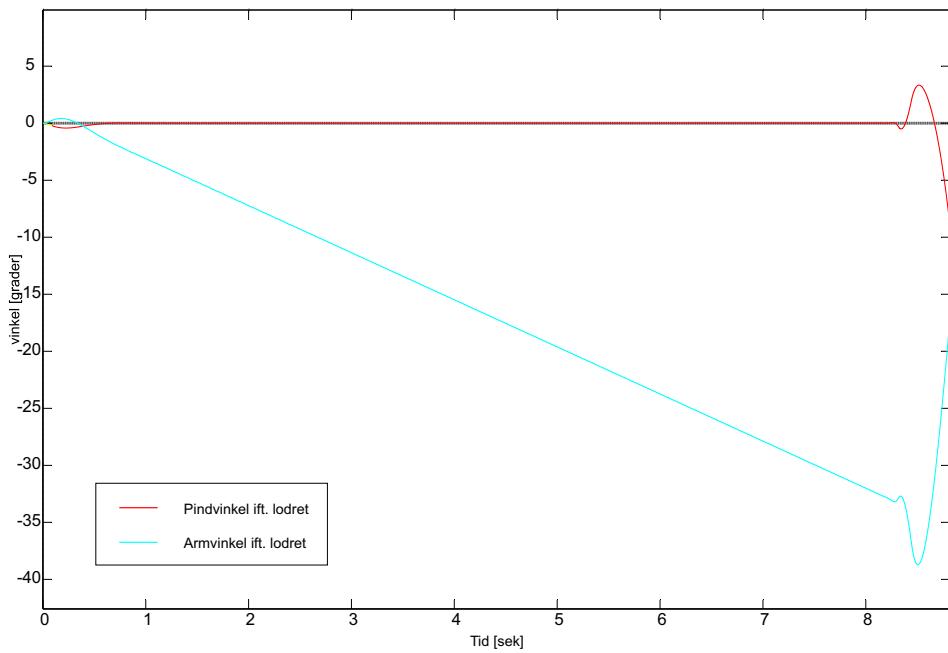
Systemet er blevet simuleret med de samme forstyrrelser som i den første regulator. Resultaterne fra simuleringerne er vist på figurerne 4.24 og 4.25.

På figur 4.24 fremgår det, at regulatorerne stabiliserer systemet, efter forstyrrelsen på pinden er indtruffet. Desuden fastholdes pinden og armens vinkel bedre omkring 0° i simuleringen, end den tidligere regulator gjorde i simuleringen.

På figur 4.25 ses det at regulatorerne er i stand til at fastholde pindens vinkel bedre omkring 0° end den tidligere regulator. Desuden når armvinkel ned på ca. -33° før pinden vælter, hvilket er ca. 5° mere end den tidligere regulator.

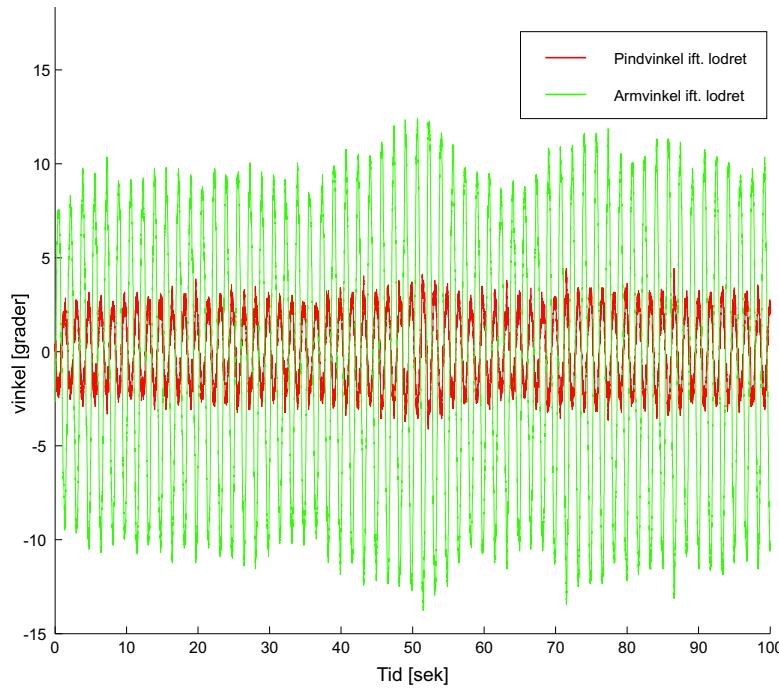


Figur 4.24: Resultat for simulering af systemet med PI-regulator som motorregulator, P-regulator som armregulator og en lead-kompensator som pindregulator. Lille forstyrrelse på pind til t=0.



Figur 4.25: Resultat for simulering af systemet med PI-regulator som motor- og armregulator og en lead-kompensator som pindregulator. Lineær rampe på armens reference.

Efter regulatoren er vist stabil i simuleringen er den implementeret på det virkelige system, og forsøgene, der blev udført i simuleringen, er udført i praksis. Se figurene 4.26 og 4.27.



Figur 4.26: Resultat fra implementering af regulator på system.

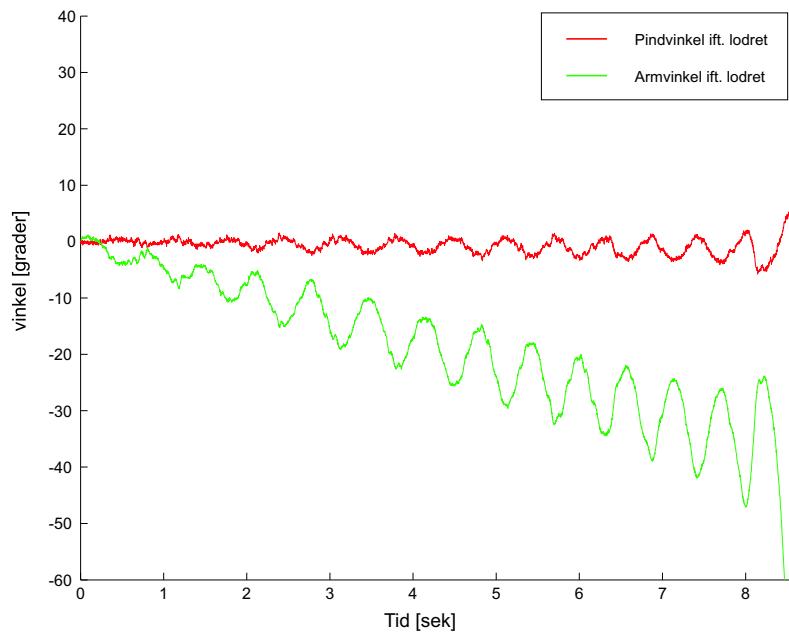
På figur 4.26 ses det at pinden står stabilt omkring 0° med et vinkeludsving på omkring $2 - 3^\circ$. Samtidig ses det at armen svinger omkring 0° med et vinkeludsving på omkring $10 - 12^\circ$. Udsvinget ligger ikke til grund for at kunne balance pinden, men ligner mere en lav frekvens, der er overlejret i den frekvens armen regulerer med. Dette kan være svært at tolke ud fra resultatet på figur 4.26, men fremgår tydeligt i praksis. I det efterfølgende forsøg fremgår dette mere tydeligt på det målte resultat.

Som det ses på figur 4.27, er der påtrykt en lineær rampe på armens reference, og det fremgår her tydeligere, at armen har en konstant grundfrekvens den svinger med. Regulatorerne er i stand til at holde pinden oprejst ud til en armvinkel på omkring 35° tilsvarende resultatet i simuleringen. Under simuleringen blev det klart at det var nødvendigt at skrue på de beregnede parametre for at optimere regulatoren da det virkelige system ikke præcist matcher det modellerede. I tabel 4.8 er de beregnede og de implementerede parametre stillet op. De tunede parametre er fundet ved hjælp af flere implementeringsiterationer.

Parameter	Beregnet værdi	Implementeret værdi
k_{ff}	0.7962	0.265
k_{pa}	1483.899	1100
k_{pp}	-49.9784	-400

Tabel 4.8: Tabel over beregnede og implementerede regulatorparametre

De tunede parametre afviger, som det kan ses på tabel 4.8, meget fra de beregnede værdier. Dette



Figur 4.27: Resultat fra implementering af regulator på system, med lineær rampe som input til armens reference.

kommer uventet, da det tidligere blev vist at modellerne ikke afviger betydeligt fra det virkelige system, hvorfor de beregnede værdier, der virker i simuleringen, også burde virke på systemet. Det kan konkluderes at den klassiske regulator overholder kravet om udsving af pinden, der lyder på $\pm 5^\circ$. Kravet til armen, der lyder på $\pm 10^\circ$, overholdes ikke, men det er, som tidligere nævnt, ikke fordi armen skal svinge med mere end $\pm 10^\circ$ for at regulere pinden. Det er derimod som om der er en frekvens der overlejrer armens bevægelse.

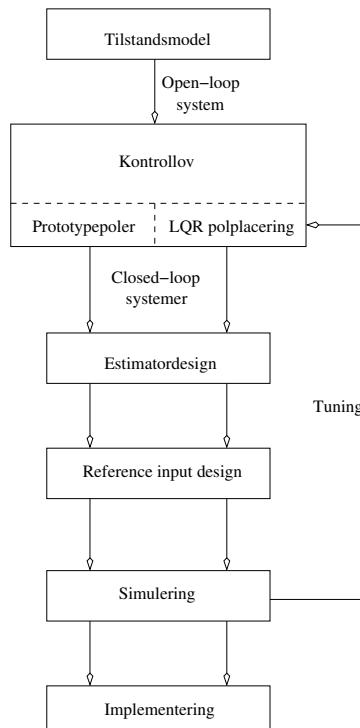
4.4 Design af tilstandsregulatorer

Der designes nu en tilstandsregulator til systemet. Formålet med dette er at undersøge, hvorledes en sådan regulator er i stand til at regulere systemet, og om den er i stand til at overholde de opstillede systemkrav i afsnit 1.2 på side 4.

I de følgende gennemgås en designproces som vist på figur 4.28. Processen er primært baseret på [5]. Først opstilles en tilstandsmodel ud fra den fundne lineære model for systemet, og dernæst antages det at alle tilstande i modellen også kan måles på det virkelige system. Dette giver mulighed for at designe en kontollov og dermed tilbagekoblinger på samtlige tilstande i modellen. Tilbagekoblingsmatricen bestemmes i denne rapport ud fra to forskellige polplaceringsmetoder: prototypepolplacering og optimalregulering vha. LQR (Linear Quadratic Regulator). Disse metoder resulterer i to forskellige tilbagekoblingsmatricer og dermed regulatorer, som begge simuleres og verificeres i afsnit 4.5.

Idet ikke alle tilstande i systemet er fysisk målbare, er det efter polplaceringen og bestemmelse af tilbagekoblingen nødvendigt at designe en estimator, for at tilbagekoblingen skal kunne implementeres i virkeligheden. Derefter designes en kompensering til inputreferencen, således at systemet er i stand til at følge en bestemt type input, hvilket er brugbart under verificeringen af regulatoren. Den sidste del af designet er verificeringen. Først simuleres begge regulatorer på den ulineære model af systemet i **SIMULINK**, og regulatorparametrene for LQR-regulatoren tunes evt. via gentagne iterationer inden regulatoren implementeres og verificeres på det fysiske system.

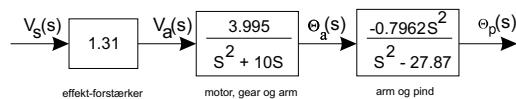
Alle de anvendte m-filer fra **MATLAB** og mdl-filer fra **SIMULINK** kan findes på den vedlagte CD.



Figur 4.28: Designproces for tilstandsregulator

4.4.1 Tilstandsmodel

Tilstandsmodellen for systemet skal opstilles, og dette gøres ud fra den lineære overføringsfunktion for systemet. På figur 4.29 ses blokdiagrammet for den samlede lineære model.



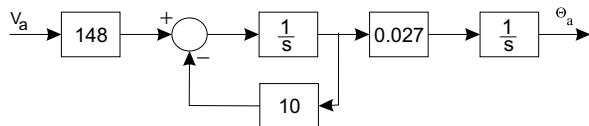
Figur 4.29: Blokdiagram for regulator til armens position

For at kunne anvende tilstandsregulering er det nødvendigt at opstille blokdiagrammet på en form hvor alle tilstade fremgår.

Derfor omskrives blokdiagrammet til en mere detaljeret form. Dette gøres for de enkelte dele af modellen.

Effektforstærkeren er på den form som ønskes, så den forbliver uændret.

Modellen for motor, gear og arm, skal omskrives mere detaljeret, som kan ses på figur 4.30.



Figur 4.30: Detaljeret blokdiagram af overføringsfunktion for motor, gear og arm

Det er praktisk at tilstanden, der angiver pindens vinkel, angiver denne i forhold til armen og ikke i forhold til lodret. Dette skyldes at det ikke vil være muligt at indføre en reference på armen, hvis outputtet på tilstandsmodellen er pindens vinkel til lodret. Er outputtet derimod vinklen mellem pinden og armen, vil tilstandsregulatoren kunne opnå en bestemt referencevinkel mellem pinden og armen, ved at lade armen stå i denne vinkel og pinden stå lodret.

Derfor omregnes overføringsfunktionen for arm og pind, således at udgangen bliver vinklen mellem armen og pinden. Denne vinkel benævnes $\Theta_{ap}(s)$.

Overføringsfunktionen fra arm til pind er følgende:

$$\frac{\Theta_p(s)}{\Theta_a(s)} = \frac{-0.7962 \cdot s^2}{s^2 - 27.87} \quad (4.26)$$

Sammenhængen mellem $\Theta_{ap}(s)$, $\Theta_a(s)$ og $\Theta_p(s)$ er følgende:

$$\Theta_{ap}(s) = \Theta_p(s) - \Theta_a(s)\Theta_p(s) = \Theta_{ap}(s) + \Theta_a(s) \quad (4.27)$$

Dette kan indsættes i ligning 4.26:

$$\begin{aligned}\frac{\Theta_p(s)}{\Theta_a(s)} &= \frac{\Theta_{ap}(s) + \Theta_a(s)}{\Theta_a(s)} = \frac{\Theta_{ap}(s)}{\Theta_a(s)} + 1 = \frac{-0.7962 \cdot s^2}{s^2 - 27.87} \\ \frac{\Theta_{ap}(s)}{\Theta_a(s)} &= -1 + \frac{-0.7962 \cdot s^2}{s^2 - 27.87}\end{aligned}\quad (4.28)$$

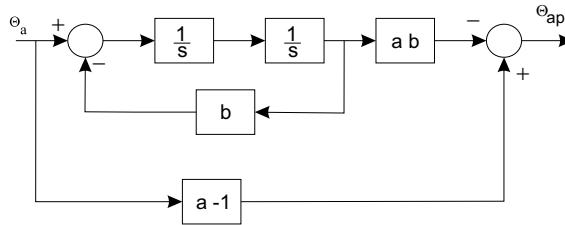
Det er ligning 4.28 der skal dannes et detaljeret blokdiagram for. Da nævneren indeholder et s-led, udføres polynomisk division. To variable, a og b, indsættes, fordi dette gør det muligt at ændre på pindens længde. Det skyldes at pindens længe kun påvirker de to led, a og b, i overføringsfunktionen. Det giver følgende overføringsfunktion, der skal udføres polynomisk division på:

$$\frac{\Theta_{ap}(s)}{\Theta_a(s)} = -1 + \frac{a \cdot s^2}{s^2 + b} \quad (4.29)$$

Efter polynomisk division ser overføringsfunktionen således ud:

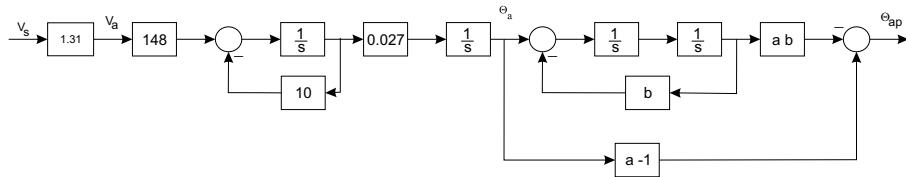
$$\frac{\Theta_{ap}(s)}{\Theta_a(s)} = (a - 1) + \frac{-a \cdot b}{s^2 + b} \quad (4.30)$$

Ud fra ligning 4.28 kan blokdiagrammet for overføringsfunktionen, fra armens vinkel til vinklen mellem armen og pinden opskrives. Denne kan ses på figur 4.31.



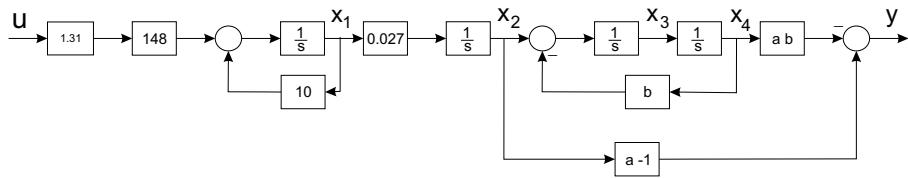
Figur 4.31: Detaljeret blokdiagram af overføringsfunktion for arm og pind

Det detaljerede blokdiagram for den samlede overføringsfunktion ses på figur 4.32.



Figur 4.32: Detaljeret blokdiagram af overføringsfunktion for samlet system

For at opstille tilstandsligningerne for modellen, skal der vælges tilstande i blokdiagrammet. Tilstandene vælges umiddelbart efter hver integrationsled. Dette betyder at tilstandene vælges som vist på figur 4.33.


Figur 4.33: Blokdiagram med input, output og tilstande

u	Inputspænding til motor
x_1	Motorhastighed, målbar
x_2	Armvinkel, målbar
x_3	Tilstand 3, ikke målbar
x_4	Tilstand 4, ikke målbar
y	Pindvinkel iht. arm, målbar

Tabel 4.9: Tilstande i tilstandsmodellen

Ud fra figur 4.33 opstilles tilstandsligningerne for modellen.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -10 \cdot x_1 + 1.31 \cdot 148 \cdot u = -10 \cdot x_1 + 193.88 \cdot u \\ \dot{x}_2 &= 0.027 \cdot x_1 \\ \dot{x}_3 &= x_2 - b \cdot x_4 \\ \dot{x}_4 &= x_3 \\ y &= (a - 1) \cdot x_2 - a \cdot b \cdot x_4\end{aligned}$$

Dette kan skrives på matriceform:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 & 0 \\ 0.027 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 193.88 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} u \quad (4.31)$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & a - 1 & 0 & -ab \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}_D u$$

Den kontinuerte tilstandsmodel er nu på matriceform, og de fire matricer A, B, C og D er bestemt, og transformeres til diskret model. For at kunne gøre dette skal samplingsfrekvensen vælges. I afsnit 3.6.1 blev båndbredden bestemt til 9.2 rad/s hvilket svarer til 1.46 Hz.

Ifølge [5, s. 451] skal samplefrekvensen være mellem 20 og 40 gange båndbredden af systemet. Det vælges at samplefrekvensen skal være minimum 30 gange båndbredden. Dette giver en samplefrekvens på 44 Hz, men for at lette beregningerne, rundes op til en samplefrekvens på 50 Hz. Dette giver en sampleperiode $T_s = 1/50Hz = 0.02s$.

Den diskrete tilstandsmodel kan nu findes ved hjælp af MATLAB-kommandoen `c2d`. Til denne kommando skal det defineres, med hvilken metode, diskretiseringen skal ske. Det vælges at anvende Zero-Order-Hold-metoden, idet dette svarer til måden I/O-kortet læser og udskriver værdier på.

```
sysc = ss(A,B,C,D);
```

```
sysd = c2d(sysc,Ts,ZOH)
```

Den tidsdiskrete tilstandsmodel bliver følgende:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -0.0859 & -454.8 & -2776 & -14660 \\ 2.385e-4 & 0.8731 & -0.7745 & -4.089 \\ 3.361e-6 & 0.01918 & 1 & 0.5307 \\ 2.57e-8 & 1.958e-4 & 0.02001 & 1.005 \end{bmatrix}}_{\Phi} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 3.514 \\ 9.805e-4 \\ 6.648e-6 \\ 3.356e-8 \end{bmatrix}}_{\Gamma} u(k) \\ y(k) &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1.796 & 0 & -22.19 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}_D u(k) \end{aligned}$$

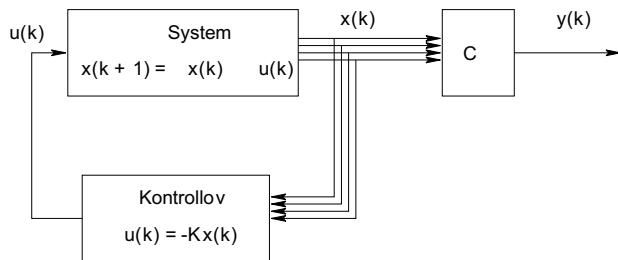
Med tilstandsmodellen på diskret form, fortsættes nu med design af selve regulatoren, dvs. kontrolløven.

4.4.2 Kontrolløv

Den fundne open-loop tilstandsmodel skal tilføjes et feedback-loop. Det antages på nuværende tidspunkt, at det er muligt at måle på samtlige tilstande i systemet, hvilket muliggør designet af full-state feedback regulator, dvs. en kontrolløv.

En kontrolløv er den negative tilbagekobling af en linearkombination af samtlige tilstande i systemet, således at inputtet u til processen bliver:

$$u(k) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k) = - \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$



Figur 4.34: Systemet med full state feedback regulator

Ligning 4.32 tillader kun, at inputreferencen er $r = 0$. Dette er dog også tilfældet, når pinden skal stå lodret, og det involverer dermed ingen problemer i forbindelse med balanceringen af pinden. Derimod skal der tages højde for det i forbindelse med verificering af regulatoren ved ændring af inputreferencen. Af denne grund inddrages designet af inputreferencen i afsnit 4.4.4.

Hvis ligning 4.32 indsættes i tilstandsrepræsentationen 4.32 fås:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \Phi\mathbf{x}(k) - \Gamma\mathbf{K}\mathbf{x}(k) \\ y(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Ved Z -transformation af 4.33 kan dens karakteristiske ligning bestemmes til:

$$\begin{aligned} (z\mathbf{I} - \Phi + \Gamma\mathbf{K})\mathbf{X}(z) &= 0 \\ \det(z\mathbf{I} - \Phi + \Gamma\mathbf{K}) &= 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Denne karakteristiske ligning er et n 'te ordens polynomium bestemt af tilbagekoblingsfaktorerne K_1, K_2, \dots, K_n , hvor n er antallet af tilstande i systemet. Det vil sige at polerne frit kan placeres ved at ændre på \mathbf{K} . Hvis der er givet de ønskede poler $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ for lukket-sløjfe systemet, vil den karakteristiske ligning for dette lukket-sløjfe system være givet ved:

$$(z - \beta_1)(z - \beta_2) \cdots (z - \beta_n) = 0 \quad (4.35)$$

Siden de begge er karakteriske ligninger for det samme system, kan 4.35 direkte sammenlignes led for led med ligning 4.34, hvorved \mathbf{K} kan bestemmes.

Problemet består dermed i at placere polerne, så lukket-sløjfe systemet bliver stabilt og overholder de opstillede krav til reguleringen.

I dette projekt anvendes to placeringsmetoder: prototypepoler og LQR Optimalregulering. Ideen med prototypepoler er, at de giver systemet nogle bestemte egenskaber som f.eks. rise-time, overshoot osv. og ud fra de krav der er stillet til systemet, er det derfor muligt at vælge netop den bedst egnede type af poler. LQR optimalreguleringssmetoden er en del anderledes, idet denne fokuserer på at minimere et såkaldt performance index ud fra vægtninger af tilstandene i systemet. Ud fra disse vægtninger er det muligt at bestemme den kontrollov, der minimerer indexfunktionen. I det følgende gennemgås begge polplaceringsmetoder.

Polplacering med ITAE prototypepol

Der findes flere forskellige prototyperpoler, bl.a. kan nævnes Bessel-, ITA-, ITAE- og Butterworthpoler. I dette projekt vælges at designe poler til lukket-sløjfe systemet ud fra ITAE prototypepolerne, idet disse ifølge [3, s.250] giver systemet en lille steady-state fejl. Ifølge [3, s.273] er den karakteristiske ligning for et 4. ordens system med ITAE prototypepoler i s -domænet:

$$\left(\frac{s}{\omega_0} + 0.424 \pm j1.263\right) \left(\frac{s}{\omega_0} + 0.626 \pm j0.4141\right) = 0 \quad (4.36)$$

Hvis det antages at systemet består af to 2. ordens systemer og $\omega_n = \omega_{BW}$ for disse systemer, kan båndbredden for det samlede system omrent bestemmes som den laveste ω_{BW} af de to. Båndbredden for de to 2. ordens systemer i ligning 4.36 er:

$$\begin{aligned}\omega_{BW1} &\simeq \omega_{n1} = 1.33\omega_0 \\ \omega_{BW2} &\simeq \omega_{n2} = 0.75\omega_0\end{aligned}$$

Båndbredden bestemmes derfor af ω_{BW2} . Det er umiddelbart ikke muligt at begrunde et specifikt krav til den ønskede båndbredde af lukket-sløjfe systemet. Den må ikke være for stor pga. støjfølsomhed, men heller ikke for lille da det har indflydelse på reaktionstid. Båndbredden vælges til $BW = 2\pi rad/sek = 1Hz$.

$$\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi}{0.75} = 8.38 rad/sek \quad (4.37)$$

Med denne værdi kan prototypepolerne i vha. ligning 4.36 og en Z -transformation bestemmes til:

$$\begin{aligned}
 \beta_{itae,1} &= 0.9107 + j0.1955 \\
 \beta_{itae,2} &= 0.9107 - j0.1955 \\
 \beta_{itae,3} &= 0.8983 + j0.0624 \\
 \beta_{itae,4} &= 0.8983 - j0.0624
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Med MATLAB er det muligt at generere \mathbf{K} ud fra disse poler vha. kommandoen:

```
K_itae = acker(phi, gamma, itae_poles)
```

Kommandoen `acker` udfører sammenligningen af de karakteristiske ligninger 4.35 og 4.34 vha. konvertering af Φ og Γ til styrbar kanonisk form. Resultatet er fundet til:

$$\mathbf{K}_{itae} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0454 & 50.6989 & 387.9040 & 2277.9 \end{bmatrix} \tag{4.39}$$

Dermed er kontolloven for ITAE prototypepolerne bestemt.

Polplacering ved LQR

Ideen med LQR-metoden er at minimere følgende performance-funktion [5, s.365]:

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}(k)^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{u}(k)] \tag{4.40}$$

\mathbf{Q}_1 og \mathbf{Q}_2 fungerer som vægtningsmatricer for hhv. \mathbf{x} og \mathbf{u} , hvilket vil sige, at de anvendes til at vægte betydningen af de enkelte tilstande og inputs i forbindelse med tilbagekoblingen. Dette vil sige at tilstandene og inputs både kan vægtes internt hver for sig, men at de også kan vægtes indbyrdes.

Dimensionerne på \mathbf{Q}_1 er $n \times n$, hvor n er lig antallet af tilstande i systemet, hvilket som tidligere nævnt i dette projekt er 4. Dimensionerne på \mathbf{Q}_2 er $m \times m$, hvor m er lig antallet af inputs i systemet, hvilket i systemet er 1.

Indholdet af \mathbf{Q}_1 kan bestemmes på flere forskellige måder, men det vælges at anvende matricen på denne form [5, s.400]:

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} 1/m_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/m_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/m_4^2 \end{bmatrix} \tag{4.41}$$

I denne matrix er parameteren m_n bestemt som den størst acceptable værdi af tilstand n . Dette giver et udgangspunkt til bestemmelsen af polerne, men en vis tuning af værdierne i matricen er stadig nødvendig for at opnå et fornuftigt resultat. Indtil videre vælges $m_1 \cdots m_4 = 1$, da der umiddelbart ikke er nogle forudsætninger for at vægte tilstand x_3 eller x_4 i forhold til de andre. Idet der i dette projekt kun er ét input (spændingen på effektförstærkeren), kan der ikke foretages en intern vægtning af inputs vha matricen, men til gengæld kan størrelsen af matricen varieres for at vægte betydningen af input'et i fht. tilstandene. Dermed kan der tages højde for aktuatorens effektivitet i forhold den krævede ydelse og dermed forhindre mætning af den. Idet det på nuværende tidspunkt ikke er muligt at foretage en vægtning, sættes Q_2 lig 1.

