

# Ciência da Computação

## Circuitos Lógicos Digitais

Prof. Me. Athos Denis

# Roteiro da aula

- Simplificação de Expressões Lógicas;

# Simplificação de Expressões Lógicas

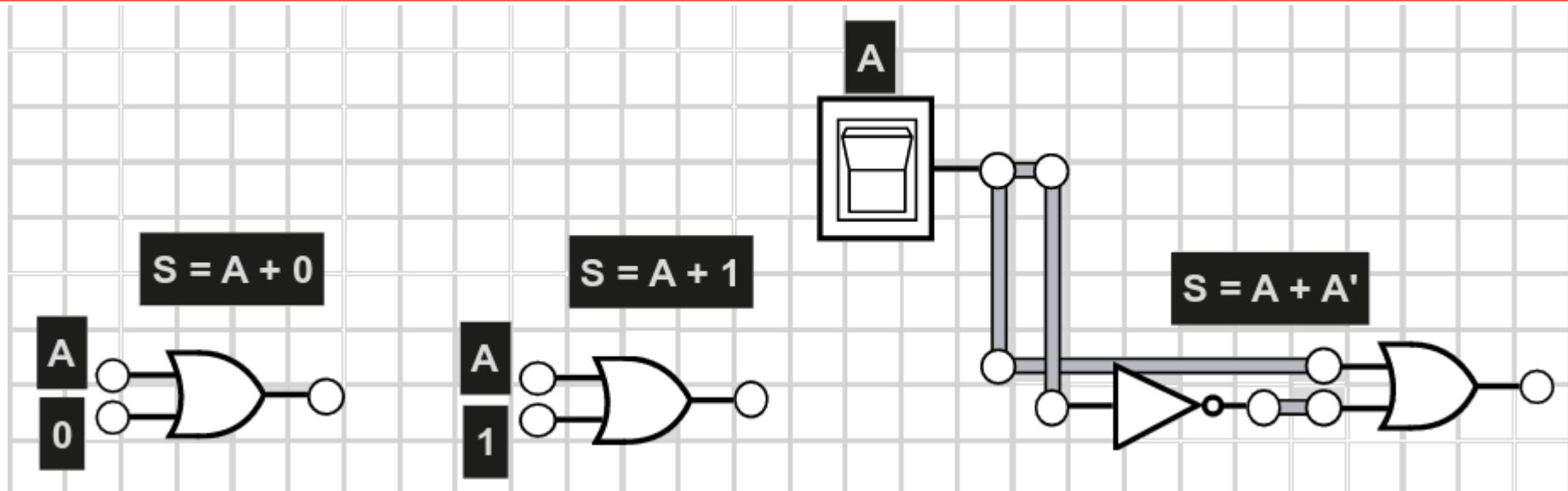
- Uma expressão lógica (e, por consequência, o seu Circuito Lógico correspondente) pode ter infinitas expressões equivalentes, ou seja, que apresentam uma saída igual para todas as combinações de entradas.
- Duas expressões equivalentes irão produzir a mesma tabela verdade, ou seja, a saída de cada linha da tabela será igual (supondo, é claro, que a sequência das entradas seja a mesma em ambas as tabelas).
- Do ponto de vista de Circuitos Lógicos Digitais, é interessante que sempre seja utilizado o menor circuito possível.

# Simplificação de Expressões Lógicas

## Postulados da Álgebra booleana

- Identidades
- Propriedade comutativa
- Propriedade Associativa
- Propriedade Distributiva
- Teorema de De Morgan
- Expressões Auxiliares

