## Exercice 13

**a)** $A \xrightarrow{L_1} A_1 \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$

L'image intermédiaire $A_1$ étant confondue avec $F_2$ et l'énoncé donnant la valeur de $\overline{F'_1F_2}$, on applique la relation de Newton pour $L_1$ :

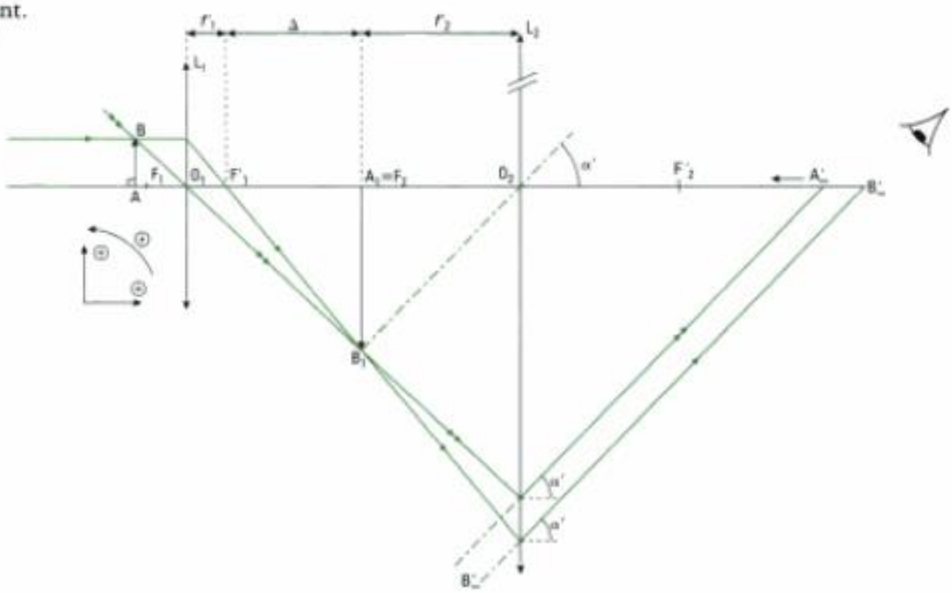
$\overline{F_1A} \cdot \overline{F'_1F_2} = -f_1'^2$ avec $\overline{F'_1F_2} = \Delta$

d'où : $\boxed{\overline{F_1A} = -\dfrac{f_1'^2}{\Delta}}$

*A.N.* : $\overline{F_1A} = \mathbf{-0{,}147\ mm}$.

**Commentaire :** l'objet est pratiquement situé au foyer objet de l'objectif et même très proche de celui-ci ($f'_1 = 5$ mm). Un utilisateur peu vigilant peut casser la lamelle support lors de sa mise au point.

**b)**




Voir les méthodes 1 et 2.

**Commentaire :** il n'est pas gênant d'avoir une image renversée avec cet instrument d'optique.

**c)** $\gamma_{L_1} = \dfrac{f'_1}{\overline{F_1A}} = \dfrac{f'_1}{-f_1'^2/\Delta} = -\dfrac{\Delta}{f'_1}$

*A.N.* : $\gamma_{L_1} = -\dfrac{170}{5} = \mathbf{-34}$.

**d)** $\alpha' \approx \tan\alpha' = \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$ $(\alpha' > 0)$ avec $A_1B_1 = |\gamma_{L_1}| \cdot AB$

et $|\gamma_{L_1}| = \dfrac{\Delta}{f'_1}$, d'où : $\boxed{\alpha' = \dfrac{\Delta \cdot AB}{f'_1 f'_2}}$

**Commentaire :** l'approximation $\alpha' \approx \tan\alpha'$ est acceptable si $\alpha' < 10° \approx 0{,}17$ radian ce qui permet de montrer que l'objet doit être de dimension $AB < 0{,}17 \times \dfrac{f'_1 f'_2}{\Delta} \approx 0{,}1$ mm.

**e)** • Grossissement commercial :

$G_C = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ avec $\alpha \approx \tan\alpha = \dfrac{AB}{d_m} \Rightarrow$ $\boxed{G_C = \dfrac{\Delta \cdot d_m}{f'_1 f'_2}}$ *A.N.* : $G_C = \mathbf{425}$.

