Fonctions logiques composées et lois de l'algèbre booléenne

Les propriétés et les lois de l'algèbre de Boole sont utiles pour travailler sur des fonctions plus complexes combinant les opérations fondamentales de l'algèbre booléenne.

1 – Les lois de l'algèbre de Boole

Les lois suivantes sont facilement démontrable à l'aide de table de vérités :

Propriété	Signification
Commutativité	**x | y = y | x** et **x & y = y & x**
Associativité	**x | (y | z) = (x | y) | z** et **x & (y & z) = (x & y) & z**
Distributivité	**x & (y | z) = (x & y) | (x & z)** et **x | (y & z) = (x | y) & (x | z)**
Element neutre	**x | F = x** et **x & V = x**
Element absorbant	**x & F = F**
Involution	**~(~x) = x**
Tiers-exclus	**~x | x = V**
Non-contradiction	**~x & x = F**
Idempotence	**x & x = x** et **x | x = x**
Lois de De Morgan	**~(x | y) = ~x & ~y** et **~(x & y) = ~x | ~y**

2 – Les fonctions composées

Toutes les opérations booléennes peuvent s'écrire en n'utilisant que les 3 opérateurs (&, |, ~). Mais en pratique, on utilise aussi d'autres fonctions logiques, qui s'obtiennent à partir des opérations fondamentales.

1 – Disjonction exclusive (ou exclusif, XOR)

L'opérateur XOR (ou exclusif)

```
         ______
x ____  |      |
y ____  |  =1  |----- x | y
        |______|
```

x	y	x ⊕ y	x	y	x ⊕ y
F	F	F	0	0	0
F	V	V	0	1	1
V	F	V	1	0	1
V	V	F	1	1	0

2 – Non et (nand)

```
         ______
x ____  |      |\
y ____  |  &1  |--\--- x | y
        |______|
```

x	y	x ↑ y	x	y	x ↑ y
F	F	V	0	0	1
F	V	V	0	1	1
V	F	V	1	0	1
V	V	F	1	1	0

3 – Non ou (nor)

```
        _______
x ____ |       |\
y ____ |  >=1  |--\---  x | y
       |______|
```

x	y	$x \downarrow y$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	F

x	y	$x \downarrow y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0