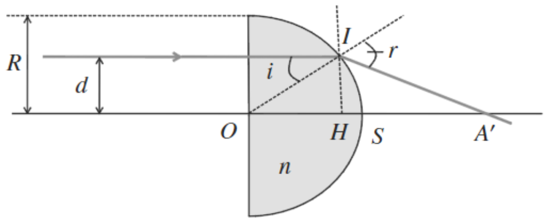
1.9 **Aberrations optiques d'une lentille demi-boule (d'après Centrale 1995)**

On considère la lentille demi-boule suivante éclairée par un rayon parallèle à l'axe optique situé à une distance d de celui-ci.



On donne $R = 10$ cm, $n_{air} = 1{,}0$ et $n_{verre} = n = 1{,}5$.

1. Établir la relation donnant $\overline{OA'}$ en fonction des seuls paramètres $R = \overline{OS}$ et des angles i et r.
2. En linéarisant les lois de Descartes, déduire la position $\overline{OF'}$ du foyer image F', image d'un point de l'axe optique situé à l'infini, en fonction de R et n. Que vaut la focale de la lentille associée ?
3. Quelle est la valeur limite d_{lim} du rayon du faisceau incident si on veut que tous les rayons ressortent de la lentille ? On l'exprimera en fonction de R et n.
4. En développant la formule trouvée à la première question et en utilisant la loi de Descartes, montrer que $\overline{OA'} = \dfrac{Rn}{n\cos(i) - \sqrt{1 - n^2\sin^2(i)}}$.
5. En déduire numériquement la position $\overline{A'F'}$ pour d prenant les valeurs 1,0 cm, 2,0 cm, 3,0 cm, 4,0 cm, 5,0 cm et 6,6 cm.
6. En diaphragmant la lentille à $\dfrac{d_{lim}}{2}$, comment évolue la largeur de la tâche longitudinale (le long de l'axe) ? Représenter qualitativement sur un schéma la marche du rayon à d_{lim} et à $\dfrac{d_{lim}}{2}$ ainsi que la largeur de la tâche qui se forme selon l'axe horizontal si on éclaire la lentille par un faisceau telle que $d = d_{lim}$ ou $\dfrac{d_{lim}}{2}$. Conclure sur la facilité d'obtenir un stigmatisme approché.

M 12 Un amateur de poissons visite un parc aquatique où les aquariums ont une épaisseur de verre de 60 cm. Situé à 20 cm de la vitre, il observe un requin marteau nageant à 1,0 m devant lui. À quelle distance le requin semble-t-il être pour l'observateur ? On prendra pour indices respectifs de l'air, de l'eau et du verre : 1,00 ; 1,33 ; 1,50.

4. Comment se voir en entier dans un miroir

On considère un miroir plan de hauteur h accroché à un mur vertical. Une personne de taille t a ses yeux à une hauteur o du sol et se trouve à une distance d du miroir. On suppose que le bord supérieur du miroir est à la hauteur $\frac{t+o}{2}$, c'est-à-dire à mi-hauteur entre le sommet de la tête de la personne et de ses yeux.

1. a) Déterminer graphiquement la partie de son corps que la personne voit d'elle-même dans le miroir.

b) Est-ce que la partie visible du corps dans le miroir dépend de la distance d ?

2. Quelle est la hauteur minimale h du miroir permettant à une personne de se voir entièrement ?

3. Pourquoi a-t-on accroché la bord supérieur du miroir à mi-distance entre le sommet de la tête et les yeux ?

1.10 **Influence d'un miroir au fond d'une cuve**

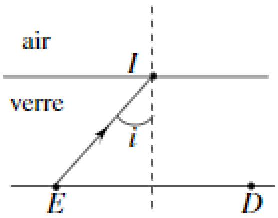
Soit une cuve parallélépipédique de longueur L, de largeur ℓ et de hauteur h. On verse une épaisseur e d'un liquide d'un indice n. On éclaire le système par une source ponctuelle S à une hauteur d de la surface du liquide.

1. Déterminer la position de l'image S' de la source S par réflexion à la surface du liquide.
2. Le fond de la cuve étant maintenant un miroir plan, certains rayons se réfléchissent sur le fond. En se plaçant dans les conditions de Gauss, déterminer l'image S'' de S ainsi obtenue.
3. Calculer la distance entre S' et S''.
4. En observant dans une direction faisant un angle α par rapport à la verticale, déterminer la distance entre les deux rayons issus de la source.
5. On supprime désormais le miroir au fond de la cuve et on verse une faible épaisseur d'un liquide d'indice n' avant d'introduire le liquide d'indice n. On suppose que les fluides ne se mélangent pas et que le liquide d'indice n' reste sous celui d'indice n. À quelle condition peut-on obtenir le même résultat qu'avec le miroir ?

