

# Algorithmes pour les systèmes de recommandation : un comparatif

## Introduction

Un algorithme de *collaborative filtering* a pour but de se baser sur le comportement passé des utilisateurs pour proposer des recommandations pertinentes. On va ici se placer dans le cadre d'une matrice de ratings donnés par des utilisateurs à des objets, éventuellement incomplète voire parcimonieuse. Étant donné un sous-ensemble des ratings, le but est d'estimer les autres. On a plusieurs attentes vis-à-vis d'un tel algorithme :

- Requêtes rapides : un utilisateur doit pouvoir obtenir rapidement une recommandation (typiquement, l'objet à qui on estime qu'il attribuera le meilleur score).
- Ajout d'un nouvel utilisateur : on aimerait pouvoir ajouter raisonnablement vite un nouvel utilisateur à la base de données, en mettant à jour à la volée l'estimation des ratings des autres utilisateurs.
- Démarrage à froid : on aimerait qu'un utilisateur ayant donné peu de ratings puisse recevoir des recommandations pertinentes.
- Précision : on cherche à obtenir les recommandations les plus pertinentes possibles.

On peut s'attendre à ce que l'efficacité d'un algorithme varie selon les caractéristiques du jeu de données (forme de la matrice, caractère parcimonieux ou non...)

Dans la suite, nous allons comparer nos implémentations de différents algorithmes de collaborative filtering en terme de précision (au sens de l'erreur MSE) et de temps de calcul (pour fournir une estimation complète des ratings à partir d'une matrice à trous).

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Position du problème</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Les algorithmes utilisés</b>	<b>2</b>
2.1	Algorithmes témoins . . . . .	2
2.2	Algorithmes Slope One . . . . .	2
2.3	Algorithmes par similarité cosinus . . . . .	2
2.4	SVD . . . . .	2
2.4.1	ShiftSVD . . . . .	3
2.4.2	UnbiasedSVD . . . . .	3
2.5	Analyse en composantes principales : algorithme Eigentaste[1] . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Observations expérimentales</b>	<b>4</b>
3.1	Jeux de données . . . . .	4
3.1.1	La matrice du DM . . . . .	4
3.1.2	Le jeu de données Jester . . . . .	5
3.2	Mesures d'erreur . . . . .	5

## 1 Position du problème

Notations ?

## 2 Les algorithmes utilisés

### 2.1 Algorithmes témoins

Algorithmes simples (voire naïfs pour certains) servant de points de comparaison :

- "Witness" : Estimer tous les ratings inconnus par la moyenne de tous les ratings exprimés
- "PerUserAverage" : Estimer tous les ratings inconnus pour un utilisateur donné par la moyenne des ratings connus qu'il a attribués
- "BiasFromMean" : Estimer la note donnée par un utilisateur à un objet en fonction de sa moyenne, mais aussi des écarts entre les notes attribuées à l'objet et les moyennes des utilisateurs qui l'ont noté
- "UnbiasedWitness" : Retirer les biais (cf. 2.3), estimer tous les ratings inconnus par 0, remettre les biais

### 2.2 Algorithmes Slope One

Prédicteur affine, en imposant une pente de 1. Pour tout couple d'objet, on définit une déviation de l'un par rapport à l'autre, un peu comme la mesure de similarité cosinus, mais en beaucoup plus simple (linéaire). La prédiction de la note attribuée à un objet s'obtient alors en ajoutant la moyenne de l'utilisateur et la moyenne des déviations de l'objet aux autres objets notés par l'utilisateur. D'où un prédicteur de forme  $f(x) = x + b$ .

Calculs simples. Possibilité de garder les déviations en mémoire : traitement d'une requête très rapide. De plus, ces déviations peuvent même être mises à jour sans tout recalculer quand on ajoute un rating.

À quel point est-ce moins précis que d'autres algos plus sophistiqués ?

Variante : donner plus de poids aux déviations des paires d'objets qui ont été notés tous deux à la fois par un grand nombre d'utilisateurs, car elles sont plus fiables.

Algorithmes tirés de [2].

### 2.3 Algorithmes par similarité cosinus

Implémentation des algorithmes vus en cours : on calcule les biais en résolvant le problème d'optimisation

$$\min_{b^i, b_j} \sum_{i,j \in \Omega} (r_{ij} - \bar{r} - b^i - b_j)$$

via la solution matricielle du cours, puis on calcule des scores de similarité entre utilisateurs ou entre objets en utilisant le cosinus de l'angle comme mesure de similarité entre deux vecteurs et on estime les ratings comme une moyenne pondérée par les scores de similarité.

