## Ex. 6 Cinétique d'une réaction d'oxydoréduction

$$2 \text{ Fe}^{3+} + \text{Sn}^{2+} \rightarrow \text{Sn}^{4+} + 2 \text{ Fe}^{2+}$$

La loi de vitesse est de la forme :

$$v = + \frac{d[Sn^{4+}]}{dt} = k[Fe^{3+}]^{\alpha}[Sn^{2+}]^{\beta}.$$

a) On opère avec un large excès de Fe<sup>3+</sup>. On constate alors que le temps de demi-réaction concernant la disparition des ions Sn<sup>2+</sup> est indépendant de leur concentration initiale.

Quelle est la valeur de β ? Justifier.

b) On réalise des mélanges stœchiométriques de différentes concentrations  $C_0$  en ion  $Fe^{3+}$ . On constate que le temps de demi-réaction dépend de  $C_0$ . Établir une relation liant  $t_{1/2}$ ,  $C_0$  et  $\alpha$ .

Déterminer  $\alpha$ , sachant que  $t_{1/2}$  est divisé par quatre lorsque  $C_0$  est multiplié par deux.

## Ex. 8 Décomposition de N2O5

Une solution de  $N_2O_5$  dans  $CCl_4$  est plongée à l'instant t=0 dans un thermostat à 45 °C. Il se produit alors la réaction :

$$N_2O_5(sol) \rightarrow N_2O_4(sol) + \frac{1}{2}O_2(g).$$

La réaction est du premier ordre par rapport à N<sub>2</sub>O<sub>5</sub>.

On recueille 19 mL de dioxygène au bout de 40 minutes et 35 mL au bout d'un temps infini. En déduire k et  $t_{1/2}$ .

Donnée :

$$V_{\rm m} = 24.5 \ {\rm L \cdot mol}^{-1}$$
.

## Ex. 11 Décomposition de l'eau oxygénée en présence d'ions iodure

La réaction de dismutation du peroxyde d'hydrogène en solution aqueuse diluée est lente.

a) Pour étudier la cinétique de cette décomposition en présence d'ions iodure, on prépare une solution aqueuse de peroxyde d'hydrogène H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> à la concentration initiale a. Le pH est légèrement acide (~6).

À t=0, on introduit dans la solution  $c \mod \cdot L^{-1}$  d'ions iodure  $I^-$  sans variation de volume. La cinétique est suivie en mesurant le volume d'oxygène dégagé. Une première expérience est réalisée à 25 °C avec  $c=10^{-2} \mod \cdot L^{-1}$ . Les volumes ont été mesurés sous P=1 bar (on rappelle que le volume molaire  $V_m$  d'un gaz parfait dans ces conditions est de 24,5 L).

t (s)	10	20	30	45	60	90	120	240
V (cm <sup>3</sup> )	15,4	28,9	40,6	55,6	67,8	85,9	98,0	117,4

En fin de réaction,  $V_{\infty} = 122,3$  cm<sup>3</sup>.

Préciser l'ordre de la réaction par rapport à H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>. En déduire la constante de vitesse à 25 °C et le temps de demi-réaction.

b) La même expérience réalisée à différentes températures a donné les résultats suivants :

T (°C)	15	35	45
10 <sup>2</sup> k	0,59	2,85	5,70

Vérifier que la constante de vitesse obéit à la loi d'Arrhénius.

Déterminer l'énergie d'activation de la réaction.

# Ex. 9 Décomposition de la 1,1-diméthylhydrazine (DMHA)

On réalise à température ambiante un mélange de 1 % en mole de DMHA et de 99 % d'argon. Ce mélange est brutalement porté à 1 060 K sous l'effet d'une onde de choc.

10 <sup>6</sup> t/s	[DMHA]/mol·m <sup>-3</sup>
0	0,227
90	0,125
180	0,068
270	0,0375
360	0,0205

- a) En admettant que les gaz sont parfaits, calculer la pression totale initiale dans l'onde de choc.
- **b)** La réaction ayant lieu en excès d'argon, on considère qu'elle s'effectue à T, p et V constants. Évaluer l'ordre de la réaction, la constante de vitesse à 1~060~K et  $t_{1/2}$ .
- c) À 1 100 K,  $t_{1/2}$  = 5,0·10<sup>-5</sup> s, en déduire  $E_a$  et la valeur du facteur préexponentiel A.