• Puissance intrinsèque :

$\boxed{P_i = \dfrac{G_C}{d_m}}$ *A.N.* : $P_i = \mathbf{1\ 700\ m^{-1}}$.

a) On peut considérer que les rayons provenant de l'étoile ponctuelle à l'infini sont parallèles entre eux (Fig. 36).

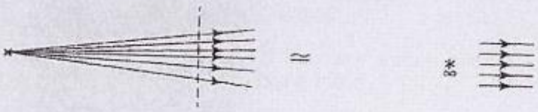


Figure 36

b) La lumière arrivant des étoiles est donc constituée de deux faisceaux parallèles, provenant de directions séparées d'un angle $\alpha$ et situées symétriquement par rapport à l'axe optique vu que la direction de visée est au milieu des deux étoiles (Fig. 37).

Les étoiles sont à l'infini, donc leurs deux images (ponctuelles) $A'_1$ et $A'_2$ sont dans le plan focal image de la lentille. On observe deux points dans le plan focal image.

On détermine leurs positions grâce aux rayons passant par le centre optique et qui ne sont donc pas déviés (Fig. 38). Les deux images ponctuelles sont séparées de :

$$\Delta y = 2f' \tan\frac{\alpha}{2}$$

soit : $\boxed{\Delta y \simeq f'\alpha = 0{,}5\,\frac{3\cdot 2\pi}{60\cdot 360} \simeq 0{,}4 \text{ mm}}$.

c) Le principe est exactement le même. On observe dans le plan focal image un disque (centré sur l'axe optique si on a visé le centre de la Lune) de diamètre :

$\boxed{D \simeq f'\beta \simeq 4{,}5 \text{ mm}}$

⇨ Remarque

Un objet placé à une distance $d \gg f'$ d'une lentille peut être considéré comme à l'infini.

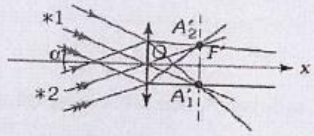



Figure 37

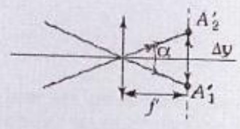



Figure 38

Erreur à éviter

Attention à bien prendre la valeur numérique de $\alpha$ en radians dans l'application numérique : $\tan\alpha \simeq \alpha$ si $\alpha$ est exprimé en radians !



a) Pour un œil normal, une observation sans accommodation se fait en regardant à l'infini. L'objet (étoile) se trouve à l'infini (par exemple sur l'axe optique en visant bien), donc son image par la lentille $L_1$ se situe en $F'_1$, foyer image de $L_1$. Ensuite, cette image sert d'objet à la lentille $L_2$. Pour que l'image finale soit à l'infini, l'objet intermédiaire (situé en $F'_1$) doit forcément être placé au foyer objet $F_2$ de $L_2$.

Pour résumer, on désire donc obtenir le système suivant :

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty.$$

Les centres des deux lentilles sont donc séparés de $f'_1 + f'_2$.

Un tel système est dit afocal car l'image d'un objet à l'infini par la lentille est aussi à l'infini.

⇨ Remarque

Le miroir plan est un autre exemple de système afocal.

b) Afin de simplifier la construction, il est plus simple de considérer un rayon passant par $F_1$. Il ressort de la première lentille parallèle à l'axe optique, puis le rayon émergent passe par $F'_2$. On obtient la figure 41 (pas à l'échelle).

⇨ Remarque

Cela ne change rien au raisonnement car deux rayons initialement parallèles ressortent parallèles de ce système afocal. Les angles $\alpha$ et $\beta$ sont donc inchangés.

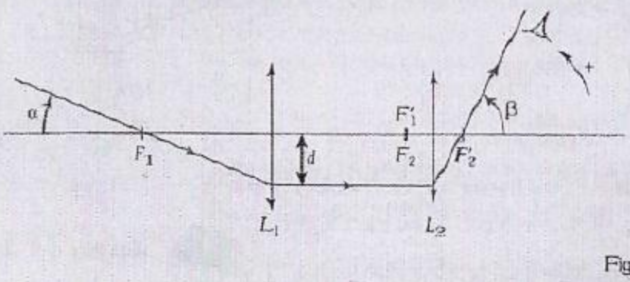



Figure 41

Alors,

$$\tan\alpha \simeq \alpha = -\frac{d}{f'_1} \quad \text{et} \quad \tan\beta \simeq \beta = \frac{d}{f'_2}.$$

⇨ Remarque

Les conditions de Gauss permettent cette approximation.

