

Übungsblatt 9

Das unbestimmte Integral

Aufgabe 1.

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

(a) $\int 3x^2 - 4x + 7 \, dx$

(d) $\int (3x + 2)^2 \, dx$

(f) $\int \frac{x^2 - 1}{x + 1} \, dx$

(b) $\int x^3 + x^{\frac{8}{7}} \, dx$

(e) $\int \frac{25}{x^2} \, dx$

(g) $\int \frac{(x + 3)^2}{\sqrt{x}} \, dx$

(c) $\int x^2 - \frac{1}{8\sqrt{x}} - \frac{4}{5}x^{-\frac{2}{5}} \, dx$

Aufgabe 2.

Bestimmen Sie jeweils die Funktion f , so dass gilt:

(a) $f'(x) = x - 3$ und $f(2) = 9$

(b) $f'(x) = x^2 + 1$ und $f(0) = 8$

(c) $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + x$ und $f(1) = 1$

Aufgabe 3.

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale und prüfen Sie das Ergebnis jeweils durch Differenzieren.

(a) $\int ax \, dx$

(c) $\int \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}} \, dx$

(e) $\int \frac{x^2}{a^2} - \frac{a}{x^2} \, dx$

(b) $\int \sqrt{x} \, dx$

(d) $\int x^{a+3b} \, dx$

(f) $\int \frac{x^2}{a^2} - \frac{a}{x^2} \, da$

Aufgabe 4.

Berechnen Sie das folgende unbestimmte Integral mit der Substitutionsregel:

$$\int 2x\sqrt{1+x^2} \, dx$$

Aufgabe 5.

Die jährliche Änderungsrate der nationalen Kreditmarktschulden (in Billionen von Dollars pro Jahr) kann durch die Funktion

$$D'(t) = 1975 - 1190t + 597t^2 - 71.3t^3,$$

wobei t die Anzahl der Jahre seit 1994 ist, modelliert werden.

- (a) Bestimmen Sie die Kreditmarktschulden $D(t)$ unter der Bedingung, dass $D(0) = 17.198$ gilt.
- (b) Was waren die nationalen Kreditmarktschulden im Jahr 2000?

Aufgabe 6.

Ein frei fallendes Objekt hat die Beschleunigung $a(t) = -9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Die Anfangsgeschwindigkeit sei $v(0) = v_0$, und die Anfangshöhe sei $s(0) = s_0$. Bestimmen Sie die Höhe $s(t)$ in Abhängigkeit der Zeit t .

Aufgabe 7.

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale mit Hilfe der Skalierungs- und Translationsregel.

(a) $\int \sqrt{x-5} \, dx$

(b) $\int \frac{1}{(2x-5)^2} \, dx$