

# REALCE DE IMAGENS BASEADO EM HISTOGRAMAS

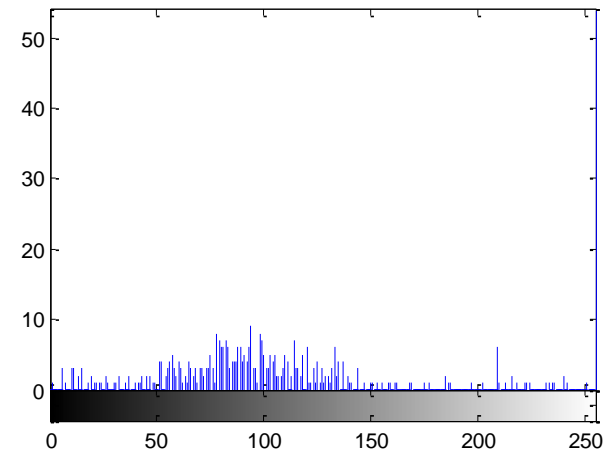


# Processamento de histogramas

- O que é um histograma?
  - ▣ É uma das ferramentas mais simples e úteis para o PDI;
  - ▣ É uma função que mostra a frequência com que cada nível de cinza aparece na imagem
    - Cada *bin* representa o número de vezes que cada tom de cinza aparece na imagem



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
1	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	67	123	255	255	255	255	255	
2	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	120	52	90	255	255	255	255	255	
3	255	255	255	255	255	255	255	94	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	58	71	83	255	255	255	255	
4	255	255	255	255	255	255	255	51	120	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	61	84	79	76	255	255	255	
5	255	255	255	255	255	255	255	55	57	161	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	98	60	87	98	80	71	255	255	
6	255	255	255	255	255	255	255	63	109	74	100	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	130	104	60	85	102	88	83	81	
7	255	255	255	255	255	255	255	88	139	141	137	96	73	133	255	255	177	114	79	88	110	100	79	73	87	80	67	255	255	255	255	255	
8	255	255	129	99	125	255	224	144	202	216	162	144	139	187	235	232	213	158	127	103	91	83	79	75	89	78	75	255	255	255	255	255	
9	255	62	13	35	19	57	134	255	223	236	132	70	147	218	169	222	74	96	137	92	89	85	81	77	92	76	83	255	255	255	255	255	
10	134	10	216	242	117	47	19	209	103	168	105	51	155	210	116	255	125	6	127	94	90	86	82	78	94	73	94	255	255	255	255	255	
11	104	37	251	255	122	86	41	58	151	10	11	64	140	197	43	45	30	15	133	94	90	86	82	78	98	68	118	255	255	255	255	255	
12	209	21	159	175	81	59	51	11	133	133	111	129	132	150	153	55	40	103	109	93	89	85	81	79	100	56	255	255	255	255	255	255	
13	255	27	69	66	61	49	37	13	76	113	110	110	111	126	137	137	135	110	95	91	87	84	80	87	89	60	255	255	255	255	255	255	
14	255	94	26	54	42	31	24	11	70	102	104	105	105	104	103	101	98	95	80	48	82	81	78	98	68	95	255	255	255	255	255	255	
15	255	255	88	15	26	23	15	6	91	97	99	100	100	99	98	96	93	57	10	6	32	79	89	91	54	127	255	255	255	255	255	255	
16	255	255	255	123	18	1	7	66	118	111	99	94	93	90	82	66	45	22	32	82	74	75	93	60	80	120	133	255	255	255	255	255	
17	255	255	255	255	255	255	209	116	57	63	91	114	113	101	93	88	86	83	82	82	78	78	115	93	65	99	121	128	209	255	255	255	
18	255	255	255	255	255	255	255	133	118	85	58	56	80	102	108	111	106	101	105	103	94	78	56	68	106	109	185	135	255	255	255	255	255
19	255	255	255	255	255	255	255	209	130	118	107	84	61	52	51	57	65	71	59	52	52	55	75	94	88	114	185	233	186	118	120	255	
20	255	255	255	255	255	255	255	255	135	125	115	107	99	89	78	70	65	72	81	92	98	105	114	123	135	240	255	255	99	114	83	255	
21	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	110	92	79	
22	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	108	72	43	
23	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	144	75	47	



# Histograma

- Imagem com  $L$  níveis de cinza:  $[0, L - 1]$
- $h(r_k) = n_k$ 
  - ▣ Onde  $r_k$  é o  $k$ -ésimo valor de nível de cinza e  $n_k$  é o número de pixels com o valor  $r_k$ .

# Histograma com 256 bins

- 256 bins – quantidade de barras do histograma

Ver

Valor do pixels	Qtde.de pixels
0	0
1	1
2	0
3	0
4	0

...

II

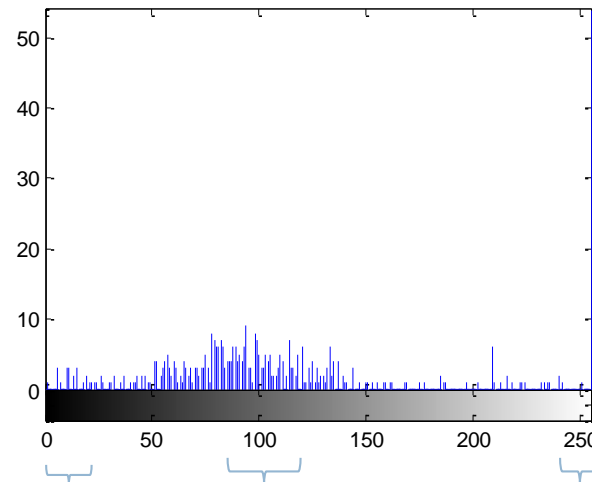
97	1
98	8
99	7
100	5
101	3
102	3
103	5
104	4
105	5
106	2

...

III

251	1
252	0
253	0
254	0
255	343

```
>> imhist(im);
```



for i  
for j

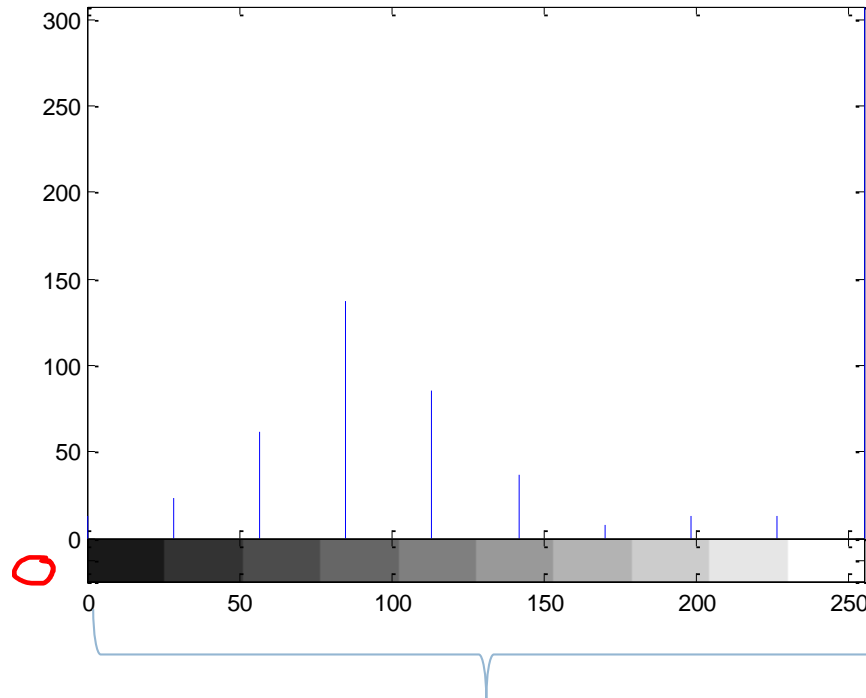
$vec([img(i,j)]++)$



# Utilizando menos *bins*

Valor Central	Qtde.de pixels
0.0	13
28.3	23
56.7	62
85.0	137
113.3	85
141.7	37
170.0	8
198.3	13
226.7	13
255.0	345

>> imhist(im,10);



Cortado ~50 para melhor visualização

L - L

10 bins – quantidade de barras do histograma



# Utilizando menos *bins*

## □ Cálculo de intervalos para os valores

$$\frac{A(p-1.5)}{(n-1)} \leq x < \frac{A(p-0.5)}{(n-1)},$$

```
-->A = 255;
-->N = 10;
-->p = 1:10
p =      1.      2.      3.      4.      5.      6.      7.      8.      9.     10.

-->inferior = A*(p-1.5)/(N-1)
inferior =
- 14.2    14.2    42.5    70.8    99.2    127.5    155.8    184.2    212.5    240.8

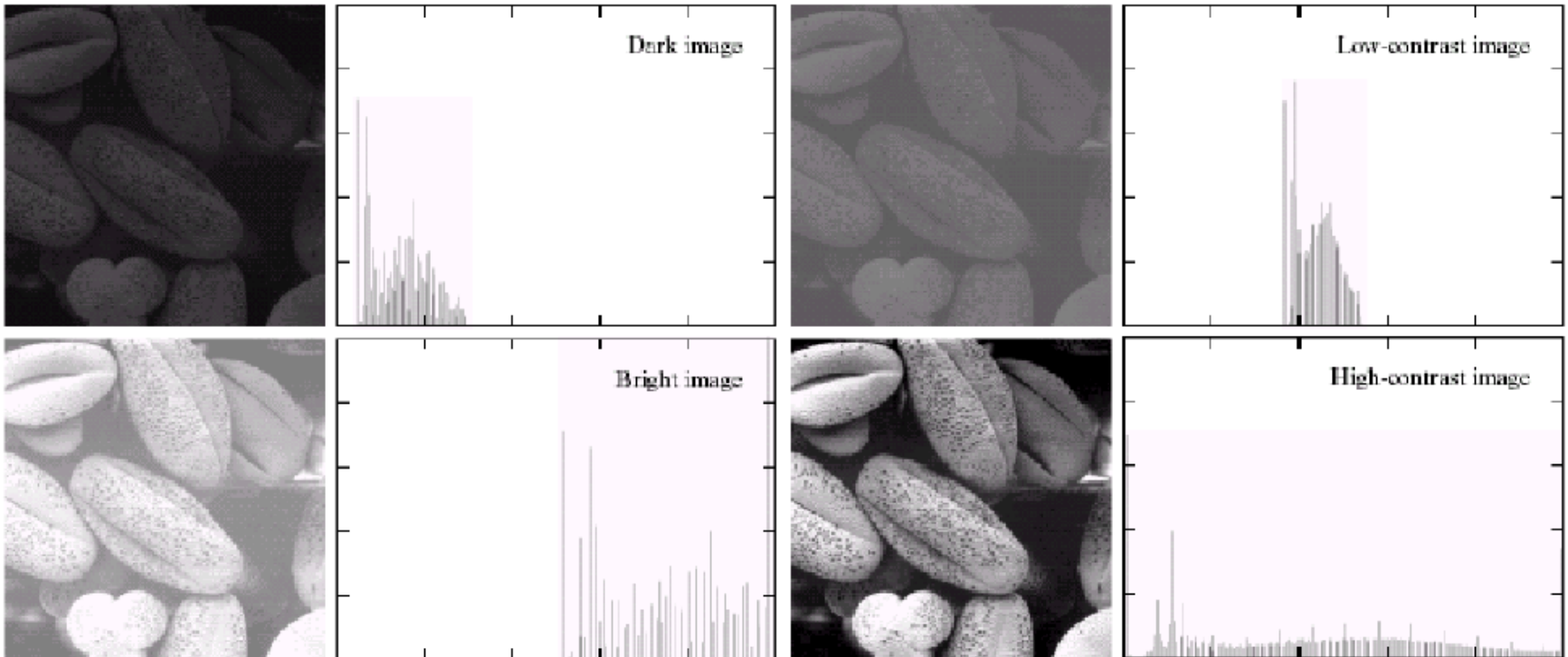
-->superior = A*(p-0.5)/(N-1)
superior =
  14.2    42.5    70.8    99.2    127.5    155.8    184.2    212.5    240.8    269.2

-->x = (inferior+superior)/2 %% Valores centrais mostrados no slide anterior
x =
  0.      28.3    56.7    85.     113.3    141.7    170.     198.3    226.7    255.

-->[inferior;x;superior]
ans =
- 14.2    14.2    42.5    70.8    99.2    127.5    155.8    184.2    212.5    240.8
   0.0    28.3    56.7    85.0    113.3    141.7    170.0    198.3    226.7    255.0
  14.2    42.5    70.8    99.2    127.5    155.8    184.2    212.5    240.8    269.2
```

# Processamento de histogramas

- A exibição gráfica do histograma para todos os valores de níveis de cinza providencia uma descrição global de uma imagem



# Histogramas

- O histograma de uma imagem é um conjunto de números que indica a quantidade de pixels em cada um dos níveis de cinza da imagem.