#### Ex. 5 Méthode des vitesses initiales

Dans la haute atmosphère, la diminution de la couche d'ozone est provoquée par la réaction :

$$NO(g) + O_3(g) \rightarrow NO_2(g) + O_2(g)$$

La cinétique de cette transformation a été étudiée en laboratoire par la méthode des vitesses initiales à 25 °C :

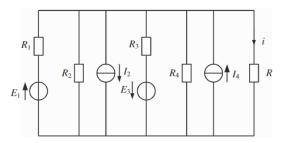
Expérience nº	10 <sup>6</sup> [NO] en mol · L <sup>-1</sup>	10 <sup>6</sup> [O <sub>3</sub> ] en mol · L <sup>-1</sup>	
1	1	3	0,66
2	1	6	1,32
3	1	9	1,98
4	2	9	3,96
5	3	9	5,94

- a) Déterminer la loi cinétique.
- b) En déduire la valeur de la constante de vitesse à 25 °C

#### 4.1 Sens des sources

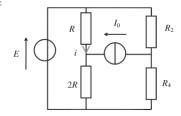
Calculer l'intensité i du courant circulant dans la résistance R en appliquant :

- 1. les équivalences entre les modèles de Thévenin et de Norton,
- 2. le théorème de Millman.



## 4.2 Un circuit simple?

1. Soit le circuit suivant :



Déterminer *i* en appliquant le théorème de superposition (on pourra réécrire le circuit plus simplement si par exemple des points se retrouvent au même potentiel).

2. On enlève le générateur de courant et on le remplace par un voltmètre de grande résistance. On peut régler la valeur de la résistance R<sub>2</sub> et on cherche à déterminer la valeur inconnue de R<sub>4</sub>. Montrer que, quand le voltmètre affiche une tension nulle, il existe une relation très simple entre les valeurs des résistances R<sub>2</sub> et R<sub>4</sub>. On dit qu'on a alors équilibré le pont (ici un pont de Wheastone).

# Ex. 10 Cinétique de la décomposition de l'anion peroxodisulfate

a) Les ions  $S_2O_8^{2-}$  sont instables en solution aqueuse.

Écrire l'équation de la réaction traduisant cette instabilité.

b) On suit l'évolution d'une solution d'ions S<sub>2</sub>O<sub>8</sub><sup>2-</sup> à 80 °C.

t/min	$10^3[\mathrm{S}_2\mathrm{O}_8^{2-}]$ /mol $\cdot\mathrm{L}^{-1}$
0	10
50	7,8
100	6,05
150	4,72
200	3,68
250	2,86

Montrer que ces résultats sont compatibles avec une cinétique d'ordre 1.

- c) Déterminer la constante de vitesse k à 80 °C.
- d) L'énergie d'activation de cette réaction est  $E_a = 140 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Pendant quelle durée peut-on conserver, à 25 °C, une solution titrée de peroxodisulfate de concentration  $C_0$  et dont la concentration doit être connue à 1 % près ?

### Exercice 19.24 Datation par le carbone-14

On prépare du dioxyde de carbone CO<sub>2</sub> par combustion de bois récent et on constate qu'un échantillon occupant 0,5 litre sous 5 bar à 20 °C donne 5 400 désintégrations en 5 h de comptage.

Par ailleurs, un échantillon de 1,85 g d'un bois ancien, provenant d'un objet archéologique, donne 6 030 désintégrations en 15 h. Un dosage chimique effectué sur ce bois montre qu'il contient, en masse, 37 % de carbone.

Comment ces informations permettent-elles de déterminer l'âge de ce bois ancien ?

### Exercice 6

- a) Dégénérescence de l'ordre par rapport à  $Fe^{3+} \Rightarrow (v = k' [Sn^{2+}]^{\beta})$  avec  $k' = k [Fe^{3+}]^{\alpha}$ Si  $t_{1/2}$  est indépendant de  $[Sn^{2+}]_0$ , alors  $\beta = 1$ , car c'est le seul ordre pour lequel le temps de demi-réaction est indépendant de la concentration initiale  $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$ .
- b)  $2Fe^{3+} + Sn^{2+} \xrightarrow{k} Sn^{4+} + 2Fe^{2+}$  t = 0  $2C_0$   $C_0$  0  $mol \cdot L^{-1}$ t  $2(C_0 - x)$   $C_0 - x$  x 2x  $mol \cdot L^{-1}$