   Pour quel(s) angle(s) d'observation le phénomène est-il possible ?

5.3 **Détection de pluie sur un pare-brise** ($\star$)

On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 5$ mm, d'indice $n_v = 1,5$. Un fin pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en E arrive de l'intérieur du verre sur le dioptre verre/air en I avec un angle d'incidence $i = 60°$.



1. Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en D et déterminer la distance ED.

2. Lorsqu'il pleut, une lame d'eau d'indice $n_e = 1,33$ et d'épaisseur $e' = 1$ mm se dépose sur le pare-brise. Représenter le rayon lumineux dans ce cas. À quelle distance du détecteur arrive-t-il ?

Ex. 11 Observation d'un thermomètre à mercure

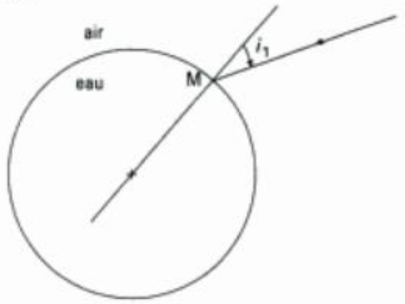
Un thermomètre à mercure est constitué d'un cylindre de verre creux contenant du mercure.

R_e et R_i sont les rayons extérieur et intérieur de ce cylindre. Un observateur O placé à la distance d de l'axe du cylindre regarde ce thermomètre. On raisonnera dans le plan qui contient O et perpendiculaire à l'axe du cylindre.

a) Sous quel angle α_M l'observateur voit-il le thermomètre à mercure ?
b) Sous quel angle α l'observateur voit-il la colonne de mercure ?
c) Le mercure peut-il sembler occuper tout le diamètre du tube ?
d) *A.N.* Calculer α_M et α lorsque $n = 1,5$; $R_i = 0,4$ mm ; $R_e = 3$ mm et d = 25 cm.
e) Quelle doit être la valeur du rayon extérieur pour que le mercure semble occuper tout le tube ?

Ex. 13 Étude simplifiée de l'arc-en-ciel

Soit la figure 1 qui donne la coupe d'une goutte d'eau dans un plan méridien où arrive un rayon incident monochromatique sur la goutte d'eau d'indice $n = 1,33$.



a) Étude géométrique

i) Tracer le parcours du rayon incident dans la goutte d'eau en admettant que ce rayon ne subit qu'une seule réflexion interne.

ii) Pour le rayon sorti de la goutte, déterminer la déviation D en fonction de i_1 et n.

iii) Montrer que la déviation D passe par extremum D_m pour une valeur i_{1m} de i_1 que l'on calculera. On rappelle que la dérivée de la fonction :

$f(x) = \text{Arc sin}\,(x)$ est : $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

iv) Montrer que cet extremum est un minimum.

Le modèle de l'arc-en-ciel est maintenant introduit à partir du concept de la goutte d'eau sphérique de rayon R, d'indice n, recevant des rayons lumineux provenant du soleil supposé ponctuel et à l'infini. Le rayon lumineux pénètre dans la goutte, y subit une réflexion et en ressort.

v) Pourquoi observe-t-on un arc de cercle ? On s'aidera d'un schéma de la situation pour se rendre compte de la symétrie du phénomène.

vi) Pourquoi l'observation du phénomène est-elle impossible à midi ?

vii) Deux observateurs distants de quelques mètres voient-ils la même image du phénomène ?

b) Étude de la dispersion

Dans cette partie on travaille en lumière blanche.

i) Quelle est l'étendue du spectre visible dans le domaine des longueurs d'onde ?

ii) Pourquoi observe-t-on des couleurs dans l'arc-en-ciel ?

iii) On donne les indices de l'eau pour les radiations bleue et rouge du spectre de la lumière blanche : $n_B = 1,3371$; $n_R = 1,3311$. Calculer les angles d'incidence correspondant à la déviation minimale pour chacune de ces radiations, puis les déviations minimales correspondantes.

iv) Quel est l'ordre des couleurs vues par l'observateur ?