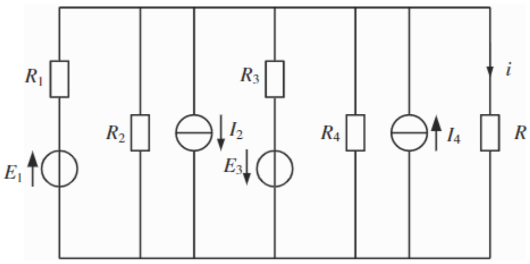
## 4.1 Sens des sources

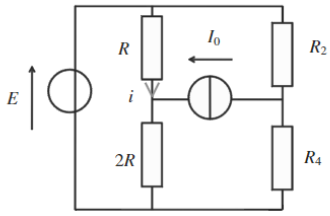
Calculer l'intensité $i$ du courant circulant dans la résistance $R$ en appliquant :

1. les équivalences entre les modèles de Thévenin et de Norton,
2. le théorème de Millman.




## 4.2 Un circuit simple ?

1. Soit le circuit suivant :

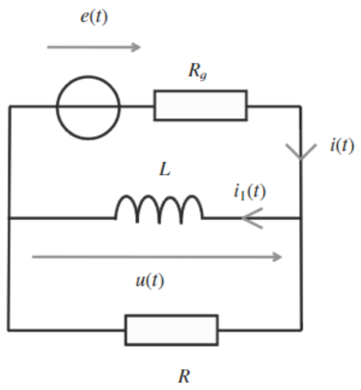



   Déterminer $i$ en appliquant le théorème de superposition (on pourra réécrire le circuit plus simplement si par exemple des points se retrouvent au même potentiel).

2. On enlève le générateur de courant et on le remplace par un voltmètre de grande résistance. On peut régler la valeur de la résistance $R_2$ et on cherche à déterminer la valeur inconnue de $R_4$. Montrer que, quand le voltmètre affiche une tension nulle, il existe une relation très simple entre les valeurs des résistances $R_2$ et $R_4$. On dit qu'on a alors équilibré le pont (ici un pont de Wheastone).

## 5.1 Régime transitoire d'une bobine (d'après ENSTIM 2008)

1. Le circuit ci-dessous est alimenté par un générateur dit de Thévenin, dipôle actif linéaire de résistance interne $R_g$ et de force électromotrice $e(t)$.

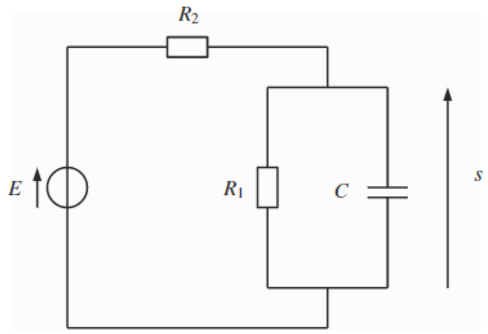



Dans ce circuit, l'intensité $i(t)$ fournie par le générateur se divise entre une inductance pure $L$ (qui représente une bobine de résistance négligeable) et un résistor (résistance $R$) ; en respectant les notations du schéma, donner trois expressions de $u(t)$ en régime quelconque, en fonction de $i(t)$, $i_1(t)$ et des données.

2. La tension $e(-\infty < t < 0)$ est égale à une valeur constante notée $E$ ; déterminer rapidement la tension $u(t = 0^-)$ ainsi que les intensités $i(t = 0^-)$ et $i_1(t = 0^-)$.
3. À $t = 0$, on éteint le générateur, qui devient équivalent à sa seule résistance interne (ce qui signifie qu'on a $e(t > 0) = 0$) ; établir l'équation différentielle régissant l'évolution ultérieure de $u(t)$, et faire apparaître la constante de temps $\tau$ du circuit.
4. En utilisant une propriété remarquable d'une grandeur (propriété à préciser), déterminer $u(t = 0^+)$.
5. Déterminer complètement $u(t > 0)$ puis donner l'allure de la représentation graphique de $u$ pour $t \in [-10\tau; 10\tau]$.