~~$h(r_k)$~~   $h(r_k) = n_k$  quantidade

- Histograma Normalizado

- ▣ Cada elemento do conjunto é calculado por

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

→  $n$  é o px da img  $M \times N$

- ▣ onde

3 bits  
8 bits

$$0 \leq r_k \leq 1$$



# Histogramas

## □ Histograma Normalizado

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

- $r_k = 0, 1, \dots, L-1$ ,  $L$  é o número de níveis de cinza da imagem.
- $n$ , número total de pixels na imagem
- $n_k$ , número de pixels cujo nível de cinza corresponde a  $k$ .
- $P_r(r_k)$ , probabilidade do  $k$ -ésimo nível de cinza.

# Histogramas

- Um histograma pode ser visto como uma função de distribuição de frequência ou como uma função de distribuição de probabilidade

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

- De maneira geral dizemos que  $P_r(r_k)$  dá uma estimativa da probabilidade de ocorrência do nível de cinza  $r$  na imagem.

# Histogramas

- Seja uma imagem de  $128 \times 128$  pixels cujas quantidades de pixels em cada nível de cinza são dadas na tabela ao lado (8 níveis de cinza)  
*3 bits*
- $n = 128 \times 128 = \underline{16.384}$  pixels
- $P_r(0) = 1120/16.384 = 0,068$
- $P_r(1/7) = 3214/16.384 = 0,196$

Nível de Cinza (k)	$n_k$	$P_r(r_k) = n_k/n$
0 <i>/7</i>	<u>1120</u>	0,068 <i>6 de 10</i>
1/7	3214	0,196
2/7	4850	0,296
3/7	3425	0,209
4/7	1995	0,122
5/7	784	0,048
6/7	541	0,033
<i>7/7</i>	455	<u>0,028</u> <i>10</i>

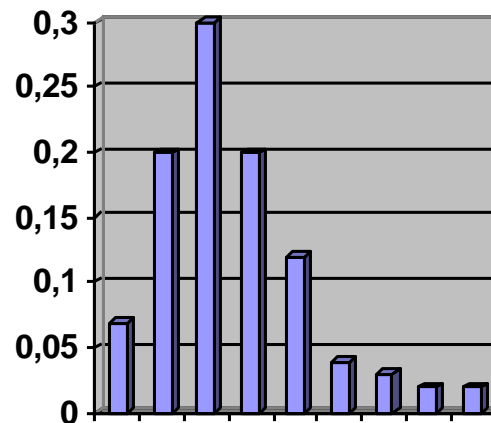
# Histogramas

## □ Características Importantes

- Um histograma é uma função de distribuição de probabilidades
- A soma das probabilidades é igual a 1

$$\sum P_r(r_k) = 1$$

- Representação gráfica de um Histograma



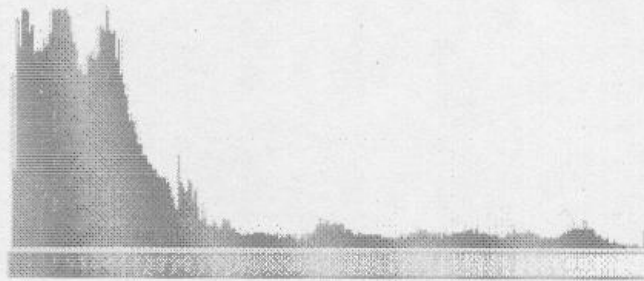
# Histogramas

## □ Características Importantes

- ▣ As informações espaciais não são representadas;
- ▣ Um histograma é único para uma determinada imagem, mas o inverso não é verdadeiro;
- ▣ A movimentação de objetos em uma imagem não tem qualquer efeito sobre o seu histograma.

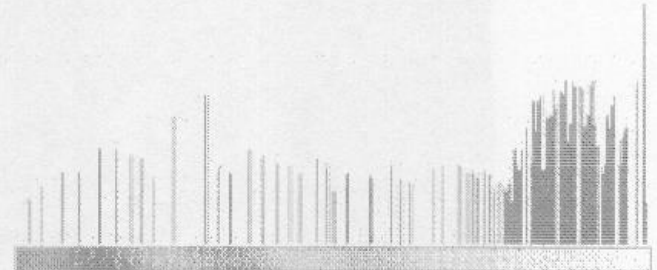
# Exemplos de Histogramas

**Imagem Escura**



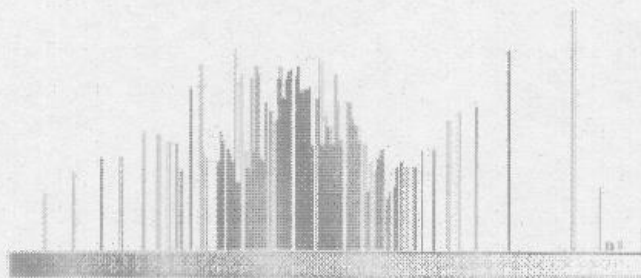
(a)

**Imagem Clara**



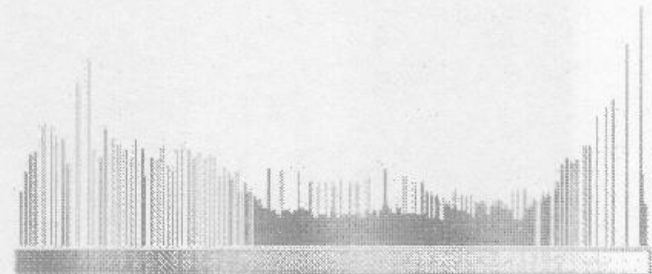
(b)

**Imagem de Brilho médio**



(c)

**Imagem com Bom Contraste**

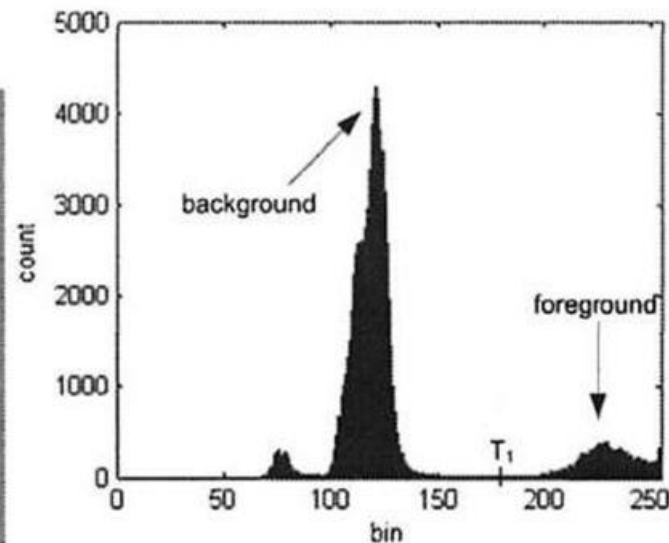
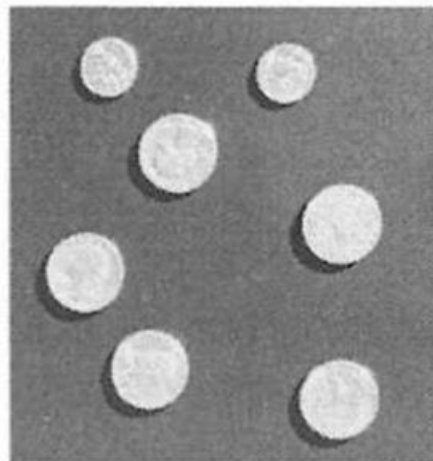


(d)

# Exemplos de Histogramas

## □ Histograma Bimodal

- Alto contraste
- O histograma não traz informação da posição dos pixels na imagem



# Transformações de Intensidade

## □ Ou “transformações nos níveis de cinza”

- ▣ Seja  $r_k$  o nível de cinza dos pixels na imagem a ser processada e:

$$0 \leq r_k \leq 1 \quad \begin{cases} 0 \implies \text{Preto} \\ 1 \implies \text{Branco} \end{cases}$$

- ▣ Uma transformada de intensidade é a função do tipo:

$$g = T(f)$$

- ▣ Tal que:

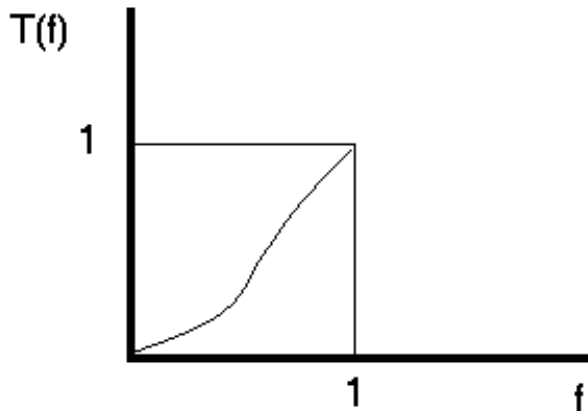
- Devem retornar um único valor para cada valor distinto de  $f$  e devem crescer monotonicamente no intervalo.

$$0 \leq T(f) \leq 1 \quad \text{para} \quad 0 \leq f \leq 1$$

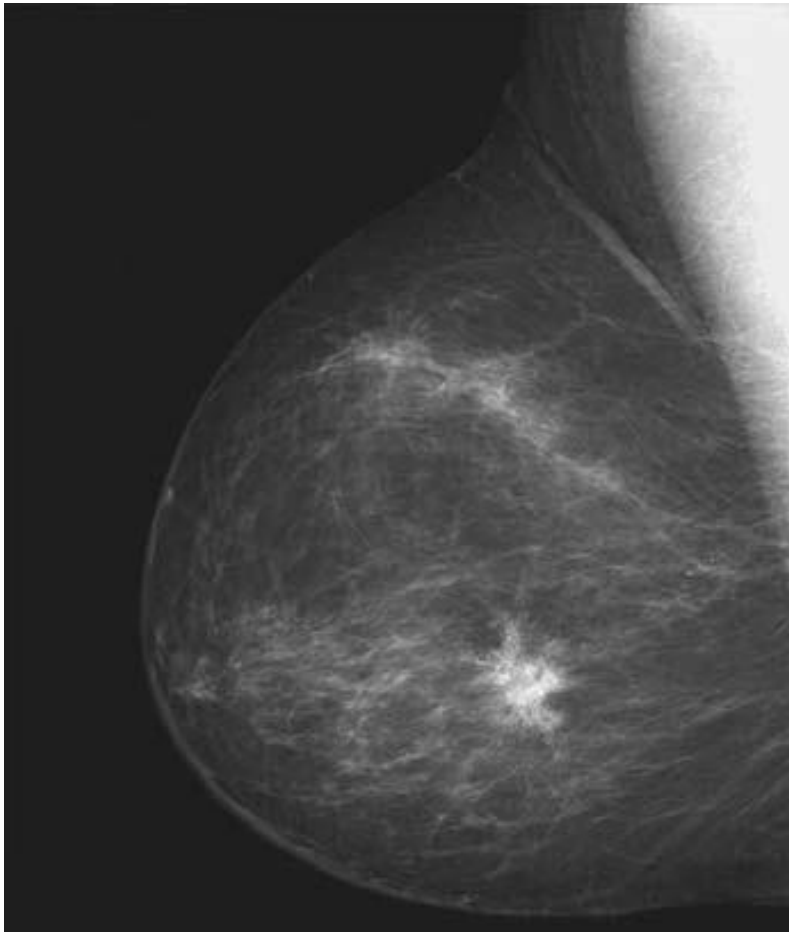


# Transformações de Intensidade

- As transformações de intensidade podem ser:
  - ▣ Lineares:  $g = T(f) = c * f + b$
  - ▣ onde
    - $c$  (Contraste),  $b$  (Brilho),  $f$  (valor do pixel),  $L$  (níveis de cinza)
  - ▣ Exemplos:  $g = 2f + 32$  ;  $g = L - 1 - f$  (imagem negativa)  
255 - 2