Dermed er grundlaget skabt for at kunne evaluere ligning 4.40 og dermed bestemme \mathbf{K} . Dette gøres vha. funktionen `dlqr` i MATLAB:

`K_lqr = dlqr(phi, gamma, Q1, Q2)`

Resultatet af dette blev følgende \mathbf{K}_{lqr} :

$$\mathbf{K}_{lqr} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2461 & 105.58 & 558.68 & 2949.4 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Polerne tilhørende denne \mathbf{K}_{lqr} er fundet ved undersøgelse af den karakteristiske ligning for lukket-sløjfen:

$$\begin{aligned} \beta_{lqr,1} &= 0.0586 \\ \beta_{lqr,2} &= 0.9995 \\ \beta_{lqr,3} &= 0.8998 \\ \beta_{lqr,4} &= 0.8998 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Dermed er kontolloven for LQR-design bestemt, og næste trin i designprocessen kan påbegyndes.

4.4.3 Beregning af tilstade

For at kunne anvende kontolloven, er det nødvendigt at kende alle de opstillede tilstade i systemet. Der er to tilstade, som ikke kan måles direkte, og det er tilstand x_3 og x_4 .

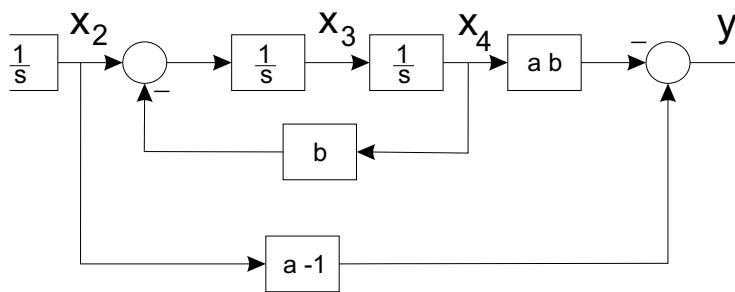
Tilstandene i modellen kan ses i tabel 4.10:

Tilstand x_4

Tilstand x_4 kan findes ved at betragte en del af blokdiagrammet for systemet.

Ud fra figur 4.35 kan en ligning for x_4 opstilles:

u	Inputspænding til motor
x_1	Motorhastighed, målbar
x_2	Armvinkel, målbar
x_3	Tilstand 3, ikke målbar
x_4	Tilstand 4, ikke målbar
y	Pindvinkel iht. arm, målbar

Tabel 4.10: Tilstande i tilstandsmodel

Figur 4.35: Udsnit af samlet blokdiagram for system til bestemmelse af tilstanden x_4

$$\begin{aligned} y &= (-a \cdot b) \cdot x_4 + (a - 1) \cdot x_2 \Leftrightarrow \\ x_4 &= \frac{y - (a - 1) \cdot x_2}{-a \cdot b} \end{aligned} \quad (4.44)$$

Tilstand x_3

Tilstanden x_3 kan ikke findes på samme måde som x_4 , og det er derfor nødvendigt at estimere denne tilstand. Til dette bruges en reduced-order-estimator.

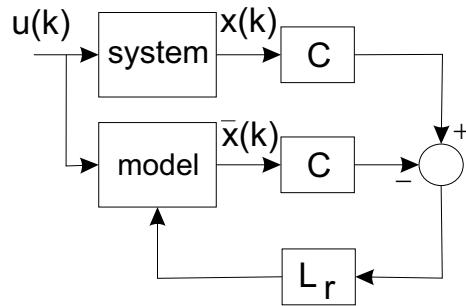
Princippet i en reduced-order-estimator er at kun de tilstande, der ikke kan måle på systemet estimeres, resten måles. Den ukendte tilstand x_3 findes ved hjælp af de kendte tilstande x_2 og x_4 .

Princippet i en reduced-order-estimator fremgår af figur 4.36.

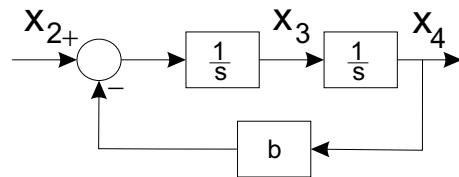
I modellen estimeres tilstanden \bar{x}_3 ud fra inputtet u og tilstandsligningerne. Outputtet y bruges til sammenligning med den tilsvarende estimerede værdi \bar{y} , og forskellen multipliceret med estimatortilbagekoblingsforstærkningen L_r , og føres tilbage til modellen. Tilbagekoblingen sikre at eventuelle forskelle i begyndelsesværdierne for den faktiske tilstand og den estimerede, konvergerer mod nul.

For at finde sammenhængen mellem tilstanden x_3 og de kendte tilstande x_2 og x_4 opstilles et nyt blokdiagram, hvor tilstanden x_2 er input og tilstanden x_4 er output. Se figur 4.37.

Ud fra figur 4.37 kan en ny tilstandsligning for reduced-order-estimator'en findes.



Figur 4.36: Funktionsdiagram for estimator



Figur 4.37: Blokdiagram til bestemmelse af tilstanden x_3

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A_e} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_e} x_2$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_e} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{D_e} x_2$$

Denne tilstandsligning diskretiseres ved hjælp af MATLAB funktionen c2d.

```
loopsys = ss(Aloop,Bloop,Cloop,D);
loopsysd = c2d(loopsys,Ts);
```

$$\begin{bmatrix} x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1.006 & 0.5584 \\ 0.02004 & 1.006 \end{bmatrix}}_{\Phi_e} \begin{bmatrix} x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0.0002002 \\ 0.02004 \end{bmatrix}}_{\Gamma_e} x_2(k)$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_e} \begin{bmatrix} x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{D_e} x_2(k)$$

Den estimerede værdi x_3 til tiden (k+1) er:

$$\begin{aligned} x_3(k+1) &= \Phi_{e11} \cdot x_3(k) + \Phi_{e12} \cdot x_4(k) + \Gamma_{e1} \cdot x_2 \\ &+ L_r \{x_4(k+1) - \Phi_{e22} \cdot x_4(k) + \Gamma_{e2} \cdot x_2 + \Phi_{e21} \cdot x_3(k)\} \end{aligned} \quad (4.45)$$

hvor L_r er bestemt ved:

$$|zI - \Phi_{11} + L_r \cdot \Phi_{21}| = 0 \quad (4.46)$$

og z er den ønskede estimatorpol.

Ifølge [5, s.309] bør estimatorpoler vælges to til seks gange hurtigere end regulatorpolerne, hvorfor estimatorpolen vælges fire gange hurtigere, end den hurtigste regulatorpol. Her vises kun, hvordan estimatorpolen til LQR-regulatoren findes, idet fremgangsmåden er den samme for ITAE-regulatoren. Den hurtigste pol for LQR-regulatoren, blev i afsnit 4.4.2 fundet, i Z-domænet, til 1.7987e-7.

Estimatorforstærkningen er derfor:

$$L_r = \frac{\Phi_{11} - z}{\Phi_{21}} = \frac{1.006 - 1.7987e^{-7}}{0.02004} = 50.2 \quad (4.47)$$

Tilstandsimplementering

De to tilstande x_3 og x_4 er således:

$$x_4(k) = \frac{y(k) - (-0.7962 - 1) \cdot x_2(k)}{-0.7962 \cdot 27.87} = \frac{y(k) + 1.7962 \cdot x_2(k)}{22.19} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} x_3(k+1) &= 1.006 \cdot x_3(k) + 0.5584 \cdot x_4(k) + 0.02004 \cdot x_2 \\ &+ 50.2 \{x_4(k+1) - 1.006 \cdot x_4(k) + 0.0002002 \cdot x_2 + 0.02004 \cdot x_3(k)\} \end{aligned} \quad (4.49)$$

Som det fremgår af ligning 4.49 er det den fremtidige tilstand $x_3(k+1)$, der estimeres, og at den fremtidige tilstand $x_4(k+1)$ indgår i løsningen. Det betyder at udregningen af tilstanden x_3 strækker sig over to samples. Løsningen på dette problem findes ved at udføre en del af beregningen til samplenummeret k og den anden del til samplenummeret k+1.

Der indføres en variabel x_c , som udregnes til tiden k, og som er:

$$\begin{aligned} x_c &= 1.006 \cdot x_3(k) + 0.5584 \cdot x_4(k) + 0.02004 \cdot x_2 \\ &+ 50.2 \{-1.006 \cdot x_4(k) + 0.0002002 \cdot x_2 + 0.02004 \cdot x_3(k)\} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Til tiden $k+1$ udregnes $x_3(k+1)$:

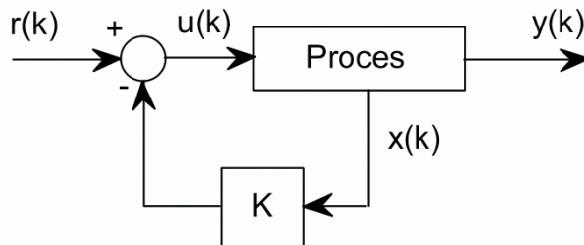
$$x_3(k+1) = x_c + 50.2 \cdot x_4(k+1) \quad (4.51)$$

Nu kendes alle tilstade og de kan implementeres i kontolloven.

4.4.4 Inputreferencekompensering

Inputreferencekompensering er kun nødvendigt i forbindelse med verificeringen af regulatoren, idet den anvendte reference ved balanceringen af pinden er lig 0. I det følgende designes der en kompensering, således at systemet er i stand til at følge et step på inputtet uden en resulterende steady-state fejl. Afsnittet er hovedsageligt bygget på [4].

Hvis der umiddelbart påtrykkes et reference input $r(k)$ på det nuværende system, som vist på figur 4.38, vil kontrolsignalet til processen blive:



Figur 4.38: Påtrykkelse af reference på system førende til steady-state fejl.

$$u(k) = -Kx(k) + r(k) \quad (4.52)$$

Men et sådant input vil forårsage en steady-state fejl på udgangen af systemet. I stedet vælges at beregne de steady-state værdier $\mathbf{x}_{ss}(k)$ og $u_{ss}(k)$ for tilstandene og inputtet, der resulterer i ingen steady-state fejl på udgangen. Disse indsættes i kontolloven således:

$$u(k) = u_{ss}(k) - K(\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_{ss}(k)) \quad (4.53)$$

$$(4.54)$$

Ideen er herefter at tvinge tilstandene til disse værdier $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_{ss}(k)$, således at:

$$u(k) = u_{ss}(k)$$

Dette gøres ved at definere $\mathbf{x}_{ss}(k)$ og $u_{ss}(k)$ ved to nye matricer N_x og N_u multipliceret med $r(k)$:

$$\mathbf{x}_{ss}(k) = N_x r(k) \quad (4.55)$$

$$u_{ss}(k) = N_u r(k) \quad (4.56)$$

Ved hjælp af N_x og N_u er det netop muligt, at tvinge de tilbagekoblede tilstande, og inputtet, til at blive de værdier, der resulterer i ingen steady-state fejl på udgangen $y(k)$ af systemet, dvs $r(k) = y_{ss}(k)$.

Tilstandsbeskrivelsen for systemet i steady-state er:

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \Phi \mathbf{x}_{ss}(k) + \Gamma u_{ss} \\ y_{ss}(k) &= \mathbf{C} \mathbf{x}_{ss}(k) \end{aligned}$$

Hvis udtrykkende i ligning 4.55 og 4.56 substitueres ind i tilstandsbeskrivelsen, fås følgende:

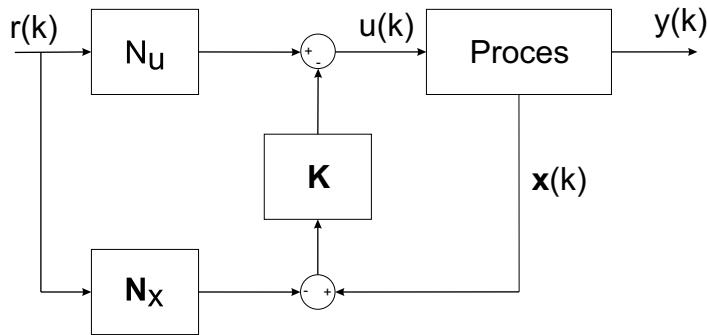
$$\mathbf{0} = \Phi N_x r(k) + \Gamma N_u r(k) \quad (4.57)$$

$$y_{ss}(k) = \mathbf{C} N_x r(k) \quad (4.58)$$

Dette udtryk kan opskrives på matrixform og løses for N_x og N_u :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} : \\ \begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Dermed er N_x N_u bestemt, og de kan nu indsættes i ligning 4.53 for at tvinge systemet til at følge referencen:



Figur 4.39: Indførelse af N_x og N_u til referencekompensering.

$$\begin{aligned} u(k) &= N_u r(k) - \mathbf{K}(\mathbf{x}(k) - N_x r(k)) \\ &= -\mathbf{K}\mathbf{x}(k) + (N_u + \mathbf{K}N_x)r(k) \end{aligned} \quad (4.60)$$

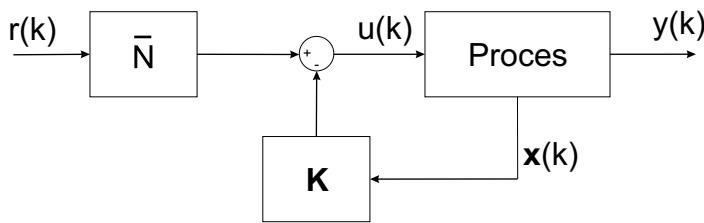
Indførelsen af N_x og N_u i blokdiagrammet fremgår af figur 4.39. Idet systemet i denne rapport er type 1, vil kontolsignalet $u(k)$ ikke have nogen steady-state fejl på et step-referenceinput. Af denne grund vil $N_u = 0$ ifølge ligning 4.56, hvilket simplificerer ligning 4.60 til:

$$u(k) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k) + \mathbf{K}N_x r(k) \quad (4.61)$$

Koefficienten til $r(k)$ i denne ligning er en skalar og betegnes $\bar{N} = \mathbf{K}\mathbf{x}(k)$, hvilket giver blokdiagrammet på figur 4.40. Med talværdier indsat beregnes \bar{N}_{ita} og \bar{N}_{lqr} for de fundne poler ved hhv. prototypepolplacering og LQR optimalregulering:

$$\begin{aligned} \bar{N}_{ita} &= \mathbf{K}_{ita} N_x \\ &= \begin{bmatrix} 0.0454 & 50.6989 & 387.9040 & 2277.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.0359 \end{bmatrix} \\ &= 31.03 \end{aligned} \quad (4.62)$$

$$\begin{aligned}
 \bar{N}_{lqr} &= \mathbf{K}_{lqr} N_x \\
 &= \begin{bmatrix} 0.2461 & 105.59 & 558.68 & 2949.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.0359 \end{bmatrix} \\
 &= 0.2408
 \end{aligned} \tag{4.63}$$



Figur 4.40: Kompensering af reference vha. \bar{N}

Dermed er designet af de to tilstandsregulatorer færdiggjort, og de kan nu simuleres i SIMULINK.

4.5 Verificering og simulering af tilstandsregulatorer

Med kontolloven, alle tilstande og referencekompenseringen på plads, kan tilstandsregulatorerne simuleres og implementeres. I SIMULINK opbygges modellen af systemet og den fundne tilstandsregulator, og i appendiks E kan denne model findes.

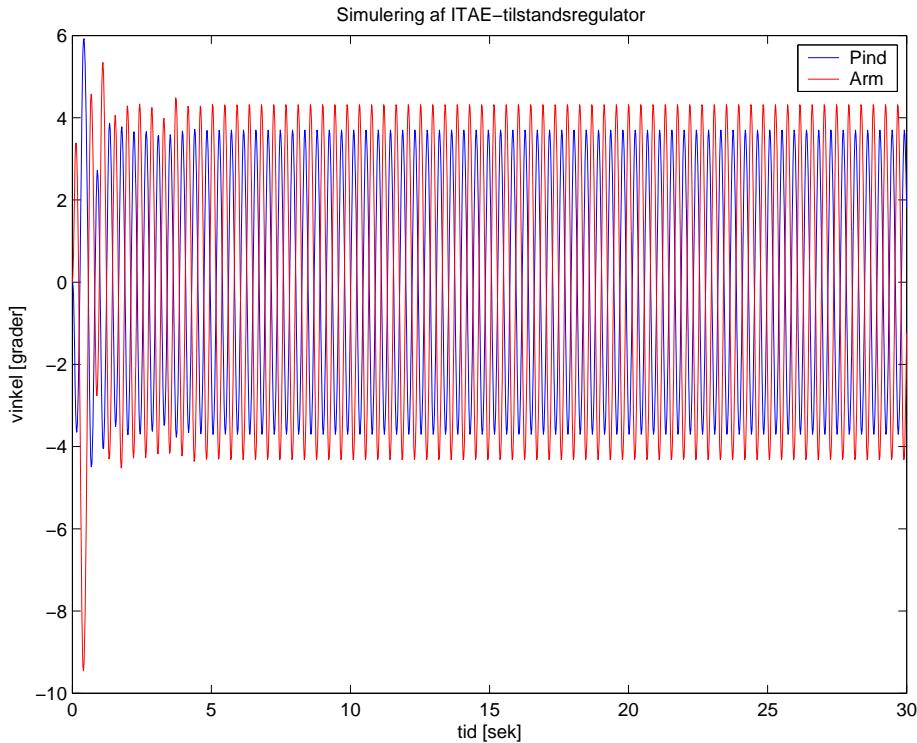
4.5.1 Simulering af tilstandsregulatorer

I det følgende gennemgås to simuleringstests på de fundne regulatorer. Den ene består i at lade pinden stå i 0° , og så påtrykke referenceindgangen en lille og kortvarig forstyrrelse i form af en puls. Dette er nødvendigt for at tvinge systemet i en ustabil tilstand og dermed starte regulatoren. Den anden test består i at lade pinden stå i 0° og derefter påtrykke referenceindgangen en rampefunktion. Derved øges vinklen mellem arm og pind $\theta_{ap}(t)$, hvilket bevirker at armens vinkel $\theta_a(t)$ forskydes i fht. lodret, mens pindens vinkel $\theta_p(t)$ skulle fastholdes omkring 0° af regulatoren.

Simulering af ITAE-regulator ved pulsreference

På figur 4.41 ses resultatet af simulering på ITAE-regulatoren med en puls som inputreference. Det antages med god tilnærmelse, at systemet har nået steady-state efter ca. 5 sekunder. Fra dette

tidspunkt fremgår det, at både armen og pinden svinger med ca. $\pm 4^\circ$ omkring lodret. Dette indikerer, at regulatoren opfylder de opstillede krav om et maksimaludsving for arm og pind på hhv. $\pm 5^\circ$ og $\pm 10^\circ$.



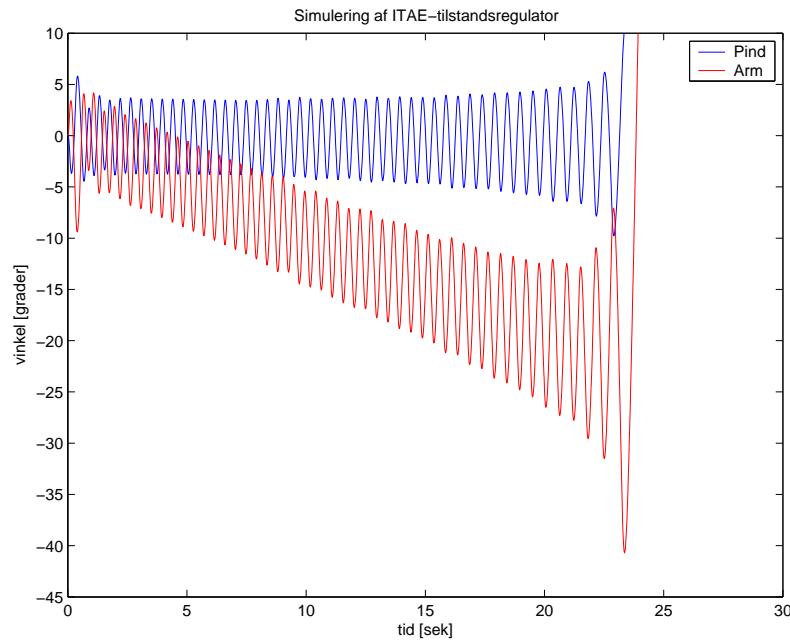
Figur 4.41: Armens og pindens vinkel ved ITAE-regulator simulering i SIMULINK. Som reference på $\theta_{ap}(t)$ er påtrykt en puls til tiden 0.

Simulering af ITAE-regulator ved ramperefERENCE

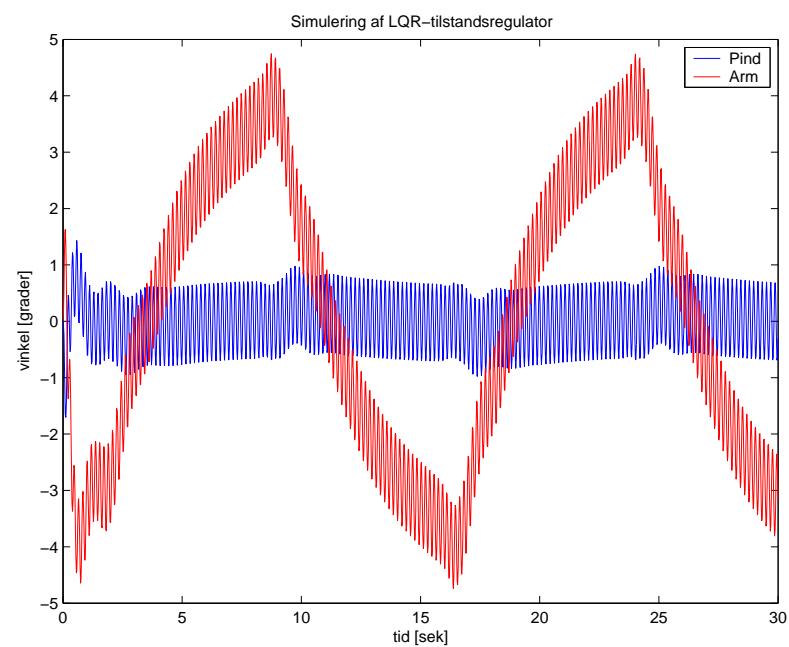
På figur 4.42 vises resultaterne fra det ITAE-regulerede system, når det påtrykkes en ramperefERENCE. Det fremgår, at regulatoren er i stand til at balancere pinden indenfor de $\pm 5^\circ$ i fht. lodret samtidig med at armen følger referencen indtil $\theta_{ap}(t)$ bliver omrent 22° . Derefter kan regulatoren ikke stabilisere systemet, og pinden vælter.

Simulering af LQR-regulator ved pulsrefERENCE

På figur 4.44 ses simuleringsresultaterne for LQR-regulatoren ved påtrykning af en puls på refrence. Det fremgår, at pindens vinkel fastholdes på ca. $\pm 1^\circ$, hvilket er en stor forbedring i fht. den ITAE-baserede regulator. Armens vinkel i fht. lodret holder sig under det krævede, dog fremgår det, at der eksisterer en overlejret svingning på dens bevægelse. Dette kan ikke umiddelbart forklares, og der vil ikke foretages nogle yderligere undersøgelser af det her, da de opstillede krav overholdes.



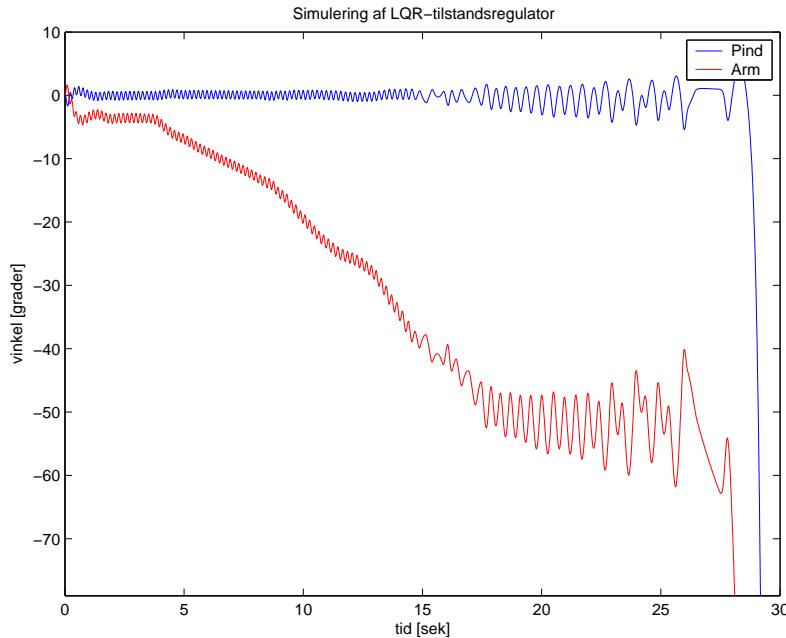
Figur 4.42: Armens og pindens vinkel ved simulering i SIMULINK. Som reference på θ_{ap} er påtrykket en rampe.



Figur 4.43: Armens og pindens vinkel ved LQR-regulator simulering i SIMULINK. Som reference på $\theta_{ap}(t)$ er påtrykket en puls.

Simulering af LQR-regulator ved rampereference

Af figur 4.44 fremgår det at LQR-regulatoren også er bedre end ITAE-regulatoren ved et rampeinput. Det ses, at pinden balanceres indenfor de $\pm 5^\circ$ indtil armens vinkel med lodret når op på omtrent 50° .



Figur 4.44: Armens og pindens vinkel ved LQR-regulator simulering i simuling. Som reference på $\theta_{ap}(t)$ er påtrykket en rampe.

Dermed er simuleringen af de to regulatorer fuldendt, og det kan konkluderes, at begge regulatorer i teorien er i stand til regulere systemet under påvirkning af hhv. en puls og en rampe på referenceindgangen. I det følgende afsnit vil begge regulatorer blive implementeret, hvorefter det skal konkluderes om regulatorerne også fungerer i praksis.

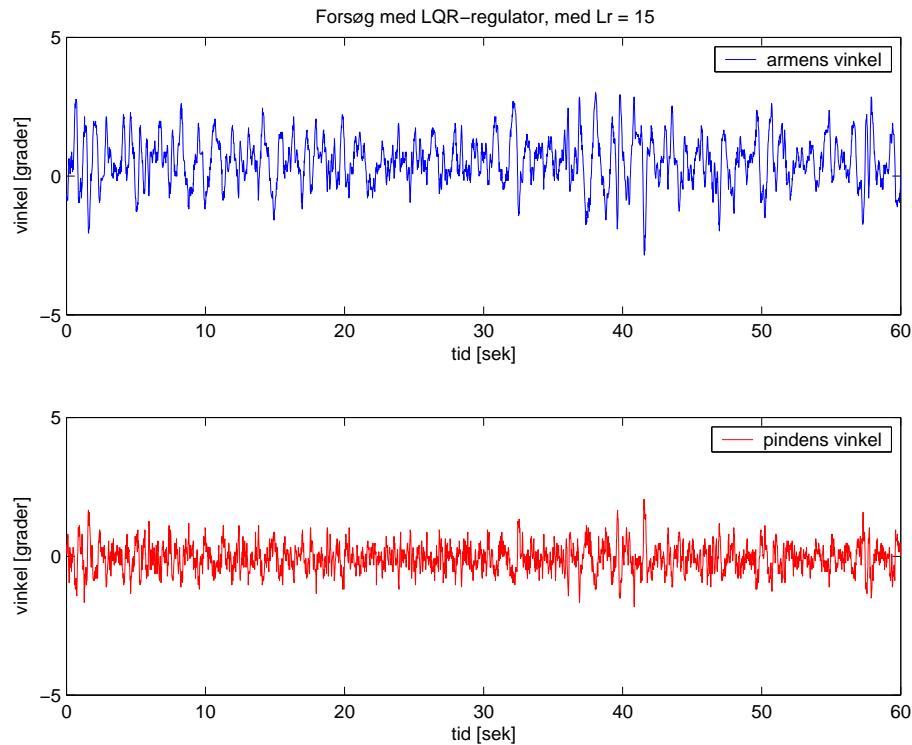
4.5.2 Implementering og test af tilstandsregulatorer

I det følgende afsnit er de simulerede regulatorer i ovenstående afsnit blevet implementeret i systemet med en samplingsfrekvens på $f_s = 50\text{Hz}$. C-koden til implementeringen kan findes på CD'en. De implementerede systemer er blevet testet med en rampe på referencen, ligesom under simuleringen, men der er ikke påtrykt en puls på referencen, idet den naturligt forekommende støj er tilstrækkelig til at bringe systemet i en regulerende tilstand.