# Simplificação de Expressões Lógicas: Identities



A	0	S
1	0	1
0	0	0

$$A + 0 = A$$

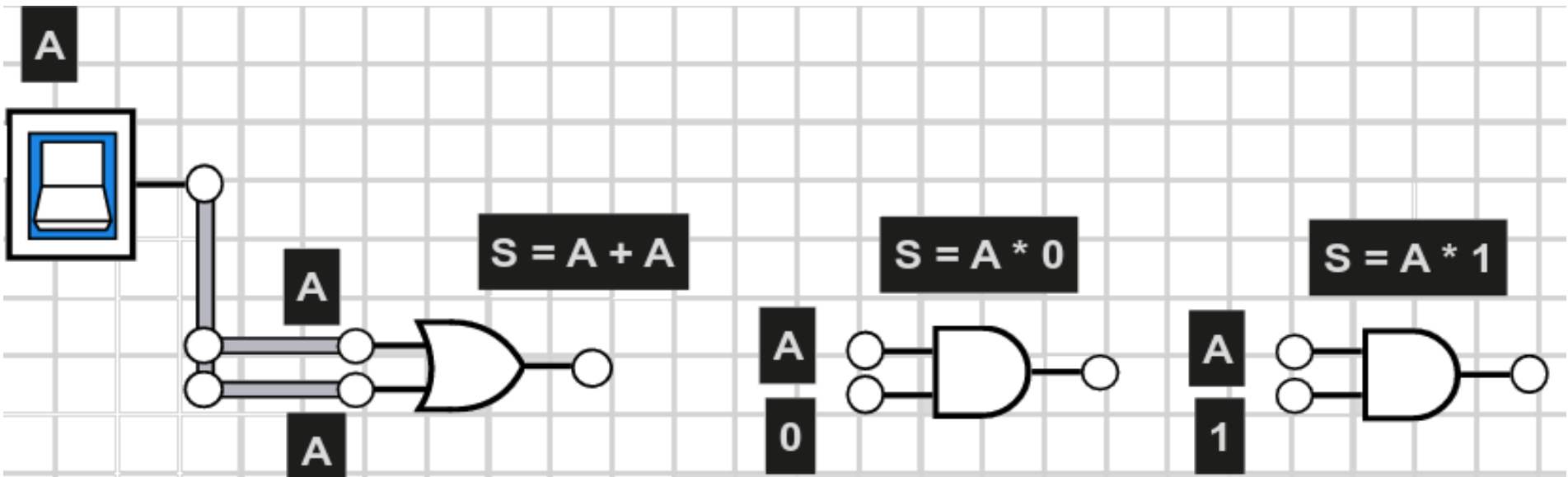
A	1	S
0	1	1
1	1	1

$$A + 1 = 1$$

A	$A'$	S
0	1	1
1	0	1

$$A + A' = 1$$

# Simplificação de Expressões Lógicas: Identities



A	A	S
0	0	0
1	1	1

$$A + A = A$$

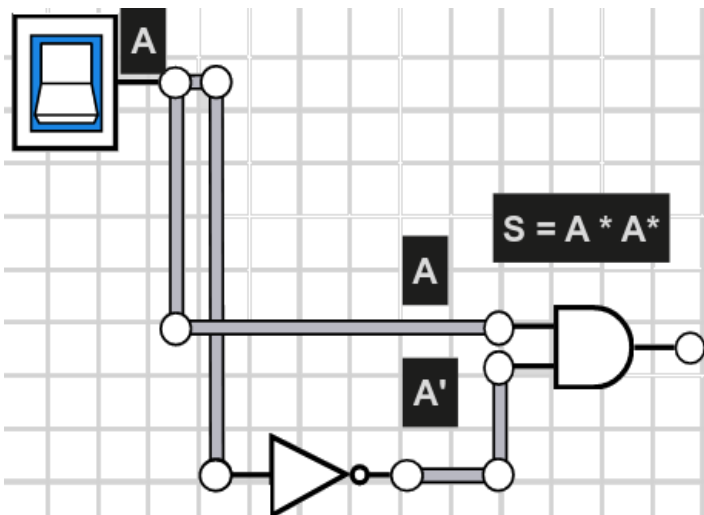
A	0	S
0	0	0
1	0	0

$$A * 0 = 0$$

A	1	S
0	1	0
1	1	1

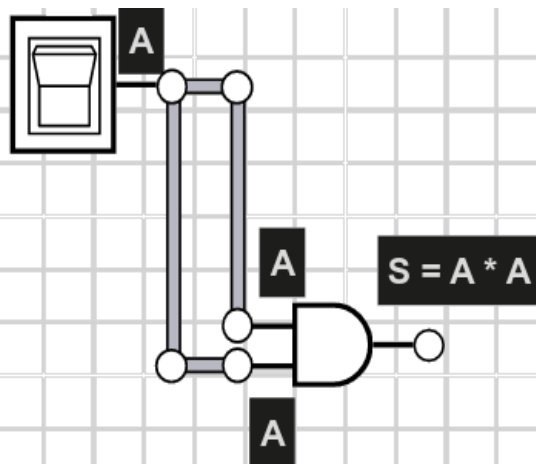
$$A * 1 = A$$

# Simplificação de Expressões Lógicas: Identities



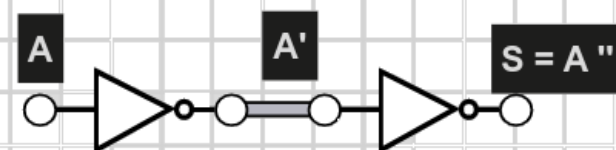
A	A'	S
0	1	0
1	0	0

$$A * A' = 0$$



A	A	S
0	0	0
1	1	1

$$A * A = A$$



A	A'	A''	S
0	1	0	0
1	0	1	1

$$A'' = A$$

# Simplificação de Expressões Lógicas: Identidades

## IDENTIDADES BOOLEANAS

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

$$A + A' = 1$$

$$A + A = A$$

$$A * 0 = 0$$

$$A * 1 = A$$

$$A * A' = 0$$

$$A * A = A$$

$$A'' = A$$



# Simplificação de Expressões Lógicas:

## Propriedade Comutativa

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

B	A	B + A
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

A	B	A + B	B + A
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

$$A + B = B + A ?$$

# Simplificação de Expressões Lógicas:

## Propriedade Comutativa

A	B	$A * B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

B	A	$B * A$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

A	B	$A * B$	$B * A$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

$$A * B = B * A ?$$

# Simplificação de Expressões Lógicas:

## Propriedade Comutativa

### PROPRIEDADE COMUTATIVA

$$A + B = B + A$$

$$A * B = B * A$$

# Simplificação de Expressões Lógicas:

## Propriedade Associativa

$$(A + B) + C = A + (B + C) ?$$

A	B	C	A + B	C	S	⊗	A	B	C	B + C	A	S
0	0	0	0	0	0	⊗	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	⊗	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	⊗	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	⊗	0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	⊗	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	⊗	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	⊗	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	⊗	1	1	1	1	1	1