# Imagem negativa



# Transformações de Intensidade

□ As Transformações de Intensidade podem ser:

□ Não-lineares:

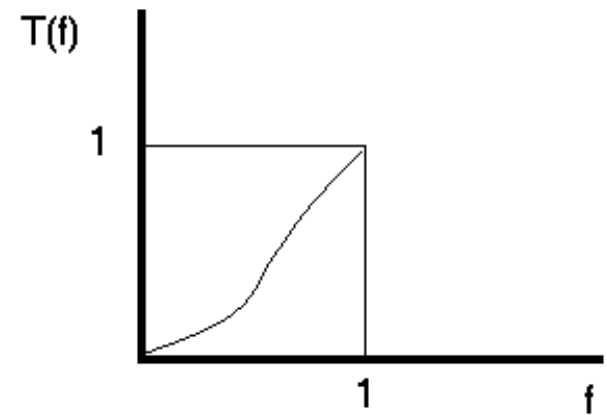
■  $g = c * \log_2(f + 1)$

■  $g = c * \exp(f + 1)$

□ Normalização:

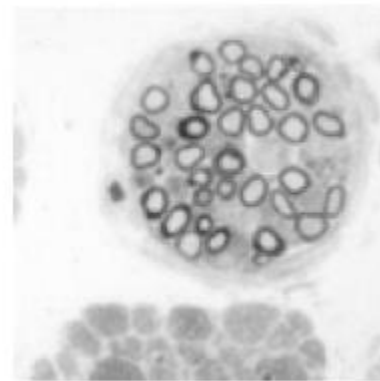
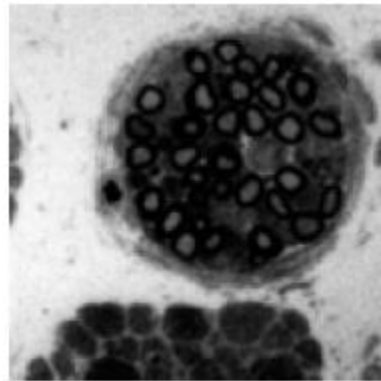
■  $g_n = g / N_{\max} \rightarrow g_n = g / 255$

□ Exemplo:  $g = 31,875 \cdot \log_2(f + 1)$

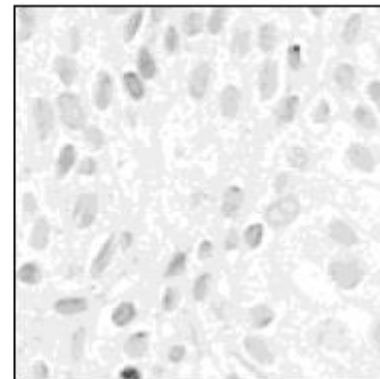
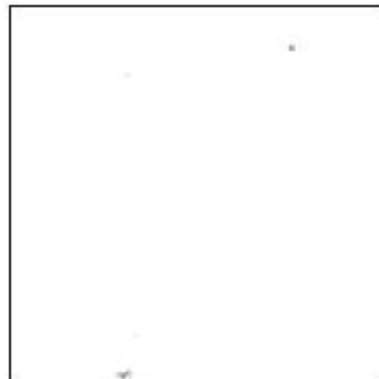


# Transformações de Intensidade

- Escala log: aumenta o contraste

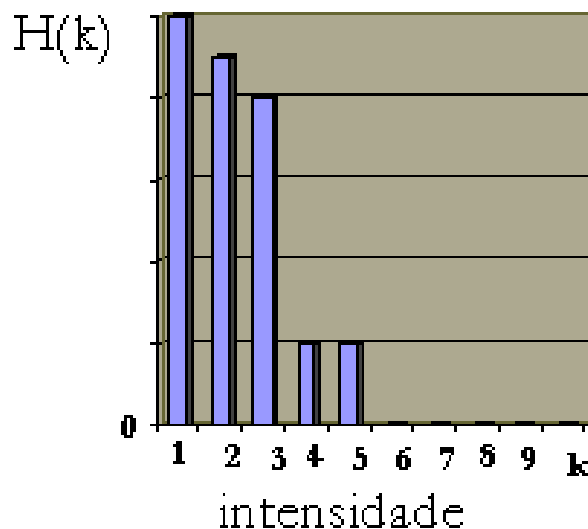


- Escala exp

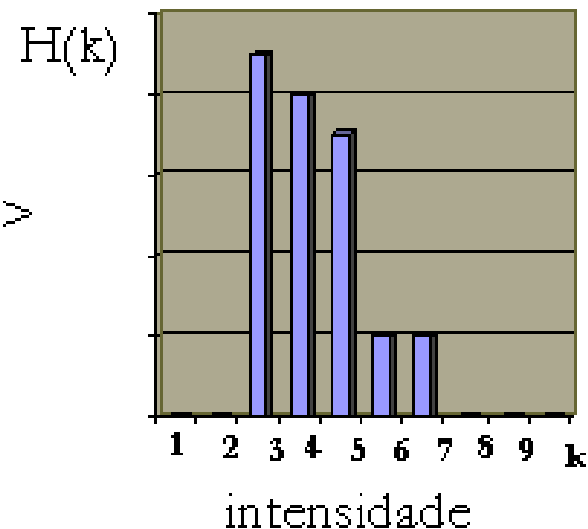


# Transformações de Intensidade

- Alterações Globais no Brilho
  - ▣ Clarear ou escurecer uma Imagem
  - ▣ Somar ou subtrair uma constante em todos os pixels da imagem.
    - 0 → Preto
    - max → Branco

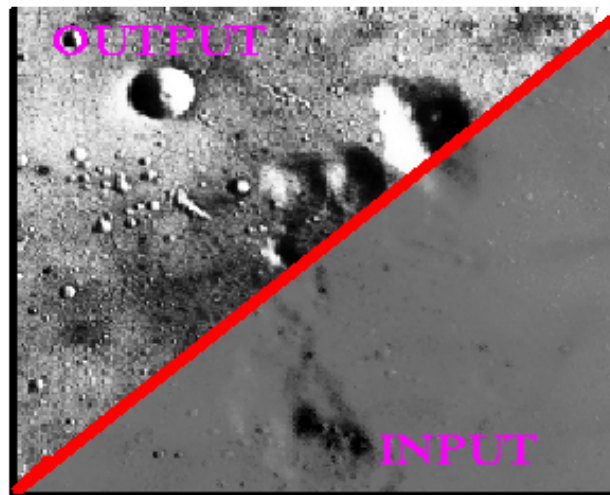


+3 -->



# Equalização do Histograma

- Técnica onde se procura redistribuir os valores dos níveis de cinza em uma imagem, para se obter um histograma uniforme.
- ▣ Visa aumentar o intervalo dinâmico de uma imagem melhorando o contraste de imagens adquiridas sob péssimas condições de iluminação



# Equalização do Histograma

- É uma transformação global:  $s = T(r)$ 
  - ▣ É útil para comparar cenas que foram adquiridas com iluminação diferente (normaliza a imagem)
  - ▣ Redistribuição das intensidades de cinza na imagem
  - ▣ Muitas vezes melhora a qualidade visual da imagem.
  - ▣ Pré-processamento para outras técnicas.

# Equalização do Histograma

- A função de transformação  $s = T(r)$  usada para equalizar um histograma deve satisfazer as seguintes condições
  - ▣ Ser estritamente monotonicamente crescente no intervalo  $0 \leq r \leq L-1$ . Esta condição garante que a saída nunca será menor do que a entrada, o que evita artefatos na imagem processada.
  - ▣ O intervalo de saída de intensidades deve ser o mesmo do de entrada
- A transformada inversa também deve satisfazer essas condições
  - ▣  $r = T^{-1}(s)$

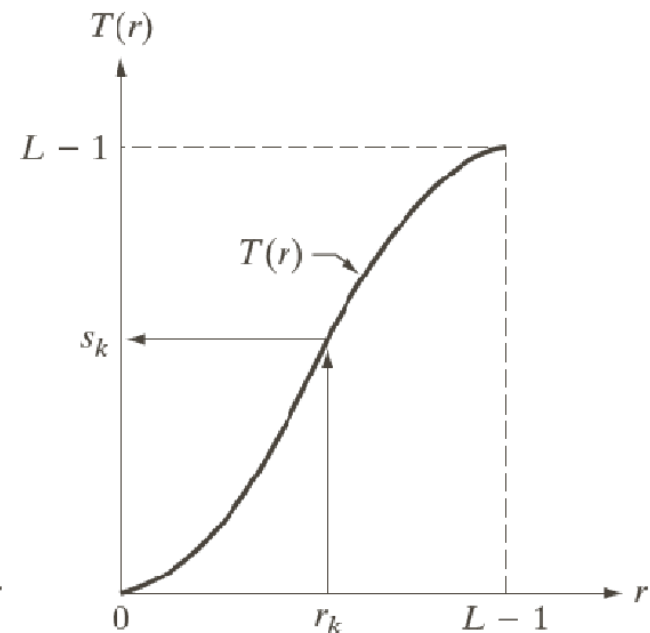
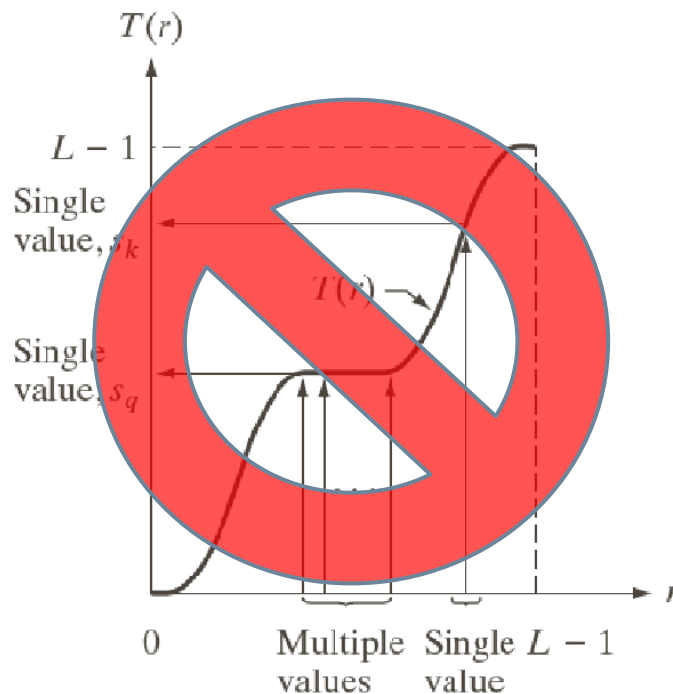


# Equalização do Histograma

## □ Funções

- *monotonicamente crescente*

- *estritamente monotonicamente crescente*



# Equalização do Histograma

- Utiliza uma função  $T(r_k)$  auxiliar para redistribuir os valores dos níveis de cinza em uma imagem
  - ▣ Exemplo: Função de distribuição acumulada (cdf, *Cumulative Distribution Function*)