On déduit le grossissement :

$$\boxed{G = \frac{\beta}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'} = -30}$$

c) Il est souhaitable que la valeur absolue du grossissement soit supérieure à 1 afin par exemple de séparer les deux composantes d'une étoile double. Les rayons parcourent donc bien le système optique dans le sens de la figure 41. L'oculaire (du côté de l'œil) est $L_2$ et l'objectif (du côté de l'objet) est $L_1$.

**Erreur à éviter**

Ne pas confondre grandissement (rapport de longueurs) et grossissement (rapport d'angles).

d) C'est le même principe. L'image de l'étoile par $L_1$ se situe en $F_1'$ qui doit coïncider avec $F_2$ (Fig. 42). Les deux lentilles sont encore séparées de $f_1' + f_2'$, mais avec $f_2' < 0$.

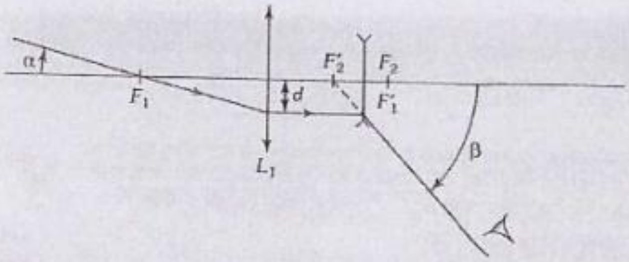



Figure 42

On prend à nouveau un rayon incliné d'un angle α et passant par $F_1$. Ce rayon sort de $L_1$ parallèle à l'axe optique, puis l'émergent final possède un prolongement passant par $F_2'$ (voir Fig. 42).

Le grossissement est : $\boxed{G' = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_1'}{|f_2'|} = -\frac{f_1'}{f_2'}}$

vu que : $\alpha \simeq \frac{d}{f_1'}$ et $\beta \simeq \frac{d}{|f_2'|}$

Le grossissement a une expression similaire.

e) La différence majeure est le grossissement positif : la lunette de Galilée permet une observation sans renversement. Pour un même grossissement, la lunette de Kepler est un peu plus encombrante que celle de Galilée. Enfin, la lunette de Galilée offre un champ de vision bien plus faible que celui de la lunette de Kepler. Qualitativement, sur les figures 41 et 42, on constate que pour un même rayon incident, le rayon émergent est plus excentré que sur la lunette de Kepler (où le rayon retraverse l'axe optique), donc plus difficile à capter par l'œil.

**Remarque**

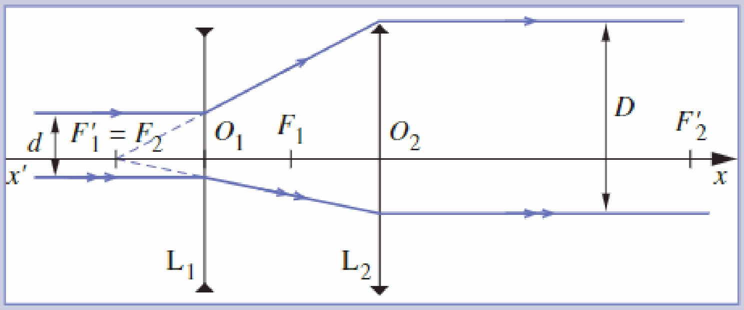
C'est à cause de ce champ de vision moins large que la lunette de Galilée est moins employée.

Déjà, on ne peut projeter un objet réel qu'avec une lentille convergente. Toutes les distances focales négatives sont exclues. L'expression du grandissement est $\gamma = \frac{x'}{x}$. Pour qu'il soit le plus grand possible (en valeur absolue), il faut minimiser $|x|$ et maximiser $x'$. Afin que l'image soit la plus éloignée possible de la lentille, il faut approcher l'objet au maximum du foyer objet (ce fait peut être établi grâce la formule de Newton : $\sigma' = -\frac{f'^2}{\sigma}$).