Équation cinétique :

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = k[2(C_0 - x)]^{\alpha} (C_0 - x)^{\beta}$$
$$\beta = 1 \Rightarrow \left[\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = k2^{\alpha} (C_0 - x)^{\alpha + 1} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}x}{(C_0 - x)^{\alpha + 1}} = 2^{\alpha} k \, \mathrm{d}t\right]$$

Cette équation s'intègre en :

$$\left[\frac{1}{(\mathbf{C}_0-\mathbf{x})^{\alpha}}-\frac{1}{\mathbf{C}_0^{\alpha}}\right]=\alpha 2^{\alpha}\mathbf{k}t.$$

 $\dot{A} t_{1/2}$ ,  $x = C_0/2$ , d'où:

$$\frac{1}{\left(\frac{C_0}{2}\right)^{\alpha}} - \frac{1}{C_0^{\alpha}} = (2^{\alpha} - 1)/C_0^{\alpha} = \alpha 2^{\alpha} k t_{1/2}.$$

Si on considère un nouveau temps de demi-réaction  $t'_{1/2}$  pour une nouvelle concentration initiale  $C'_0$ :

$$\frac{\alpha 2^{\alpha} k t_{1/2}}{\alpha 2^{\alpha} k t_{1/2}'} = \frac{(2^{\alpha} - 1)/C_0^{\alpha}}{(2^{\alpha} - 1)/C_0'^{\alpha}} \Rightarrow \frac{t_{1/2}}{t_{1/2}'} = \frac{C_0'^{\alpha}}{C_0^{\alpha}}$$

D'où

$$\alpha \ln \left( \frac{C_0'}{C_0} \right) = \ln \left( \frac{t_{1/2}}{t_{1/2}'} \right).$$

Or 
$$t'_{1/2} = \frac{t_{1/2}}{4}$$
 quand  $C'_0 = 2C_0$  d'où  $\alpha = \frac{\ln(4)}{\ln(2)} = 2$ .

Équation cinétique :

$$v = k[Fe^{3+}]^2[Sn^{2+}].$$

### **Exercice 8**

La réaction est d'ordre 1 par rapport à  $N_2O_5$ , on a donc  $-\frac{d[N_2O_5]}{dt} = k[N_2O_5]$ .

$$\text{D'où}:: -\frac{\text{d}[\text{N}_2\text{O}_5]}{[\text{N}_2\text{O}_5]} = k \text{ d}t \; ; \quad \text{forme intégrée}: \ln\frac{[\text{N}_2\text{O}_5]_0}{[\text{N}_2\text{O}_2]_t} = kt \; \text{soit} \; \ln\frac{n_0}{n_0 - \xi(t)} = kt$$

quand 
$$t \to \infty$$
:  $n_{O_2} = \frac{V_{O_2}}{V_m} = \frac{n_0}{2}$ , d'où:

$$n_0 = \frac{2 \times 35 \cdot 10^{-3}}{24.5} = 2,86 \cdot 10^{-3} \text{ mol } .$$

quand 
$$t = 40 \text{ min} : n_{O_2} = \frac{V_{O_2}}{V_m} = \frac{\xi(40)}{2}$$
, d'où :

$$\xi(40) = \frac{19 \cdot 10^{-3}}{24.5} \times 2 = 1,55 \cdot 10^{-3} \text{ mol }.$$

Or 
$$k = \frac{1}{t} \ln \frac{n_0}{n_0 - \xi(t)}$$
, d'où:

$$k = \frac{1}{40} \ln \left( \frac{2,86 \cdot 10^{-3}}{2.86 \cdot 10^{-3} - 1.55 \cdot 10^{-3}} \right) = 1,95 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}.$$



Pour les calculs de k, penser à vérifier que l'unité trouvée par la formule correspond bien à l'ordre de la réaction, ici ordre 1 et k en min-1, c'est bon.

Pour une réaction d'ordre 1,  $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{L}$ , d'où :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{1.95 \cdot 10^{-2}} = 35.5 \text{ min}.$$



On retrouve rapidement la valeur de  $t_{1/2}$  en remplaçant  $\xi(t)$  par  $\frac{n_0}{2}$  dans la forme intégrée de la loi de vitesse.