### 2.4 SVD

Variations sur la question bonus du DM 2. L'algorithme du DM commence par estimer les ratings inconnus à 0 avant d'appliquer la décomposition en valeurs singulières. L'estimation à 0 permet de faire des calculs sur des matrices creuses quand on connaît peu de ratings, donc un

temps de calcul plus court. Les variantes qui suivent opèrent différentes transformations sur la matrice à estimer avant d'appliquer l'algorithme du DM, le but étant que l'estimation à 0 soit aussi pertinente que possible.

#### 2.4.1 ShiftSVD

On calcule le rating moyen  $\bar{r}$ , on applique l'algorithme du DM à  $R - \bar{r}$  et on ajoute  $\bar{r}$  au résultat.

#### 2.4.2 UnbiasedSVD

Plutôt que de se contenter de retrancher le rating moyen partout, on calcule les biais en résolvant le problème d'optimisation vu en cours comme en section 2.3, on applique l'algorithme du DM à la matrice non biaisée puis on réintroduit les biais. On s'attend à un résultat plus précis, mais le temps de calcul des biais est non négligeable (il faut inverser une matrice).

### 2.5 Analyse en composantes principales : algorithme Eigentaste[1]

Idee : s'appuyer sur un petit sous-ensemble d'objets notés par tous les utilisateurs (*gauge set*) pour projeter un utilisateur sur un espace de petite dimension puis estimer ses notes à partir de celles de ses voisins au sens d'un algorithme de clustering. Eigentaste ne s'applique donc qu'aux jeux de données comprenant un tel gauge set, comme le jeu de données Jester.

Notons  $R$  la matrice ( $n \times m$ ) des ratings,  $G$  le gauge set,  $k = |G|$ .

On commence par normaliser les ratings des utilisateurs sur les objets du gauge set : la qualité objective d'un objet importe peu ici car on cherche à obtenir des informations sur les ressemblances entre utilisateurs par analyse de composantes principales.

Pour tout objet  $j$ , on calcule donc  $\mu_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}$  la note moyenne de cet objet, et

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_{ij} - \mu_j)^2$$

sa variance.

On obtient alors la matrice  $A$  (de taille  $k \times k$ ) des ratings normalisés sur le gauge set :  $a_{ij} = \frac{r_{ij} - \mu_j}{\sigma_j}$ .

On pose  $C = \frac{1}{n-1} A^T A$  (matrice de corrélation de Pearson). Elle est symétrique définie positive, on note  $\Lambda$  la matrice diagonale contenant ses valeurs propres triées par ordre décroissant et  $E$  la matrice orthogonale de vecteurs propres associée. On a  $EE^T = Id$ ,  $C = E\Lambda E^T$ .

On peut alors projeter les vecteurs correspondant aux utilisateurs sur un petit sous-espace (de dimension  $v$ ) contenant l'essentiel de la variance en posant  $X = AE_v^T$ . En particulier, pour  $v = k$ , on a  $C_X = \frac{1}{n-1} X^T X = ECE^T = \Lambda$  diagonale : les vecteurs sont décorrélés. On prend  $v = 2$  dans la suite.

On regroupe ensuite les utilisateurs proches par amas en utilisant un algorithme de clustering ([1] utilise un algorithme récursif rectangulaire, nous avons utilisé les fonctions Matlab *linkage* et *cluster* dans notre implémentation).

On estime ensuite un rating de l'utilisateur  $i$  sur l'objet  $j$  par la moyenne des notes pour  $j$  des utilisateurs se trouvant dans le même cluster que  $i$ .

Cet algorithme a l'inconvénient de ne s'appliquer qu'à certains jeux de données : pour ajouter un nouvel utilisateur, il faut d'abord lui faire noter l'intégralité du gauge set (typiquement une dizaine d'objets). De plus, on ne peut rien dire sur un utilisateur seul dans son amas : le démarrage à froid pose problème.

