

Übungsblatt 12

Exponential- und Logarithmusfunktion

Aufgabe 1.

Bestimmen Sie $\log_{\frac{1}{32}}(\sqrt{2})$ von Hand.

Aufgabe 2.

Berechnen Sie die folgenden Terme von Hand.

(a) $\log_{10}(10\,000)$

(b) $\log_2(16 \cdot 2048)$

(c) $\sqrt[3]{10^{\log_{\sqrt{10}}(\sqrt[4]{10})}}$

Aufgabe 3.

Drücken Sie den Term $\log_2(\log_3(4))$ durch Logarithmen zur Basis e aus.

Aufgabe 4.

Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion $f(x) = \log_2(\log_3(\log_4(\log_5(x))))$.

Aufgabe 5.

Berechnen Sie die Umkehrfunktionen der folgenden Funktionen und drücken Sie die Ergebnisse durch natürliche Logarithmen aus.

(a) $f(x) = 2^{3x}$

(b) $f(x) = 2^{\sqrt{3x}}$

(c) $f(x) = 2^{3^x}$

Aufgabe 6.

Drücken Sie die folgenden Ausdrücke durch Potenzen zur Basis e aus.

(a) 2^3

(b) $10^{5.1}$

(c) $3^{\sqrt{2}}$

Aufgabe 7.

Seien $a = -\ln(1 + 2^x)$ und $b = a - \ln(2^x)$. Vereinfachen Sie den Ausdruck $\frac{e^{2a} - e^{2b}}{e^a - e^b}$.

Aufgabe 8.

Wie sind die Parameter a und b der Funktion

$$f(x) = a \cdot \exp(-bx) + 2$$

festzulegen, so dass der Funktionsgraph von f durch die Punkte $A = (0, 10)$ und $B = (5, 3)$ verläuft?

Aufgabe 9.

Lösen Sie die folgenden Gleichungen.

$$(a) \quad e^{x^2-2x} = 2$$

$$(c) \quad \frac{\ln(x^2 - 1) - \ln(x + 1)}{\ln(x - 3)} = 2$$

$$(b) \quad \ln(\sqrt{x}) + \frac{3}{2} \ln(x) = \ln(2x)$$

Aufgabe 10.

Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen.

$$(a) \quad f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$(e) \quad f(x) = 2\sqrt{x} + \ln(x)$$

$$(i) \quad f(x) = x^2 \cdot e^{1-x}$$

$$(b) \quad f(x) = \sqrt{e^{2x} - 2e^{-2x}}$$

$$(f) \quad f(x) = xe^x$$

$$(j) \quad f(x) = (x^2 - 5x) \cdot e^{4x^2-3x}$$

$$(c) \quad f(x) = \ln(x + e^x)$$

$$(g) \quad f(x) = x^2 \ln(x)$$

$$(d) \quad f(x) = \sqrt{3} \cdot e^x$$

$$(h) \quad f(x) = \ln(2 - 3x)$$

$$(k) \quad f(x) = \frac{x^5}{\sqrt{x}} \cdot \ln(x) - e^{\frac{1}{1-x}}$$

Aufgabe 11.

Bestimmen Sie die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \ln(1 + x)$ um $x = 0$ herum.

Aufgabe 12.

Bestimmen Sie die Taylorreihe der Funktion $f(x) = e^x$ um $x = 0$ herum.

Aufgabe 13.

Berechnen Sie alle Stammfunktionen der folgenden Funktionen.

$$(a) \quad f(x) = x + 2e^x + e^{2x}$$

$$(d) \quad f(x) = be^{ax}$$

$$(g) \quad f(x) = \frac{1}{2x - 5}$$

$$(b) \quad f(x) = \frac{2}{3x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 + x$$

$$(e) \quad f(x) = \frac{1}{x - 5}$$

$$(h) \quad f(x) = \frac{1}{x \cdot (1 + \ln(x))}$$

$$(c) \quad f(x) = \frac{1000}{x} + \frac{25}{x^2}$$

$$(f) \quad f(x) = e^{-\frac{2}{3}x}$$

$$(i) \quad f(x) = \frac{\ln^2(x)}{x}$$