### Exercice 10

a) 
$$S_2O_8^{2-} + 2e^- = 2SO_4^{2-}$$

$$H_2O = \frac{1}{2} O_2(g) + 2H^+ + 2e^-$$
Bilan: 
$$S_2O_8^2 + H_2O \rightarrow 2SO_4^{2-} + \frac{1}{2} O_2(g) + 2H^+$$

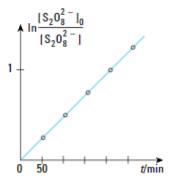
b) Pour une cinétique d'ordre 1, l'équation intégrée s'écrit :

$$\ln \frac{[S_2O_8^{2-}]_0}{[S_2O_8^{2-}]} = kt.$$

Les points sont bien alignés, ce qui conforte l'ordre 1 par rapport à  $S_2O_8^{2-}$ .

c) La constante de vitesse k est égale à la pente de la droite :

$$k = 5 \cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1} \text{ à } 80 \, ^{\circ}\text{C}.$$



d) Utilisation de la relation d'Arrhénius sous forme intégrée entre T<sub>1</sub> = 25 °C (constante k<sub>1</sub>) et  $T_2 = 80 \, {}^{\circ}\text{C} \, (k_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{min}^{-1}).$ 

$$\ln \frac{k_2}{k_1} = \frac{\mathbf{E_a}}{\mathbf{R}} \left( \frac{1}{\mathbf{T_1}} - \frac{1}{\mathbf{T_2}} \right) \quad \Rightarrow \quad k_1 = \frac{k_2}{\exp \left[ \frac{\mathbf{E_a}}{\mathbf{R}} \left( \frac{1}{\mathbf{T_1}} - \frac{1}{\mathbf{T_2}} \right) \right]}.$$

Donc: 
$$k_1 = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{\exp\left[\frac{140 \cdot 10^{-3}}{8,314} \left(\frac{1}{25 \times 273} - \frac{1}{80 \times 273}\right)\right]} = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ min}^{-1}$$



Lorsque l'on connaît k à une certaine température et  $E_a$  pour la réaction, on peut calculer k à une autre température. Remarquer que l'on a bien  $k_1 < k_2$  puisque  $T_1 < T_2$ .

Au bout du temps  $t_1$ ,  $[S_2O_8^{2-}]$  est égale à 99 % de sa concentration initiale :

$$\ln \frac{C_0}{0.99C_0} = k_1 t_1$$
, d'où  $t_1 = \frac{1}{7.5 \cdot 10^{-7}} \ln \frac{1}{0.99} = 13$  400 min soit 9,3 jours.

### Exercice 11

Équation bilan de la transformation :  $H_2O_2 \rightarrow H_2O + \frac{1}{2}O_2(g)$ .

L'expression de la vitesse de disparition de H2O2 s'écrit :

$$v = -\frac{d[H_2O_2]}{dt} = k[H_2O_2]^{\alpha}$$
.

Pour déterminer  $\alpha$ , nous choisissons la méthode intégrale en vérifiant la constance de k pour les différentes mesures.

a) Bilan de la transformation :

En désignant par  $V_S$  le volume de la solution aqueuse de  $H_2O_2$  et par  $a[H_2O_2]_0$ , on a :

$$\mathrm{quand}\ t\to\infty\ ;\ \xi_{\infty}=a\mathrm{V}_{\mathrm{S}}\ ,\ (\mathrm{V}_{\mathrm{O}_{2}})_{\infty}=\mathrm{V}_{\infty}\ \mathrm{d'où}\ (n_{\mathrm{O}_{2}})_{\infty}=\frac{\xi_{\infty}}{2}=\frac{\mathrm{V}_{\infty}}{\mathrm{V}_{m}}\ \mathrm{et}\ a\mathrm{V}_{\mathrm{S}}=2\ \frac{\mathrm{V}_{\infty}}{\mathrm{V}_{m}}.$$

De plus, 
$$\xi(t) = 2n_{O_2} = 2 \frac{V_{O_2}}{V_m}$$
.

$$\text{D'où } \left[ \text{H}_2 \text{O}_2 \right]_t = \text{a} - \frac{\xi(t)}{\text{V}_\text{S}} = a \left( 1 - \frac{\xi(t)}{a \text{V}_\text{S}} \right) = a \left( 1 - \frac{2 \text{V}_{\text{O}_2}}{\text{V}_m} \, \frac{\text{V}_m}{2 \text{V}_\infty} \right) = a \left( 1 - \frac{\text{V}_{\text{O}_2}}{\text{V}_\infty} \right).$$

• On postule un ordre 
$$\alpha = 1$$
:  $\ln \frac{[H_2O_2]_0}{[H_2O_2]_t} = k_1 t$ ; soit  $k_1 = \frac{1}{t} \ln \left( \frac{1}{1 - \frac{V_{O_2}}{V_{\infty}}} \right)$ .