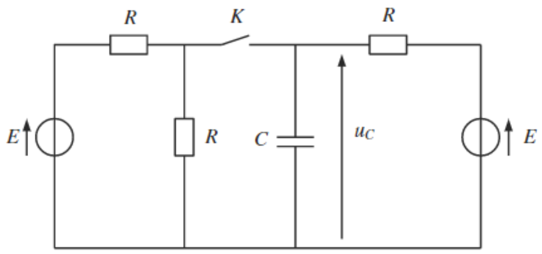
## 5.2 Durée lors d'un régime transitoire (d'après ENAC 2008)

Soit le circuit suivant :




1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$.
2. L'écrire sous la forme $\tau \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + s = GE$. On précisera les expressions de $\tau$ et $G$.
3. Déterminer l'expression de $s(t)$.
4. En déduire la valeur maximale de $s$ en précisant quand elle est atteinte.
5. Déterminer l'instant $t_0$ pour lequel $s(t_0)$ correspond à 90 % de la valeur maximale.

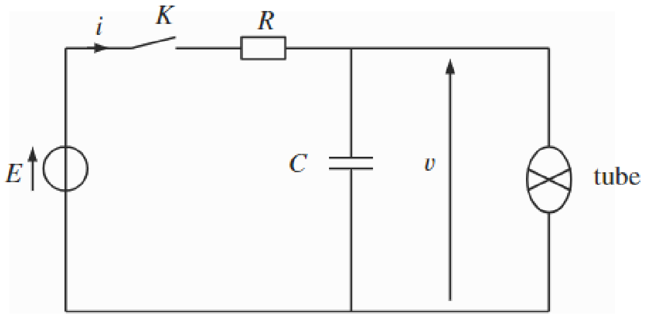
## 5.4 Régime transitoire avec deux sources de tension (d'après Oral CCP MP 2006)




1. A l'instant initial, on ferme l'interrupteur $K$. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.
2. Résoudre cette équation dans le cas où un régime permanent est établi pour $t < 0$.
3. Déterminer l'instant $t_1$ où le régime permanent est établi à 1,0 % près.
4. A.N. : $R = 15\ \mathrm{k}\Omega$ et $C = 100\ \mu\mathrm{F}$. Donner la valeur de $t_1$.

## 5.5 Étude d'une balise lumineuse (d'après G2E 2008)

La passe des ports est signalée la nuit par une balise lumineuse dont le schéma électrique est le suivant :



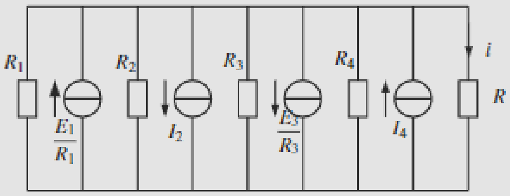

La source de lumière est constituée d'un tube à décharge. La décharge électrique qui se produit entre les électrodes du tube est caractérisée par une tension d'allumage $U_a$ et une tension d'extinction $U_{ex}$. Lorsque le tube fonctionne c'est-à-dire quand la tension à ses bornes prend une valeur qui devient supérieure à $U_a$, il se comporte comme un résistor de résistance $r \ll R$. Lorsqu'il est éteint c'est-à-dire quand la tension à ses bornes prend une valeur qui devient inférieure à $U_{ex}$, il se comporte comme un résistor de résistance infinie. On suppose que $E > U_a > U_{ex}$ et on pose $\tau = RC$ ainsi que $\tau' = rC$.

A l'instant initial $t = 0$, le condensateur n'est pas chargé et on ferme l'interrupteur $K$.

1. Déterminer le comportement du tube à l'instant initial. En déduire le schéma équivalent du circuit et la loi donnant $v(t)$.
2. Déterminer l'instant $t_a$ où s'amorce la décharge.
3. Établir l'équation différentielle à laquelle satisfait $v(t)$ à partir de cet instant. On utilisera la condition $R \gg r$ pour la simplifier. En déduire l'expression de $v(t)$.
4. Déterminer l'instant $t_{ex}$ où se produit l'extinction du tube.
5. En déduire la durée $T_1$ de l'éclair produit dans le tube.
6. Déterminer l'expression du temps $T_2$ qui s'écoule entre l'extinction et l'allumage suivant en fonction de $\tau$, $E$, $U_{ex}$ et $U_a$.
7. En déduire la période $T$ des éclairs produits par ce dispositif.
8. Donner les valeurs numériques de $T_1$, $T_2$ et $T$ sachant que $C = 1{,}0\ \mu\text{F}$, $r = 1{,}0\ \Omega$, $R = 2{,}0\ \text{M}\Omega$, $E = 120$ V, $U_a = 90$ V et $U_{ex} = 70$ V. Que peut-on en conclure ?