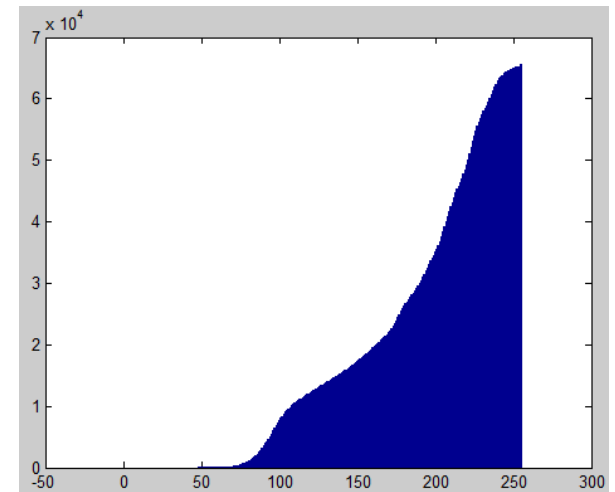
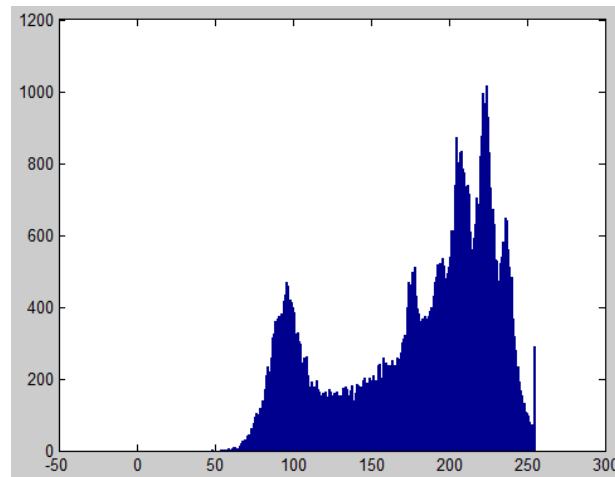
$$S_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k n_j = \sum_{j=0}^k P_r(r_j)$$

onde:

$$0 \leq r_k \leq 1 \quad ; k = 0, 1, \dots, L-1$$

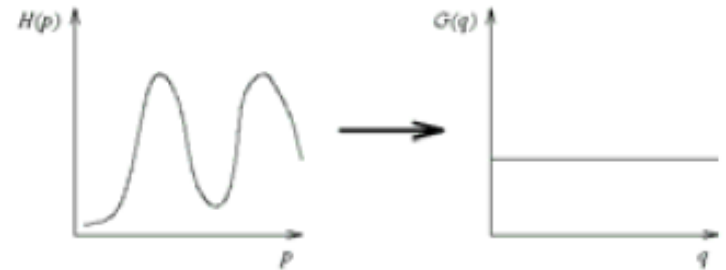
# Equalização do Histograma

- Função de distribuição acumulada
  - ▣ Cada bin representa a soma de todos os *bins* anteriores (ele incluso)



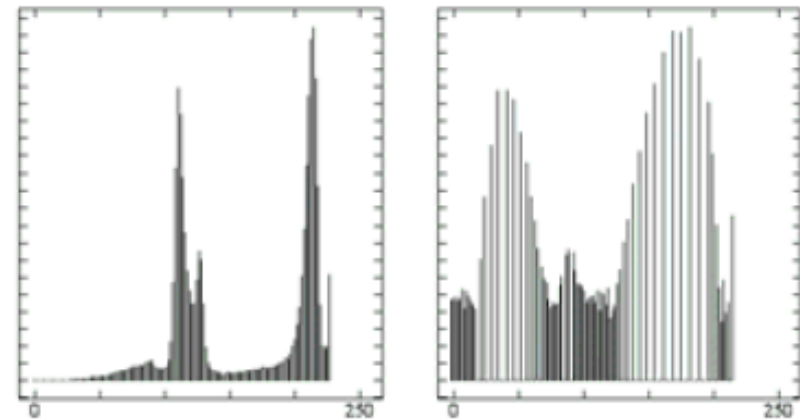
# Equalização do Histograma

- Aumenta o contraste geral na imagem espalhando a distribuição de níveis de cinza



- Exemplo

- ▣ Dada uma imagem de  $n \times m$  pixels e “L” níveis de cinza.
- ▣ Número ideal de pixels em cada nível
  - $I = (n \times m) / L$



# Equalização do Histograma

- Considerando uma função de distribuição uniforme, a equalização pode ser obtida fazendo

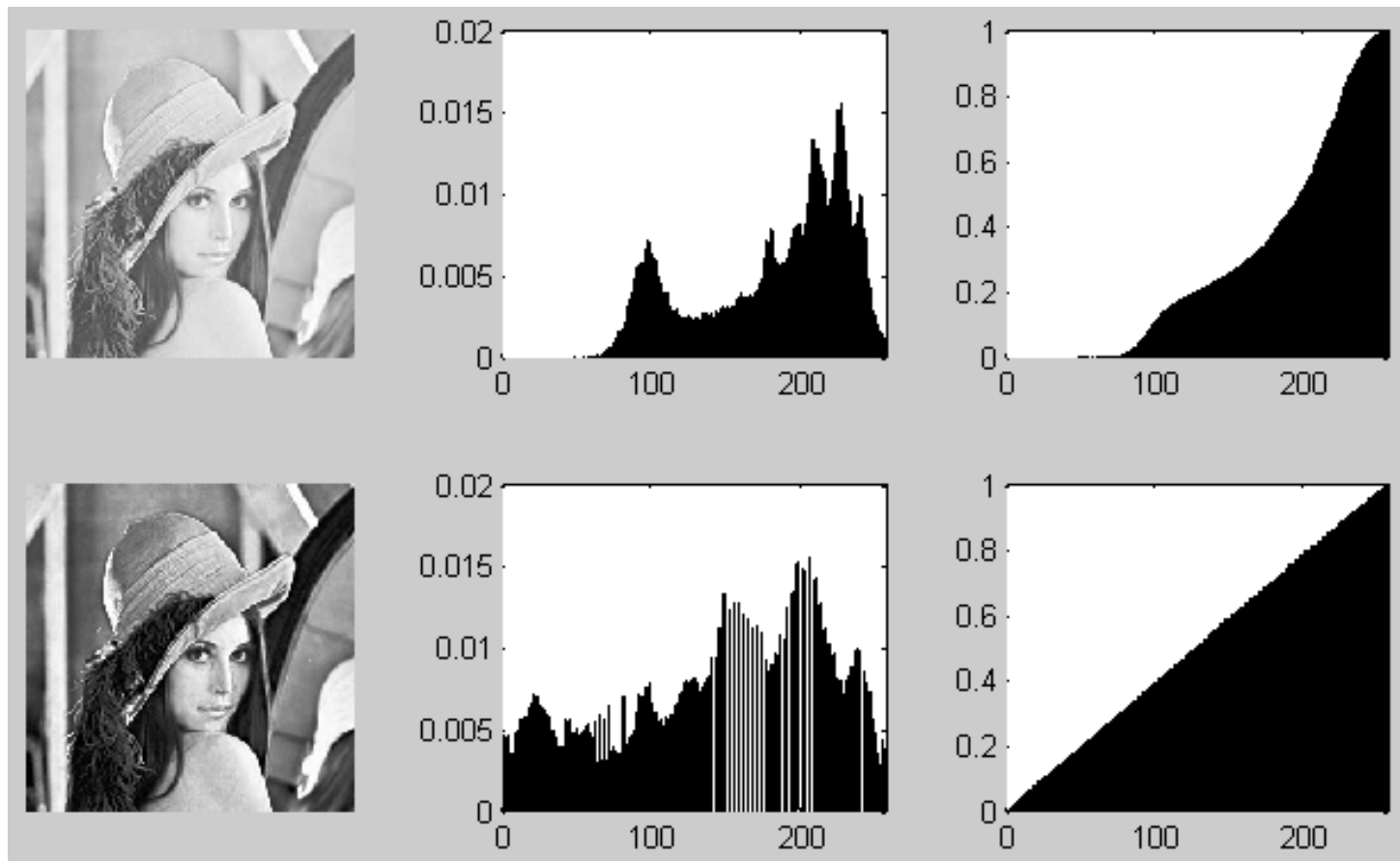
$$s_k = T(r_k) = ARRED(L-1 \sum_{j=0}^k P_r(r_j))$$

onde:

$$0 \leq r_k \leq 1 \quad ; k = 0, 1, \dots, L-1$$

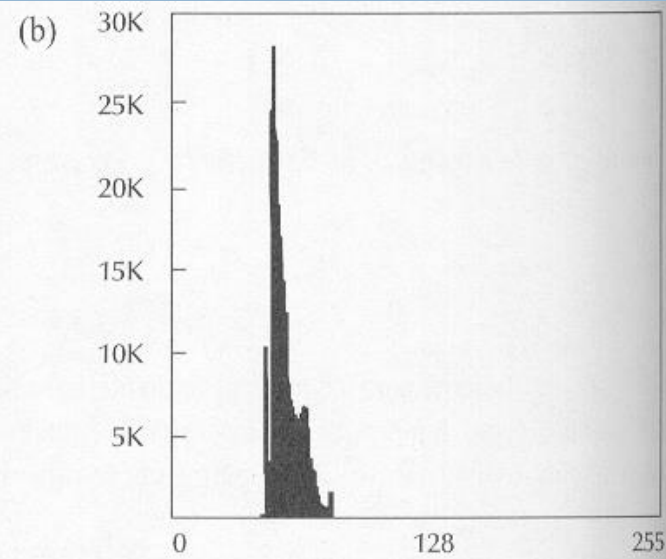
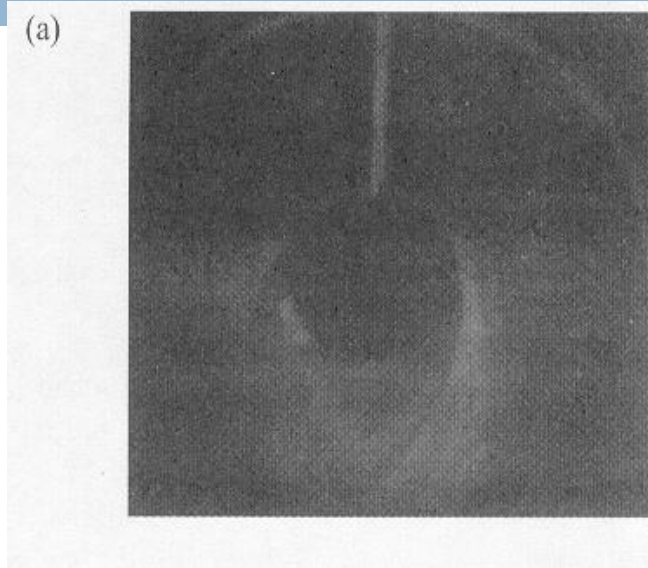
- A imagem processada é obtida percorrendo-se toda a imagem e, para cada pixel com intensidade  $r_k$ , substitui-lo por  $s_k$