Pour être au plus près du foyer objet, il faut prendre la focale $f' = 20$ cm. Dans ce cas, pour un objet au plus près (à la limite de la contrainte), $\sigma = -5$ cm et $\sigma' = 80$ cm, soit $x = -25$ cm et $x' = 100$ cm. La contrainte de distance maximale est bien satisfaite et on déduit $\boxed{\gamma = -4}$.

15 1) Le système des deux lentilles doit être afocal, de telle sorte qu'un faisceau de lumière parallèle reste parallèle à la sortie du dispositif.

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$$




On constate que $\frac{D}{d} = \frac{F'_1 O_2}{F'_1 O_1}$ (théorème de Thalès).

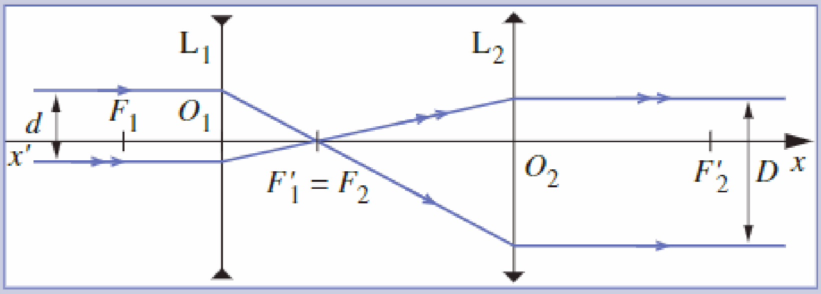
Pour multiplier le diamètre du faisceau par 10, il faut :

$F'_1 O_2 = 10 F'_1 O_1 = -10 f'_1$.

Or $F'_1 = F_2$, donc $F'_1 O_2 = f'_2 = -10 f'_1$.

$f'_1 = -5$ mm ; $O_1 O_2 = 45$ mm ; $\gamma = +10$.

**2)**




$\frac{D}{d} = \frac{F'_1 O_2}{F'_1 O_1} = \frac{f'_2}{f'_1} = 10$. $f'_1 = +5$ mm ; $O_1 O_2 = 55$ mm ; $\gamma = -10$.

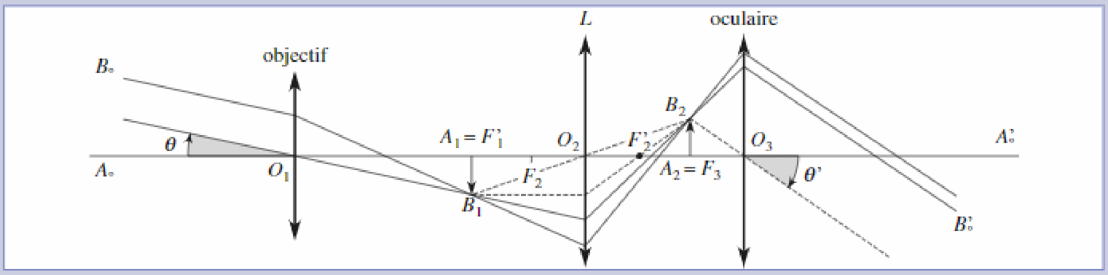
**9** 1) On considère les images successives d'un objet $AB$ situé à l'infini ($A$ étant dans la direction de l'axe optique de la lunette). L'objet $AB$ se trouvant à l'infini, son image $A_1B_1$ à travers l'objectif se situe dans le plan focal image de l'objectif $(A_1 = F_1')$. Sans accommoder, l'œil normal vise une image $A'B'$ située à l'infini ; de ce fait, l'image intermédiaire $A_2B_2$ (qui joue le rôle d'objet pour l'oculaire) se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire $(A_2 = F_3)$.

$$AB_\infty \xrightarrow{\text{objectif}} A_1B_1 \text{ avec } A_1 = F_1' \xrightarrow{L} A_2B_2 \text{ avec } A_2 = F_3 \xrightarrow{\text{oculaire}} A'B'_\infty .$$