ITAE-regulator

Af figur 4.45 fremgår det, at den implementerede ITAE-regulator til fulde overholder kravene på maksimum $\pm 5^\circ$ udsving for pinden og $\pm 10^\circ$ på armen. Ydermere er den bedre end simuleringen

af samme regulator, hvilket formodentligt kan tilskrives friktionen i det mekaniske system, idet den modvirker ændringer og derved er medvirkende til at stabilisere systemet.



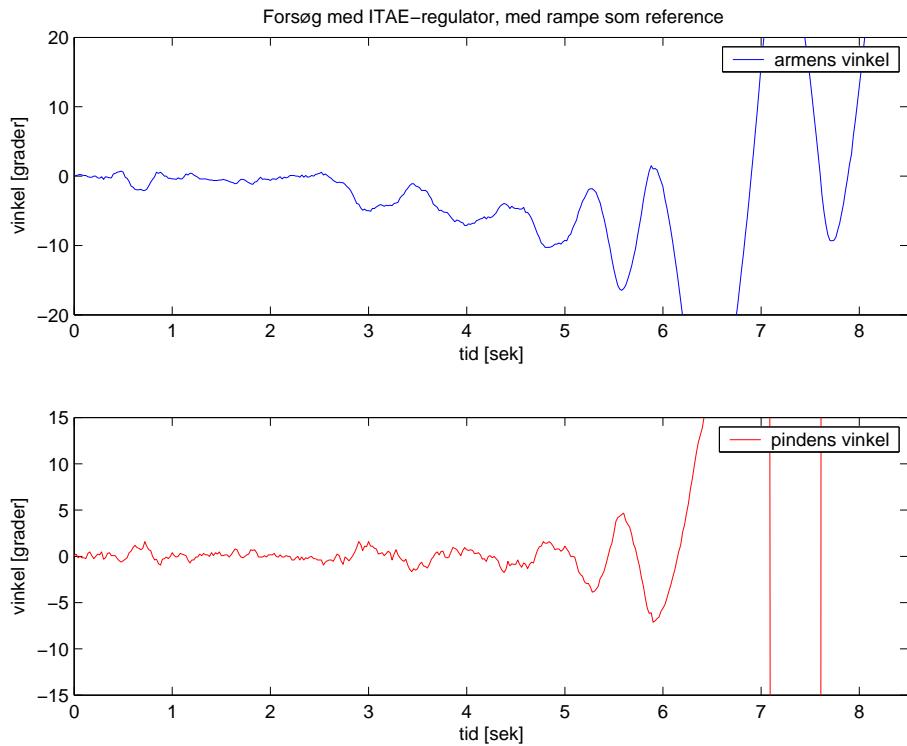
Figur 4.45: ITAE-regulatoren, der regulerer det faktiske system

Figur 4.46 viser det ITAE-regulerede system ved påtrykning af en rampe på referencen. Det er svært at bestemme præcis, men det fremgår fra figuren at regulatoren mister kontrollen med systemet umiddelbart inden armens vinkel når ud i 10° . Dette er en væsentlig forringelse i forhold til simuleringen, der viste at armen kunne nå ud i ca. 22° . Det kan dermed konstateres, at regulatoren er mindre stabil, når referencevinklen ændres end når den er konstant.

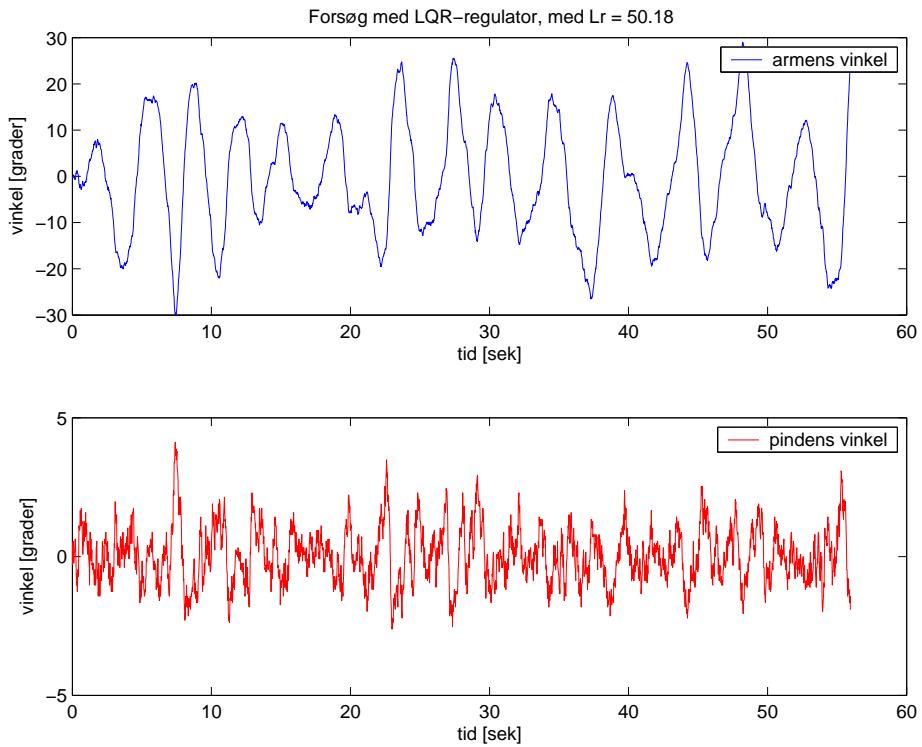
LQR-regulator

Figur 4.47 viser resultatet af forsøget med den implementerede LQR-regulator. Det fremgår, at pindens vinkel holdes sig indenfor det krævede, men armens vinkel varierer derimod omrent $\pm 20^\circ$. Dette er noget mere end det simulerede resultat på ca. $\pm 5^\circ$. Den overlejrede svingning synes mere dominerende, hvilket kan skyldes den høje estimatortilbagekoblingsfaktor L_r . Dennes størrelse bevirket, at den estimerede tilstand x_3 er meget følsom overfor målestøj, hvorfor reguleringen er ringere end den i simuleringen.

Det er ikke muligt at sige præcis ved hvilken vinkel af armen, pinden vælter på figur 4.48. Reguleringen er meget upræcis i forhold til simulering, hvilket også tilskrives den høje estimatortilbagekoblingsfaktor. Af denne grund tunes faktoren til en lavere værdi $L_r = 15$, hvorefter nye målinger foretages. Resultatet af målingerne fremgår af figur 4.49 og 4.50. Det ses, at pinden reguleres indenfor ca. $\pm 1^\circ$ ved målingen, hvor referencen er $r(k) = 0$, men at armen regulerer i en

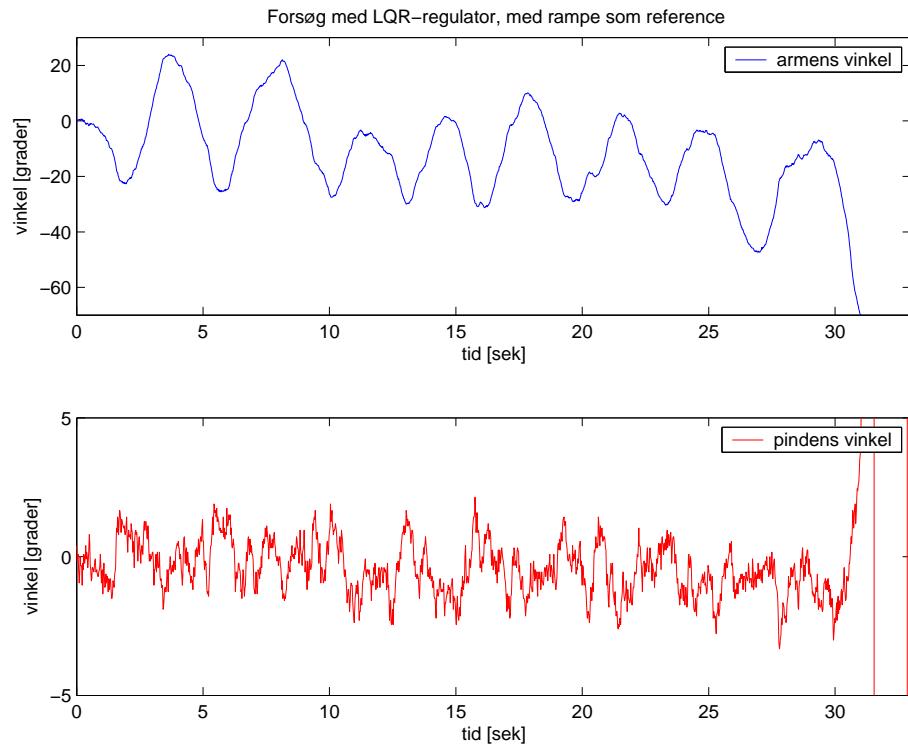


Figur 4.46: ITAE-regulatoren, der regulerer det faktiske system, med en rampe som reference



Figur 4.47: LQR-regulatoren med estimatortilbagekobling $L_r = 50.18$

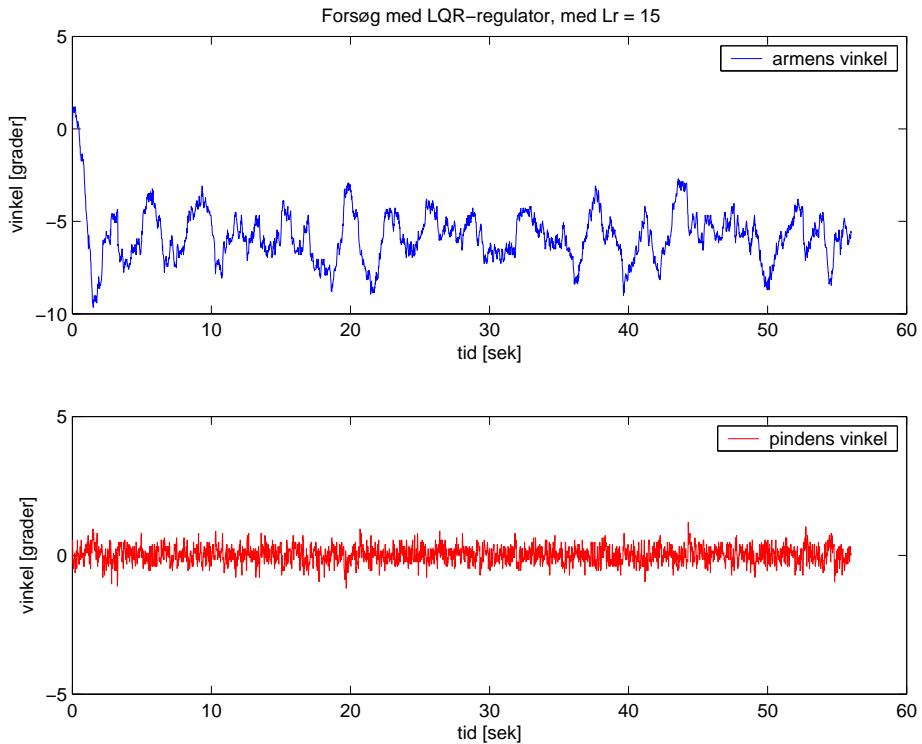
vinkel på omrent 5° . En grund til dette kunne være, at regulatoren dynamik ved den nye værdi af L_r påvirkes af estimatorens dynamik, idet sidstnævntes poler flyttes tættere på regulatoren. Derimod reagerer regulatoren meget fint på et rampe-input, hvor armen når helt op på ca. 45° inden pinden vælter.



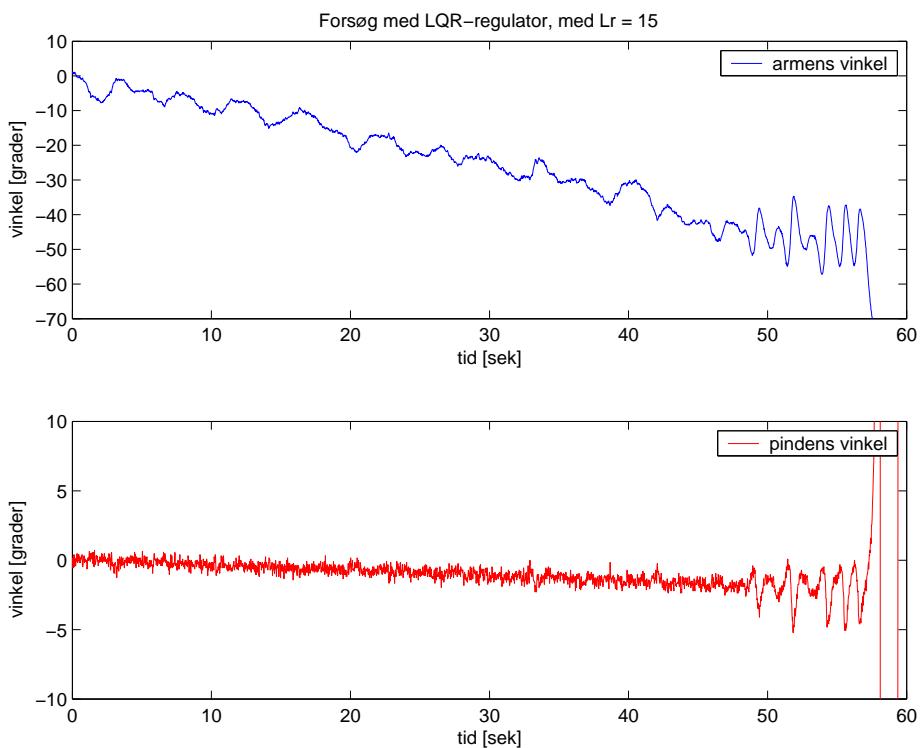
Figur 4.48: LQR-regulatoren med estimatortilbagekobling $L_r = 50.18$, med rampe som input

Delkonklusion

Efter implementering og test kan det konkluderes, at de udregnede tilstandsregulatorer begge er i stand til at balancere pinden og overholde de opstillede krav til vinkeludsvinget for både arm og pind.



Figur 4.49: Tunet LQR-regulator med estimatortilbagekobling $L_r = 15$



Figur 4.50: Tunet LQR-regulator med estimatortilbagekobling $L_r = 15$, og rampe som referencelinjeinput. Offset-forskydning på pindens vinkel skyldes ulineariteter i potentiometeret

5

Konklusion

Formålet med projektet var, ud fra den givne systemopstilling, illustreret på figur 1.1 på side 3, at få pinden til at balancere i lodret opretstående stilling med en maksimal afvigelse på $\pm 5^\circ$ i forhold til lodret. Derudover måtte armen under balanceringen højst have et udsving på $\pm 10^\circ$.

Løsningen på denne problemstilling er blevet udformet ved indledningsvist at opdele systemet i mindre delsystemer, for at simplificerer opgaven. Disse delsystemer er hhv. effektforstærker som det første, motor, gear og arm som det næste, og pinden som det sidste.

Delsystemerne er dernæst blevet modelleret enkeltvis ved betragtninger af gældende fysiske love, og resultatet af denne modelleringsfase er en lineær model for effektforstærkeren, samt hhv. en lineær og en ulineær model for både motor,gear, arm og pind.

De bestemte modeller er derefter blevet tunet og verificeret vha. af MATLAB-toolboxen SENSTOOLS, som justerer og tilpasser modelparametrene, ud fra målinger på det faktisk system. Det var et krav til de tunede modeller, at deres afvigelse fra måleresultaterne ikke måtte overstige 8%. Resultaterne fra verificeringen viser, at afvigelserne for den ulineære og lineære model for motor,gear og arm er bestemt til hhv. 7.2% og 6.2%. Derimod overholder afvigelsen for den ulineære og lineære model af pindens bevægelse ikke kravet, da modelafvigelserne for disse er fundet til 27.5% og 22.6%. På trods af disse afvigelser blev det valgt at anvende modellen for delsystemet.

Efter tuningen og verificeringen af modellerne er de blevet samlet til én lineær model, og én ulineær model. Den lineære er dernæst blevet brugt som grundlag for designet af regulatorer til systemet.

Regulatordesignet er udarbejdet ud fra to metoder; den "klassiske" metode med proportional- og integralregulering, og den "moderne" metode med tilstandsregulering.

Den klassiske regulator er blevet designet som en kaskadekobling af regulatorer til de enkelte delsystemer; en PI-regulator til motoren, en P-regulator til armen, og en lead-kompensator til pinden. Regulatorerne er dernæst blevet tunet og implementeret i det faktiske system, og resultaterne af dette har vist, at pinden balancede med ca. $\pm 2^\circ$ i forhold til lodret, og armens vinkel under balanceringen var ca. $\pm 12^\circ$ i forhold til lodret.

Der er blevet designet to tilstandsregulatorer, som begge er designet ud fra de samme overordnede principper. Forskellen er, at den enes tilstandstilbagekobling er baseret på prototypepolplacering, og den andens er baseret på LQR-optimalregulering. Begge typer regulatorer er blevet simulert og implementeret. Resultaterne af dette viser, at regulatoren baseret på prototypepolplacering balancerer pinden med et udsving på ca. $\pm 2^\circ$, hvorimens armens udsving er ca. $\pm 3^\circ$. Den LQR-baserede regulator er blevet tunet, og derefter i stand til at balancere pinden, så dens vinkeludsving er ca. $\pm 1^\circ$. Armen svinede mellem ca. 3° og 9° , hvilket formodentlig kan skyldes tuningen af regulatoren.

Set i forhold til formålet med projektet, var de designede regulatorer i stand til balancere pinden omkring lodret, således at de opstillede krav blev overholdt. Der eksisterer muligheder for at forbedre og udvide systemet i sin nuværende form, hvilket omtales i perspektiveringsafsnittet.

6

Perspektivering

I dette afsnit vil de forskellige muligheder for at udvide systemet blive nævnt, og derudover vil der blive opstillet forslag til, hvorledes den anvendte modelleringsproces kunne forbedres.

Udvidelser til systemet

Systemet fungerer på nuværende tidspunkt således, at motoren afbrydes når armens vinkel kommer ud over en vinkel af ca. 70° . Dette betyder at pinden vælter, og regulatorerne ikke længere vil prøve at regulere den. En opsvingningsalgoritme til pinden kan laves ved at bevæge armen i et bestemt mønster i forhold til pinden, hvorved pinden vil kunne svinges op i det område, hvor det igen er muligt for regulatorerne at balancerer den.

For at gøre systemet mere brugervenligt, kan der laves et grafisk brugerinterface, hvori det er muligt at udlæse forskellige data fra systemet. Ligeledes kunne det være en mulighed implementere reguleringsalgoritmerne igennem det grafiske brugerinterface, og dermed give brugeren mulighed for at vælge mellem de forskellige regulatorer. Dette kan realiseres ved at kommunikere med reguleringsmodulet igennem den i afsnit 2.4.2 på side 14 omtalte devicefil, som kan udbygges til at importere oplysninger ned i kernemodulet.

Forbedringer til processen

I projektet blev der brugt meget tid på beregninger af inertimomentet af gearingen og armen, der indgår i systemet. Dette blev gjort for at få en større præcision på de parametre, der indgår i overføringsfunktionen for motor, gear og arm. Eftersom parametrene justeres af SENSTOOLS kunne inertiberegningerne have været undgået, og i stedet have været parameterestimeret udelukkende

KAPITEL 6. PERSPEKTIVERING

med SENSTOOLS. Dette ville formodentligt resultere i det samme resultat som det i rapporten fundne.

Litteratur

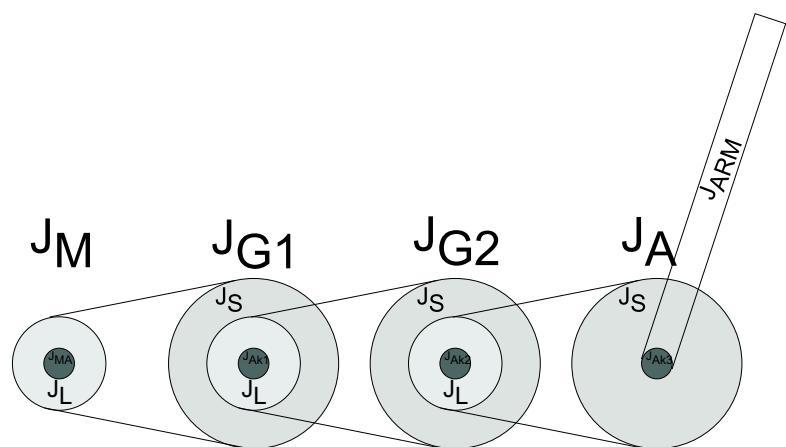
- [1] Translatoriske og roterende mekaniske sstemer. PDF: <http://www.control.auc.dk/pa/kurser/PR6model/mm2.pdf>.
- [2] Kawa A. Abdulrahman. *Ulineær model af DC-motor*. Kawa A. Abdulrahman.
- [3] A. Frank D'Souza. *Design of control systems*. Prentice-Hall, 1988 1st Edition. ISBN 0-13-199951-6.
- [4] J. David Powell Gene F. Franklin and Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Prentice Hall, inc., 4th Edition 2002. ISBN 0-13-098041-2.
- [5] J. David Powell Gene F. Franklin and Michael Workman. *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison Wesley Longman, Inc., 1998, Third Edition. ISBN 0-201-82054-4.
- [6] Finn Haugen. *Regulering av dynamiske systemer vol. 1*. Tapir, 1994. ISBN 82-519-1433-7.
- [7] Jens R. Jensen. *Automatisk Kontrol 1*. Polyteknisk forlag, 1984. ISBN 87-502-0590-0.
- [8] Morten Knudsen. *Experimental modelling of dynamic systems*. Morten Knudsen, Version 0.2.

Appendiks

A

Inertiberegninger af system

For overskuelighedens skyld, indføres en figur, hvor i de forskellige inertier, der indgår i systemet, er vist. Se figur A.1.



Figur A.1: Diagram over det samlede system til om med arm

12-tands-tandhjulet J_L er forbundet til 40-tands-tandhjulet J_S gennem en tandrem, som antages ikke at være elastisk. Akslerne sidder i et leje i hver ende, og disse lejer er monteret på systemet. Lejerne antages at være gnidningsfrie.

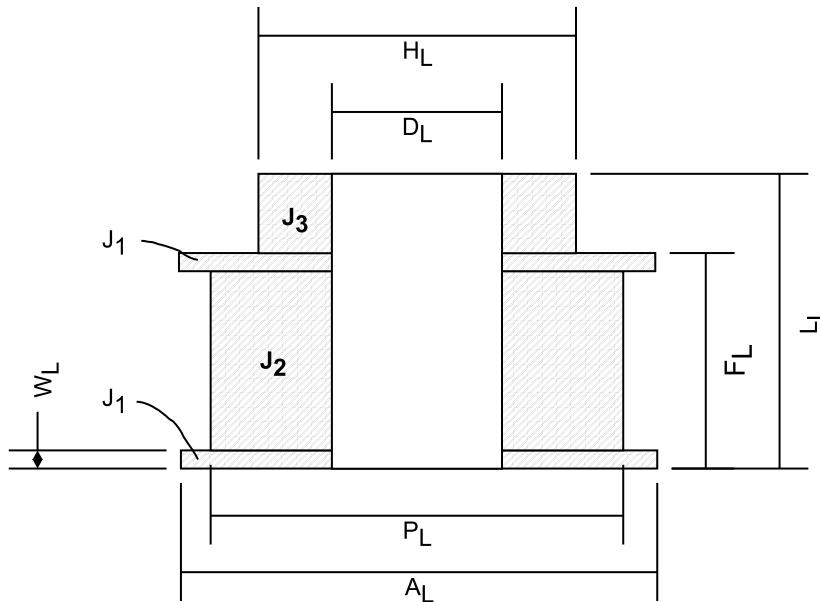
A.1 Inerti af 12-tands tandhjul i gearingen J_L

Inerti af de små tandhjul i gearingen beregnes.

Inertimomentet for en hul cylinder kan beregnes ud fra følgende formel:

$$J_{ICM} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R^2 + r^2) \quad (\text{A.1})$$

På figur A.2 ses et diagram over det lille tandhjul.



Figur A.2: Tværsnit over gearingens 12-tands-tandhjulet

[mm]	[mm]
$P_L = 36.38$	$A_L = 42.00$
$H_L = 28.00$	$F_L = 19.00$
$D_L = 15.00$	$L_L = 26.00$
$W_L = 1.60$	$\rho_{jern} = 7830 \text{ kg/m}^3$

Tabel A.1: Værdier for mål på diagram over gearinges lille tandhjul

Tandhjulets samlede inertimoment består af summen af inertimomenterne for tandhjulets dele, J_1 til J_3 , hvor J_1 indgår 2 gange. Det samlede inertimoment kan derfor udtrykkes som:

$$J_L = 2 \cdot J_1 + J_2 + J_3 \quad (\text{A.2})$$

Inertierne J_1 - J_3 findes gennem formel A.1:

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{2} \cdot \rho_{jern} \cdot \pi \cdot \left(\left(\frac{A_L}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_L}{2} \right)^2 \right) \cdot W_L \cdot \left(\left(\frac{A_L}{2} \right)^2 + \left(\frac{D_L}{2} \right)^2 \right) \quad (\text{A.3}) \\ &= 0.376 \cdot 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{2} \cdot \rho_{jern} \cdot \pi \cdot \left(\left(\frac{P_L}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_L}{2} \right)^2 \right) \cdot (F_L - 2 \cdot W_L) \cdot \left(\left(\frac{P_L}{2} \right)^2 + \left(\frac{D_L}{2} \right)^2 \right) \quad (\text{A.5}) \\ &= 2.066 \cdot 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} J_3 &= \frac{1}{2} \cdot \rho_{jern} \cdot \pi \cdot \left(\left(\frac{H_L}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_L}{2} \right)^2 \right) \cdot (L_L - F_L) \cdot \left(\left(\frac{H_L}{2} \right)^2 + \left(\frac{D_L}{2} \right)^2 \right) \quad (\text{A.7}) \\ &= 0.3035 \cdot 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Den samlede inerti for tandhjulet er:

$$J_L = 2 \cdot J_1 + J_2 + J_3 = 3.1215 \cdot 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.9})$$

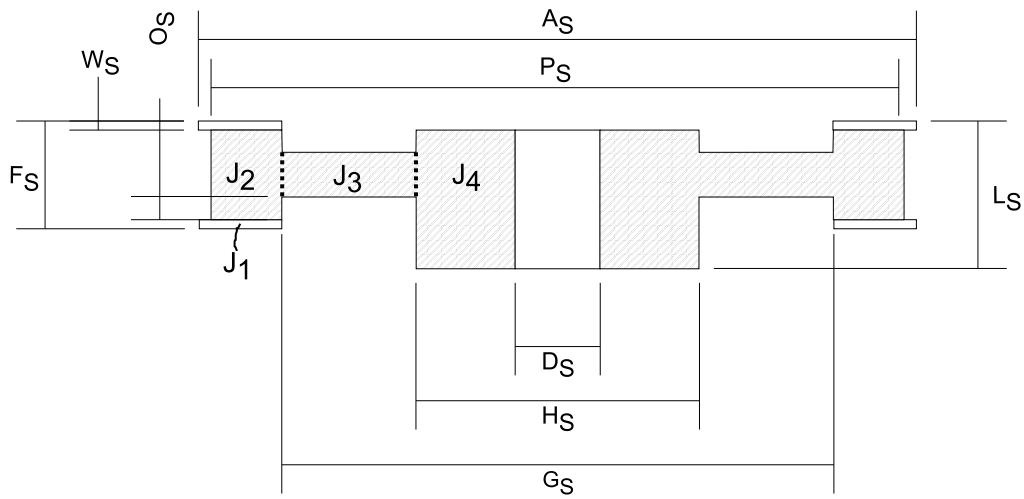
A.2 Inerti for motortandhjul J_{MT}

Det tandhjul der er monteret på motoren, er af samme type som 12-tands-tandhjulet, der indgår i gearingen. Forskellen er at diametern på hullet i motortandhjulet D_L er mindre, da motorakslen er mindre end de aksler der, indgår i gearingen. Der benyttes de samme værdier som tidligere brugt (de værdier der indgår i tabel A.1), hvor $D_L = 12 \text{ mm}$. Motortandhjulets inertimoment J_{MT} kan derfor findes ved samme fremgangsmåde som tidligere til:

$$J_{MT} = 3.1822 \cdot 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.10})$$

A.3 Inerti af 40-tands-tandhjul i gearingen J_S

Inertien af det store tandhjul beregnes. På figur A.3 ses et diagram over det 40-tands tandhjul.