# Equalização do Histograma



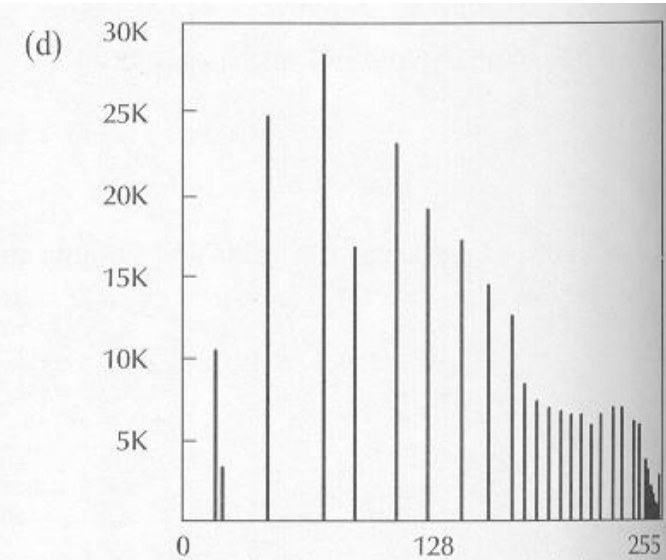
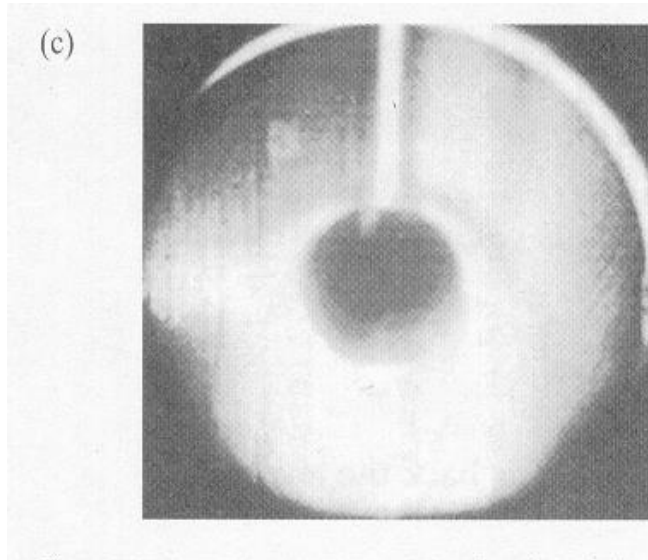
# Equalização do Histograma

a) Imagem Original



b) Histograma original

c) Imagem Equalizada



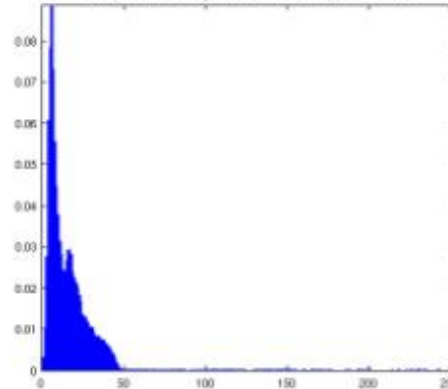
d) Histograma Equalizado

# Equalização do Histograma

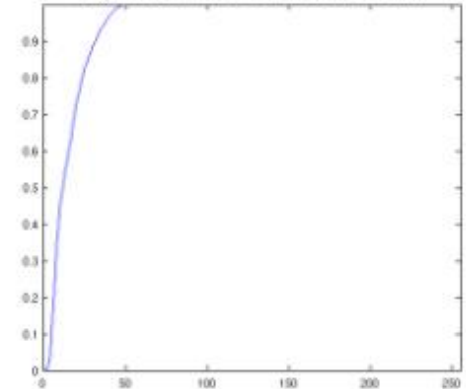
Input Image



Original Histogram before equalization



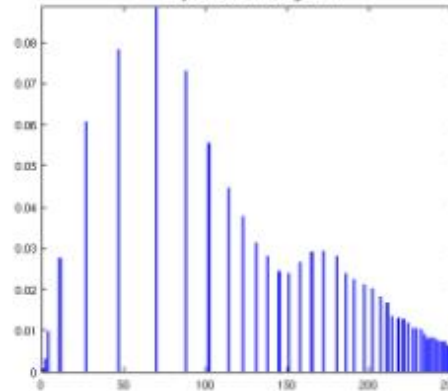
Original Cumulative Distribution Function



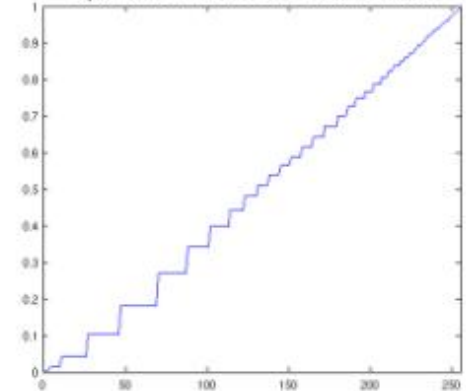
Output Image



Equalized histogram



Equalized Cumulative Distribution Function

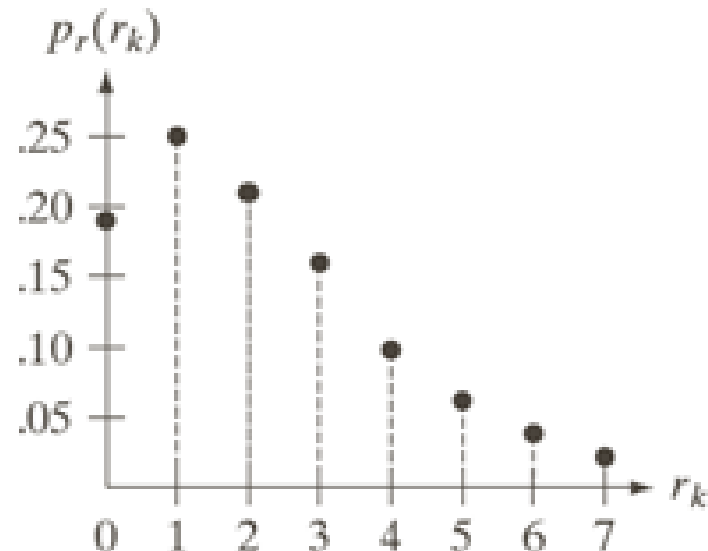




# Equalização do Histograma

- Considere uma imagem de:
  - ▣ 3 bits ( $L=8$ )
  - ▣ dimensão  $64 \times 64$  ( $n = 4096$ )
  - ▣ distribuição de intensidade conforme tabela

$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k)$
0	790	0.19
1	1023	0.25
2	850	0.21
3	656	0.16
4	329	0.08
5	245	0.06
6	122	0.03
7	81	0.02



# Equalização do Histograma

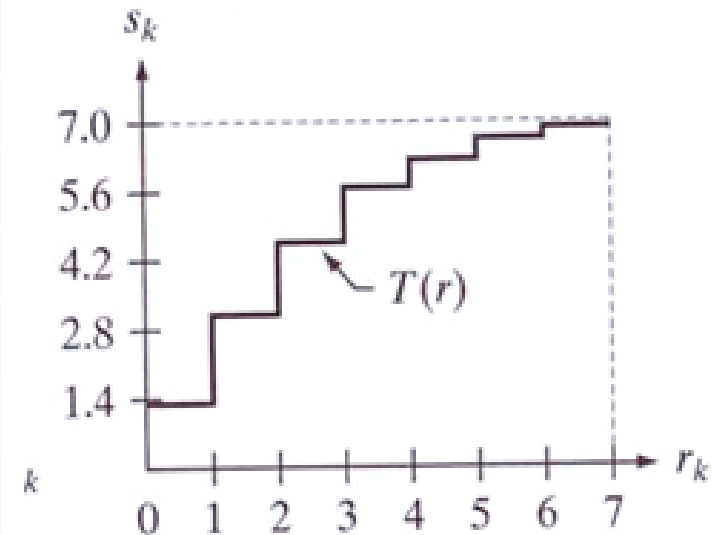
- Calculando a
  - ▣ Função de distribuição acumulada (*cdf* )

$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k)$	<i>cdf</i>
0	790	0.19	0.19
1	1023	0.25	0.44
2	850	0.21	0.65
3	656	0.16	0.81
4	329	0.08	0.89
5	245	0.06	0.95
6	122	0.03	0.98
7	81	0.02	1.00

# Equalização do Histograma

- Calculando a
  - $T_r(r_k)$  para o intervalo  $[0,7]$

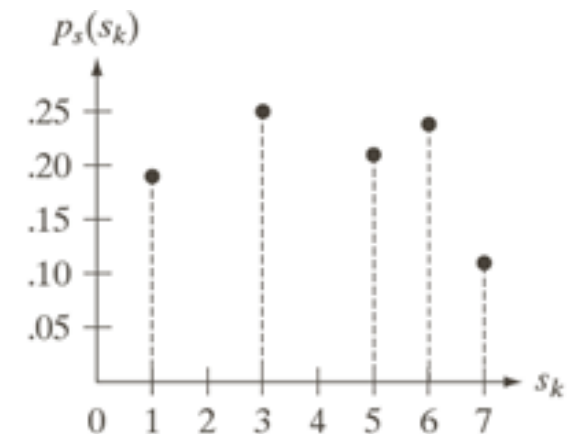
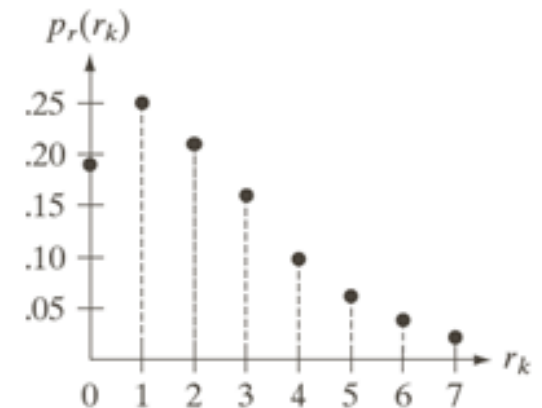
$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k)$	$cdf$	$T_r(r_k)$
0	790	0.19	0.19	$7 * 0.19 = 1.33$
1	1023	0.25	0.44	$7 * 0.44 = 3.08$
2	850	0.21	0.65	$7 * 0.65 = 4.55$
3	656	0.16	0.81	5.67
4	329	0.08	0.89	6.23
5	245	0.06	0.95	6.65
6	122	0.03	0.98	6.86
7	81	0.02	1.00	7.00



# Equalização do Histograma

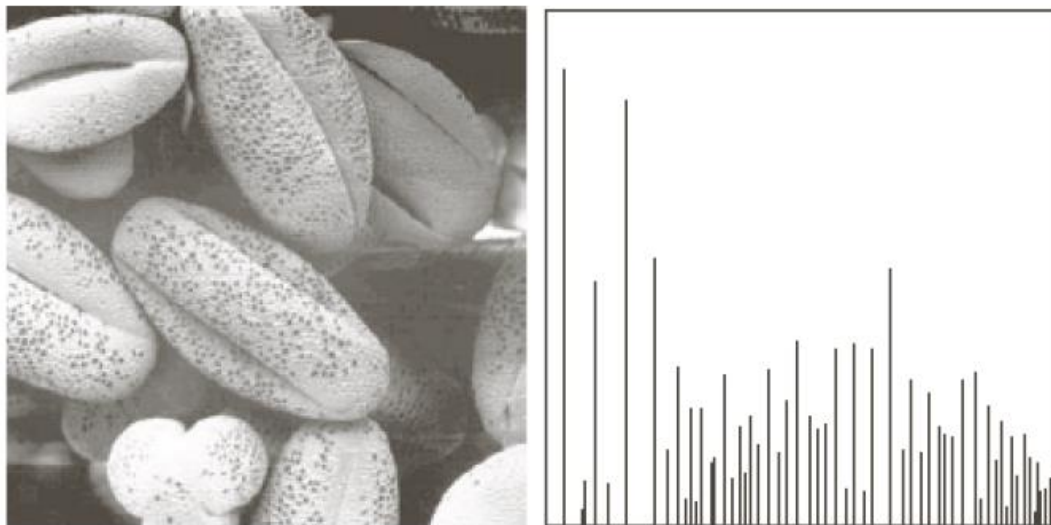
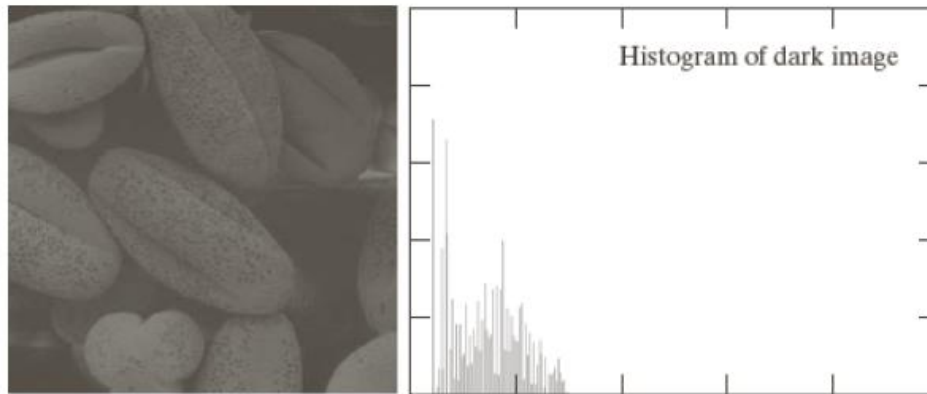
□ Calculando a  $s_k$  e  $P_s(s_k)$