# Simplificação de Expressões Lógicas:

## Propriedade Associativa

$$(A * B) * C = A * (B * C) ?$$

A	B	C	A * B	C	S	✗	A	B	C	B * C	A	S
0	0	0	0	0	0	✗	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	✗	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	✗	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	✗	0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0	✗	1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	✗	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	✗	1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	✗	1	1	1	1	1	1

# Simplificação de Expressões Lógicas:

## Propriedade Associativa

### PROPRIEDADE ASSOCIATIVA

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

$$(A * B) * C = A * (B * C)$$

# Simplificação de Expressões Lógicas:

## Propriedade Distributiva

A	B	C	A	B + C	S		A	B	C	A * B	A * C	S
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0		0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0		0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0		0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0		1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1		1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1		1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1

### PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA

$$A * (B + C) = (A * B) + (A * C)$$

# Simplificação de Expressões Lógicas:

## Propriedade Distributiva

A	B	C	A	B * C	S		A	B	C	A + B	A + C	S
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0		0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0		0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1		0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1		1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1		1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1		1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1

### PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA

$$A + (B * C) = (A + B) * (A + C)$$



# Simplificação de Expressões Lógicas – Leis da Lógica

- Lei da Absorção:  $(A + B) * A = A$

A	B	A + B	$(A + B) * A$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	1	1

e

$$(A * B) + A = A$$

A	B	A * B	$(A * B) + A$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

- Lei da Negação:  $(A')' = A$

A	A'	$(A')'$
0	1	0
1	0	1

# Simplificação de Expressões Lógicas – Leis da Lógica

- Lei de De Morgan:

$$\underline{A' + B' = (A * B)'} \quad \text{e} \quad \underline{A' * B' = (A + B)'}$$

					NAND		NOR
A	B	A'	B'	$\overline{A+B}$	$\overline{(A*B)}$	$\overline{A*B}$	$\overline{(A+B)}$
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0

# Simplificação de circuitos Lógicos

- Lei da Identidade:  $A \cdot T = A$  e  $A + C = A$ , onde T representa uma Tautologia e C representa uma Contradição.
- Equivalência do OU Exclusivo:  $A \oplus B \equiv (\bar{A} * B) + (A * \bar{B})$   $\overline{(A \oplus B)} \equiv (A * B) + (\bar{A} * \bar{B})$
- Lei do Complementar:  $A * \bar{A} \equiv 0$   $A + \bar{A} \equiv 1$

# Simplificação de circuitos Lógicos

- Todas as Leis da Lógica apresentadas são uma equivalência de duas direções: podemos, sempre, substituir uma expressão por outra equivalente.
- Usualmente, procuramos sempre reduzir o número de portas lógicas para obter um Circuito Lógico menor, mas, em alguns casos, podemos realizar a operação inversa.

# Atividade:

**EXERCÍCIO:** Aplicar as propriedades de simplificação de expressões nas expressões a seguir e obter a tabela verdade.

$$A + A * B = A ?$$

$$\bar{A} + A * \bar{B} = \bar{A} + \bar{B} ?$$

$$\bar{A} + \bar{A} * \bar{B} = \bar{A} ?$$

$$A + \bar{A} * B = A + B ?$$

$$\bar{A} + A * B = \bar{A} + B ?$$

$$A + \bar{A} * \bar{B} = A + \bar{B} ?$$

$$\bar{A} + \bar{A} * B = \bar{A} ?$$

$$A + A * \bar{B} = A ?$$

$$(A + B) * (A + C) = A + B * C ?$$

# Atividade:

- Simplifique as expressões:

- $\overline{((A+B+C)*D)}$

- $\overline{(A*B*C+D*E*F)}$

# Atividade:

- Simplifique as expressões:

- Respostas:

$$\overline{((A+B+C)*D)}$$

$$\overline{(A+B+C)} + \bar{D}$$

1º Teorema de De Morgan

$$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{D}$$

2º Teorema de De Morgan

$$\overline{(A*B*C+D*E*F)}$$

$$\overline{A \cdot B \cdot C} \cdot \overline{D \cdot E \cdot F}$$

2º Teorema de De Morgan

$$(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{D} + \bar{E} + \bar{F})$$

1º Teorema de De Morgan