En écrivant la formule de conjugaison pour la lentille $L$, $\dfrac{1}{\overline{O_2F_3}} - \dfrac{1}{\overline{O_2F_1'}} = \dfrac{1}{f_2'}$,

avec $\overline{O_2F_1'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F_1'} = -d + f_1' = -2{,}5$ cm, on obtient $\overline{O_2F_3} = 10$ cm. Ainsi, la distance entre l'objectif et l'oculaire doit être de :

$$\overline{O_1O_3} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_3} + \overline{F_3O_3} = d + \overline{O_2F_3} + f_3' = 22{,}5 + 10 + 2 = 34{,}5 \text{ cm}.$$




*Système afocal réalisé avec les trois lentilles.*

**2)** Sur le *schéma* ci-dessus :

• le faisceau de lumière parallèle issu de $B$ converge après l'objectif en $B_1$, dans le plan focal image de l'objectif ;

• pour tracer l'image $B_2$ de $B_1$ à travers la lentille L, on utilise deux rayons « auxiliaires » (en pointillés sur le schéma), l'un parallèle à l'axe ressort de L en passant par $F_2'$, l'autre passant par $O_2$ n'est pas dévié : ces deux rayons issus de $B_1$ convergent en $B_2$ ;

• le faisceau issu de $B_2$ émerge de l'oculaire en formant un faisceau de lumière parallèle et parallèle au rayon $B_2O_3$ qui traverse l'oculaire sans être dévié.

**3)** Dans une lunette astronomique constituée des seuls objectif et oculaire, l'image $A'B'$ à l'infini d'un objet $AB$ très éloigné est forcément renversée. La lentille $L$ permet donc de redresser l'image (*schéma* ci-dessus).

**4)** On utilise le *schéma* de la question **2)**.

Le grossissement $G$ de cette lunette vaut $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$,

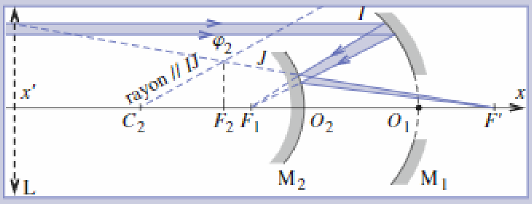
avec $\theta' = \dfrac{\overline{F_3B_2}}{\overline{O_3F_3}} = -\dfrac{\overline{F_3B_2}}{f_3'}$ et $\theta = \dfrac{\overline{F_1'B_1}}{\overline{O_1F_1'}} = \dfrac{\overline{F_1'B_1}}{f_1'}$.

Le grandissement de la lentille L est égal à : $\gamma_L = \dfrac{\overline{F_3B_2}}{\overline{F_1'B_1}} = \dfrac{\overline{O_2F_3}}{\overline{O_2F_1'}}$.

On en déduit : $G = \dfrac{\overline{O_2F_3}}{\overline{O_2F_1'}} \dfrac{f_1'}{-f_3'} = -\gamma_L \dfrac{f_1'}{f_3'} = \dfrac{10}{(-2{,}5)} \dfrac{20}{(-2)} = 40$ et on constate que ce grandissement est effectivement positif.

$A'B'$ est réel si $AB$ est entre $O$ et $F$, l'image est droite et agrandie.

**2) a)** Un rayon incident parallèle à l'axe se réfléchit sur $M_1$ en passant par le foyer $F_1$. Après réflexion sur $M_2$, le rayon passe par $F'$ foyer image de l'ensemble : $F'$ étant réel, on a vu à la question **1) b)** que $F_1$ doit se trouver entre $O_2$ et $F_2$. D'où le *schéma* suivant :




**b)** Le miroir $M_1$ donne de la Lune une image $A_1B_1 = \varepsilon f_1$ (cf. question **1) a)**) ; le miroir $M_2$ donne l'image définitive : $A'B' = \gamma A_1B_1 = \gamma\varepsilon f_1$.

**c)** Une lentille de distance focale image $\phi$ donne une image $A'B' = \phi\varepsilon$ de la Lune. Il faut donc prendre $\phi = \gamma\phi_1$.

On voit sur le schéma comment positionner la lentille L.

**d)** $F'$ est l'image de $F_1$ pour le miroir $M_2$.

$$\gamma = \frac{\overline{F_2F'}}{-f_2} = -\frac{f_2}{\overline{F_2F_1}} = +\frac{\overline{C_2F'}}{\overline{C_2F_1}} = -\frac{\overline{O_2F'}}{\overline{O_2F_1}} .$$

Nous en déduisons, en utilisant l'une des relations ci-dessus :