$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k)$	$cdf$	$T_r(r_k)$	$s_k$	$P_s(s_k)$
0	790	0.19	0.19	1.33	1	0.19
1	1023	0.25	0.44	3.08	3	0.25
2	850	0.21	0.65	4.55	5	0.21
3	656	0.16	0.81	5.67	6	
4	329	0.08	0.89	6.23	6	0.24
5	245	0.06	0.95	6.65	7	
6	122	0.03	0.98	6.86	7	
7	81	0.02	1.00	7.00	7	0.11



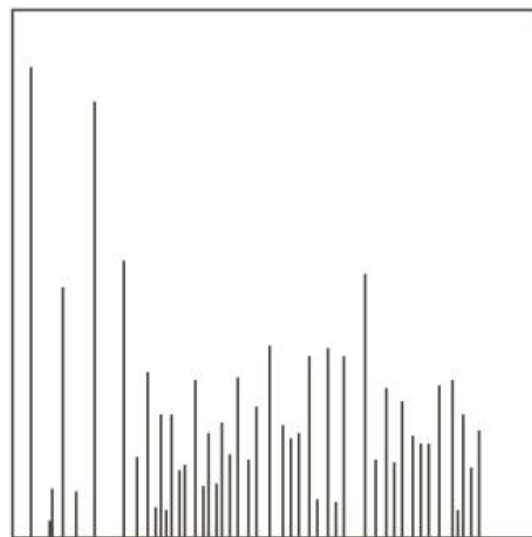
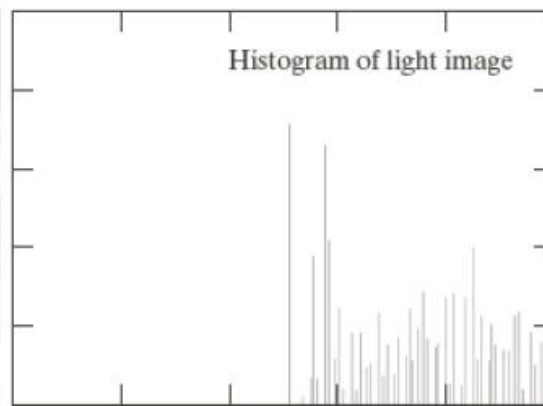
# Equalização do Histograma

## □ Exemplo 1



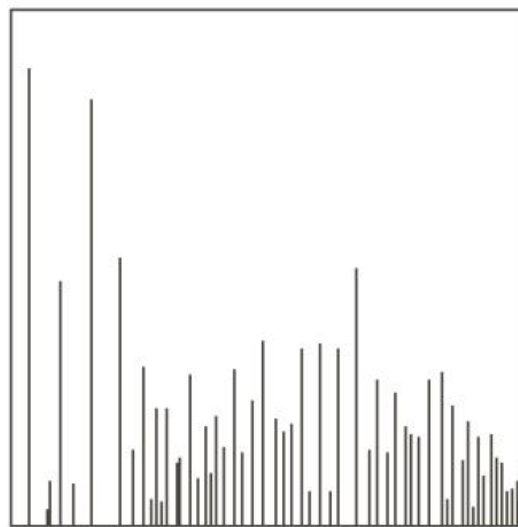
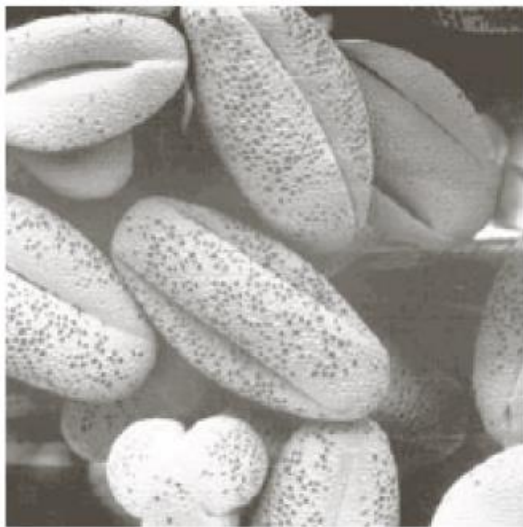
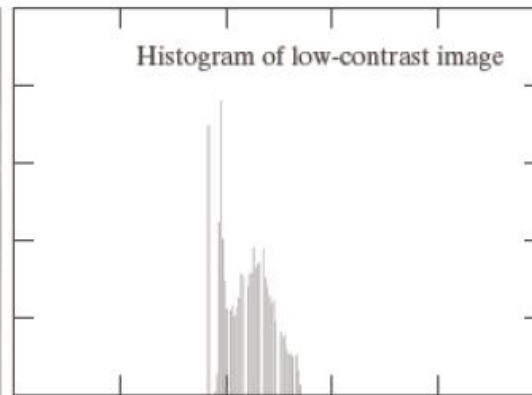
# Equalização do Histograma

## □ Exemplo 2



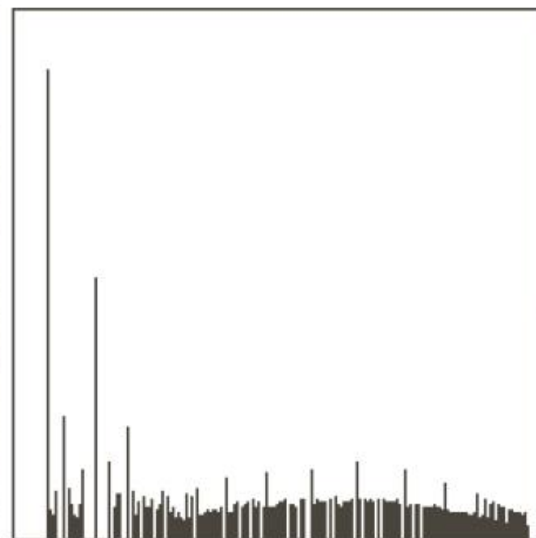
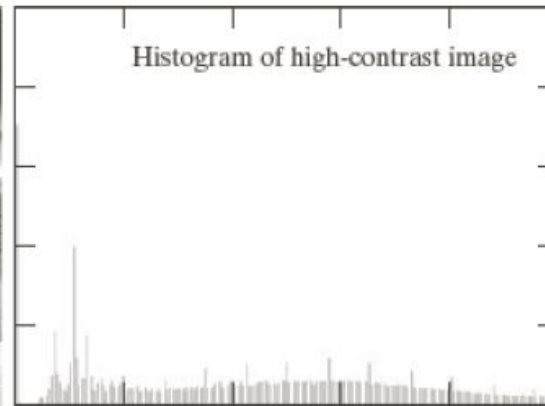
# Equalização do Histograma

## □ Exemplo 3



# Equalização do Histograma

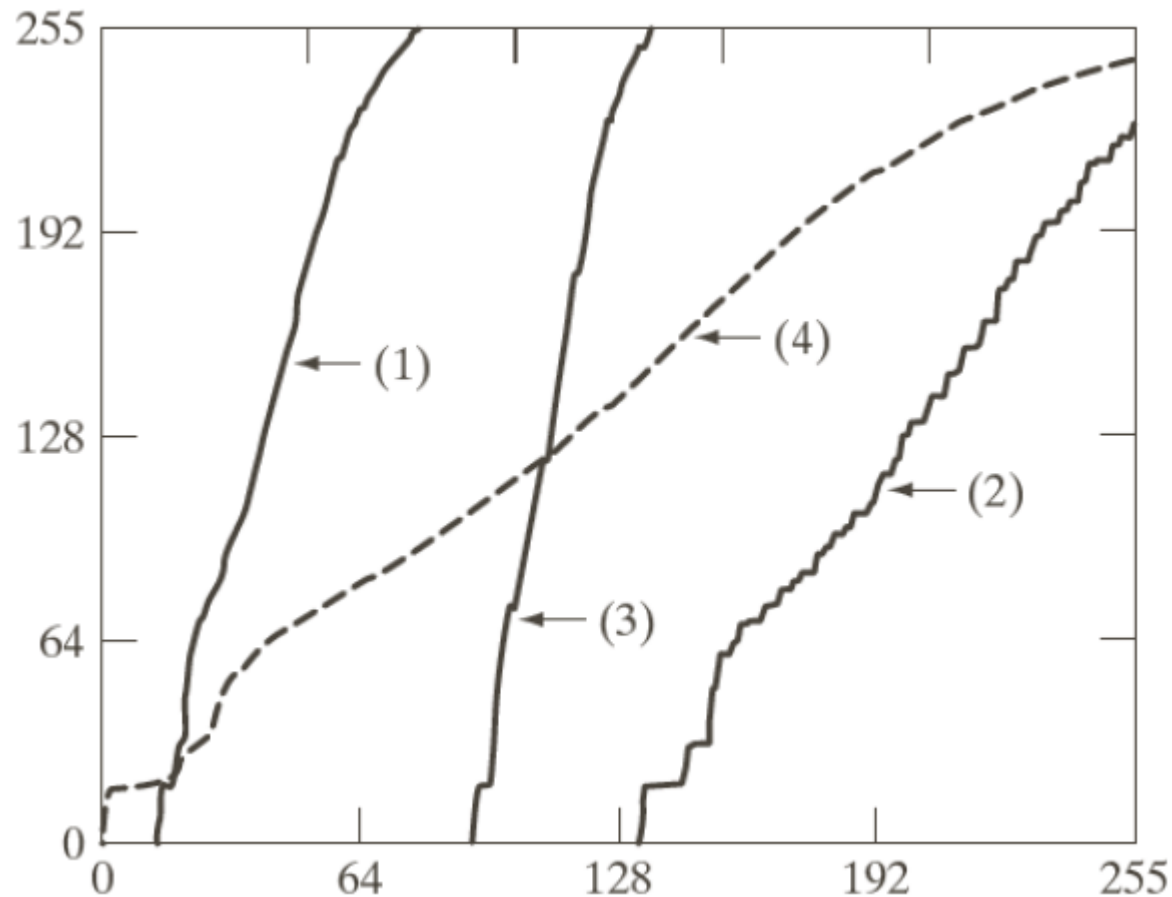
## □ Exemplo 4





# Equalização do Histograma

## □ Histogramas acumulados (Exemplos 1-4)



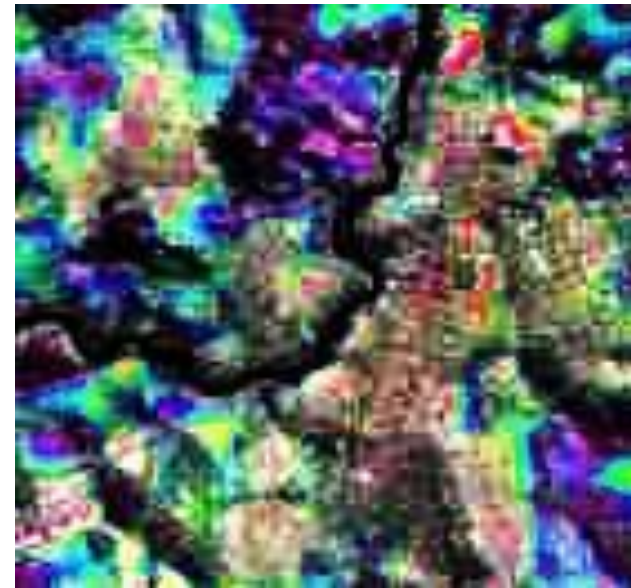
# Equalização de histograma em imagens coloridas

- Basicamente, o processo de equalização é aplicado a cada canal da imagem



# Equalização de histograma em imagens coloridas

- No modelo RGB, equalizar o histograma dos diferentes canais pode produzir uma imagem com cores bastante diferentes.



