

Einführung in die Analysis

Eana: Matlabmanual

Joana Portmann — Fachhochschule Nordwestschweiz

Frühlingssemester 2021

- Reelle Zahlen
- Folgen
- Reihen
- Grenzwerte
- Ableitungen
- Taylorapproximation
- Unbestimmte Integrale
- Bestimmte Integrale

```
Command Window

>> vpa pi 10

ans =

3.141592654

>>
```

- Reelle Zahlen können mit dem Befehl `vpa` (**v**ariable **p**recision **a**rithmetics) auf eine gewünschte Anzahl Stellen gerundet angezeigt werden:
`vpa pi 10`
stellt die Zahl π auf 10 Stellen gerundet dar;
- Mit dem Befehl `sym` können rationale Zahlen exakt dargestellt werden:
`sym(1/9)`
ohne den Befehl `sym` würde $\frac{1}{9}$ auf 0.1111 (im format short) gerundet werden. Dies kann vor allem problematisch werden, wenn mit diesem Wert weitergerechnet wird;
- Ausgabeformate werden mit dem Befehl `format` geändert:
`format short`: 4 Ziffern nach dem Komma (default)
`format long`: 15 Ziffern nach dem Komma.

Folgen

- Mit dem Befehl `syms n` deklarieren Sie eine Variable `n`
- Mit dem Befehl `limit(a_n,r)` bestimmen Sie das Folgeglied a_r
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ bestimmen Sie mit dem Befehl `limit(a_n,inf)`

Beispiel:

Command Window

```
>> syms n
>> limit((3*n^2+2)/(4*n^2+n),2)
ans =
7/9

>> limit((3*n^2+2)/(4*n^2+n),inf)
ans =
3/4

>> limit(n^2,inf)
ans =
Inf
```

$$a_n = \frac{3n^2+2}{4n^2+n}; a_2 = \frac{7}{9}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = \infty$$

Reihen

- Mit dem Befehl `syms k` deklarieren Sie eine Variable `k`
- `symsum(ak, k, Start für kl, Ende für kn)` berechnet $a_l + a_{l+1} + \dots + a_n = \sum_l^n a_k$
- Für den Grenzwert ($n \rightarrow \infty$) ersetzen Sie den Wert für n durch `inf`.

Beispiel:

Command Window

```
>> syms k
>> symsum(1/k^2, k, 1, inf)
```

```
ans =
```

```
pi^2/6
```

```
>> symsum(1/k^2, k, 1, 4)
```

```
ans =
```

```
205/144
```

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$s_4 = \sum_{k=1}^4 \frac{1}{k^2} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} = \frac{205}{144}$$

- (1) Definieren Sie eine Variable mit dem Befehl: `syms x`
Das Kürzel `syms` steht dabei für das Matlab-Paket: `symbolic toolbox`
- (2) Bestimmen Sie den Grenzwert mit dem Befehl
`limit(„von x abhängiger Ausdruck“, „Grenze für x“)`

Beispiel:

- Für den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x^3-\cos(2x)}{x^2}$ ergibt der Befehl
`limit((1-x^3-cos(2*x))/(x^2),0)` den Output `ans=2`
- Für den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$ ergibt der Befehl
`limit(x/abs(x),0)` den Output `ans=NaN`. NaN steht hier für „not a number“, weil der Grenzwert an der Stelle 0 nicht existiert.
- Für den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$ ergibt der Befehl `limit(sin(x)/x,0)` den Output `ans=1`.

Mit Hilfe der symbolic toolbox können in Matlab Ableitungen von Funktionen bestimmt werden (Dr. Lucia di Caro eana HS 2015)

- 1 Definieren Sie eine Variable mit dem Befehl `syms x`
- 2 Bestimmen Sie die Ableitung einer Funktion mit dem Befehl `diff(„Funktionsterm von x“,x,Grad der Ableitung)`.
Wenn die Funktion nur aus einer Variablen besteht und/oder die 1. Ableitung berechnet wird, können das zweite und/oder das dritte Argument weggelassen werden.

Beispiele:

- `diff(x ^2+1)` liefert den Output `ans=2*x`.
- `diff(3*x^ 7+5*x^ 2-3, 2)` berechnet die zweite Ableitung und somit den Output `ans=126*x^ 5+10`.

Taylorpolynome

Mit Hilfe der *symbolic toolbox* können mit Matlab Taylorpolynome von Funktionen bestimmt werden.

Vorgehen

- 1 Definieren Sie eine Variable mit dem Befehl `syms x`
- 2 Bestimmen Sie das Taylorpolynom n -ter Ordnung einer Funktion an der Stelle x_0 mit dem Befehl:

```
taylor("Funktion von x",'expansionpoint',x_0,'order',n+1)
```

Beispiel:

- `taylor(1/(1-x),'expansionpoint',0,'order',4)`
liefert den Output
`ans=x^3+x^2+x+1`
- `taylor(tan(x),'expansionpoint',0,'order',10)`
liefert den Output
$$(62*x^9)/2835 + (17*x^7)/315 + (2*x^5)/15 + x^3/3 + x$$

Unbestimmte Integrale

Mit Hilfe der symbolic toolbox können in Matlab unbestimmte Integrale berechnet werden .

Dabei gehen Sie folgendermaßen vor:

- 1 Definieren Sie eine Variable mit dem Befehl `syms x`.
- 2 Bestimmen Sie das Integral einer Funktion mit dem Befehl `int(„Funktion von x “)`

Beispiel:

```
int(x^2)
```

liefert den Output

```
ans=x^3/3
```

Bestimmte Integrale

Mit Hilfe der symbolic toolbox können in Matlab bestimmte Integrale berechnet werden .

Dabei gehen Sie folgendermaßen vor:

- 1 Definieren Sie eine Variable mit dem Befehl `syms x`.
- 2 Bestimmen Sie das bestimmte Integral einer Funktion auf dem Intervall $[a, b]$ mit dem Befehl `int(„Funktion von x“,a,b)`

Beispiel:

```
int(1/sqrt(x),0,1)  
liefert den Output  
ans=2
```