Figur A.3: Tværsnit over gearingens store tandhjul

[mm]	[mm]
$P_S = 121.28$	$A_S = 127.00$
$H_S = 50.00$	$F_S = 19.00$
$D_S = 15.00$	$L_S = 26.00$
$W_S = 1.60$	$O_S = 4.00$
$\rho_{jern} = 7830 \text{ kg/m}^3$	-

Tabel A.2: Værdier for mål på diagram over gearinges store tandhjul

Tandhjulets samlede inertimoment består af summen af inertimomenterne J_1 til J_4 . Her skal det haves i mente at J_1 optræder på begge sider af tandhjulet, hvorfor denne ganges med 2. Det samlede inertimoment kan udtrykkes som:

$$J_S = 2 \cdot J_1 + J_2 + J_3 + J_4 \quad (\text{A.11})$$

Inertimomenterne J_1 til J_4 beregnes ud fra formel A.1 og figur A.3:

$$J_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \left(\left(\frac{A_S}{2} \right)^2 + \left(\frac{G_S}{2} \right)^2 \right) \quad (\text{A.12})$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \left(\left(\frac{P_S}{2} \right)^2 + \left(\frac{G_S}{2} \right)^2 \right) \quad (\text{A.13})$$

$$J_3 = \frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot \left(\left(\frac{G_S}{2} \right)^2 + \left(\frac{H_S}{2} \right)^2 \right) \quad (\text{A.14})$$

$$J_4 = \frac{1}{2} \cdot m_4 \cdot \left(\left(\frac{H_S}{2} \right)^2 + \left(\frac{D_S}{2} \right)^2 \right) \quad (\text{A.15})$$

Masserne for inertimomenterne kan ud fra figur A.3 udtrykkes som:

$$m_1 = \pi \cdot \left(\left(\frac{A_S}{2} \right)^2 - \left(\frac{G_S}{2} \right)^2 \right) \cdot W_S \cdot \rho_{jern} \quad (\text{A.16})$$

$$m_2 = \pi \cdot \left(\left(\frac{P_S}{2} \right)^2 - \left(\frac{G_S}{2} \right)^2 \right) \cdot (F_S - 2W_S) \cdot \rho_{jern} \quad (\text{A.17})$$

$$m_3 = \pi \cdot \left(\left(\frac{G_S}{2} \right)^2 - \left(\frac{H_S}{2} \right)^2 \right) \cdot (F_S - 2(O_S + W_S)) \cdot \rho_{jern} \quad (\text{A.18})$$

$$m_4 = \pi \cdot \left(\left(\frac{H_S}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_S}{2} \right)^2 \right) \cdot (L_S - W_S) \cdot \rho_{jern} \quad (\text{A.19})$$

Ud fra værdierne på tabel A.2 kan masserne beregnes:

$$m_1 = 0.0654 \text{ kg}$$

$$m_2 = 0.5074 \text{ kg}$$

$$m_3 = 0.3351 \text{ kg}$$

$$m_4 = 0.3414 \text{ kg}$$

Inertimomenterne J_1 til J_4 kan nu beregnes ud fra de fundne masser m_1 til m_4 , værdierne fra tabel A.2 og gennem formlerne A.12 til A.15:

$$J_1 = 2.0927 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.20})$$

$$J_2 = 1.5346 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.21})$$

$$J_3 = 5.0215 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.22})$$

$$J_4 = 1.1628 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.23})$$

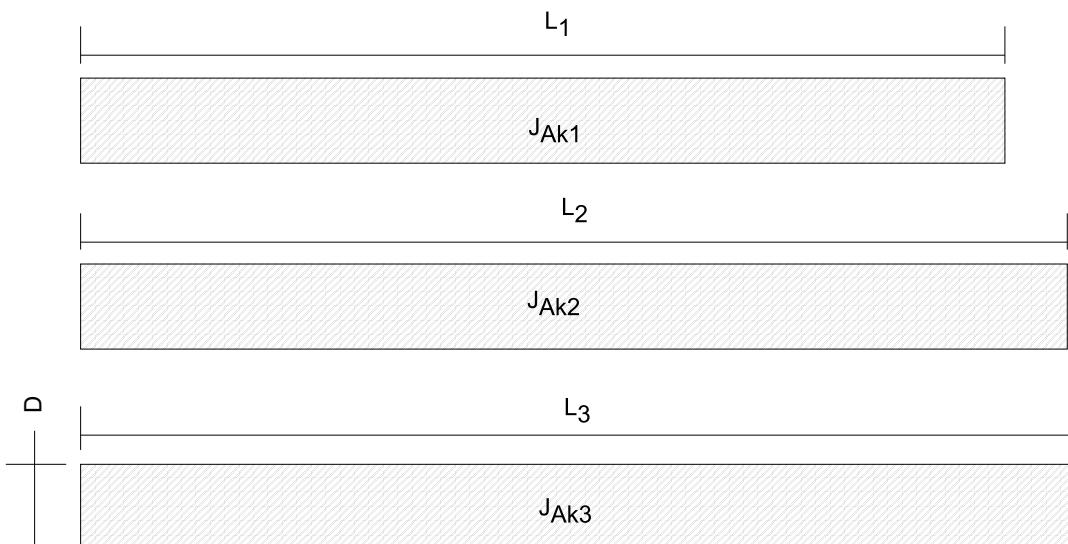
Det samlede inertimoment for det store tandhjul i gearingen J_S kan nu beregnes ud fra formel A.11 til:

$$J_S = 2 \cdot J_1 + J_2 + J_3 + J_4 = 2.5715 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.24})$$

A.4 Inerti for aksler i gearingen J_{Ak1-3}

Inertimomentet for en aksel kan beregnes ved formlen:

$$J_{ICM} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \quad (\text{A.25})$$



Figur A.4: Diagram over de tre aksler, diametern på de tre aksler er ens

[mm]	[mm]
$L_1 = 163.00$	$L_2 = 174.00$
$L_3 = 175.00$	$D = 15.00$
$\rho_{stål} = 7850 \text{ kg/m}^3$	-

Tabel A.3: Værdier for mål på diagram over de tre aksler

De tre akslers, inertimoment kan nu beregnes ud fra figur A.4, tabel A.3 og formel A.25:

$$J_{Ak1} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \cdot L_1 \cdot \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \cdot \rho_{stål} \quad (\text{A.26})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot L_1 \cdot 2 \cdot \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \cdot \rho_{steel} \quad (\text{A.27})$$

$$= \pi \cdot L_1 \cdot \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \cdot \rho_{stål} \quad (\text{A.28})$$

$$= 6.3595 \cdot 10^{-6} kg \cdot m^2$$

$$J_{Ak2} = \pi \cdot L_2 \cdot \left(\frac{D_2}{2}\right)^2 \cdot \rho_{stål} \quad (\text{A.29})$$

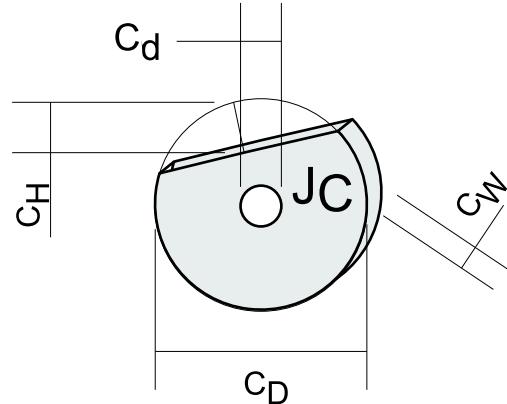
$$= 6.7887 \cdot 10^{-6} kg \cdot m^2$$

$$J_{Ak3} = \pi \cdot L_3 \cdot \left(\frac{D_3}{2}\right)^2 \cdot \rho_{stål} \quad (\text{A.30})$$

$$= 6.8277 \cdot 10^{-6} kg \cdot m^2$$

A.5 Inerti for cylinderudsnit J_{C1-2}

På figur A.5 ses et diagram over de to skiveformede cylinderudsnit der sidder på Aksel 3



Figur A.5: Diagram over cylinderudsnsitskive

[mm]	[mm]
$C_D = 60$	$C_H = 16.60$
$C_d = 15$	$C_W = 12.00$
$\rho_{alu} = 2740 kg/m^3$	-

Tabel A.4: Værdier for mål på diagram over cylinderudsnsitskiven

Inertimomenter for legemet på figur A.5 vælges beregnet, ved at antage at legemet er fuldstændigt

cylinderformet, for at lette beregningerne. Dette kan tillades da det bidrag til inertimomentet, som cylinderudsnittet bidrager med, er forholdsvis lille i forhold til de andre inertier, der indgår andre steder i systemet.

Inertimomentet kan nu beregnes ud fra formel A.1 og tabel A.4:

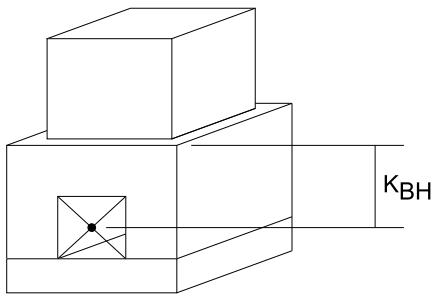
$$\begin{aligned} J_{C1} &= \frac{1}{2} \cdot m_C \cdot (r_L^2 + R_S^2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\rho_{alu} \cdot \pi \cdot \left(\left(\frac{C_D}{2} \right)^2 - \left(\frac{C_d}{2} \right)^2 \right) \cdot C_W \right) \cdot \left(\left(\frac{C_D}{2} \right)^2 + \left(\frac{C_d}{2} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Værdierne fra tabel A.4 indsættes i formel A.31, hvorved der fås:

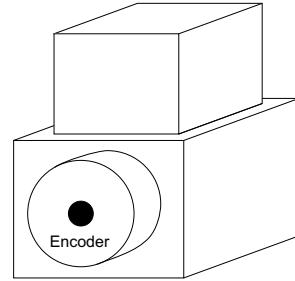
$$J_{C1} = 1.3264 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.32})$$

A.6 Inerti af arm J_{Arm}

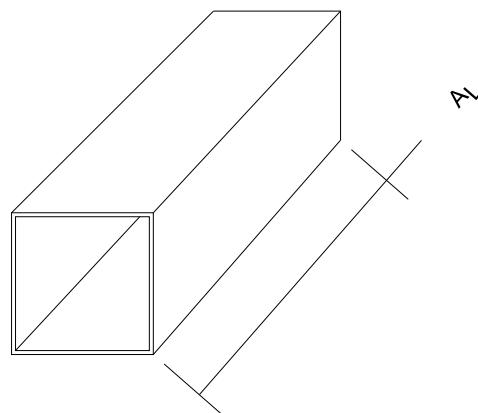
Armen på systemet er blevet afmonteret, og blevet skilt af i de dele den består af. Den består af en bundklods, en holder klods hvorpå pinden er monteret og selve armen hvorpå klodserne er monteret. Der ses bort fra bidrag til inertimomentet fra skruer, som armen er skruet sammen med. Delene er vist på figurene A.6 til A.8.



Figur A.6: Diagram over armens bund-klods



Figur A.7: Diagram over armens holder-klods

**Figur A.8:** Diagram over selve armen

For at lette inertiberegningerne er de to klodser samt armen, blevet vejet. Måledataen fra de tre elementer i armen er vist i tabel A.5.

[g]	[mm]
$m_{bundklos} = 92.5$	$K_{BH} = 14.5$
$m_{arm} = 112.7$	$L_{stang} = 275$
$m_{holderklos} = 151.3$	-

Tabel A.5: Værdier for mål på de dele der indgår i armen

Inertimomenterne beregnes ud fra den betragtning at masserne af de to klodser er punktformede masser og armen regnes som en stang. Inertimomentet for en punktformet masse kan beregnes ved formlen:

$$J_{PM} = m \cdot R^2 \quad (\text{A.33})$$

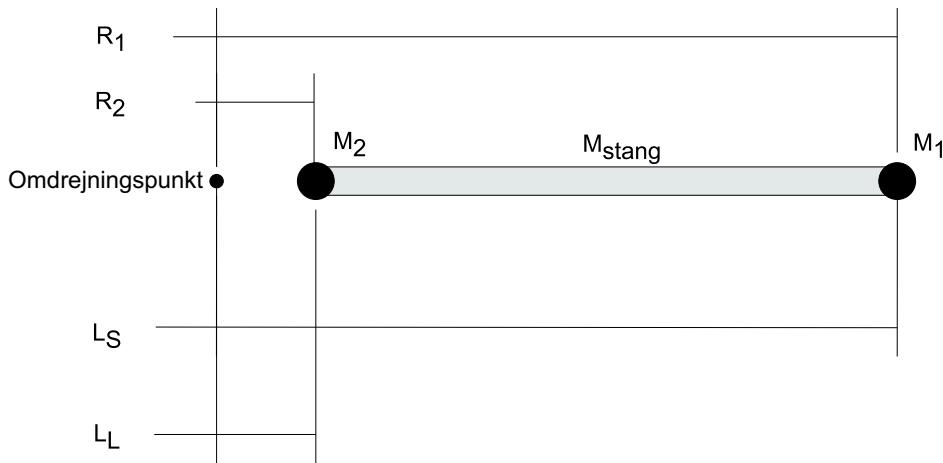
hvor R er afstanden fra omdrejningspunktet til den punktformede masse.

Inertiens af en stang beregnes ved formlen, hvor massen m er placeret for enden af stangen:

$$J_{stang} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot L^2 \quad (\text{A.34})$$

hvor L er længden af stangen.

Inertiene kan beregnes ud fra betragtning af figur A.9



Figur A.9: Figur over inertiberegninger for stang og klodser

Inertimomentet for holderklodsen beregnes ud fra værdierne i tabel A.5, figur A.9 og formel A.33:

$$\begin{aligned} J_{PM1} &= m_{holderklods} \cdot R_1^2 \\ &= m_1 \cdot (R_2 + L_{stang})^2 \\ &= m_1 \cdot (K_{BH} + L_{stang})^2 \end{aligned} \quad (A.35)$$

$$= 151.3 \cdot 10^{-3} \cdot ((14.5 + 275) \cdot 10^{-3})^2 \quad (A.36)$$

$$= 1.2680 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (A.37)$$

Inertimomentet for bundklodsen beregnes ligeledes ud fra værdierne i tabel A.5, figur A.9 og formel A.33:

$$J_{PM2} = m_{bundklods} \cdot R_2^2 \quad (A.38)$$

$$= m_2 \cdot K_{BH}^2 \quad (A.39)$$

$$= 92.5 \cdot 10^{-3} \cdot (14.5 \cdot 10^{-3})^2 \quad (A.40)$$

Inertimomentet for selve armen beregnes igen ud fra værdierne i tabel A.5, figur A.9 og formel A.34. Her beregnes den teoretiske masse af den stang, som går fra omdrejningspunktet til punktet hvor M_2 ligger, til at beregne det inertimoment den bidrager med. Dette subtraheres fra hele stangen fra omdrejningspunktet til det punkt hvor M_1 ligger.

$$J_{arm} = J_{L_S} + J_{S_S} \quad (\text{A.41})$$

$$J_{L_S} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{m_{stang}}{L_{stang}} \cdot R_2 \right) \cdot R_2^2 \quad (\text{A.42})$$

$$J_{S_S} = \frac{1}{3} \cdot m_{stang} \cdot R_1^2 \quad (\text{A.43})$$

$$J_{arm} = \left(\frac{1}{3} \cdot m_{stang} \cdot R_1^2 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{m_{stang}}{L_{stang}} \cdot R_2 \right) \cdot R_2^2 \right) \quad (\text{A.44})$$

$$= \left(\frac{1}{3} \cdot m_{stang} \cdot (K_{BH} + L_{stang})^2 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{m_{stang}}{L_{stang}} \cdot K_{BH} \right) \cdot K_{BH}^2 \right) \quad (\text{A.45})$$

$$= 3.1481 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.46})$$

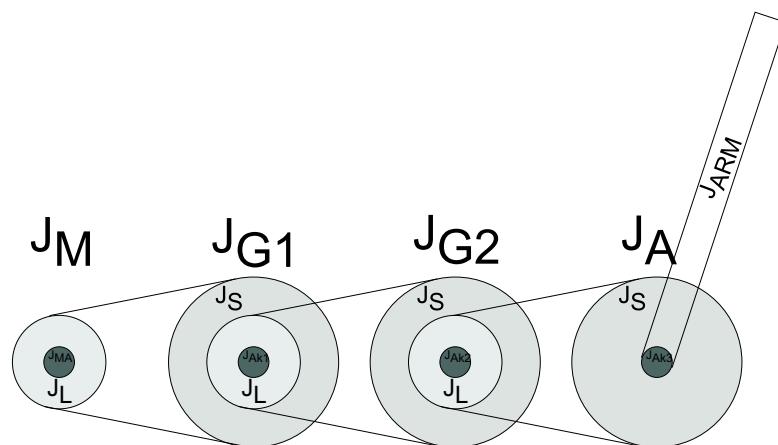
Efter de 3 inertimomenter er beregnet kan det samlede inertimoment for hele armen beregnes til:

$$J_{Arm} = J_{PM1} + J_{PM2} + J_{arm} \quad (\text{A.47})$$

$$= 1.1585 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.48})$$

A.7 Samlede inertia af systemet J_M , J_{G1-2} & J_A

Efter alle elementerne i gearene er beregnet kan deres samlede inertimoment beregnes. Se figur A.10.



Figur A.10: Diagram over det samlede system til om med arm

Systemet består af 4 forskellige inertimomenter. J_M er inertimomentet for motorakslen og det tandhjul der er monteret på motoren. J_{G1} er inertimomentet for den samlede gearing og akslen hvorpå den er monteret, og ligeledes er J_{G2} det samlede inertimoment for gearingen og akslen hvorpå den er monteret. J_A er det samlede inertimoment for 40-tands tandhjulet, akslen, armen og de to

cylinderudsnit.

J_M er summen af inertimomentet af motortandhjulet J_{MT} og motorakslen J_{MA} :

$$J_M = J_{MT} + J_{MA} \quad (\text{A.49})$$

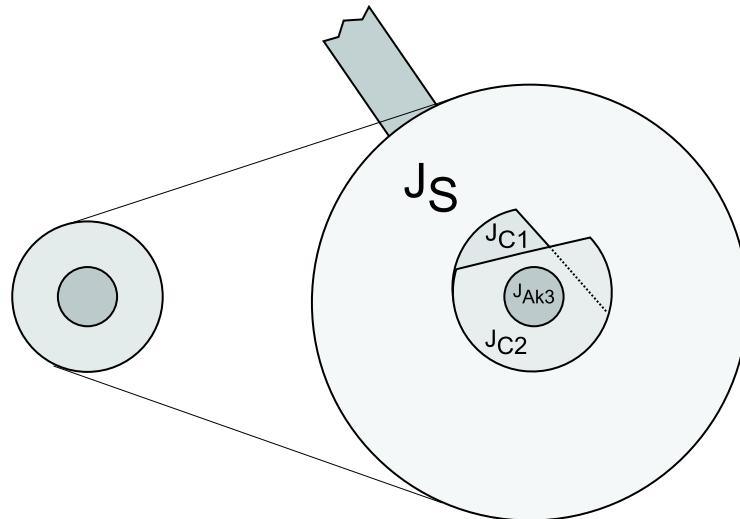
J_{G1} er summen af inertimomentet af de to tandhjul J_L og J_S og akslen J_{Ak1} :

$$J_{G1} = J_L + J_S + J_{Ak1} \quad (\text{A.50})$$

J_{G2} er summen af inertimomentet af de to tandhjul J_L og J_S og akslen J_{Ak2} :

$$J_{G2} = J_L + J_S + J_{Ak2} \quad (\text{A.51})$$

J_A er summen af inertimomentet af de to tandhjul J_L og J_S , akslen J_{Ak3} , de to cylinderudsnit J_{C1} og J_{C2} , se figur A.11 og armens inertimoment J_{Arm} .



Figur A.11: Tegning over cylinderudsnit

Det samlede inertimoment J_A kan derfor udtrykkes som:

$$\begin{aligned} J_A &= J_S + J_{Ak3} + J_{C1} + J_{C2} + J_{Arm}, \quad J_{C1} = J_{C2}: \\ &= J_S + J_{Ak3} + 2 \cdot J_{C1} + J_{Arm} \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

$$(\text{A.53})$$

De samlede inertimomenter J_M , J_{G1} , J_{G2} og J_A kan nu beregnes. Inertimomentet for motorakslen J_{MA} findes i databladet for motoren.

$$\begin{aligned}
 J_M &= J_{MT} + J_{MA} \\
 &= 3.1822 \cdot 10^{-5} + 2.9 \cdot 10^{-7} \\
 &= 3.2112 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned} \tag{A.54}$$

$$\begin{aligned}
 J_{G1} &= J_L + J_S + J_{Ak1} \\
 &= (3.1215 + 2.5715) \cdot 10^{-3} + 6.3595 \cdot 10^{-6} \\
 &= 5.6994 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned} \tag{A.55}$$

$$\begin{aligned}
 J_{G2} &= J_L + J_S + J_{Ak2} \\
 &= (3.1215 + 2.5715) \cdot 10^{-3} + 6.7887 \cdot 10^{-6} \\
 &= 5.6998 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned} \tag{A.56}$$

$$\begin{aligned}
 J_A &= J_S + J_{Ak3} + 2 \cdot J_{C1} + J_{Arm} \\
 &= (2.5715 + 2 \cdot 1.06) \cdot 10^{-3} + 6.8277 \cdot 10^{-6} + 1.5848 \cdot 10^{-2} \\
 &= 2.0547 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned} \tag{A.57}$$

A.8 Mekanisk model af gearet

For at beregne det samlede inertimoment på motoraksen, er det nødvendigt at medregne gearforholdet mellem de fire akser.

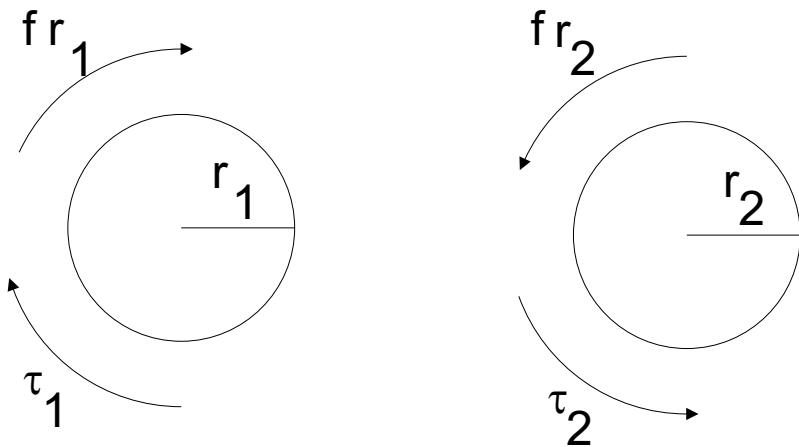
A.8.1 Udledning af formel for inertি gennem gear

Følgende udledes sammenhængen mellem gearforholdet og inertimomentet. Dette er baseret på [1].

Kraftmomentoverførslen igennem et gear er:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{r_2}{r_1} \cdot \dot{\omega}_2 = N \cdot \dot{\omega}_2 \Leftrightarrow \dot{\omega}_2 = \frac{1}{N} \cdot \dot{\omega}_1 \tag{A.58}$$

Dette kan udnyttes til at beregne, hvad inertimomentet er igennem et gear.



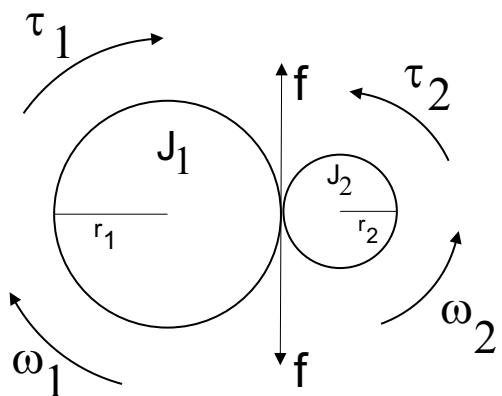
Figur A.12: Free body -diagram for tandhul 1 og tandhul 2.

Der ses efterfølgende på kraftmomentet på aksel 1, og på aksel 2 er $\tau_2 = 0$. Der kan for kraftmomenterne som påvirker aksel 1, opstilles følgende ligning:

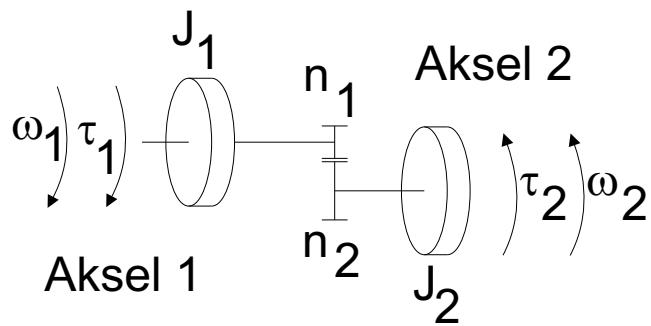
$$\tau_1 = J_1 \cdot \dot{\omega}_1 + f \cdot r_1 \quad (\text{A.59})$$

og for aksel 2:

$$J_2 \cdot \dot{\omega}_2 = f \cdot r_2 \Leftrightarrow f = \frac{J_2 \cdot \dot{\omega}_2}{r_2} \quad (\text{A.60})$$



Figur A.13: De to tandhul i gearet påvirker hinanden med kraften f.

**Figur A.14:** Gear med inertimomenter.

Indsættes ligning A.60 i ligning A.59 fås udtrykket:

$$\tau_1 = J_1 \cdot \dot{\omega}_1 + \frac{J_2 \cdot \dot{\omega}_2}{r_2} \cdot r_1 \quad (\text{A.61})$$

$$= J_1 \cdot \dot{\omega}_1 + J_2 \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \frac{1}{N} \quad (\text{A.62})$$

Indsættes ligning A.58 i ligning A.62 fås:

$$\tau_1 = J_1 \cdot \dot{\omega}_1 + J_2 \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \frac{1}{N^2} = \dot{\omega}_1 \cdot (J_1 + \frac{J_2}{N^2}) \quad (\text{A.63})$$

Den samlede inerti på aksel 1 er så:

$$\frac{\tau_1}{\dot{\omega}_1} = J_1 + \frac{J_2}{N^2} \quad (\text{A.64})$$

Dvs. at inertimomentet J_2 ses på 1.-akselen ved at dividere med gearforholdet i anden.

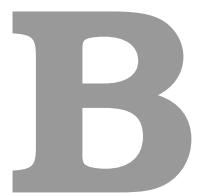
A.8.2 Inerti igennem gennem de tre akseler

Da gearforholdet, N, mellem de fire aksler, er det samme kan inertimomentet set på motorakslen skives som:

$$J_{system} = J_M + \frac{J_{G1}}{N^2} + \frac{J_{G2}}{N^4} + \frac{J_A}{N^6} \quad (\text{A.65})$$

$$= 3.2112 \cdot 10^{-5} + \frac{5.6994 \cdot 10^{-3}}{\left(\frac{40}{12}\right)^2} + \frac{5.6998 \cdot 10^{-3}}{\left(\frac{40}{12}\right)^4} + \frac{2.0547 \cdot 10^{-2}}{\left(\frac{40}{12}\right)^6}$$

$$= 5.9138 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.66})$$



Målejournal for effektforstærker

Dette kapitel indeholder målejurnaler, der beskriver udførelsen af mælingerne på den anvendte effektforstærker 7022. Mælingerne omfatter, mæling af ind- og udgangsimpedans, frekvensrespons samt strømbegrænsning.

B.1 Målejournal for indgangsimpedans

B.1.1 Formål

Formålet med denne målejournal er at redegøre for, hvordan indgangsimpedansen for effektforstærkeren er fundet. Indgangsimpedansen ønskes fundet for at sikre at der ikke sker signaltab mellem I/O-kortet og effektforstærkeren.

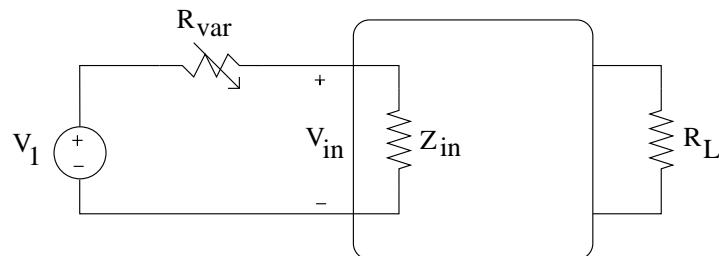
B.1.2 Forsøgsbeskrivelse

På figur B.1 ses den brugte forsøgsopstilling.