## 4.1

**1.** On doit effectuer une association en parallèle de sources : le modèle de Norton étant le plus adapté, on transforme les deux modèles de Thévenin $(E_1, R_1)$ et $(E_3, R_3)$ en modèles de Norton :



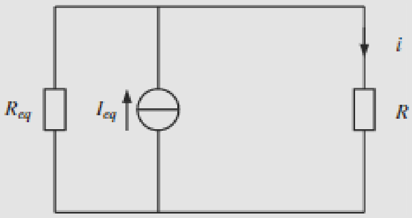

On doit faire attention à bien conserver le sens des sources.

On associe alors les quatre résistances $R_1$, $R_2$, $R_3$ et $R_4$ en parallèle pour obtenir une résistance équivalente $R_{eq}$ telle que $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$ soit

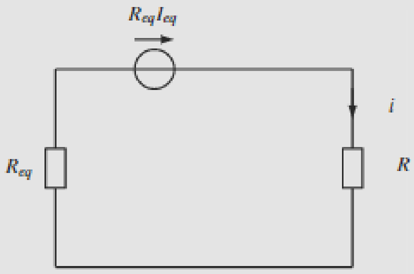
$$R_{eq} = \frac{R_1R_2R_3R_4}{R_1R_2R_3 + R_1R_2R_4 + R_1R_3R_4 + R_2R_3R_4}$$

De même, les quatre sources idéales de courant s'associent en une seule dont le courant de court-circuit $I_{eq} = \frac{E_1}{R_1} - I_2 - \frac{E_3}{R_3} + I_4$.

On obtient le schéma équivalent suivant :




qu'on peut transformer en revenant au modèle de Thévenin soit :



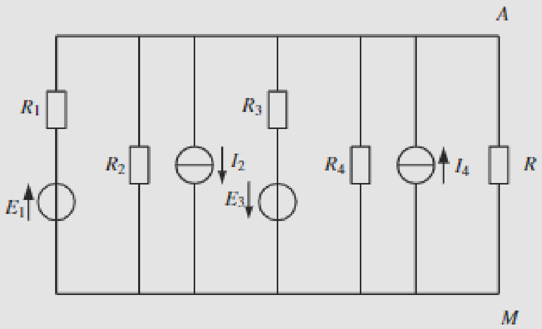

Il suffit alors d'écrire une loi des mailles pour obtenir le courant circulant dans la résistance $R$ soit $i = \frac{R_{eq}I_{eq}}{R + R_{eq}}$ soit en simplifiant

$$i = \frac{R_2R_4\,(R_3E_1 - R_1R_3I_2 - R_1E_3 + R_1R_3I_4)}{R\,(R_1R_2R_3 + R_1R_2R_4 + R_1R_3R_4 + R_2R_3R_4) + R_1R_2R_3R_4}$$

**2.** On choisit de prendre la masse en $M$ et on applique le théorème de Millman en $A$ :

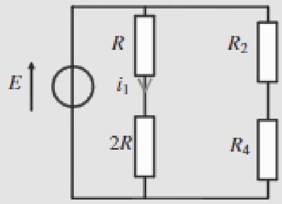
$$V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{0}{R_2} - I_2 - \frac{E_3}{R_3} + \frac{0}{R_4} + I_4}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R}}$$

L'intensité cherchée est alors $i = \frac{V_A}{R}$ et on retrouve bien l'expression trouvée par la méthode précédente.



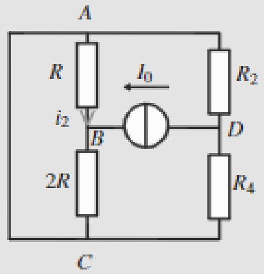

## 4.2

**1.** On applique le théorème de superposition en éteignant le générateur de courant ce qui revient à faire $I_0 = 0$ c'est-à-dire à le remplacer par un interrupteur ouvert ou encore supprimer la branche dans lequel il est :

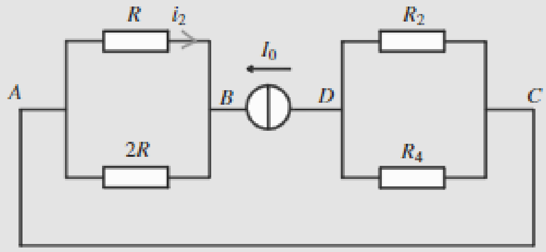



On a immédiatement $i_1 = \frac{E}{3R}$.