• On postule un ordre 
$$\alpha = 2$$
:  $\frac{1}{[H_2O_2]_t} - \frac{1}{[H_2O_2]_0} = k_2t$ ; soit  $ak_2 = \frac{1}{t} \left(\frac{1}{1 - \frac{V_{O_2}}{V_{\infty}}} - 1\right)$ .

D'où le tableau de valeurs :

t (s)	10	20	30	45	50	90	120	240
$V_{O_2}/V_{\infty}$	0,126	0,236	0,332	0,455	0,554	0,702	0,801	0,960
100k <sub>1</sub>	1,34	1,35	1,34	1,35	1,35	1,35	1,35	1,34
100ak <sub>2</sub>	1,4	1,5	1,6	1,8	2,1	2,6	3,3	10

 $k_1$  est constant alors que  $k_2$  ne l'est pas, la réaction est donc d'**ordre 1 par rapport à \mathbf{H\_2O\_2}.** Une régression linéaire aurait donné lieu à la même conclusion.

Å 298 K, 
$$k_1 = 1.35 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$$
;  $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k_1} = 51.3 \text{ s}$ .

b) Si la constante k satisfait à la relation d'Arrhénius, alors  $\ln k$  est une fonction affine de  $\frac{1}{T}$ .



Bien penser à mettre T en Kelvin.

$10^3\!\times\!\frac{1}{T}$	3,472	3,356	3,247	3,145
ln k	-5,133	-4,305	-3,558	-2,865

Une analyse de régression linéaire effectuée à l'aide d'une calculette donne :  $\ln\,k = 18,9 - \frac{6\,936,6}{T} \text{ avec un coefficient de corrélation } r = -\,0,999\,96 \;.$ 

D'où 
$$\frac{E_a}{R}$$
 = 6 936,6 ;

$$\mathbf{E}_a = 57.7 \, \mathbf{kJ} \cdot \mathbf{mol}^{-1}.$$

## Exercice 9

a)  $p = \frac{n}{V} RT = cRT$ , avec c: concentration totale des gaz contenus dans le réacteur.

Le mélange contenant 1 % en mole de DMHA et si l'on considère que la réaction se fait à volume constant :  $c = 100 [\text{DMHA}]_0 = 22,7 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ .

D'où: 
$$p = 22,7 \times 8,314 \times 1060 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 2 \text{ bars}.$$



Dans la relation pV = nRT, p est en Pascal (Pa), V en mètre cube ( $m^3$ ), n en mole (mol), T en Kelvin (K) et R est la constante des gaz parfaits ( $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$ ). Si on utilise p = cRT, bien penser à mettre c en mol· $m^{-3}$ .

b) Il faut encore postuler un ordre par rapport au DMHA.

Prenons n = 1. Il faut donc vérifier que ln [DMHA(t)] est une fonction affine du temps.

- On peut :
- soit tracer ln [DMHA(t)] en fonction du temps;
- soit effectuer sur une calculette une analyse de régression linéaire.

Cette dernière fournit :

$$\ln [DMHA(t)] = -6.68 \cdot 10^{+3} t$$
  $(r = 0.999).$ 

Conclusion: 
$$v = -\frac{d[DMHA(t)]}{dt} = k[DMHA(t)]^1$$
 avec  $k = 6.680 \text{ s}^{-1}$ 

Pour une réaction d'ordre 1 : 
$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{k}$$
, d'où  $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{6.680} = 1,04 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

c) D'après la relation d'Arrhénius :  $\frac{d \ln k}{dt} = \frac{E_a}{RT^2}$ , ou sous forme intégrée :

$$\ln \frac{k_2}{k_1} = \frac{E_a}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right).$$