Der er koblet en dekadmodstand (R_{var}) ind mellem strømforsyningen og forstærkeren, så den sidder i serie med indgangsimpedansen Z_{in} . Dette forårsager en spændingsdeling af V_1 mellem de to impedanser, dette bruges til at bestemme Z_{in} på følgende måde:

Dekadmodstanden R_{var} ændres til spændingen V_{in} er det halve af V_1 , når den er det må R_{var} og Z_{in} være lige store da de deler spændingen ligeligt mellem sig.

Belastningen på forstærkeren R_L er sat til $15\text{ k}\Omega$, og der foretages mælinger med $V_1 = [\pm 1V, \pm 2V, \dots, \pm 5V]$, da det er det spændingsinterval IO-kortet kan leve.



Figur B.1: Forsøgsopstilling til bestemmelse af indgangsimpedans

B.1.3 Apparatur

Instrumenttype	Navn
Powersupply	HAMEG HM7042-3 nr. 52747
Voltmeter V_1	Fluke 189 nr. 60762
Voltmeter V_{in}	Fluke 189 nr. 60760
Dekademodstand	Danbridge DR4/DEFG

Tabel B.1: Tabel over anvendt apparatur

B.1.4 Måleresultater

V_1 [V]	R_{var} [$k\Omega$]
-5	49,8
-4	50,5
-3	51,4
-2	53,2
-1	55,3
1	55,5
2	53,2
3	51,6
4	50,7
5	49,9

Tabel B.2: Tabel over måleresultater

De målte værdier i tabel B.2 viser at indgangsimpedansen Z_{in} ligger mellem $49.8k\Omega$ og $55.5k\Omega$ i området $\pm 5V$

B.2 Målejournal for udgangsimpedans

B.2.1 Formål

Formålet med denne målejournal er at redegøre, for hvordan udgangsimpedansen for effektforstærkeren er fundet. Udgangsimpedansen ønskes fundet for at finde ud af om signalet fra forstærkeren skal tilpasses DC-motoren.

B.2.2 Forsøgsbeskrivelse

På figur B.2 ses den anvendte forsøgsopstilling.

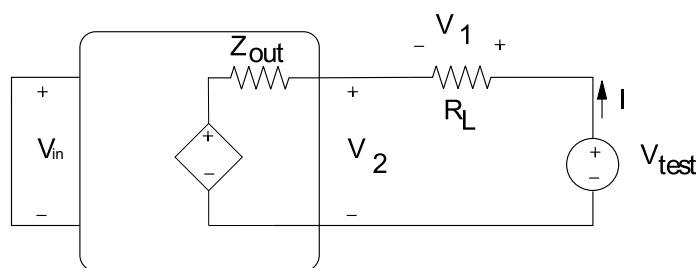
Der er koblet en 1Ω 's modstand R_L ind mellem strømforsyningen og forstærkeren, så den sidder i serie med udgangsimpedansen Z_{out} .

Der påtrykkes en spænding V_{test} og spændingen over R_L og Z_{out} måles. Da de to modstande er i serie gennemløbes de af den samme strøm I . Formler for denne kan opstilles som:

$$\begin{aligned} I &= \frac{V_1}{R_L} \\ I &= \frac{V_2}{Z_{out}} \end{aligned}$$

Sættes disse to ligninger lig hinanden fås:

$$Z_{out} = \frac{V_2}{V_1} \cdot R_L \quad (\text{B.1})$$



Figur B.2: Forsøgsopstilling til bestemmelse af udgangsimpedans

B.2.3 Apparatur

På figur B.3 ses det anvendte apparatu.r

Instrumenttype	Navn
Powersupply	HAMEG HM7042-3 nr. 52747
Voltmeter V_1	Fluke 189 nr. 60762
Voltmeter V_2	Fluke 189 nr. 60760

Tabel B.3: Tabel over brugt apparatur

B.2.4 Måleresultater

V_{test} er valgt til 300 mV , og herved er V_1 målt til 298.85 mV og V_2 til 1.147 mV .

$$Z_{out} = \frac{1.147 \text{ mV}}{298.85 \text{ mV}} \cdot 1\Omega = 0.004\Omega \quad (\text{B.2})$$

B.3 Målejournal for måling DC-forstærkning

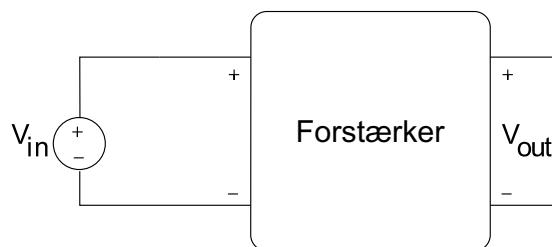
B.3.1 formål

Formålet med denne målejournal er at redegøre, for hvordan DC-forstærkningen er fundet. DC-forstærkningen ønskes fundet for at det kan klarlægges hvad der sker med signalet fra I/O-kortet til motoren. Desuden ønskes det arbejdsområde hvori forstærkerens forstærkning er lineært bestemt, dvs. ved hvilken inputspænding forstærkeren ikke længere forstærker med en konstant faktor.

B.3.2 Forsøgsbeskrivelse

På figur B.3 ses den anvendte forsøgsopstilling. Der påtrykkes en spænding V_{in} på indgangen af forstærkeren og den forstærkede spænding V_{out} måles.

V_{in} hæves og sænkes med 1 V i interval indtil udgangsspændingen går i mætning og V_{out} noteres. Området hvormellem forstærkeren går i negativ- og positiv mætning er arbejdsområdet.

**Figur B.3:** Forsøgsopstilling til bestemmelse af DC-forstærkning

B.3.3 Apperatur

Instrumenttype	Navn
Powersupply	HAMEG HM7042-3 nr. 52747
Voltmeter V_{in}	Fluke 189 nr. 60760
Voltmeter V_{out}	Fluke 189 nr. 60762

Tabel B.4: Tabel over anvendt apperatur

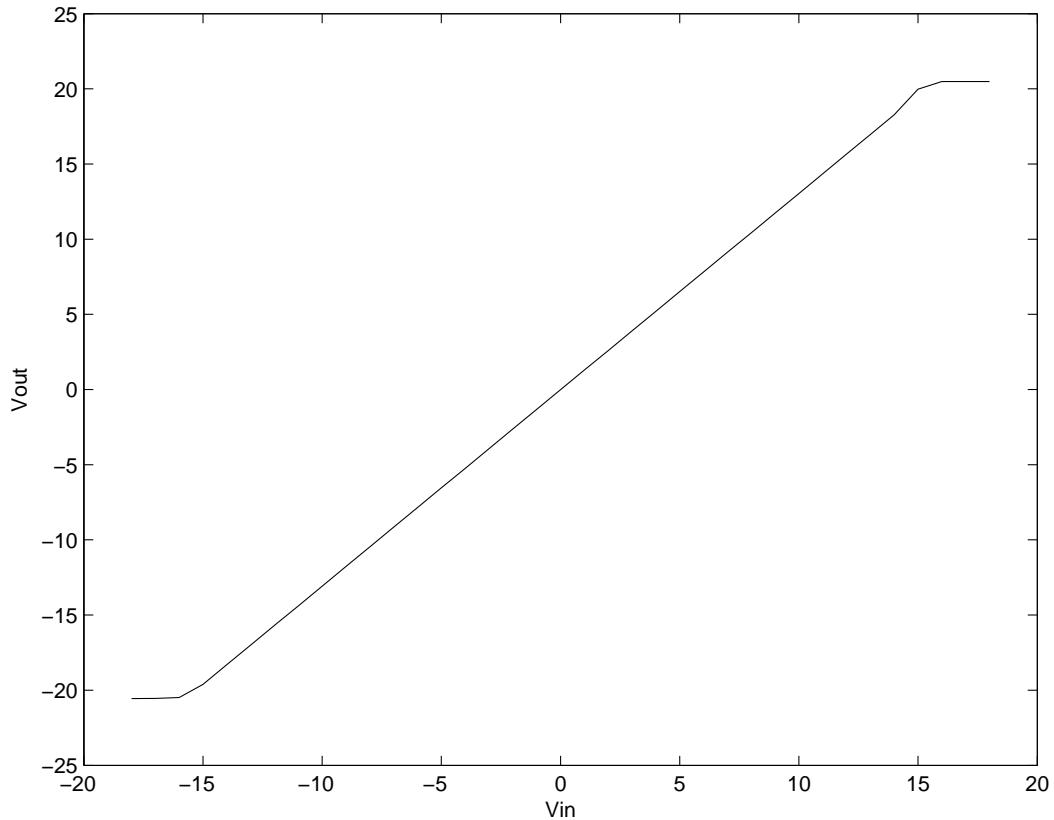
B.3.4 Måleresultater

V_{in} [V]	V_{out} [V]	Forstærkning	V_{in} [V]	V_{out} [V]	Forstærkning
1	1.30	1.300	-18	-20.56	1.142
2	2.59	1.295	-17	-20.55	1.209
3	3.90	1.300	-16	-20.49	1.281
4	5.20	1.300	-15	-19.61	1.307
5	6.52	1.304	-14	-18.30	1.307
6	7.82	1.303	-13	-17.00	1.308
7	9.13	1.304	-12	-15.69	1.308
8	10.42	1.303	-11	-14.39	1.308
9	11.74	1.304	-10	-13.08	1.308
10	13.04	1.304	-9	-11.77	1.308
11	14.35	1.305	-8	-10.47	1.309
12	15.66	1.305	-7	-9.16	1.309
13	16.96	1.305	-6	-7.85	1.308
14	18.28	1.306	-5	-6.54	1.308
15	19.98	1.332	-4	-5.25	1.313
16	20.49	1.281	-3	-3.94	1.313
17	20.49	1.205	-2	-2.63	1.315
18	20.49	1.138	-1	-1.32	1.320

Tabel B.5: Tabel over måleresultater for DC-forstærkning

De målte værdier, der ses i tabel B.5, viser ved $\pm 16V$ og derover at forstærkningen ikke er lineær, hvorfor arbejdsområdet ligger indenfor $\pm 16V$. V_{out} plottes som funktion af V_{in} ved hjælp af MATLAB, plottet ses på figur B.4. Herpå ses det tydeligt at forstærkeren går i mætning efter

$V_{in} = \pm 16V$. Den gennemsnitlige forstærkning, i intervallet $\pm 16V$, er beregnet til 1.308.



Figur B.4: Sammenhæng mellem V_{in} og V_{out}

B.4 Målejournal for måling af strømbegrænsning

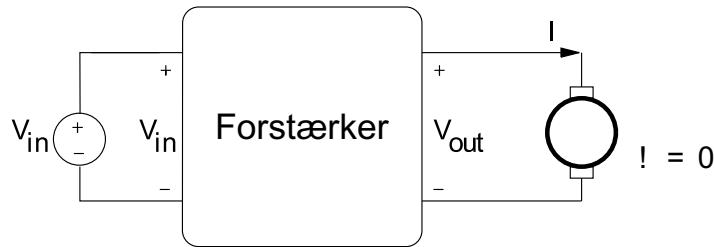
B.4.1 Formål

Formålet med denne målejournal er at bestemme, ved hvilken strøm forstærkerens strømbegrænsen træder i kraft. Dette ønskes fundet, da det gør modellen af effektforstærkeren ulineær.

B.4.2 Forsøgsbeskrivelse

På figur B.5 ses den anvendte forsøgsopstilling. Effektforstærkeren bliver tilkoblet motoren, der holdes blokkeret, dvs $\omega = 0$.

Forstærkeren påtrykkes spændinger V_{in} mellem $0V$ og $\pm 10V$, hvorefter V_{out} og I måles. V_{out} plottes som funktion af V_{in} for at se, hvornår forstærkerens begrænsninger slår til.



Figur B.5: Forsøgsopstilling til bestemmelse af strømbegrænsning

B.4.3 Apperatur

På tabel B.6 kan det anvendte apperatur ses.

Instrumenttype	Navn
Powersupply	HAMEG HM7042-3 nr. 52747
Voltmeter V_{in}	Fluke 189 nr. 60760
Voltmeter V_{out}	Fluke 189 nr. 60762
Amperemeter I	Fluke 189 nr. 60764

Tabel B.6: Tabel over anvendt apperatur

B.4.4 Måleresultater

De målte værdier, der ses på tabel B.7, viser at omkring $\pm 5V$ og derover er forstærkningen ikke længere lineær. Arbejdsmrådet for forstærkeren er derfor i området $\pm 5V$. V_{out} plottes som funktion af V_{in} ved hjælp af MATLAB, plottet ses på figur B.6. Herpå ses det tydeligt at forstærkeren går i mætning ved omkring $V_{in} = \pm 5V$. Her trækkes en strøm på ca. 7.7A. Dette er en tilnærmelse, idet strømmen kan være højere ved denne spænding, hvis motoren roterer i modsat regning, i forhold til den retning den påtrykte spænding tvinger motorens omdrejningsretning i.

B.5 Målejournal af frekvensrespons

B.5.1 Formål

Formålet med denne målejournal er at redegøre, for hvordan forstærkeren reagerer på forskellige frekvenser. Frekvensresponset ønskes fundet i forbindelse med modeldannelsen af forstærkeren for at bestemme i hvilket frekvensområde forstærkningen er konstant.

V_{in} [V]	V_{out} [V]	I [A]	V_{in} [V]	V_{out} [V]	I [A]
0.10	0.11	0.10	-7.00	-6.20	-7.64
0.20	0.24	0.21	-6.50	-6.20	-7.66
0.30	0.37	0.33	-6.00	-6.21	-7.67
0.40	0.49	0.45	-5.50	-6.24	-7.68
0.50	0.62	0.58	-5.00	-6.31	-7.70
1.00	1.25	1.42	-4.50	-5.69	-7.00
1.50	1.88	2.15	-4.00	-5.08	-5.95
2.00	2.51	2.89	-3.50	-4.44	-5.10
2.50	3.14	3.73	-3.00	-3.81	-4.44
3.00	3.76	4.48	-2.50	-3.18	-3.66
3.50	4.40	5.19	-2.00	-2.55	-2.84
4.00	5.03	6.13	-1.50	-1.92	-1.99
4.50	5.56	7.10	-1.00	-1.29	-1.31
5.00	6.13	7.67	-0.50	-0.65	-0.65
5.50	6.18	7.64	-0.40	-0.53	-0.54
6.00	6.13	7.61	-0.30	-0.40	-0.43
6.50	6.13	7.60	-0.20	-0.27	-0.29
7.00	6.16	7.61	-0.10	-0.15	-0.16

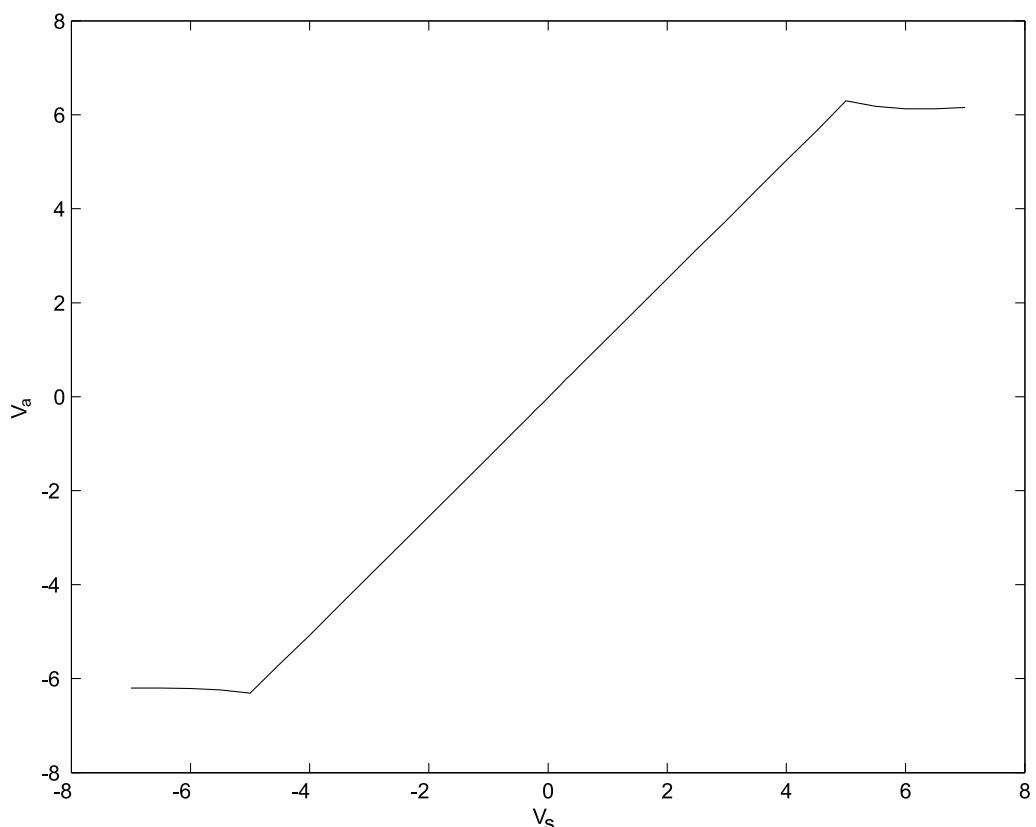
Tabel B.7: Tabel over måleresultater for DC-forstærkning

B.5.2 Forsøgsbeskrivelse

Frekvensresponset ønskes fundet både med og uden belastning, dette vil give et billede af de to yderpositioner forstærkeren kan blive udsat for. Forstærkeren påtrykkes et sweep fra 0-2000 Hz , dette gøres 5 gange med henholdsvis 1-5 V i amplitude med 1 V spring. Amplituderesponset måles med en bodeplotter.

B.5.3 Apperatur

På tabel B.8 ses det anvendte apperatur.

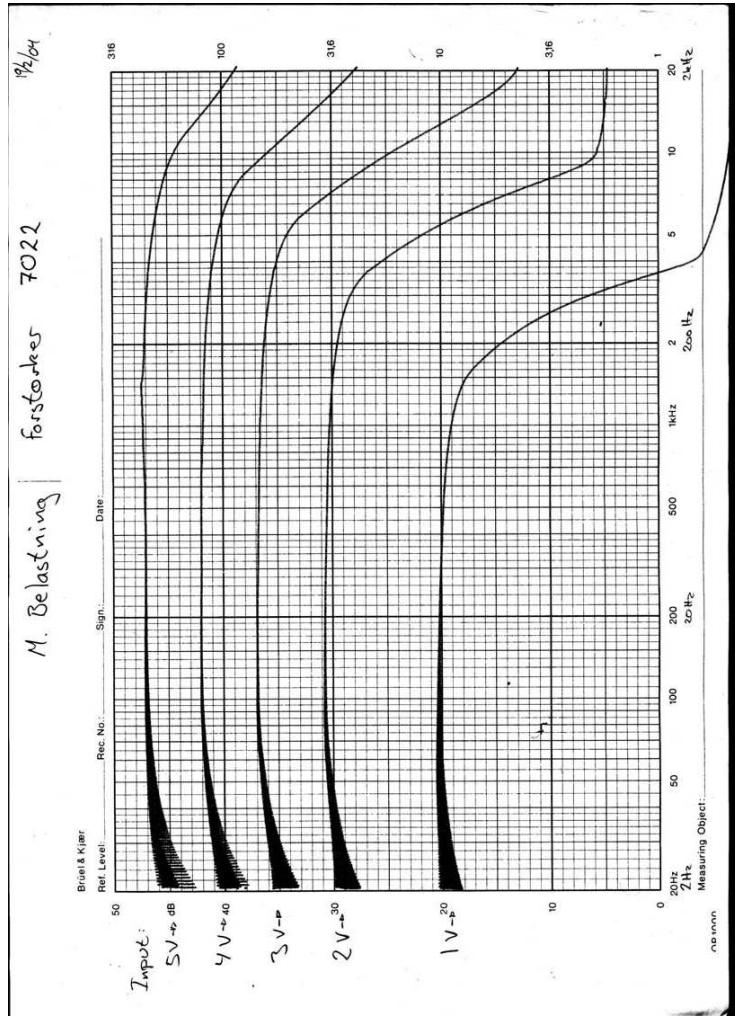
**Figur B.6:** Sammenhæng af V_{in} og V_{out}

Instrumenttype	Navn
Bodeplotter	Brüel & Kjær type 2308 nr. 08450

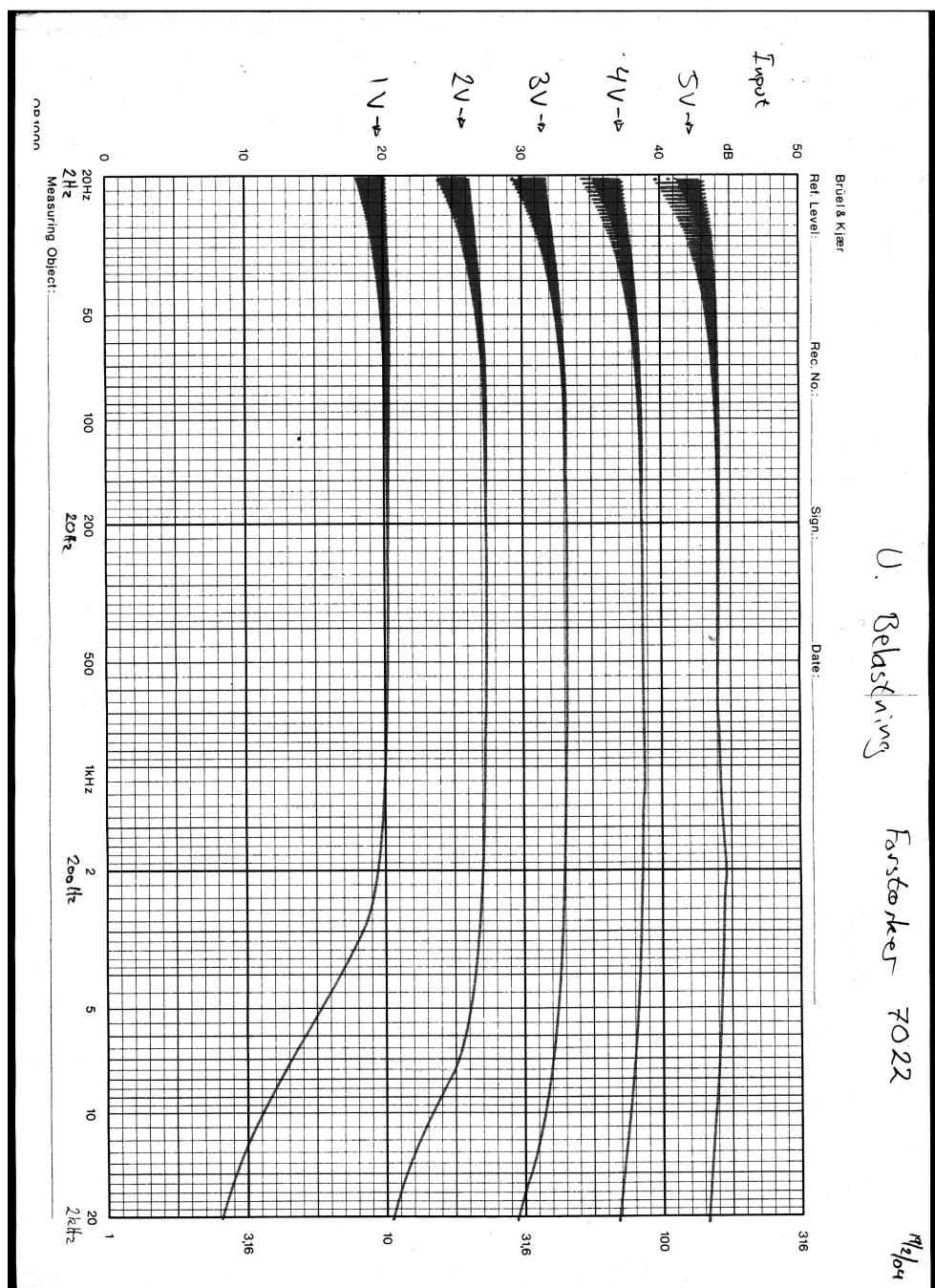
Tabel B.8: Tabel over anvendte apparatur

B.5.4 Måleresultater

Måleresultaterne for frekvensresponset hhv. med og uden belastning kan ses på figur B.7 og figur B.8. Som det ses på de to plots er forstærkeren tilnærmelsesvis lineær i området fra 0 - 200 Hz. Dette vil da være det frekvensområde der kan regnes med i forbindelse med modellering af forstærkeren.



Figur B.7: Forstærkningsplot med belastning



Figur B.8: Forstærkningsplot uden belastning

C

Målejournaler for motor, gear og arm

De følgende afsnit indeholder beskrivelse og resultater af alle målinger, som er foretaget på motor, gear og arm. De forsøg der skal udføres er, måling af ankermodstand i DC-motor, bestemmelse af friktion for motor, gear og arm, bestemmelse af takometerkonstant for motor, målinger af armens vinkel og måling af motorens vinkelhasighed.

C.1 Målejournal for ankermodstand i DC-motor

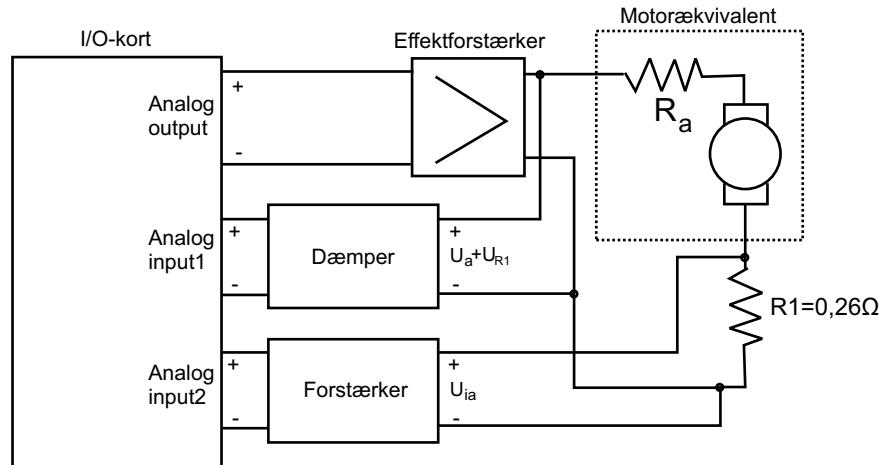
C.1.1 Formål

Denne målejournal beskriver bestemmelsen af ankermodstanden for den anvendte DC-motor AXEM F9M2. Da ankermodstanden er ulineær, er det nødvendigt at bestemme R_a over hele det spændingsområde motoren skal anvendes i, for at kunne opstille en brugbar ulineær matematisk model.

C.1.2 Beskrivelse

Måleopstillingen:

Der foretages målinger i spændingsintervallet $\pm 5V$, da dette er styrespændingens arbejdsmængde for DC-motoren, med spændingssteps på $0,012V$. Målingerne foretages ved $\omega = 0$ for at undgå påvirkning af den elektromotoriske kraft, som induceres i ankerspolen når $\omega \neq 0$. For at kunne lave et gennemsnit af målingerne for hvert spændingsstep, tages der 10 målinger af hvert step. Input 1 mäter spændingen over motoren, og eftersom der er indsat en modstand på $0,26\Omega$ i serie med motoren, er spændingen over denne modstand et udtryk for strømmen gennem motoren, som måles på input 2. Ud fra disse to målinger beregnes ankermodstanden.