# Especificação de histogramas

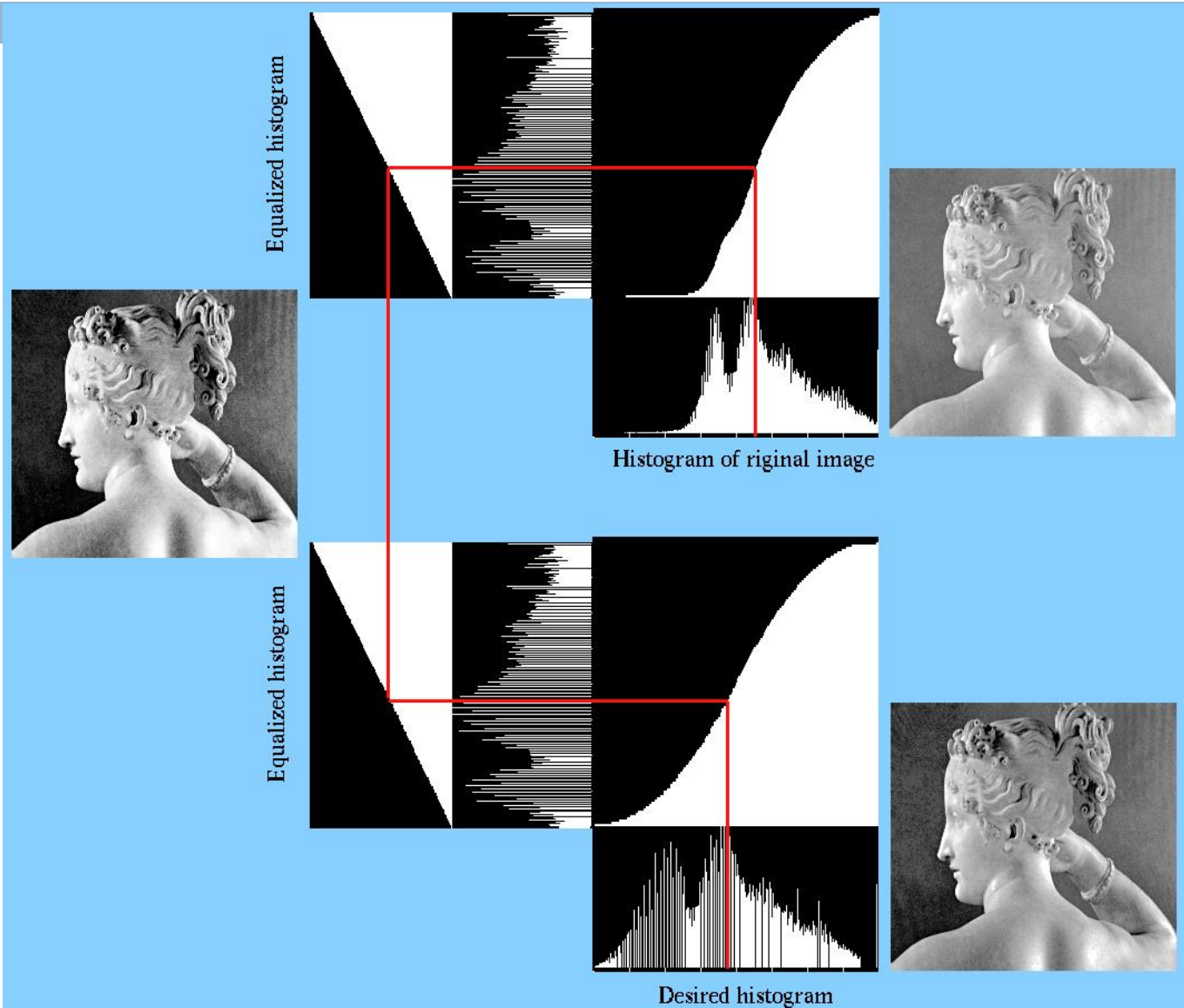
## □ Ideia

- ▣ Permitir especificar o formato do histograma que a imagem de processada deve ter;
- ▣ Dada a imagem de entrada e um histograma, o objetivo é transformar o histograma da imagem de entrada o mais próximo possível do histograma dado.

# Especificação de histogramas

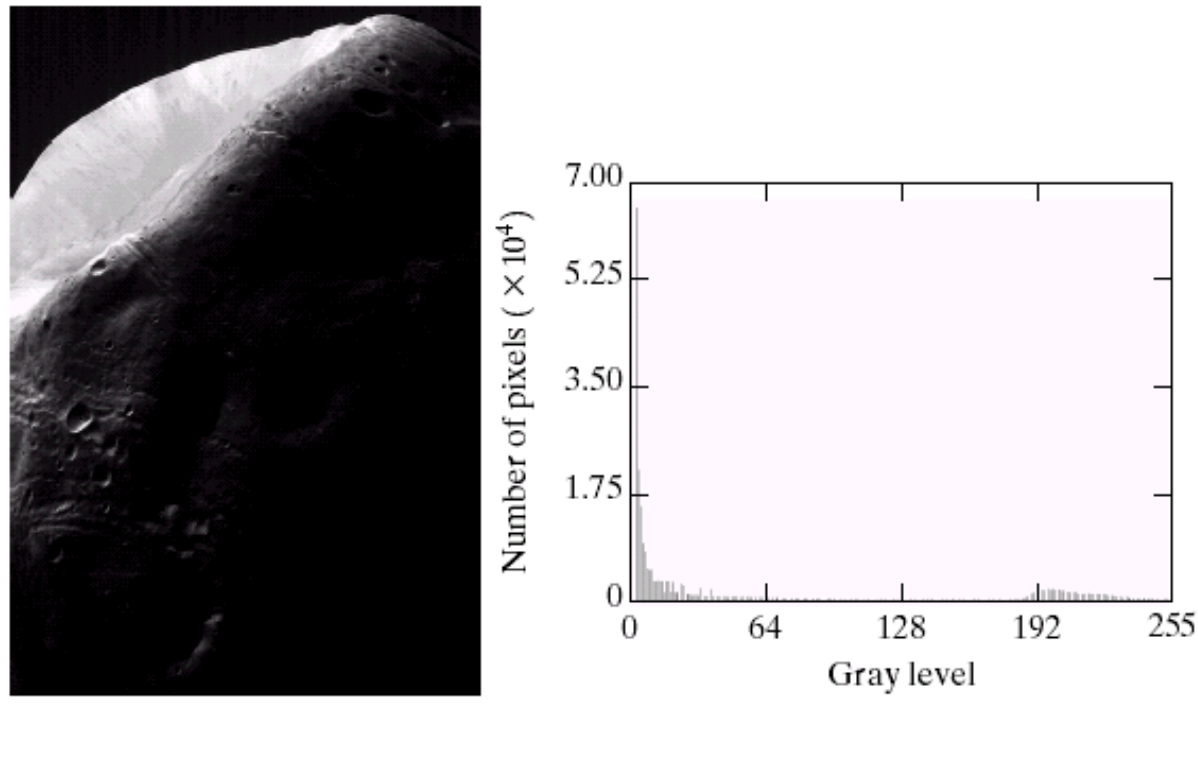
- Como fazer isso?
  - ▣ Temos que fazer o mapeamento do histograma equalizado da imagem com o do histograma desejado (também equalizado)
  - ▣ Notação
    - $P_r(r_k) \rightarrow$  histograma da imagem de entrada
    - $P_z(z_q) \rightarrow$  histograma especificado
    - $H(r_k) \rightarrow$  histograma acumulado da imagem de entrada
    - $H(z_q) \rightarrow$  histograma especificado acumulado
    - $s_k = T(r_k) \rightarrow$  função de equalização
    - $v_t = G(z_q) \rightarrow$  função de equalização

# Especificação de histogramas



# Equalização x Especificação

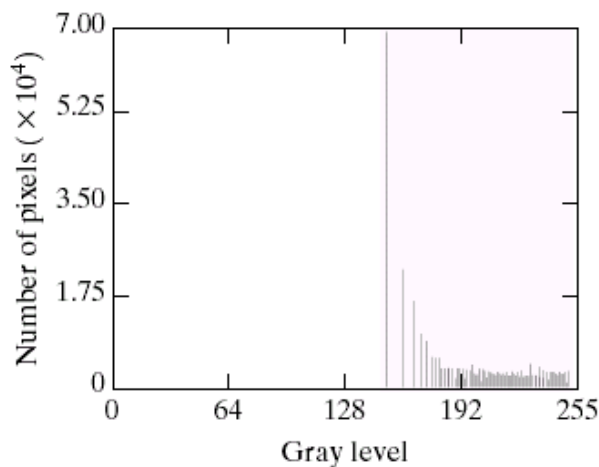
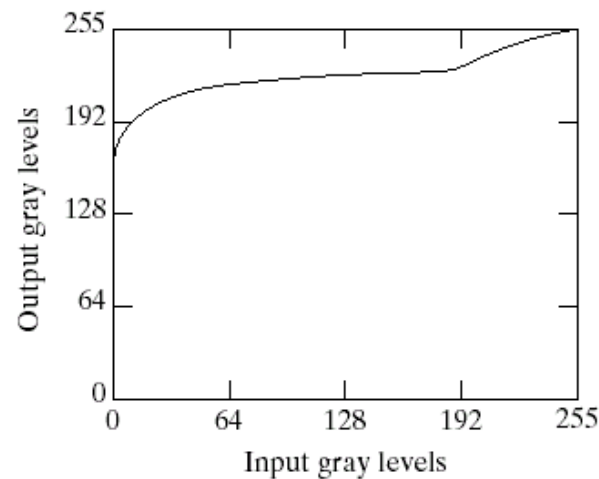
## □ Exemplo



**FIGURE 3.20** (a) Image of the Mars moon Phobos taken by NASA's *Mars Global Surveyor*. (b) Histogram. (Original image courtesy of NASA.)

# Equalização x Especificação

## □ Exemplo: Equalização



a b  
c

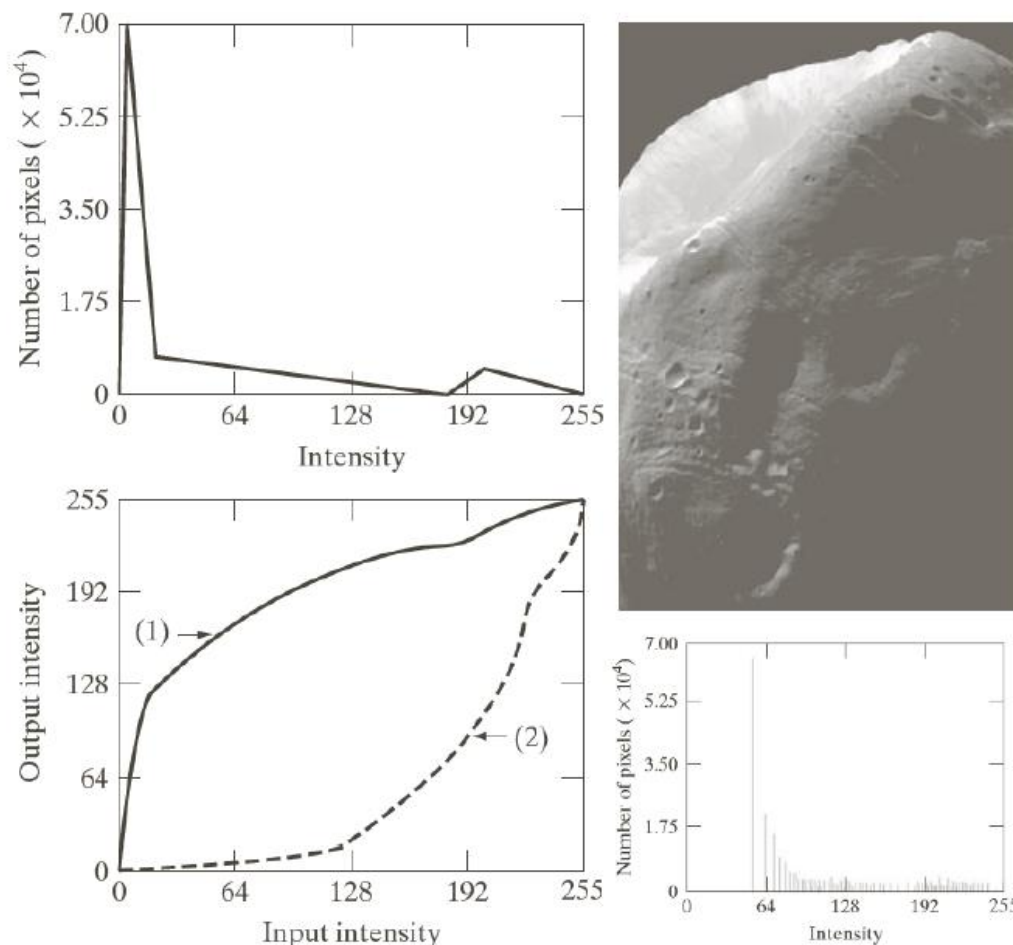
**FIGURE 3.21**

(a) Transformation function for histogram equalization.  
(b) Histogram-equalized image (note the washed-out appearance).  
(c) Histogram of (b).