Or  $k_2 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5 \cdot 10^{-5}} = 13\,860 \text{ s}^{-1} \text{ à } T_2 = 1\,100 \text{ K} . D'où :$ 

$$\mathbf{E}_{a} = \frac{\mathrm{R} \ln \left(\frac{k_{2}}{k_{1}}\right)}{\frac{1}{\mathrm{T}_{1}} - \frac{1}{\mathrm{T}_{2}}} = \frac{8,314 \ln \left(\frac{13 \ 860}{6 \ 680}\right)}{\frac{1}{1 \ 060} - \frac{1}{1 \ 100}} = \mathbf{177} \ \mathbf{kJ} \cdot \mathbf{mol}^{-1}$$



 $igspace{}{}$  E<sub>a</sub> est toujours positive ou nulle, donc si T<sub>2</sub> > T<sub>1</sub> alors  $k_2 > k_1$ . Si l'on trouve E<sub>a</sub> négatif, c'est que l'on s'est trompé dans les calculs.

À T constant en intégrant la loi d'Arrhénius  $k = A \exp \left(-\frac{E_a}{RT}\right)$ .

D'où, à 1 060 K : 
$$\mathbf{A} = \frac{6 680}{\exp\left(\frac{-177 \cdot 10^{-3}}{8,314 \times 1 060}\right)} \approx 3.5 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$$
.



A a la même unité que k.

#### Exercice 5

a) La loi cinétique peut s'exprimer sous la forme :

$$v = +\frac{d[NO_2]}{dt} = k[NO]^{\alpha_1}[O_3]^{\alpha_2}$$

En tenant compte des conditions initiales :  $v_0 = k[NO]_0^{\alpha_1}[O_3]_0^{\alpha_2}$ .

 Détermination de α<sub>1</sub>: dans les expériences 3, 4 et 5, [O<sub>3</sub>]<sub>0</sub> reste constante, quand [NO]<sub>0</sub> double,  $v_0$  double et quand [NO]<sub>0</sub> triple,  $v_0$  triple.

La réaction est donc d'ordre 1 par rapport à NO :  $\alpha_1 = 1$ .

 Détermination de α<sub>2</sub>: dans les expériences 1, 2 et 3, [NO]<sub>0</sub> reste constante, quand [O<sub>3</sub>]<sub>0</sub> double,  $v_0$  double et quand  $\left[\mathrm{O}_3\right]_0$  triple,  $v_0$  triple.

La réaction est donc d'ordre 1 par rapport à  $O_3$ :  $\alpha_2 = 1$ . Loi cinétique :

$$v_0 = k[\mathbf{NO}]_0[\mathbf{O}_3]_0$$

b) En prenant l'expérience 1 :

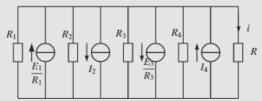
$$k = \frac{v_0}{[\text{NOJ}_0[\text{O}_3]_0]} = \frac{0.66 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-6} \times 3 \cdot 10^{-6}} = 2.2 \cdot 10^7 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}.$$

D'où:

$$k = 2.2 \cdot 10^7 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

#### 4.1

1. On doit effectuer une association en parallèle de sources : le modèle de Norton étant le plus adapté, on transforme les deux modèles de Thévenin  $(E_1,R_1)$  et  $(E_3,R_3)$  en modèles de Norton :



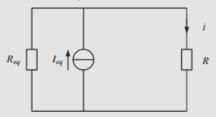
On doit faire attention à bien conserver le sens des sources.

On associe alors les quatre résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$  en parallèle pour obtenir une résistance équivalente  $R_{eq}$  telle que  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$  soit

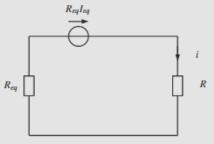
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2 R_3 R_4}{R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4}$$

De même, les quatre sources idéales de courant s'associent en une seule dont le courant de court-circuit  $I_{eq}=\frac{E_1}{R_1}-I_2-\frac{E_3}{R_3}+I_4$ .