Figur C.1: Forsøgsopstilling til måling af ankermodstand

Anvendt udstyr:

- Effektforstærker sn:7022
- I/O-kort DT2811
- AXEM F9M2 sn:804932
- Dæmper/forstærker HM8001 sn:33617/53381

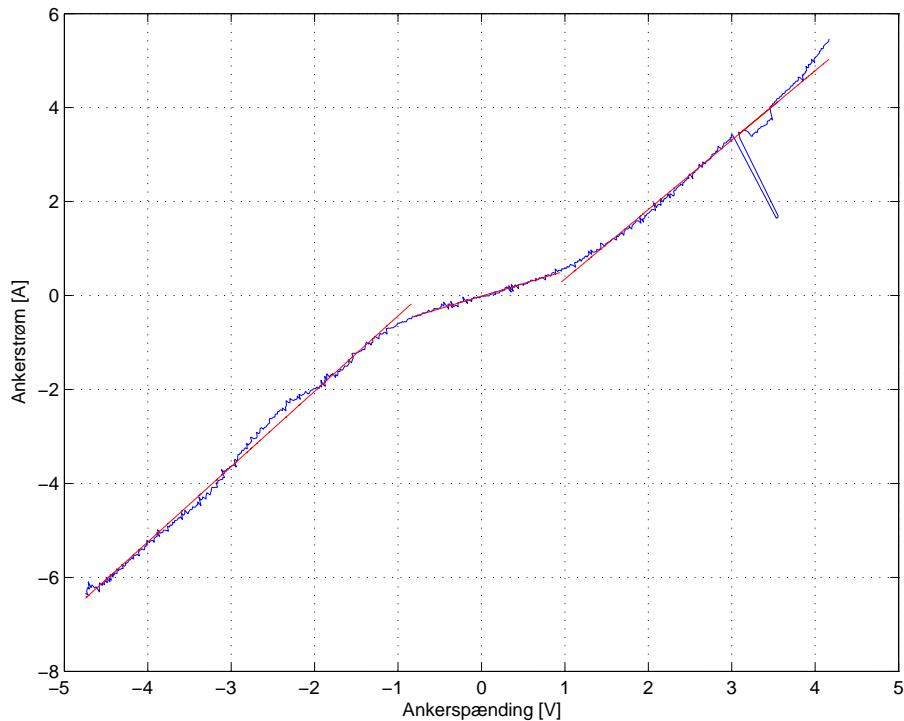
$$\begin{aligned} U_a &= U_{input1} - U_{input2} \\ I_a &= \frac{U_{input2}}{R_s} \\ R_a &= \frac{U_a}{I_a} \end{aligned}$$

Som det ses på figur C.1 er der indsat en dæmper/forstærker på hvert input, for at tilpasse inputtet til I/O-kortets spændingsinterval på $\pm 5V$ for den pågældende konfiguration.

C.1.3 Resultater

På figur C.2 er strøm og spænding i ankerspolen plottet, hvilket resulterer i, at $\frac{1}{\alpha}$ hvor α er hældningskoeficienten på den plottede kurve er udtryk for modstanden i ankerspolen.

Som det ses på figur C.2 er modstanden i ankerspolen ikke lineær, men en god approksimation opnås med en stykvis lineær funktion. Ved hjælp af funktionen *polyfit* i MATLAB er følgende stykvis lineærer funktioner beregnet og plottet for $\omega = 0$.



Figur C.2: Modstand i ankerspolen ved $\omega = 0$.

$$R_a = 0,6234\Omega \text{ for } U < -1,0V$$

$$R_a = 1,8740\Omega \text{ for } -1,0V \leq U \leq 1,0V$$

$$R_a = 0,6765\Omega \text{ for } U > 1,0V$$

C.2 Bestemmelse af friktion for motor, gear og arm

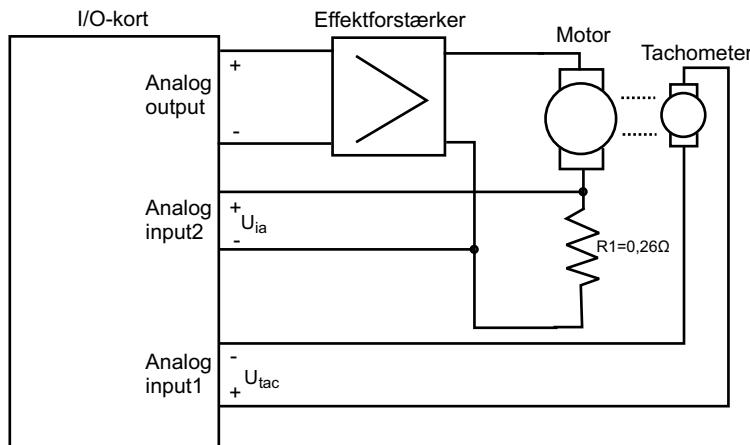
C.2.1 Formål

Formålet med de kommende målinger er at bestemme de friktionsmomenter for motor, gear og arm, som virker på motoren. Der er her tale om tre former for friktion, tørfriktionen T_{tr} , den statiske friktion T_s og den viskose friktionskoefficient f .

C.2.2 Beskrivelse

Måleopstilling:

Som det ses på figur C.3 måles motorens omdrejningshastighed på motortakometeret af input1 på I/O-kortet og strømmen gennem motoren måles af input2 over en modstand i serie med motoren. Der laves målinger i spændingsintervallet $\pm 5V$ da dette er området motoren kommer til at arbejde indenfor. Hvert spændingsstep er på $0,01V$ og der samples med $100Hz$.



Figur C.3: Forsøgsopstilling til måling af friktion

Anvendt udstyr:

- Effektforstærker sn:7022
- I/O-kort DT2811
- AXEM F9M2 sn:804932

C.2.3 Resultater

Det samlede friktionsmoment T_f kan skrives som ligning C.1. Friktionsmomentet T_{tr} er ikke lineær da den kun har betydning omkring $\omega = 0$ og er afhængig af omdrejningsretning. Den anden del af ligning C.1, den viskose friktion f er til gengæld lineær og proportional med ω .

$$T_f = T_{tr} \cdot \text{sign}(\omega) + f \cdot \omega \quad (\text{C.1})$$

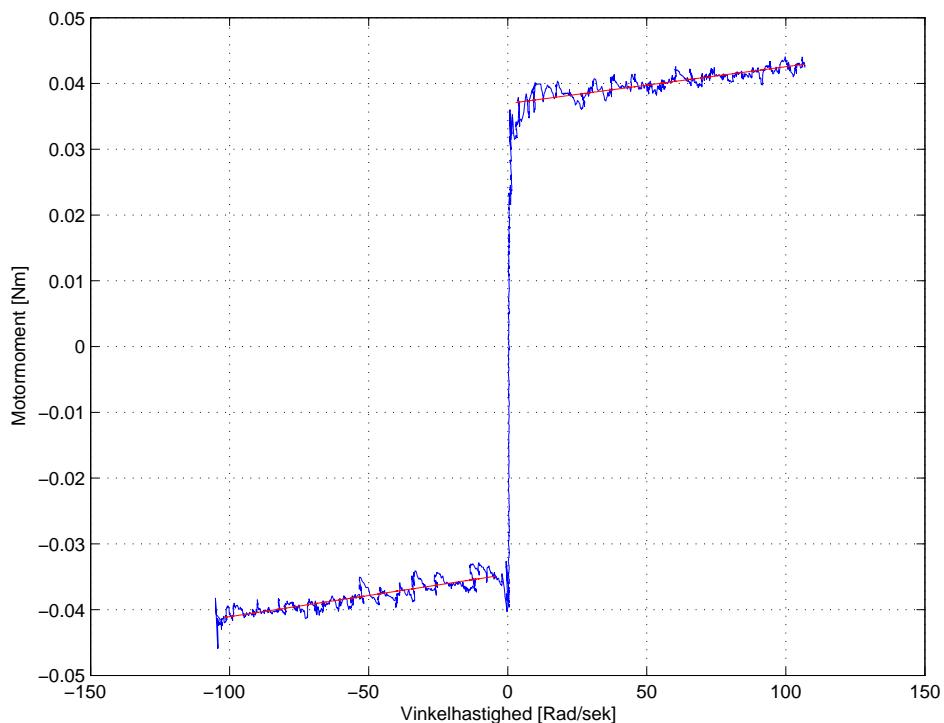
Motorens kraftmoment T_m kan skrives som ligning C.2, da dette moment er proportional med strømmen i ankerkredsen.

$$T_m = K_m \cdot i_a \quad (\text{C.2})$$

Yderligere kan f udtrykkes som ligning C.3, da T_m er lig friktionsmomentet med en konstant hastighed.

$$f = \frac{\Delta T_m}{\Delta \omega} = K_m \cdot \frac{\Delta i_a}{\Delta \omega} \quad (\text{C.3})$$

For at bestemme den viskose friktion er de målte data nu plottet som T_m som funktion af motorens vinkelhastighed ω , på figur C.4



Figur C.4: Plot af motormoment som funktion af motorens vinkelhastighed til bestemmelse af friktion for motor, gear og arm.

Som det ses på figur C.4 er der et spring i motorens leverede moment omkring $\omega = 0$, dette spring sker pga. den før omtalte tørfriktion og statiske friktion. Ses der på $\omega \neq 0$ kan momentet her approksimeres med en ret linie og i følge ligning C.3 svarer hældningen af denne linie til den viskose friktionskoefficient f . Approksimeringen med en ret linie er foretaget i MATLAB med funktionen *polyfit*.

Viskos friktionskoefficient:

$$f = 0,6436 \cdot 10^{-4} \text{ Nm for } \omega < 0$$

$$f = 0,5609 \cdot 10^{-4} \text{ Nm for } \omega > 0$$

Da de to koefficienter ligger meget tæt på hinanden bruges gennemsnittet af de to værdier.

$$f \approx 0,6023 \cdot 10^{-4} \text{ Nm for } \omega \neq 0$$

Tørfriktionen og den statiske friktion er hhv. det moment motoren skal overvinde for at sætte i bevægelse og det moment som motorens moment skal være større end for ikke at gå i stå. Disse to størrelser kan aflæses som grænserne for den dead zone, som ses på figur C.4 lige omkring $\omega = 0$.

Tørfriktionen:

$$T_{tr} \approx 3,8 \cdot 10^{-2} Nm$$

Statisk friktion:

$$T_s \approx 3,7 \cdot 10^{-2} Nm$$

Da de to friktioner ligger meget tæt på hinanden anvendes gennemsnittet af de to.

$$T_{tr} \approx T_s \approx 3,75 \cdot 10^{-2} Nm$$

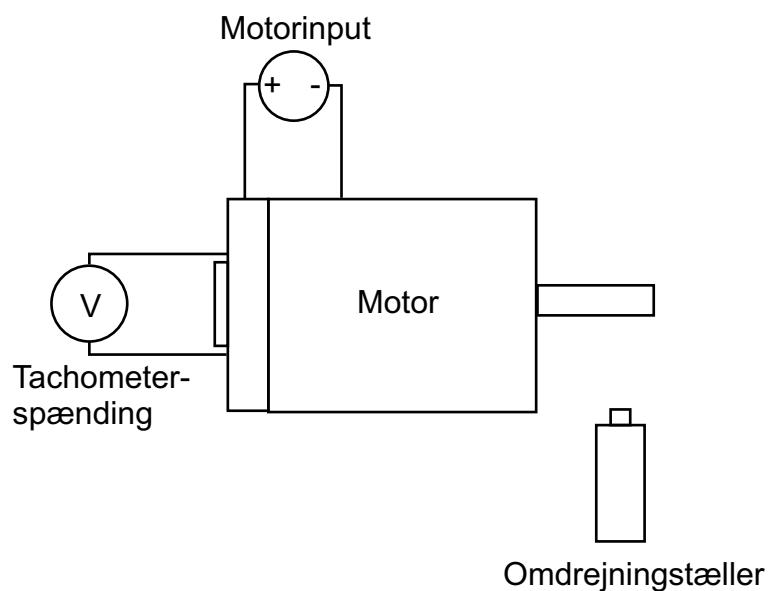
C.3 Bestemmelse af takometerkonstant for motor

C.3.1 Formål

Formålet med de kommende målinger er at bestemme takometerkonstanten for motorens takometer, så det er muligt at måle motorens vinkelhastighed.

C.3.2 Beskrivelse

Måleopstilling:



Figur C.5: Forsøgsopstilling til måling af takometerkonstant for motor

Motoren påtrykkes spændinger i intervallet $\pm 7V$ med spændingssteps på ca. $1V$. Ved hvert spændingsstep måles spændingen over motorens takometer og motorens omdrejningshastighed med en

optisk omdrejningsmåler.

Anvendt udstyr:

- Strømforsyning Hameg HM7042-3 nr 52747
- AXEM F9M2 sn:804932
- Omdrejningstæller Shimpo dt205
- Multimeter Fluke 189

Måledata:

V	rpm
3,45	1104
2,84	910
2,00	633
1,37	431
1,00	316
0,70	214
-0,52	-174
-1,14	-370
-1,79	-585
-2,61	-860
-3,24	-1059

Tabel C.1: Tabel over måledata for motor

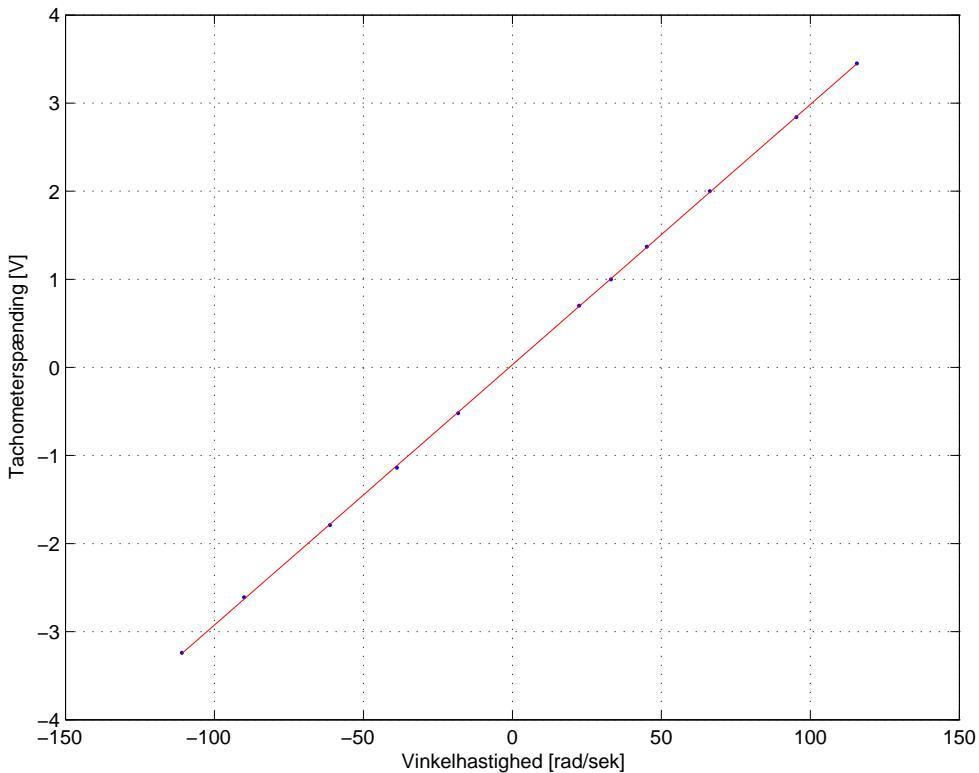
C.3.3 Resultater

Det målte data er plottet på figur C.6 som takometerspænding som funktion af motorens vinkelhastighed.

De målte værdier er approksimeret med en ret linie i MATLAB med funktionen *polyfit* og som det ses er der en lineær sammenhæng mellem takometerspændingen U_t og motorens vinkelhastighed ω .

Den i MATLAB beregnede proportionalitionsfaktor mellem motorens vinkelhastighed og takometerspændingen er:

$$\text{takometerkonstant} \approx \frac{\Delta U_t}{\Delta \omega} = 0,0295$$



Figur C.6: Måling af takometerspænding som funktion af motorens vinkelhastighed.

C.4 Målinger af armens vinkel

I dette kapitel beskrives udførelsen af de to forsøg, som er blevet udført på delsystemet: motor, gear og arm. Der er blevet lavet et forsøg hvor armens vinkel er målt som funktion af motorens inputspænding, og et forsøg hvor motorens omdrejningshastighed er målt som funktion af motorens inputspænding.

C.4.1 Armens vinkel som funktion af motor-input

C.4.2 Formål

Formålet med dette forsøg er at klarlægge, hvorledes armens vinkel $\Theta_a(s)$ ændrer sig som funktion af input på motoren $V_a(s)$, således der kan foretages en verificering af den fundne model.

C.4.3 Forsøgsbeskrivelse

Der er skrevet et program, der genererer en firkantspænding på $\pm 5 \text{ V}$ med en dutycycle på 50 % som via I/O-kortet sendes ud til effektforstærkeren. Frekvensen på signalet er 3 Hz . Dette sendes igennem effektforstærkeren 7022, som har en forstærkning på 1.31, og til motoren, hvor signalet

nu har en amplitude på $13.1V$. Motorakslen er forbundet via gearene til armen, hvorpå pinden ikke er monteret. Hele forsøgsopstillingen vender på hovedet, dvs. armen peger ved forsøgets start lodret nedad, hvilket er 0° . For at sikre, at armen kommer til at svinge omkring 0° starter firkantsignalet med en forkortet periode på $3/4$, hvor den første fjerdedel af signalet er højt og de to sidste fjerdedele er lav, hvorefter signalet fortsætter med 50 % dutycycle. I/O-kortet sampler med 50 Hz på udgangen fra forstærkeren samt på potentiometret monteret på armen. Forsøgstiden er 15 sekunder.

C.4.4 Apparatur

Instrumenttype	Navn
Powersupply	HAMEG HM7042-3 nr. 52747
Effektforstærker	7022
Computer	AMD K6 300MHz RT-Linux
I/O-kort	DT2811 ISA

Tabel C.2: Tabel over brugt apparatur

C.4.5 Måleresultater

På figur C.7 ses resultatet af målingerne.

C.5 Måling af motorens vinkelhastighed

C.5.1 Formål

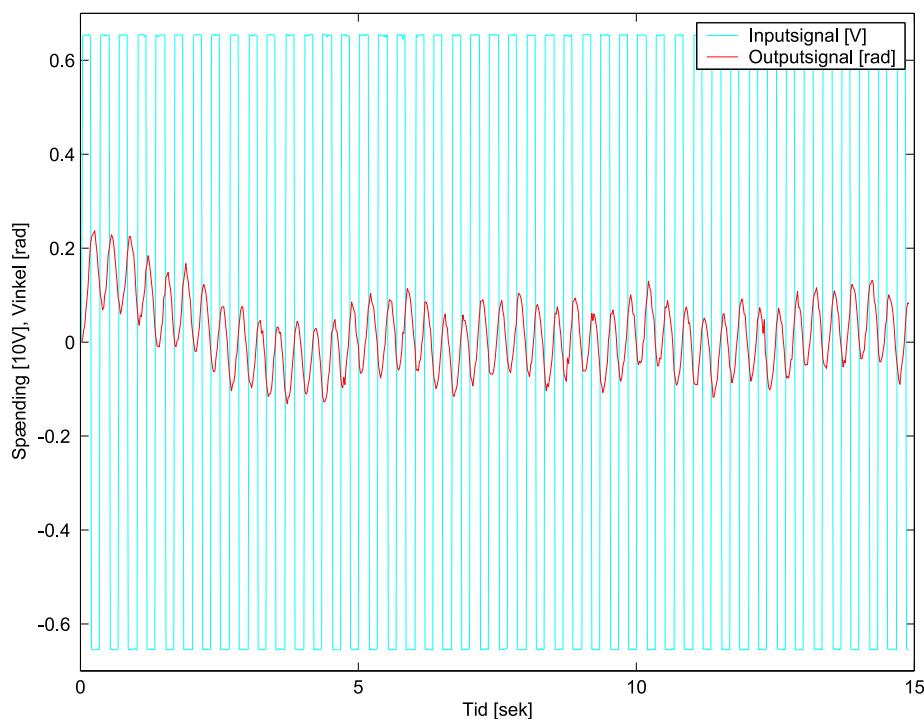
Formålet med dette forsøg er at klarlægge, hvorledes motorakslens hastighed Ω afhænger af motor input V_a , således der kan foretages en verificering af den fundne model.

C.5.2 Forsøgsbeskrivelse

Dette forsøg er delt op i to dele, hvor inputsignalet til motoren i det ene tilfælde har konstant amplitude, og i det andet tilfælde har stigende amplitude.

Specifikke egenskaber ved forsøg 1

Amplituden på signalet fra I/O-kortet er et firkantsignal med konstant amplitude, altså skiftevis $\pm 5V$. Samplefrekvensen er 100Hz . Forsøgstiden er 5sek.



Figur C.7: Måleresultat for armens vinkel som funktion af motor-input

Specifikke egenskaber ved forsøg 2

Amplituden på rampe/firkant-signalet fra I/O-kortet er stigende med værdierne $0V$ til $\pm 5V$. Samplefrekvensen er $100Hz$. Forsøgstiden er $20sek$.

Fælles femgangsmåde for forsøg 1 og 2

Der er skrevet et program, der genererer en firkantspænding med en dutycycle på 50% og via I/O-kortet sendes det ud til effektforstærkeren. Frekvensen på signalet er $3Hz$ og $0.25Hz$. Dette sendes igennem effektforstærkeren 7022, som har en forstærkning på 1.31, og til motoren. Motorakslen er forbundet via gearene til armen, hvorpå pinden ikke er monteret. Hele forsøgsopstillingen vender på hovedet, dvs. armen peger ved forsøgets start lodret nedad, hvilket er 0° . For at sikre, at armen kommer til at svinge omkring 0° starter firkantsignalet med en forkortet periode på $3/4$, hvor den første fjerdedel af signalet er højt og de to sidste fjerdedele er lav, hvorefter signalet fortsætter med 50 % dutycycle. I/O-kortet sampler på udgangen fra forstærkeren samt på takometeret monteret på motoren.

C.5.3 Apparatur

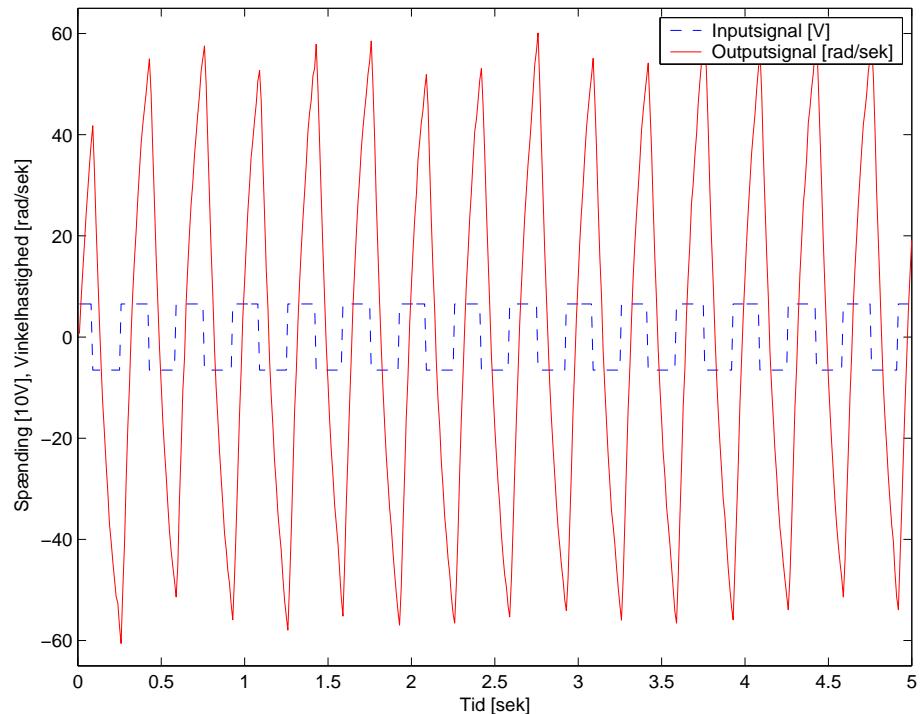
På tabel C.3 ses det anvendte apparatur.

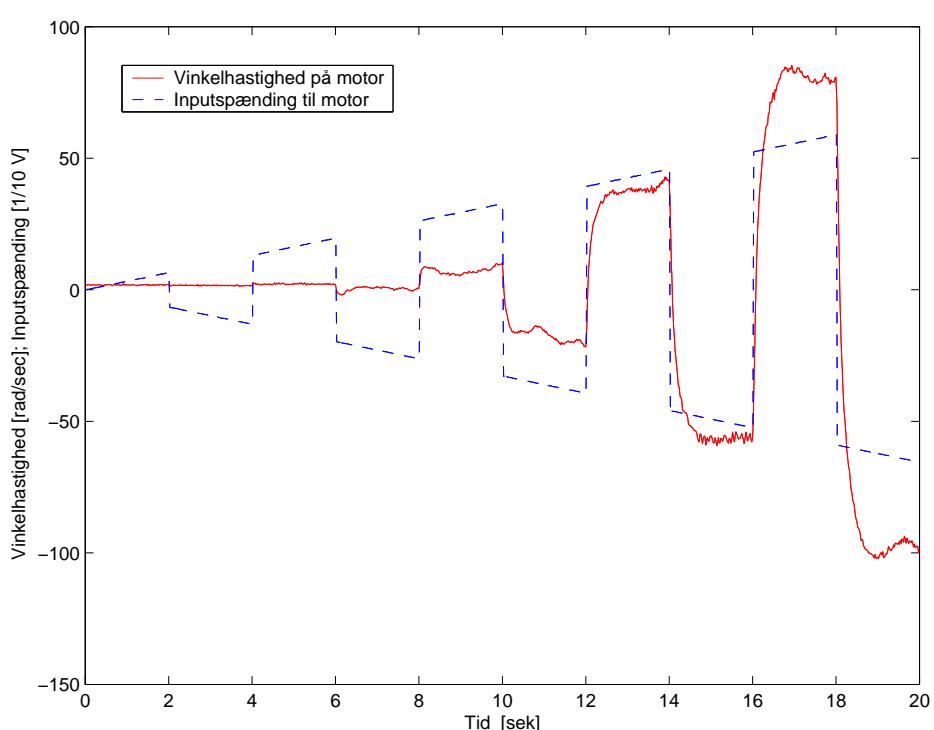
Instrumenttype	Navn
Powersupply	HAMEG HM7042-3 nr. 52747
Effektforstærker	7022
Computer	AMD K6 300MHz RT-Linux
I/O-kort	DT2811 ISA

Tabel C.3: Tabel over anvendt apparatur

C.5.4 Måleresultater

På figur C.8 ses resultatet af målingerne for forsøget med konstant amplitude, og på figur C.9 ses resultatet for forsøget med stigende amplitude.

**Figur C.8:** Måleresultat for motorhastighed som funktion af motor-input med konstant amplitude



Figur C.9: Måleresultat for motorhastighed som funktion af motor-input med stigende amplitude



Målejournaler for pind

I dette kapitel findes målejournaler på forsøgene udført på pinden. Dette involverer to forsøg, hvori pindens vinkel $\Theta_p(s)$ måles som funktion af armens vinkel $\Theta_a(s)$. Det ene forsøg anvendes til verificering af den ulineære model for pindens bevægelse, mens det andet anvendes til verificering af den lineære model for pindens bevægelse.

D.1 Målejournal for SENSTOOLS-estimering af ulineær model

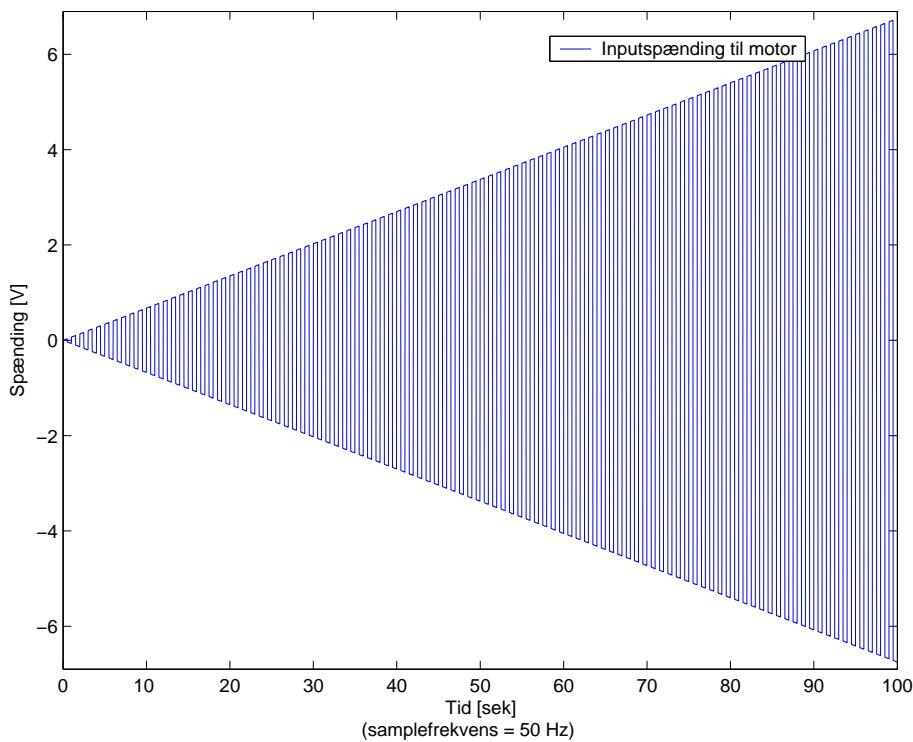
D.1.1 Formål

Formålet med dette forsøg er at klarlægge, hvorledes pindens vinkel $\Theta_p(s)$ ændrer sig som funktion af input på armens vinkel $\Theta_p(s)$, således der kan foretages en verificering af den ulineære model for arm og pind.