On éteint désormais le générateur de tension, ce qui revient à le remplacer par un fil puisque $E = 0$ :




Les points $A$ et $C$ sont au même potentiel. Ainsi les résistances $R$ et $2R$ sont en parallèle (entre $A$ et $B$) et il en est de même pour $R_2$ et $R_4$ (entre $D$ et $C$), on peut donc réécrire le circuit comme suit :




En appliquant la formule des ponts diviseurs de courant dans la branche contenant $R$, on obtient :

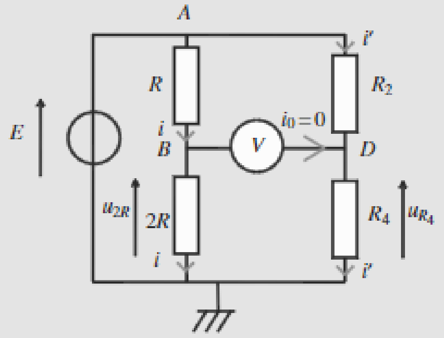
$$i_2 = -\frac{2R}{2R+R}I_0 = -\frac{2I_0}{3}$$

Alors l'intensité recherchée est donnée par :

$$i = i_1 + i_2 = \frac{E - 2RI_0}{3R}$$

On pourrait facilement vérifier ce résultat par les lois des nœuds et des mailles qui conduit plus rapidement ici au résultat mais le but de l'exercice était de voir l'astuce de transformation du circuit. En effet, en appelant $i'$ l'intensité traversant $2R$ dans le même sens que $i$, on a $i' = i + I_0$ et la loi des mailles $E = Ri + 2Ri' = 3Ri + 2RI_0$ soit $i = \dfrac{E - 2RI_0}{3R}$.

**2.** L'intensité qui parcourt le voltmètre est négligeable. Les résistances $R$ et $2R$ ainsi que $R_2$ et $R_4$ sont parcourues par la même intensité $i$ d'une part et $i'$ d'autre part :




Le pont est équilibré quand $u_{BD} = V_D - V_B = 0$. Il faut donc calculer $V_D - V_B$. Pour cela, on peut ici appliquer la formule des ponts diviseurs de tension pour les résistances traversées par le même courant d'où :

$$u_{2R} = V_B - 0 = \frac{2R}{R+2R}E = \frac{2E}{3}$$

et

$$u_{R_4} = V_D - 0 = \frac{R_4E}{R_2+R_4}$$

D'où en soustrayant les deux relations :

$$V_D - V_B = \frac{2E}{3} - \frac{R_4E}{R_2+R_4}$$

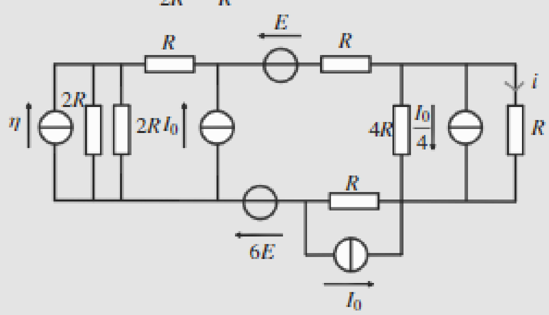
À l'équilibre du pont, cette quantité est nulle d'où :

$$\frac{R_4}{R_2+R_4} = \frac{2}{3} \Longrightarrow 3R_4 = 2R_2 + 2R_4 \Longrightarrow R_4 = 2R_2$$

*Remarque* : de manière générale, si on pose $R_1 = R$ et $R_3 = 2R$, l'équilibre du pont se traduit par $R_1.R_4 = R_2.R_3$

## 4.3

On va procéder à des équivalences successives entre les modèles de Thévenin et de Norton en prenant garde de ne jamais inclure la branche où on veut calculer $i$ ! On transforme le générateur de Thévenin en générateur de Norton de courant de court-circuit $\eta = \dfrac{2E}{2R} = \dfrac{E}{R}$.




Puis on regroupe les résistances en parallèle en une résistance équivalente de valeur $R_{eq} = \dfrac{2R.2R}{2R+2R} = R$.