On obtient le schéma équivalent suivant :



qu'on peut transformer en revenant au modèle de Thévenin soit :



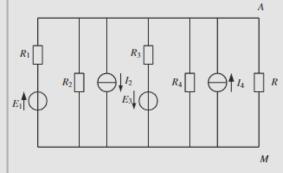
Il suffit alors d'écrire une loi des mailles pour obtenir le courant circulant dans la résistance R soit  $i=\frac{R_{eq}I_{eq}}{R+R_{eq}}$  soit en simplifiant

$$i = \frac{R_2 R_4 \left( R_3 E_1 - R_1 R_3 I_2 - R_1 E_3 + R_1 R_3 I_4 \right)}{R \left( R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4 \right) + R_1 R_2 R_3 R_4}$$

2. On choisit de prendre la masse en M et on applique le théorème de Millman en A :

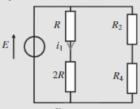
$$V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{0}{R_2} - I_2 - \frac{E_3}{R_3} + \frac{0}{R_4} + I_4}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R}}$$

L'intensité cherchée est alors  $i=\frac{V_A}{R}$  et on retrouve bien l'expression trouvée par la méthode précédente.



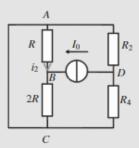
#### 4.2

1. On applique le théorème de superposition en éteignant le générateur de courant ce qui revient à faire  $I_0=0$  c'est-à-dire à le remplacer par un interrupteur ouvert ou encore supprimer la branche dans lequel il est :

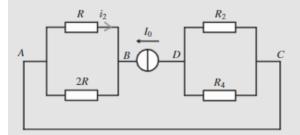


On a immédiatement  $i_1 = \frac{E}{3R}$ .

On éteint désormais le générateur de tension, ce qui revient à le remplacer par un fil puisque E=0 :



Les points A et C sont au même potentiel. Ainsi les résistances R et 2R sont en parallèle (entre A et B) et il en est de même pour  $R_2$  et  $R_4$  (entre D et C), on peut donc réécrire le circuit comme suit :



En appliquant la formule des ponts diviseurs de courant dans la branche contenant R, on obtient :

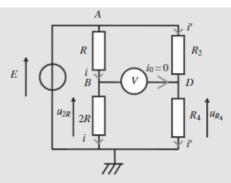
$$i_2 = -\frac{2R}{2R+R}I_0 = -\frac{2I_0}{3}$$

Alors l'intensité recherchée est donnée par :

$$i = i_1 + i_2 = \frac{E - 2RI_0}{3R}$$

On pourrait facilement vérifier ce résultat par les lois des nœuds et des mailles qui conduit plus rapidement ici au résultat mais le but de l'exercice était de voir l'astuce de transformation du circuit. En effet, en appelant i' l'intensité traversant 2R dans le même sens que i, on a  $i'=i+I_0$  et la loi des mailles  $E=Ri+2Ri'=3Ri+2RI_0$  soit  $i=\frac{E-2RI_0}{3R}$ .

**2.** L'intensité qui parcourt le voltmètre est négligeable. Les résistances R et 2R ainsi que  $R_2$  et  $R_4$  sont parcourues par la même intensité i d'une part et i' d'autre part :



Le pont est équilibré quand  $u_{BD}=V_D-V_B=0$ . Il faut donc calculer  $V_D-V_B$ . Pour cela, on peut ici appliquer la formule des ponts diviseurs de tension pour les résistances traversées par le même courant d'où :

$$u_{2R} = V_B - 0 = \frac{2R}{R + 2R}E = \frac{2E}{3}$$

et

$$u_{R_4} = V_D - 0 = \frac{R_4 E}{R_2 + R_4}$$

D'où en soustrayant les deux relations :

$$V_D - V_B = \frac{2E}{3} - \frac{R_4 E}{R_2 + R_4}$$

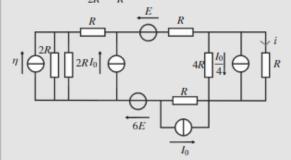
À l'équilibre du pont, cette quantité est nulle d'où :

$$\frac{R_4}{R_2 + R_4} = \frac{2}{3} \Longrightarrow 3R_4 = 2R_2 + 2R_4 \Longrightarrow R_4 = 2R_2$$

Remarque: de manière générale, si on pose  $R_1 = R$  et  $R_3 = 2R$ , l'équilibre du pont se traduit par  $R_1.R_4 = R_2.R_3$ 

#### 4.3

On va procéder à des équivalences successives entre les modèles de Thévenin et de Norton en prenant garde de ne jamais inclure la branche où on veut calculer i! On transforme le générateur de Thévenin en générateur de Norton de courant de court-circuit  $\eta = \frac{2E}{2R} = \frac{E}{R}$ .



Puis on regroupe les résistances en parallèle en une résistance équivalente de valeur  $R_{eq}=\frac{2R.2R}{2R+2R}=R.$