D.1.2 Forsøgsbeskrivelse

For at kunne anvende SENSTOOLS er det nødvendigt at ændre på systemet, fordi det ikke er muligt at parameterestimere, hvis systemet er ustabil. Derfor vendes systemet på hovedet, hvilket svarer til, at tyngdekraften vendes. Derved er systemet stabilt samtidig med alle parametre uændrede, på nær tyngdekraften, som har ændret fortegn.

Der er ved hjælp af MATLAB genereret en tekstfil, der indeholder diskrete værdier, som bruges som inputsignal til den faktiske model i laboratoriet. Et plot af det genererede array med inputspænding som funktion af tiden, kan ses på figur D.1.



Figur D.1: Inputspænding til motoren

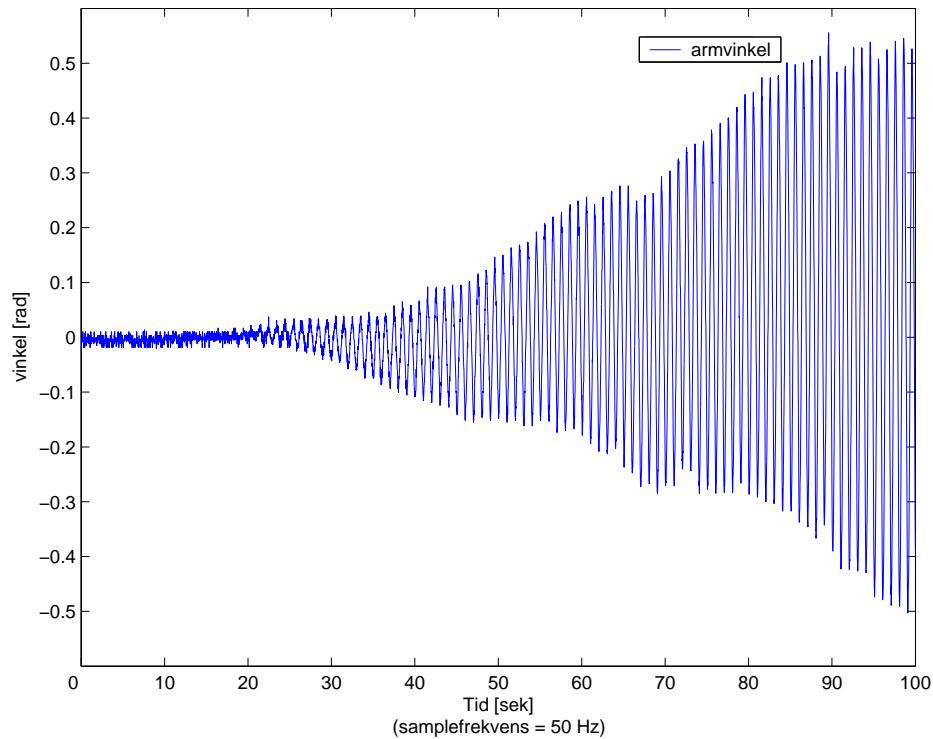
Inputspændingen til motoren giver anledning til en ændring i armvinklen, og på figur 3.31 ses et plot af armvinklen som funktion af tiden.

Da det er overføringsfunktionen fra armens vinkel til pindens vinkel, der ønskes verificeret, er det armvinklen, der bruges som input ved parameterestimering med SENSTOOLS.

D.1.3 Apparatur

Instrumenttype	Navn
Powersupply	HAMEG HM7042-3 nr. 52747
Effektforstærker	7022
Computer	AMD K6 300MHz RT-Linux
I/O-kort	dt2811 ISA

Tabel D.1: Tabel over anvendt apparatur

**Figur D.2:** Vinkel på armen

D.1.4 Måleresultater

På figur D.3 ses den målte vinkel på pinden og den pindvinkelen for modellen, efter parametrestimering.

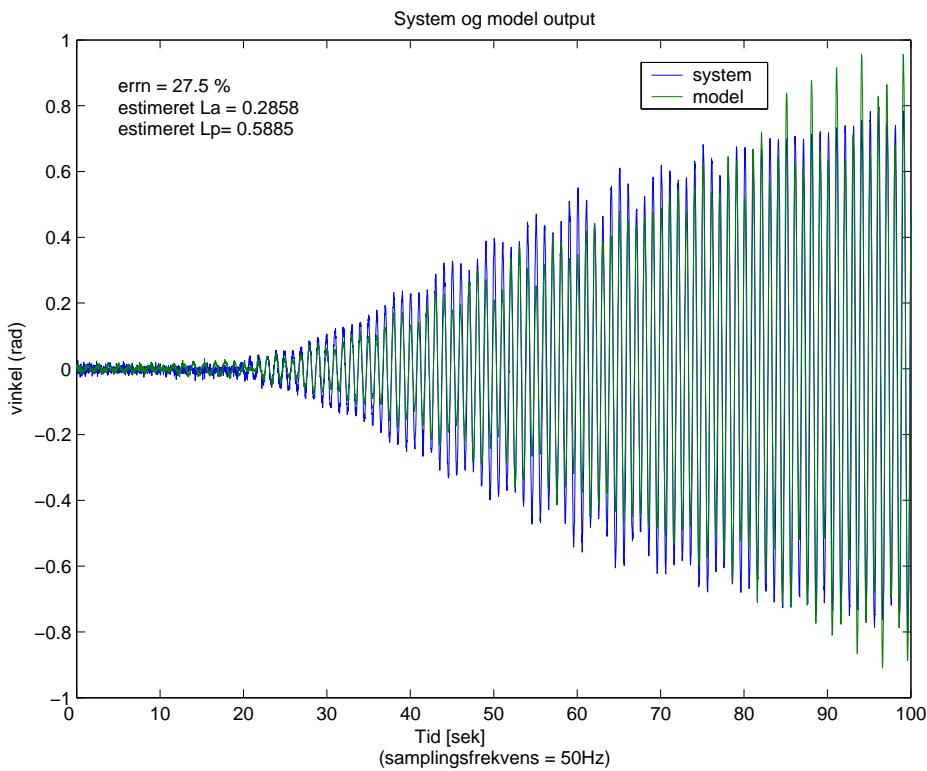
D.2 Målejournal for SENSTOOLS-estimering af lineær model

D.2.1 Formål

Formålet med dette forsøg er, ligesom for den ulineære model, at klarlægge hvorledes pindens vinkel $\Theta_p(s)$ ændrer sig som funktion af input på armens vinkel $\Theta_p(s)$, således der kan foretages en verificering af den lineære model for arm og pind.

D.2.2 Forsøgsbeskrivelse

Ved dette forsøg er det, ligesom for den ulineære model, nødvendigt at vende systemet på hovedet, hvilket svarer til, at tyngdekraften vendes. Dette gøres som beskrevet i målejournal for forsøg med den ulineære model i afsnit D.1, for at kunne anvende SENSTOOLS. Der er ved hjælp af MATLAB genereret en tekstfil, som indeholder diskrete værdier, som bruges som inputsignal til



Figur D.3: Systemoutput og modeloutput for den ulineære model, efter parameterestimering.

den faktiske model i laboratoriet. Et plot af det genererede array med inputspænding som funktion af tiden, kan ses på figur D.4.

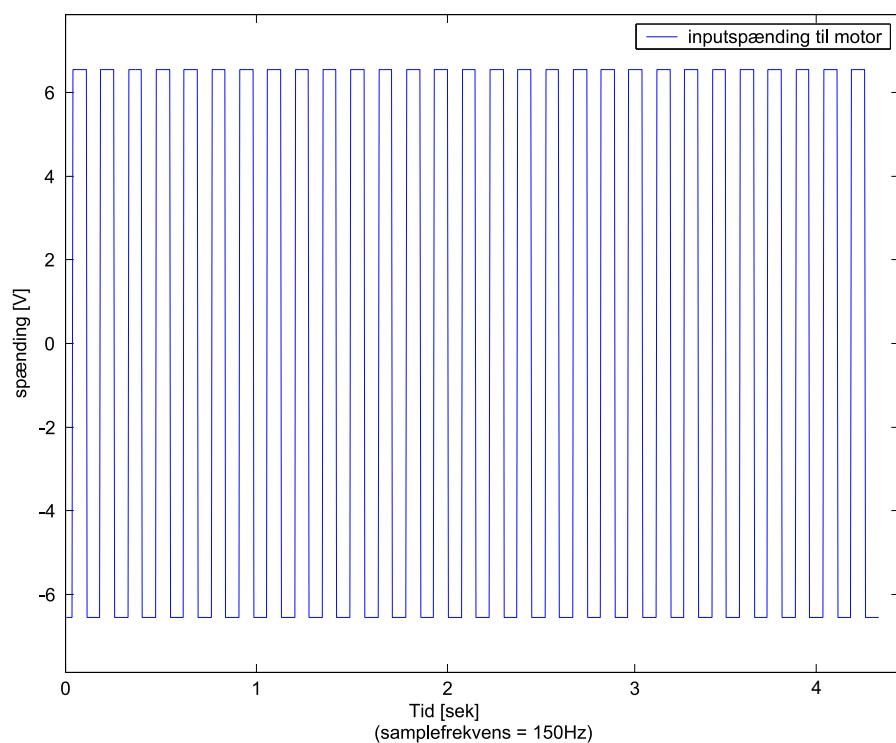
Dette input giver anledning til en ændring i armens vinkel. Armens vinkel kan ses på figur D.5.

Inputspændingen skulle gøre, at armens middelvinkel skulle være nul, men som det ses på figur D.5 svinger armen ikke omkring nul. Dette kan skyldes ulineariteter i overføringsfunktionen fra motorspænding til armvinkel.

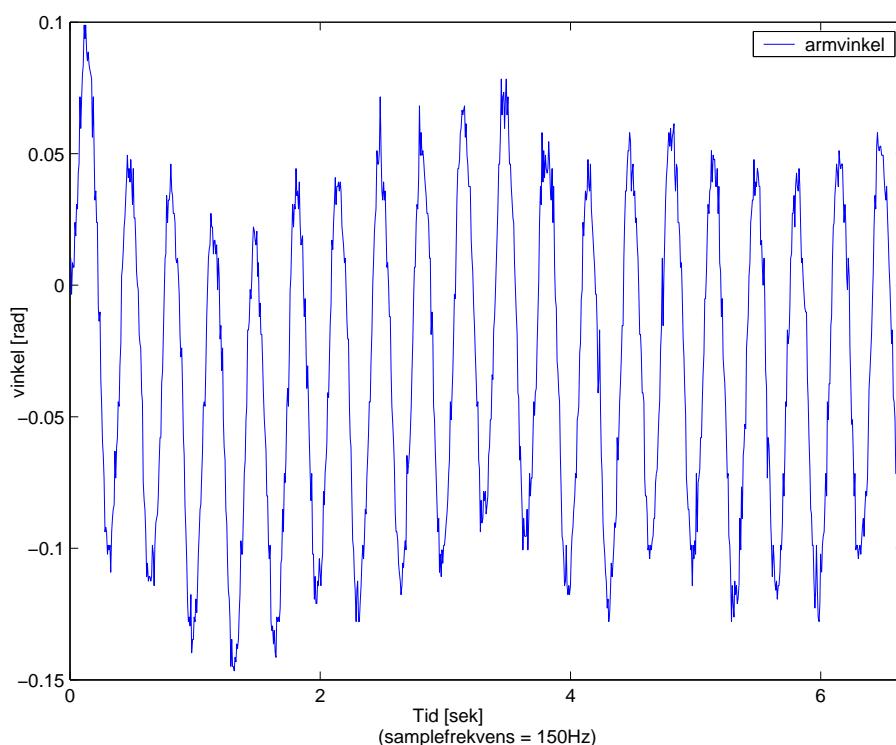
D.2.3 Apparatur

Instrumenttype	Navn
Powersupply	HAMEG HM7042-3 nr. 52747
Effektforstærker	7022
Computer	AMD K6 300MHz RT-Linux
I/O-kort	dt2811 ISA

Tabel D.2: Tabel over anvendt apparatur



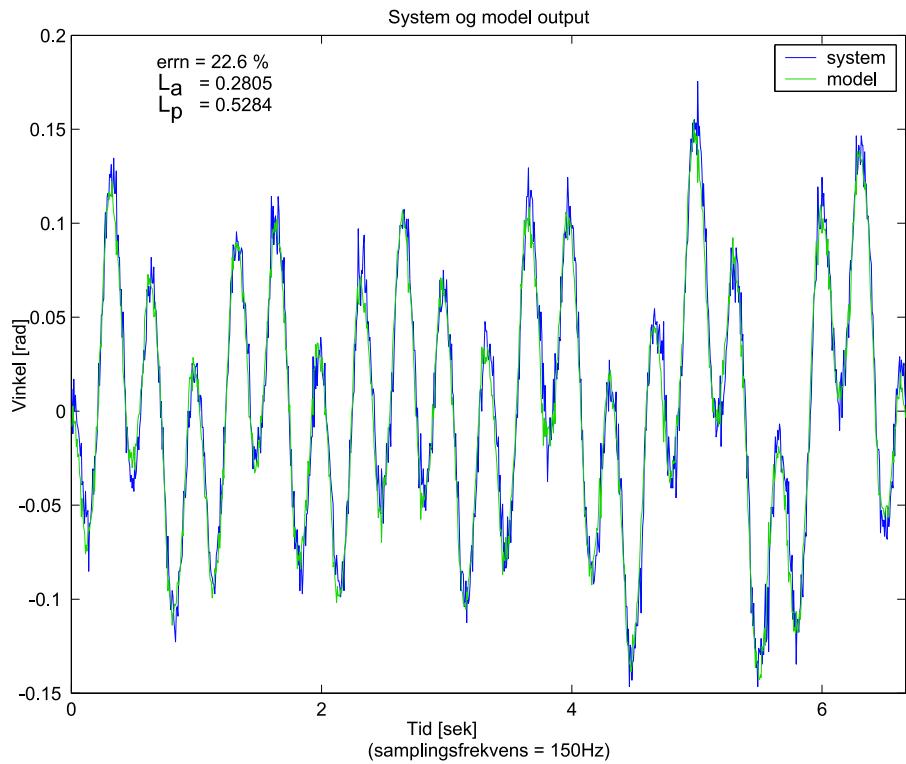
Figur D.4: Inputspænding til motoren, under parameterestimering.



Figur D.5: Vinkel på armen, som er input til system og model, under parameterestimering.

D.2.4 Måleresultater

På figur D.6 ses måleresultatet for forsøget.



Figur D.6: System- og modeloutput ved parameterestimering med Senstools.

I tabel D.1 ses de udledte parametre og de nye parametre, som er fundet ved hjælp af SENSTOOLS.

$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{\hat{\Theta}_a(s)} = \frac{0.2805 \cdot s^2}{-0.5284 \cdot (\frac{2}{3} \cdot s^2) + 9.82} \quad (D.1)$$

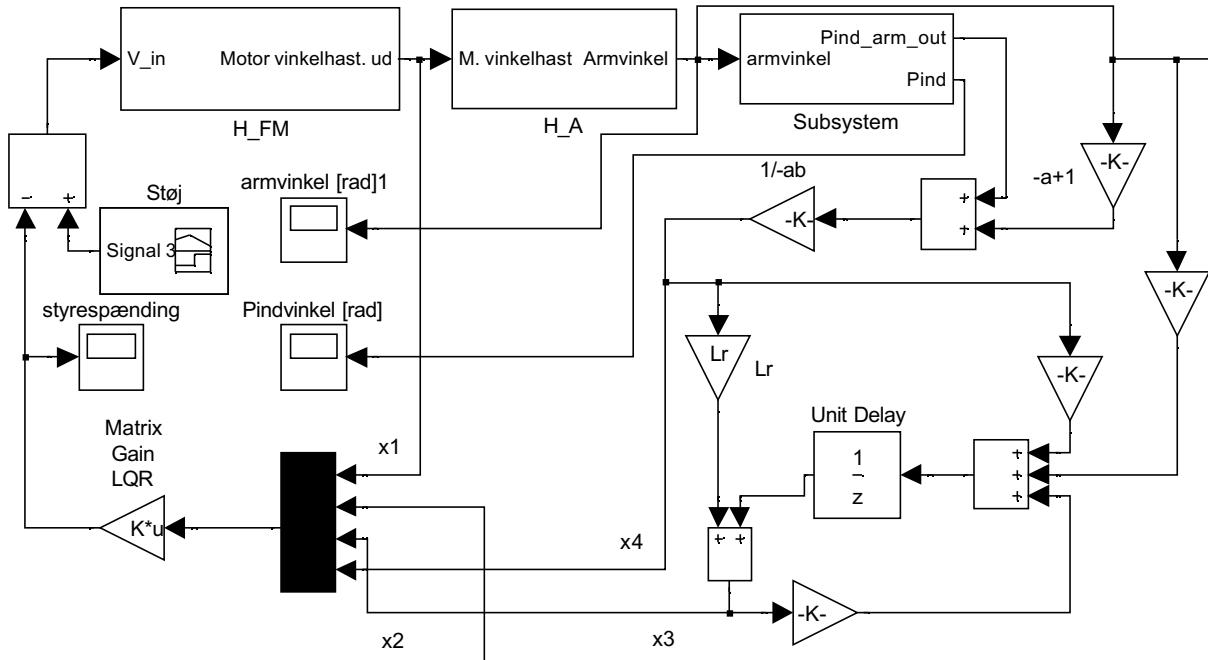
$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{\hat{\Theta}_a(s)} = \frac{0.2805 \cdot s^2}{-0.3523 \cdot s^2 + 9.82} \quad (D.2)$$

$$\frac{\hat{\Theta}_p(s)}{\hat{\Theta}_a(s)} = \frac{-0.7962 \cdot s^2}{s^2 - 27.87} \quad (D.3)$$

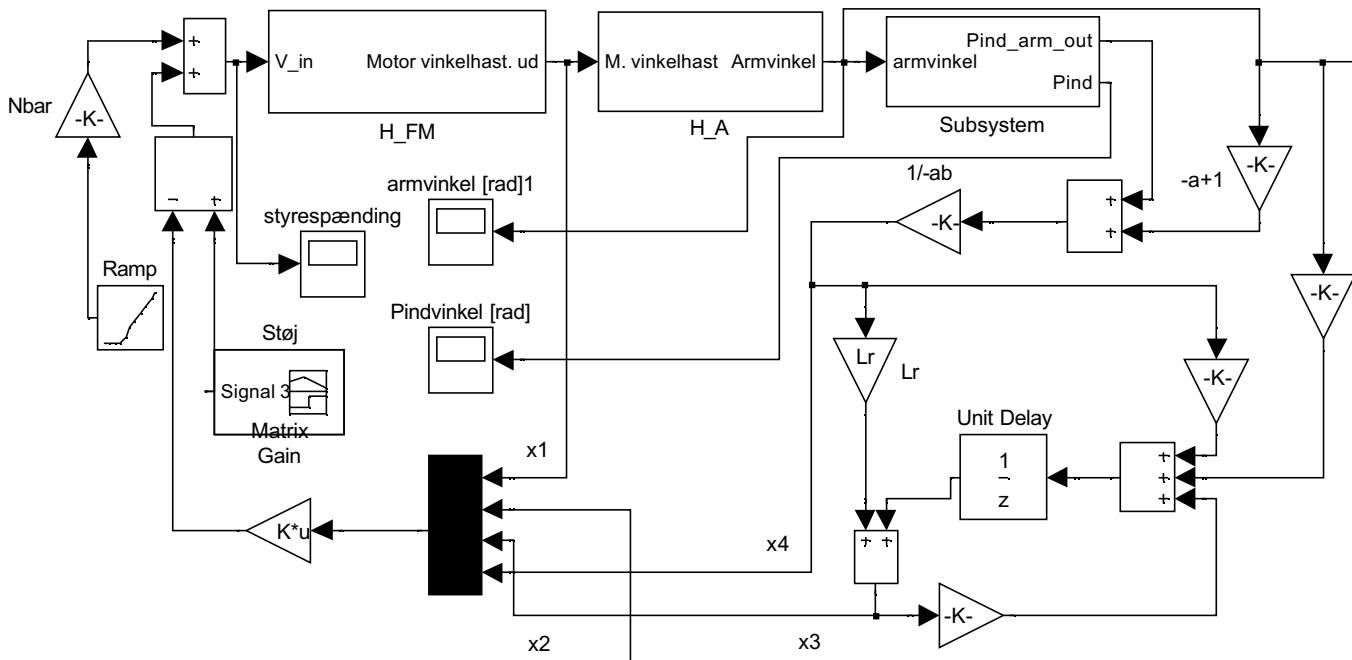


Simulering af tilstandsmodel og regulator

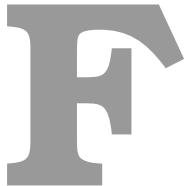
Ud fra kontolloven, estimatoren og modellen, er der dannet en **SIMULINK**-model, til simulering af tilstandsregulatoren.



Figur E.1: Simulink-model af system og tilstandsregulator, med estimator.



Figur E.2: Simulink-model af system og tilstandsregulator, med estimator, til simulerig med rampe som referencespænding.



SENSTOOLS

I projektet er SENSTOOLS blevet anvendt til parameterestimering for den lineære- og den ulineære model. SENSTOOLS er en toolbox til MATLAB, som indeholder funktioner til system identifikation af dynamiske systemer, og vha. numeriske metoder kan tilpasses modeller til målt input-outputdata. Dette afsnit er primært bygget på baggrund af [8].

F.1 Parameterestimering

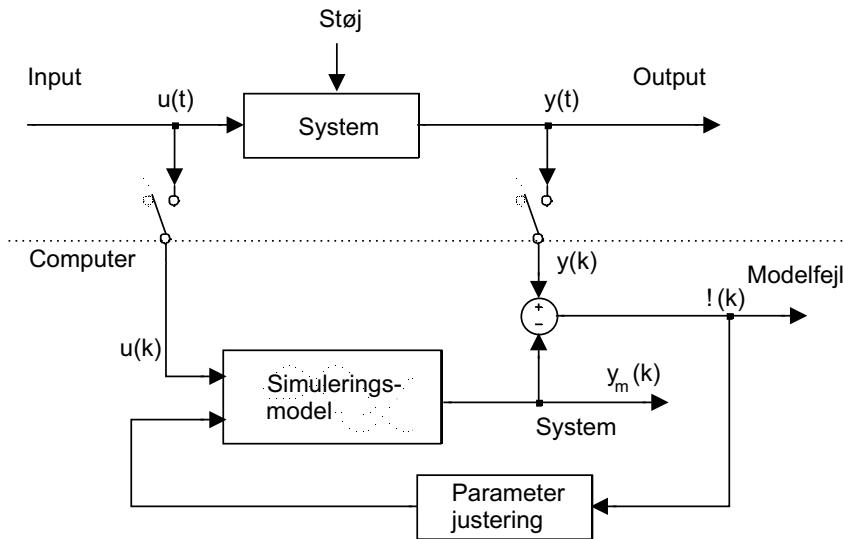
Til parameterestimering er funktionen *mainest* tilgængelig. Funktionen *mainest* anvender den indtastede matematiske model for det dynamiske system, outputmåledata fra det fysiske system og et input, som påtrykkes både modellen og det fysiske system. Når *mainest* køres er det nødvendigt at angive hvilke parametre SENSTOOLS skal have lov til at justere på i modellen. Efterfølgende gennemløber MATLAB et antal iterationer, hvor parametrene i modellen justeres indtil afvigelsen mellem model og måledata er mindst mulig.

Som output fra *mainest* angives de nye estimerede parameterværdier og *normed root mean square output error* formel F.1, som angiver modelafvigelsen i procent.

$$errn = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (y(k) - y_m(k, \theta_N))^2}{\sum_{k=1}^N y(k)^2}} \cdot 100[\%] \quad (\text{F.1})$$

på figur F.1 ses et diagram, som illustrerer principippet i parameterestimering.

Inputtet til computeren er input og output på systemet (se figur F.1)dvs. de målte data. Inde i computeren kobles modelfejlen mellem modellen og det fysiske system tilbage og herudfra laves



Figur F.1: Princip for parameterestimering

en justering af parametre, som igen kobles tilbage til modellen og en ny iteration påbegyndes. Parameterestimeringen sker ved at bestemme minimum for performance funktionen $P(\theta)$ formel F.2.

$$P(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \epsilon^2(kT, \theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (y(kT) - y_m(kT, \theta))^2 \quad (\text{F.2})$$

Hvor $\epsilon(kT, \theta)$ er modelfejlen til tiden $t = kT$ og θ er en vektor indeholdende modelparametrene. For at finde minimum for $P(\theta)$ anvendes den første afledede $G(\theta)$ hvor der skal gælde at $G(\theta) = 0$ og den anden afledede $H(\theta)$ hvor $H(\theta) > 0$ skal gælde før der med sikkerhed er tale om et minimum.

Når den direkte parameterestimering foretages i **SENSTOOLS** anvendes Gauss-Newton's metode. For at bestemme hhv. $G(\theta)$ og $H(\theta)$ i praksis, anvendes modelgradienten $\psi(kT, \theta)$ da $G(\theta)$ og $H(\theta)$ ikke kan bestemmes analytisk.

F.2 Inputdesign

Når der er foretaget parameter estimering på en model kendes modelfejlen, men en lille modelfejl er ikke nødvendigvis ensbetydende med en god model, da parameterestimeringer er foretaget ved ét specifikt input. Karakteristikken af outputtet på en model kan f.eks. være afhængig af amplitude og frekvens på inputsignalet. Dvs. det er vigtigt at designe inputtet, så det passer til systemet og dermed at de parametre, der justeres på har en stor sensitivitet ved det pågældende inputsignal.

I toolboxen **SENSTOOLS** er der en funktion **mainimp**, som er et værktøj til bestemmelse af et hensigtsmæssigt inputsignal. **Mainimp** beregner sensitiviteten for modellens parametre ved

forskellige frekvenser og amplituder og dermed hvilken frekvens og amplitude, der er optimal i forbindelse med parameterestimering.

Udover resultatet fra *ma.nimp* bør sund fornuft og kendskab til systemets egenskaber også vægtes tungt i design af et egned inputsignal. For en dybdegående beskrivelse af sensitivitetsparametre i forbindelse med parameterestimering for dynamiske systemer, henvises til [8].

G

Udregninger for model af pind og arm

G.1 Linearisering af pind

Det ulineære udtryk for sammenhængen mellem armens og pindens tilstande, bruges til at udlede den lineære overføringsfunktion.

$$\ddot{\theta}_p(t) = \frac{L_a \ddot{\theta}_a(t) \cos(\theta_p(t) - \theta_a(t)) + \dot{\theta}_a^2(t) \sin(\theta_p(t) - \theta_a(t)) - g \cdot \sin(\theta_p(t))}{-\frac{2}{3} L_p} \quad (\text{G.1})$$

Ligning G.1 skal lineariseres om et arbejdspunkt. De nuværende tidsafhængige vinkler, $\theta_a(t)$ og $\theta_p(t)$ erstattes af summen af en arbejdspunktværdi og en småsignalværdi:

$$\begin{aligned}\theta_a(t) &= \bar{\theta}_a(t) + \hat{\theta}_a(t) \\ \theta_p(t) &= \bar{\theta}_p(t) + \hat{\theta}_p(t)\end{aligned}$$

Arbejdspunktet vælges for begge variable til $\bar{\theta}_a(t) = \bar{\theta}_p(t) = 0 \text{ rad}$, da både armen og pinden ønskes lineariseret omkring den lodrette position.

$$\ddot{\hat{\theta}}_p(t) = \frac{L_a \ddot{\hat{\theta}}_a(t) \cos(\hat{\theta}_p(t) - \hat{\theta}_a(t)) + \dot{\hat{\theta}}_a^2(t) \sin(\hat{\theta}_p(t) - \hat{\theta}_a(t)) - g \cdot \sin(\hat{\theta}_p(t))}{-\frac{2}{3} L_p} \quad (\text{G.2})$$

Lineariseringen af ovenstående ligning foregår ved hjælp af Taylorrækker. De led, der ønskes

lineariseret, er alle trigonometriske funktioner, som i dette tilfælde er $\sin(\theta)$ og $\cos(\theta)$. Taylorrækken for $\sin(\theta)$ er:

$$\sin(\hat{\theta}) = \hat{\theta} - \frac{\hat{\theta}^3}{3!} + \frac{\hat{\theta}^5}{5!} - \frac{\hat{\theta}^7}{7!} + \dots \quad (\text{G.3})$$

Da $\hat{\theta}$ er en småsignalsværdi, og derfor en lille værdi kan der ses bort fra leddene: $\frac{\hat{\theta}^3}{3!} - \frac{\hat{\theta}^5}{5!} + \dots$ da en lille værdi, $\hat{\theta}$, opløftes til en potens og derefter divideres med en forholdsvis stor værdi. Altså benyttes kun det første led af Taylorrækken.