# Equalização x Especificação

## □ Exemplo: Especificação



**FIGURE 3.22**

(a) Specified histogram.  
(b) Curve (1) is from Eq. (3.3-14), using the histogram in (a); curve (2) was obtained using the iterative procedure in Eq. (3.3-17).  
(c) Enhanced image using mappings from curve (2).  
(d) Histogram of (c).

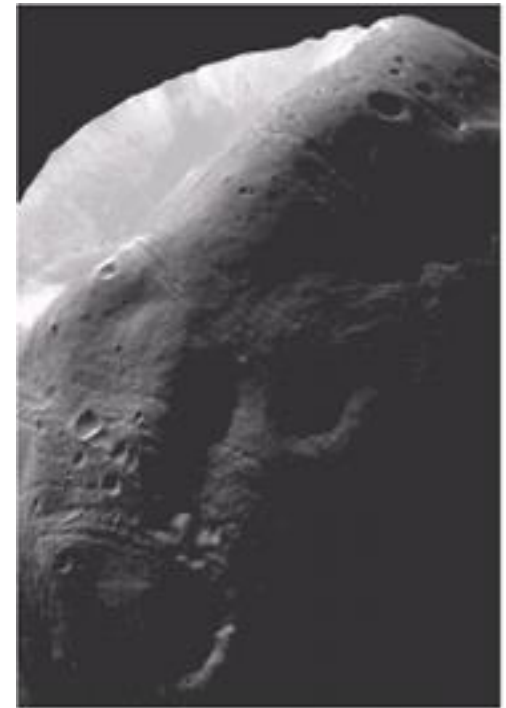
# Equalização x Especificação



Imagem original



Equalização



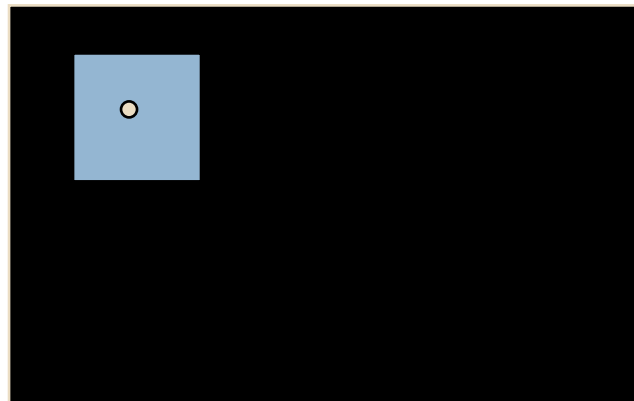
Especificação

# Processamento local de histograma

- Equalização e especificação de histogramas são métodos globais
  - ▣ Transformação é executada usando todos os pixels da imagem;
- Transformações globais não são apropriadas para realçar pequenos detalhes na imagem
  - ▣ O numero de pixels nestas áreas pode ser bem pequeno, contribuindo muito pouco para a execução da transformação.

# Processamento local de histograma

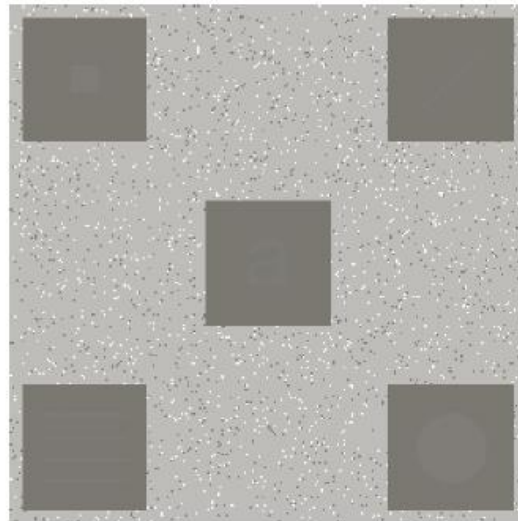
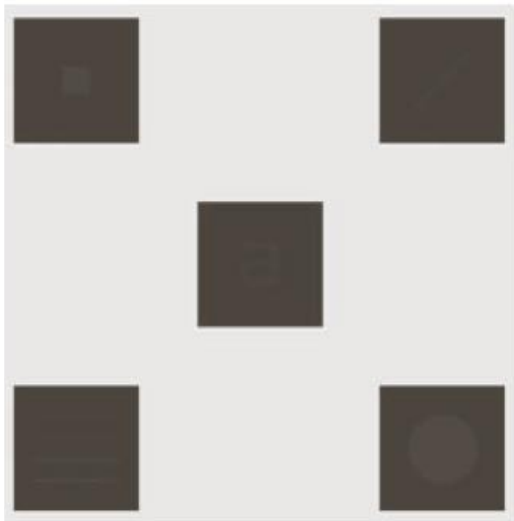
- Ideia
  - ▣ Definir funções de transformação baseadas na distribuição de intensidade de uma vizinhança de pixels da imagem.
- Trata-se de um realce local



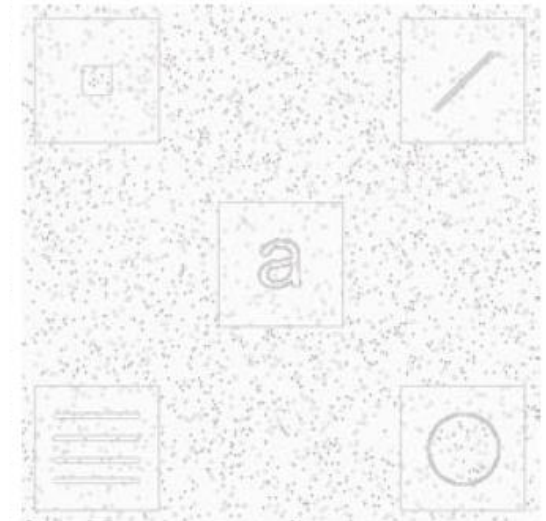
# Processamento local de histograma

- É útil para realçar detalhes de áreas pequenas
  - ▣ É obtido aplicando a equalização/especificação de histograma para uma vizinhança de cada pixel da imagem (janela).
  - ▣ Somente o valor do pixel centrado na vizinhança é modificado.
  - ▣ O centro da janela é então movido para o pixel adjacente e o procedimento é repetido.
  - ▣ Alto custo computacional

# Processamento local de histograma



Equalização global



Equalização local  
janela 3x3

# Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

- Seja  $r$  uma variável aleatória correspondendo uma intensidade luminosa no intervalo  $[0, L-1]$
- Seja  $p(r_i)$  a componente do histograma normalizado para  $r_i$ .

# Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

- O  $n^{th}$  momento de  $r$  é dado por

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i),$$

$$m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i \cdot p(r_i),$$

- Um momento importante é  $n = 2$  (variância)

$$\mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i)$$



# Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

## □ Exemplo

$L = 4$ , imagem  $5 \times 5$

0 0 1 1 2

1 2 3 0 1

3 3 2 2 0

2 3 1 0 0

1 1 3 2 2

$$p(r_0) = 6/25 = 0.24$$

$$p(r_1) = 7/25 = 0.28$$

$$p(r_2) = 7/25 = 0.28$$

$$p(r_3) = 5/25 = 0.20$$

$$m = \sum_{i=0}^3 r_i \cdot p(r_i)$$

$$m = (0)0.24 + (1)0.28 + (2)0.28 + (3)0.20 = 1.44$$

# Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

## □ Sejam

- $m_G$  ,  $\sigma_G$  - media e desvio padrão a imagem
- $m_{Sxy}$  ,  $\sigma_{Sxy}$  - media e desvio padrão na vizinhança

$$g(x, y) = \begin{cases} E.f(x, y) & \text{se } m_{Sxy} \leq k_0 m_G \text{ AND } k_1 \sigma_G \leq \sigma_{Sxy} \leq k_2 \sigma_G \\ f(x, y) & \end{cases}$$

## □ Em que

- $k_0$ : valor positivo, menor que 1
- $k_1$  e  $k_2$ : valores positivos maiores que 1 para melhorar áreas claras
- $k_1$  e  $k_2$ : valores positivos menores que 1 para melhorar áreas escuras

# Uso de estatística para processar histogramas – Realce Local

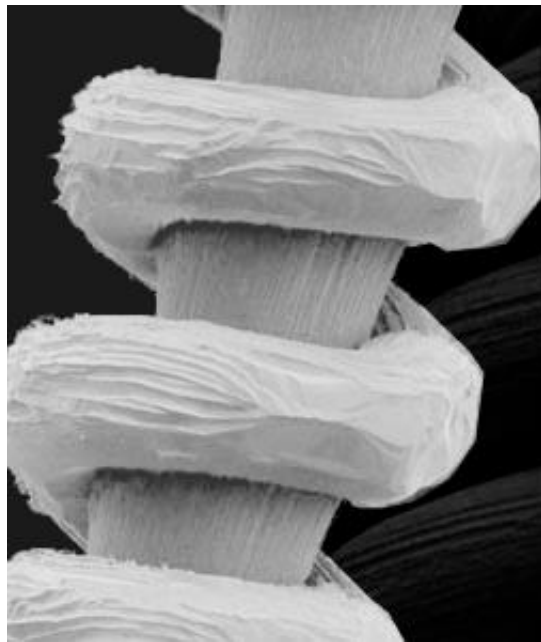


Imagem original

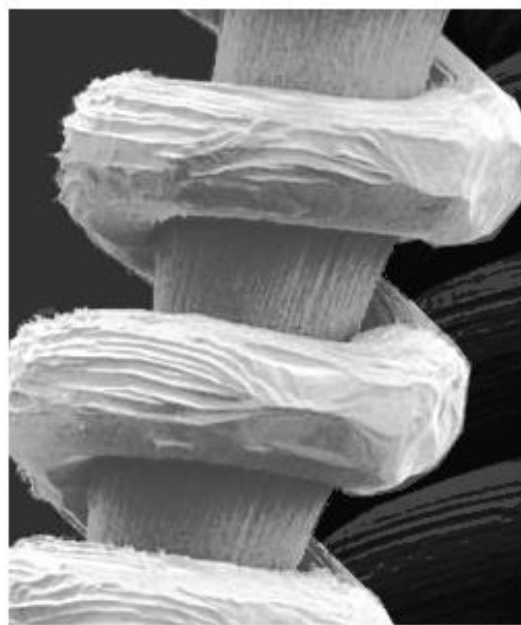


imagem equalizada



imagem processada  
estatisticamente  
( $E=4$ ;  $k_0=0.4$ ,  $k_1 = 0.02$ ,  
 $k_2=0.4$  e uma vizinhança  $3 \times 3$ ).  
– melhora áreas escuras.