Taylorrækken for $\cos(\theta)$ er:

$$\cos(\hat{\theta}) = 1 - \frac{\hat{\theta}^2}{2!} + \frac{\hat{\theta}^4}{4!} - \frac{\hat{\theta}^6}{6!} + \dots \quad (\text{G.4})$$

Her gør det samme sig gældende og kun det første led af Taylorrækken benyttes. Det vil sige, at lineariseringen foregår ved hjælp af følgende:

$$\begin{aligned}\sin(\theta) &\approx \theta \\ \cos(\theta) &\approx 1\end{aligned}$$

Ved hjælp af denne linearisering kan ligning G.2 omskrives til:

$$\ddot{\hat{\theta}}_p(t) = \frac{L_a \ddot{\hat{\theta}}_a(t) + \dot{\hat{\theta}}_a^2(t)(\hat{\theta}_p(t) - \hat{\theta}_a(t)) - g \cdot \hat{\theta}_p(t)}{-\frac{2}{3} L_p(t)} \quad (\text{G.5})$$

Formel G.5 indeholder produktled, der kan forkortes væk, idet størrelsen er forholdsvis lille, iforhold til de andre led. Da θ_a og θ_p er småsignaler omkring 0, kan produkter af de to antages at være lig 0. Tages dette i betragtning i formel G.5 fås følgende:

$$\ddot{\hat{\theta}}_p(t) = \frac{L_a \ddot{\hat{\theta}}_a(t) - g \cdot \hat{\theta}_p(t)}{-\frac{2}{3} L_p} \quad (\text{G.6})$$

Denne lineariserede udgave af ligning G.2, anvendes til at finde den lineære overføringsfunktion vha. Laplace-transformation.

G.2 Ulineær model af pind.

For at kunne teste de udviklede regulatorer, udledes en ulineær model af systemet, til brug med Simulink. For at kunne gøre dette, skal sammenhængen mellem $\theta_a(t)$ og $\theta_p(t)$ opstilles på en form, der gør det muligt at realisere modellen i SIMULINK. I dette appendiks er alle variable tidsafhængige, hvorfor det er udeladt at skrive (t) på de variable der indgår i udtrykkene. Dette er gjort for overskuelighedens skyld.

$$J_p \cdot \ddot{\theta}_p = \frac{1}{2} L_p M_p \left(-\frac{1}{2} L_p \ddot{\theta}_p \cdot \cos(\theta_p) + \frac{1}{2} L_p \dot{\theta}_p^2 \cdot \sin(\theta_p) - L_a \ddot{\theta}_a \cdot \cos(\theta_a) + L_a \dot{\theta}_a^2 \cdot \sin(\theta_a) \right) \cos(\theta_p) \\ - \frac{1}{2} L_p M_p \left(\frac{1}{2} L_p \ddot{\theta}_p \cdot \sin(\theta_p) + \frac{1}{2} L_p \dot{\theta}_p^2 \cdot \cos(\theta_p) + L_a \ddot{\theta}_a \cdot \sin(\theta_a) + L_a \dot{\theta}_a^2 \cdot \cos(\theta_a) + g \right) \sin(\theta_p)$$

$$J_p \cdot \ddot{\theta}_p = \frac{1}{2} L_p M_p \left(-\frac{1}{2} L_p (\ddot{\theta}_p (\cos^2(\theta_p) + \sin^2(\theta_p)) - \dot{\theta}_p^2 (\sin(\theta_p) \cos(\theta_p) - \cos(\theta_p) \sin(\theta_p))) \right. \\ \left. - L_a (\ddot{\theta}_a (\cos(\theta_a) \cos(\theta_p) + \sin(\theta_a) \sin(\theta_p)) + \dot{\theta}_a^2 (-\sin(\theta_a) \cos(\theta_p) + \cos(\theta_a) \sin(\theta_p)) + g \cdot \sin(\theta_p)) \right)$$

$$(\cos^2(\theta_p) + \sin^2(\theta_p)) = 1 \\ (\sin(\theta_p) \cos(\theta_p) - \cos(\theta_p) \sin(\theta_p)) = 0 \\ \cos(\theta_a) \cos(\theta_p) + \sin(\theta_a) \sin(\theta_p) = \cos(\theta_p - \theta_a) \\ -\sin(\theta_a) \cos(\theta_p) + \cos(\theta_a) \sin(\theta_p) = \sin(\theta_p - \theta_a)$$

Ved at sammensætte ovenstående ligninger fås:

$$J_p \cdot \ddot{\theta}_p = \frac{1}{2} L_p M_p \left(-\frac{1}{2} L_p \ddot{\theta}_p - L_a ((\ddot{\theta}_a \cos(\theta_p - \theta_a) + \dot{\theta}_a^2 \sin(\theta_p - \theta_a)) + g \cdot \sin(\theta_p)) \right)$$

$$\ddot{\theta}_p (J_p + \frac{1}{4} L_p^2 M_p) = \frac{1}{2} L_p M_p \left(-L_a (\ddot{\theta}_a \cos(\theta_p - \theta_a) + \dot{\theta}_a^2 \sin(\theta_p - \theta_a)) + g \cdot \sin(\theta_p) \right)$$

Inertiaen for pinden er $J_p = \frac{1}{12} m_p L_p^2$ når rotationen foregår om endepunktet.

$$\ddot{\theta}_p \left(\frac{1}{12} m_p L_p^2 + \frac{1}{4} L_p^2 M_p \right) = \frac{1}{2} L_p M_p \left(-L_a (\ddot{\theta}_a \cos(\theta_p - \theta_a) + \dot{\theta}_a^2 \sin(\theta_p - \theta_a)) + g \cdot \sin(\theta_p) \right)$$

$$\ddot{\theta}_p = \frac{\frac{1}{2} L_p M_p \left(-L_a (\ddot{\theta}_a \cos(\theta_p - \theta_a) + \dot{\theta}_a^2 \sin(\theta_p - \theta_a)) + g \cdot \sin(\theta_p) \right)}{\frac{1}{12} m_p L_p^2 + \frac{1}{4} L_p^2 M_p}$$

$$\ddot{\theta}_p = \frac{-L_a(\ddot{\theta}_a \cos(\theta_p - \theta_a) + \dot{\theta}_a^2 \sin(\theta_p - \theta_a)) + g \cdot \sin(\theta_p)}{\frac{2}{3}L_p}$$

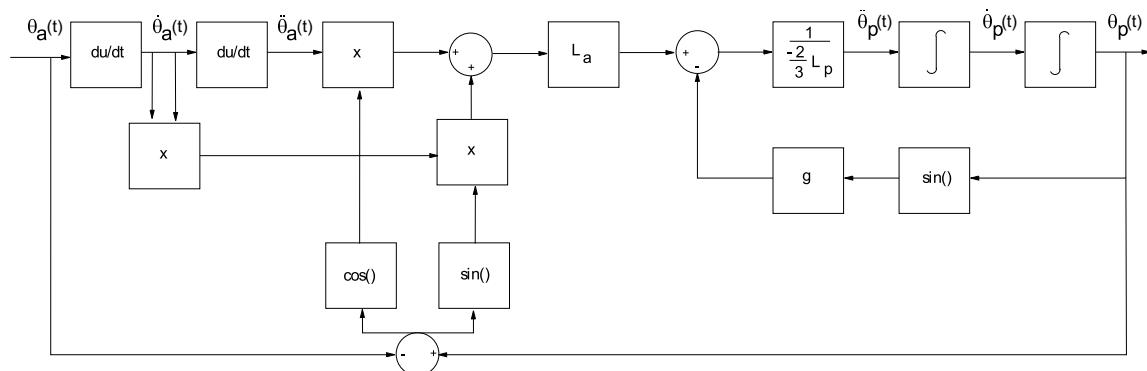
$$\ddot{\theta}_p = \frac{L_a(\ddot{\theta}_a \cos(\theta_p - \theta_a) + \dot{\theta}_a^2 \sin(\theta_p - \theta_a)) - g \cdot \sin(\theta_p)}{-\frac{2}{3}L_p}$$

På figur G.1 ses blokdiagrammet for modellen som er implementeret i **SIMULINK**.

G.3 Implementering af ulineær model af arm og pind til brug med Senstools

For at anvende **SENSTOOLS** på den ulineære model er det nødvendigt at opstille tilstandsligninger for arm og pind, idet der ikke kan opstilles en overføringsfunktion med poler og nulpunkter.

Der tages udgangspunkt i blokdiagrammet for den ulineære model, som ses på figur G.1.

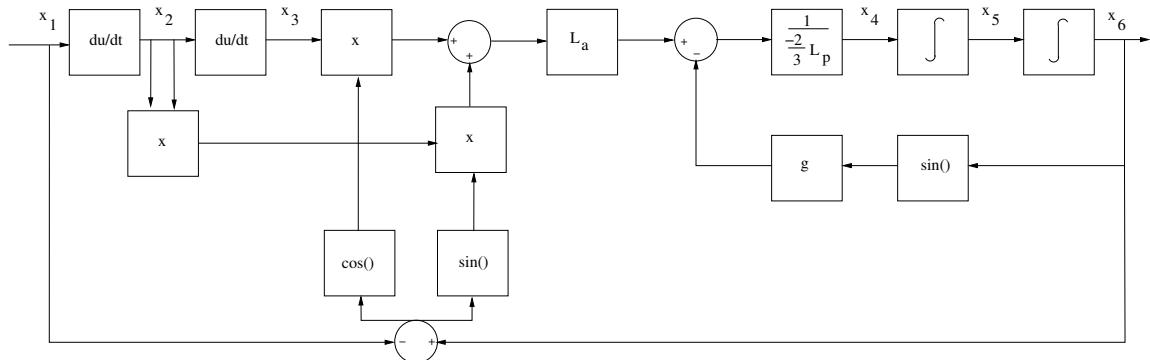


Figur G.1: Ulineær model for arm og pind på blokdiagramstruktur.

Ud fra blokdiagrammet kan der opstilles tilstandsligninger for de seks tilstade.

De seks tilstade er:

$$\begin{aligned}\theta_a &= x_1 \\ \dot{\theta}_a &= x_2 \\ \ddot{\theta}_a &= x_3 \\ \ddot{\theta}_a &= x_4 \\ \dot{\theta}_a &= x_5 \\ \theta_a &= x_6\end{aligned}$$



Figur G.2: Ulineær model for arm og pind, med tilstandsvariable

Ud fra figur G.2 kan tilstandsligningerne opstilles, hvor u er input:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= u \\
 x_2 &= \dot{x}_1 \\
 x_3 &= \dot{x}_2 \\
 x_4 &= \frac{1}{-\frac{1}{3}L_p} (-g \cdot \sin(x_6) + L_a(x_2^2 \cdot \sin(x_6 - x_1) + x_3 \cdot \cos(x_6 - x_1))) \\
 x_5 &= \int_0^t x_4 dt \\
 x_6 &= \int_0^t x_5 dt
 \end{aligned} \tag{G.7}$$

For at kunne lave en simulering med **SENSTOOLS** er det nødvendigt at kunne integrere og differentiere numerisk. Dette gøres på følgende måde, hvor h er samplingstiden, og n er samplenummeret:

$$\begin{aligned}
 z_2(n) &= \int_0^t z_1(n) dt = z_2(n-1) + z_1(n) \cdot h \\
 z_2(n) &= \dot{z}_1(n) = \frac{z_1(n) - z_1(n-1)}{h}
 \end{aligned} \tag{G.8}$$

Dette forudsætter at $z_1(n)$ er udregnet før $z_2(n)$ udregnes.

De seks tilstande udregnes i **MATLAB** således:

Appendiks

For n=2:length(u),

$$\begin{aligned}x_1(n) &= u(n) \\x_2(n) &= (x_1(n) - x_1(n-1))/h \\x_3(n) &= (x_2(n) - x_2(n-1))/h \\x_4(n) &= (1/(-3/L_p)) * (-g * \sin(x_6(n-1)) + L_a * (x^2(n)_2 * \\&\quad \sin(x_6(n-1) - x_1(n)) + x_3(n) * \cos(x_6(n-1) - x_1(n)))) \\x_5(n) &= x_5(n) + x_4(n) * h \\x_6(n) &= x_6(n) + x_5(n) * h\end{aligned}$$

end

hvor $x_6(n)$ er outputtet, altså vinklen på pinden og starttilstandene alle er 0.

De to parametre **SENSTOOLS** kan justere på for at tilpasse modellen til det faktiske system, er L_p og L_a .



Installation af RTLinux kerne

Som udviklingsplatform skal der bruges en Linux-distribution med realtidskerne. Til dette er der valgt en Debian-distribution, hvor kernen er patchet med RTLinux.

Herunder er det beskrevet skridt for skridt, hvordan Linux patches med RTLinux, hvordan kernen kompileres og hvordan RTLinux installeres.

Det første, der gøres før kernen kan kompileres er, at Debian Linux installeres. Debian Linux hentes gratis fra www.debian.org, og installeres på PC'en.

For at kunne kompilere en ny kerne er det nødvendigt at have kildekoden til kernen. Der vælges at benytte kerneverson *Linux-2.4.20*, som kan hentes fra www.kernel.org.

Der skal hentes den version af RTLinux og RTLinux kernelpatchen, som passer til kerneversonen. Her er det, vigtigt at kernelpatchen passer til den version af RTLinux, der hentes. Der er benyttet RTLinux version 3.2.

Der er nu indsamlet de nødvendige data for at kunne installere RTLinux:

- *linux-2.4.20.tar.gz*
- *rtlinux-3.2-pre3.tar.gz*
- *kernel_patch-2.4.20-rtl3.2-pre3*

Disse filer lægges i root's hjemmemappe på Linux maskinen, i en mappe kaldet *source*:

Appendiks

```
linuxbox:~/source#ls -1
kernel_patch-2.4.20-rtl3.2-pre3
rtlinux-3.2-pre3.tar.gz
linux-2.4.20.tar.gz
linuxbox:~/source#
```

Det første, der skal gøres er at pakke kernekildekoden ud. Dette gøres med `tar`-kommandoen:

```
linuxbox:~/source#tar zxf linux-2.4.20.tar.gz
linuxbox:~/source#
```

Dette laver et bibliotek kaldet `linux-2.4.20`. Når der skal kompileres en kerne i Linux, er det koutume, at kernekildekoden lægges i mappen `/usr/src/linux`, da forskellige programmer og andet benytter kernekildekoden når de skal kompileres, og derfor har brug for at vide, hvor kernekildekoden ligger. Det udpakkede bibliotek `linux-2.4.20` flyttes derfor til `/usr/src`:

```
linuxbox:~/source#mv linux-2.4.20 /usr/src
linuxbox:~/source#
```

Der skiftes nu til `/usr/src`-mappen, for at lave et symbolsk link til `/usr/src/linux-2.4.20` kaldet `linux`. Det symbolske link vil derved fungere som en slags genvej til `/usr/src/linux-2.4.20` således at når stien `/usr/src/linux` åbnes, peger den hen på `/usr/src/linux-2.4.20`. På den måde kan der nemt ligges en anden kernekildekode ind i `/usr/src` og laves et nyt symbolsk link til den nye kildekode.

```
linuxbox:~/source#cd /usr/src
linuxbox:/usr/src#ln -s linux-2.4.20/ linux
linuxbox:/usr/src#cd linux
linuxbox:/usr/src/linux#
```

Nu er kernekildekoden placeret korrekt og klar til at blive pachet med RTLinux. RTLinux-patchen ligger, hvor den tidligere blev placeret, nemlig i hjemmemappen i source biblioteket. Kernekildekoden patches nu med `patch`-kommandoen:

```
linuxbox:/usr/src/linux#
...#patch -p1 < /source/kernel_patch-2.4.20-rtl3.2-pre3
```

Nu er kernen patched, og klar til konfiguration. Til at konfigurere kernen findes 3 forskellige muligheder: `config`, `menuconfig` eller `xconfig`. `config` er en ikke-grafisk brugerflade, `menuconfig` er en tekstbaseret grafisk brugerflade, og `xconfig` er en grafisk baseret brugerflade, der kun kan køre un-

der X¹. Menuconfig vælges hvorfor der først skal installeres Ncurses-lib'et, da *menuconfig* skal bruge dette. For at gøre dette bruges *apt-get*:

```
linuxbox:/usr/src/linux#apt-get install libncurses-dev
```

For at loade *menuconfig* bruges *make*-kommandoen:

```
linuxbox:/usr/src/linux#make menuconfig
```

Kernen skal nu sættes op så den matcher computerens hardwarespecifikationer. math emulation slåes til, hvis computeren ikke har en processor, der understøtter full floating point, da det ellers ikke vil være muligt at regne med decimaler i Kernel Space.

Efter kerneopsætningen skal kernen kompileres, og installeres. Dette gøres med følgende kommando:

```
linuxbox:/usr/src/linux#make dep; make modules; make modules_install;
make bzImage; make install
```

Computeren spørger efter endt kompilering om */sbin/lilo*, hvortil der svares: "yes". Dette installerer det nye kernebillede i bootsektoren. Computeren genstartes nu med det nye kernebillede. Hvis computeren starter op uden problemer, kan det undersøges om det nye kernebillede er boot'et op med *uname* kommandoen:

```
linuxbox:~#uname -r
2.4.20-rt13.2-pre3
linuxbox:~#
```

Kommandoen udskriver kerneversionen og den eventuelle patch der er implementeret i kernen. Hvis der udskrives det ovenstående, er det en 2.4.20 kerne, patchet med RTLinux 3.2.

Efter kernen er installeret og patchet korrekt, kan RTLinux installeres. Dette gøres ved først at pakke RTLinux-kildekoden ud og placere i */usr/src* som kernekildekoden, og oprette symbolisk link til biblioteket:

```
linuxbox:~#cd source
linuxbox:~/source#
linuxbox:~/source#tar zxf rtlinux-3.2-pre3.tar.gz
```

¹X er en linux' server som kan køre en grafisk brugerflade, eksempelvis Gnome

```
linuxbox:~/source#mv rtlinux-3.2-pre3 /usr/src  
linuxbox:~/source#cd /usr/src  
linuxbox:/usr/src#ln -s rtlinux-3.2-pre3 rtlinux
```

I *rtlinux-3.2-pre3* findes der to forskellige drivere til *rt_com*-modulet. Måden hvorpå man vælger, hvilken af de to der skal bruges foregår igen ved at oprette et symbolsk link til den af de to drivere der ønskes benyttet. Driveren ligger i *drivers*-biblioteket i *rtlinux*-biblioteket. For at benytte den nyeste *rt_com*-driver vælges version 0.5.5:

```
linuxbox:/usr/src#cd rtlinux  
linuxbox:/usr/src/rtlinux#cd drivers  
linuxbox:/usr/src/rtlinux/drivers#ln -s rt_com.0.5.5 rt_com  
linuxbox:/usr/src/rtlinux/drivers#cd ..  
linuxbox:/usr/src/rtlinux#
```

RTLinux er nu klar til at blive konfigureret. Igen benyttes *menuconfig* v.ha. *make*-kommandoen:

```
linuxbox:/usr/src/rtlinux#make menuconfig
```

Når RTLinux konfigurationen er færdiggjort skal RTLinux-modulerne og RTLinux kompileres. Dette gøres med følgende kommando:

```
linuxbox:/usr/src/rtlinux#make; make devices; make install
```

Dette vil installere RTLinux-modulerne og RTLinux på systemet. Kommandoen *make regression* tester, om hvert modul er blevet installeret korrekt, og viser det grafisk.

```
make regression
```

Herefter kan computeren genstartes og det kan testes om RTLinux er installeret korrekt med et af de sample-programmer, der følger med til RTLinux.

I

Datablade

Appendiks

Motor Type	Mechanical characteristics										Thermal characteristics										Motor Type						
	Rated torque at rated speed (1)	Maximum torque at standstill	Rated speed	Rated current	Maximum current at very low speed	Maximum torque at very low speed	Nominal voltage	Terminal voltage at 25°C (2)	E.M.F.	Viscous resistance constant	Reduced motor current in constant load	Fiction torque of motor bearing when driven by load	Self- cooling rate of motor bearing when driven by load	Maximum permeability of motor shunt magnet (b)	Magnetic inductance of motor shunt magnet (b)	Thermal resistance coefficient	Protection degree	Weight	Diameter								
Symbol	N_e	N_m	P_m	I_m	U_m	K_t	K_g	K_0	J	T_f	τ	τ_{radial}	τ_{axial}	τ_{shunt}	R_{sh}	R_{st}	a)	-	-	Symbol							
Unit	cm.N	cm.N	W	A	V	ohm	cm/N	cm²/g.m	kg.m	nm	ms	ms	ms	ms	ms	ms	ms	kg	mm	Unit							
J 9ZF	400	40	3700	-	15	2,8	-	20	12	1,38	2,3	0,29	320	210	100	1,00	47	3	1 F 8	0,20	30	-	-				
J 9ZF G ..	200	-	80	-	13	1,38	2,3	-	-	100	-	-	250	100	1 F 8	0,20	-	-	-	-	-	J 9ZF G ..					
J 12ZF	12	107	2100	-	26	4,8	-	30	12	0,95	3,4	0,59	1500	58	100	2,3	87	7	1 F 8	0,20	60	-	-	J 12ZF ..			
J 12ZFG ..	700	-	60	-	5,2	-	-	16,5	0,95	3,9	4	-	-	-	-	-	-	350	150	1 F 8	0,20	-	-	J 12ZFG ..			
J 12 ZFTG ..	900	-	60	-	5,2	-	-	21	0,95	5,2	5,3	-	-	-	-	-	-	350	150	1 F 8	0,20	-	-	J 12 ZFTG ..			
J 16 ZFF	51	380	2500	-	130	7,3	-	40	30	1,00	8,6	0,8	1,6	6300	11	100	5	72	60	60	1 F 8	0,20	70	-	-	J 16 ZFF	
UGMMEG 07 A12	3,4	174	1800	5000	6,5	1,8	-	8,1	8,9	1,26	2,3	0,14	200	280	50	0,33	46	20	10	1 F 8	0,20	-	-	-	IP44 ..		
UGMME 09 B12	7,15	36	4000	6000	30	2,8	-	13	18	1,10	3,1	0,14	340	180	20	0,52	37	37	35	1 F 8	0,20	-	-	-	IP44 ..		
UGMFE 12 ABB	33	166	36000	50000	125	8,0	-	36	26	0,65	5,1	0,75	1500	20	80	0,95	38	38	35	1 F 8	0,20	-	-	-	UGMFE 12 ABB		
F 9 M 4 R ..	14	115	4800	9000	70	6,4	6,7	40	22	1,10	2,98	3,1	0,5	350	120	< 100	2,5	39,6	150	170	1 S 8	0,02	30	-	1,2	0,90	
F 9 M 4 R ..	282	173	3000	8800	88	11	..	11	60	14	0,43	0,96	3,1	0,7	280	45,4	< 25	2,5	13,2	205	190	2 S 8	0,02	30	1080	1,2	0,90
F 9 M 4 ..	34,6	345	3000	8000	108	6,7	60	1,10	1,56	2,6	0,8	350	29,3	< 100	2,5	10,2	205	190	2 S 8	0,02	30	1080	1,2	0,90			
F 9 M 4 H ..	53,7	480	3000	8000	168	6,5	6,75	55	35	1,10	8,8	0,8	340	13,4	< 100	2,5	4,5	205	220	2 S 8	0,02	30	1080	1,2	0,90		
F 9 M 4 HA ..	30,9	264	3000	9000	97	8	7,9	57,5	20	0,85	4,4	0,6	340	40,9	< 25	2,5	4,1	205	220	2 S 8	0,02	30	1080	1,2	0,90		
F 12 M 4 R ..	42	280	4800	9000	210	8	8,3	30	37	0,83	5,90	6,2	0,7	1500	100	< 100	3	37,6	150	170	1 S 8	0,02	50	-	0,95	0,68	
F 12 M 2 ..	61	420	3000	6000	190	11,7	11,7	75	24	0,47	5,73	6,0	1,6	1050	13,4	< 100	3	14	220	190	2 S 8	0,02	50	1630	0,95	0,68	
F 12 M 4 ..	77	860	3000	5000	240	7,7	8,2	75	43	0,93	11,46	6,0	2,7	1600	6,1	< 100	3	4,7	220	220	2 S 8	0,02	50	1630	0,95	0,68	
F 12 M 4 H ..	110	1300	3000	6000	345	7,2	8,2	75	61	0,93	17,2	18,0	3,3	1600	4,5	< 100	3	3	220	220	2 S 8	0,02	50	1630	0,95	0,68	
F 12 M 4 HA ..	95	960	3000	5000	300	6	6,6	63	1,40	17,2	18,0	2,5	1600	4,5	< 100	3	3	220	220	2 S 8	0,02	50	1630	0,95	0,68		
IPS 213 ..	24,5	250	3800	5000	100	6	6,5	57	25	1,1	4,4	4,6	0,3	36,4	5,35	< 120	0,8	2,05	-	154	0,02	-	-	1,72	IP44/IP00		
IPS 221 ..	32,5	325	4000	8000	135	5	5,3	47,5	38	1,8	6,90	7,2	0,5	47,7	35,9	< 250	0,8	1,7	-	154	0,02	-	-	1,72	IP44/IP00		
M 17	\$6	900	3000	5000	300	6	6,5	50	70	1,8	18,6	19,5	3,5	7800	4,9	< 200	7	40	400	380	2 S 10	0,02	77,5	1870	0,6	0,64	
M 17 H ..	160	1400	3000	5000	600	6,6	6,6	50	105	1,8	28,6	30	6	7800	2,1	< 200	9	17,2	400	380	2 S 10	0,02	62	280	0,78	0,50	
M 17 H (Closed)	280	1400	3000	5000	800	10	8,8	28,6	30	6	12000	2,1	< 200	9	17,2	400	380	2 S 10	0,02	24	700	0,32	0,1				
M 15 P ..	320	2440	3000	5000	1000	14,4	5	83	0,46	24,4	25,5	8	12000	0,73	< 100	10	9,2	600	380	2 S 10	0,02	65	2970	0,45	0,48		
M 15 P (Cooled)	510	2440	3000	5000	1600	22,2	22,3	100	87	0,46	24,4	25,5	8	12000	0,73	< 100	10	9,2	600	380	2 S 10	0,02	41	900	0,30	0,67	
M 15 S ..	320	2440	3000	5000	1000	7,2	8,5	164	1,6	48,8	51	8	12000	0,84	< 100	10	8	600	380	2 S 10	0,02	65	2970	0,45	0,48		
M 15 S (Cooled)	510	2440	3000	5000	1600	11,1	11,4	50	171	1,6	48,8	51	8	12000	0,84	< 100	10	8	600	380	2 S 10	0,02	41	900	0,30	0,67	
M 23 ..	637	5000	3000	5000	2000	13,6	11	50	170	0,9	50,6	53	13	23000	0,334	< 250	12	8	600	380	2 S 10	0,02	87	4250	0,437	0,283	
M 23 .. (Closed)	860	3400	3000	4000	3000	25	25	200	140	0,25	42	44	28	38000	0,135	< 100	15	5,1	900	500	2 S 10	0,02	84	5500	0,36	0,275	
M 23 D ..	1600	8400	3000	4000	5000	40	40	200	145	0,25	42	44	28	38000	0,135	< 100	15	5,1	900	500	2 S 10	0,02	42	1530	0,2	0,051	
M 23 D .. (Cooled)	2850	16240	3000	4000	9000	37,5	38	200	272	0,50	81,2	85	50	73000	0,072	< 200	90	5,5	900	500	4 S 10	0,02	-	-	-	IP22	
M 26 D ..	2850	16240	3000	4000	9000	37,5	38	200	272	0,50	81,2	85	50	73000	0,072	< 200	90	5,5	900	500	4 S 10	0,02	-	-	-	IP22	
M 26 D .. (Cooled)	2850	16240	3000	4000	9000	37,5	38	200	272	0,50	81,2	85	50	73000	0,072	< 200	90	5,5	900	500	4 S 10	0,02	-	-	-	IP22	

FOR FURTHER DETAILED INFORMATION PLEASE ASK TO THE TECHNICAL DATA SHEET ASK TOO FOR GEAR MOTOR CATALOG AND ELECTRONIC DRIVES

This is published in strict accordance with the relevant international and national laws. No part of this document may be reproduced without written permission from the publisher.