En revanche, ajouter un utilisateur qui a noté le gauge set est peu coûteux en termes de temps de calcul : on peut lui recommander rapidement des objets dès qu'on a choisi son cluster, l'idée

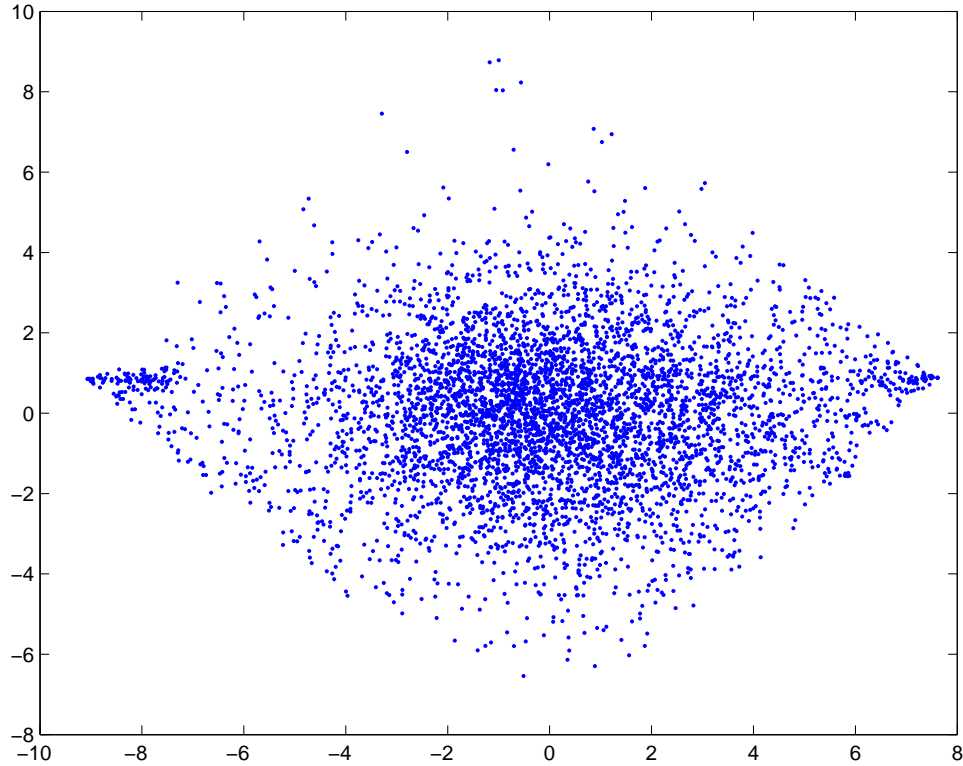


FIGURE 1 – Projection pour  $v = 2$  sur un sous-ensemble du jeu de données Jester

étant de ne pas modifier immédiatement les projections des anciens utilisateurs mais plutôt de tout remettre à jour périodiquement.

Dans la suite, on se propose de comparer Eigentaste avec d'autres algorithmes de recommandation en termes de précision et de temps de calcul, sur le jeu de données Jester (pour lequel Eigentaste a été mis au point).

### 3 Observations expérimentales

#### 3.1 Jeux de données

##### 3.1.1 La matrice du DM

Il s'agit d'une matrice pleine, de taille  $100 \times 1000$  et de rang 10. Pour évaluer un algorithme, on fixe une probabilité  $p$ , on fournit à l'algorithme une sous-matrice dans laquelle chaque rating est présent avec probabilité  $p$  (de façon indépendante des autres), on s'en sert pour calculer une matrice pleine qu'on compare avec la matrice de départ.

On peut tester sur cette matrice tous les algorithmes présentés sauf Eigentaste (pas de gauge set).

### 3.1.2 Le jeu de données Jester

Jeu de données mis à disposition par Ken Goldberg (Berkeley). Il s'agit de ratings d'une centaine de blagues par de nombreux utilisateurs (plus de 50000). Huit blagues ont été notées par tous les utilisateurs : on s'en sert comme gauge test pour implémenter Eigentaste.

Comme le rang de la matrice cible est inconnu (elle n'est pas pleine) les algorithmes à base de SVD donnent d'assez mauvais résultats (en ne tronquant pas du tout la décomposition en valeurs singulières).

Contrairement à la matrice du DM, les objets notés par les utilisateurs ne sont pas choisis au hasard : il s'agit de recommandations qu'on leur a faites après qu'ils ont noté le gauge set, ils ont donc plutôt tendance à noter des objets qu'ils apprécient.

Par ailleurs, la forme de la matrice est inversée par rapport à celle du DM : il y a beaucoup d'utilisateurs et très peu d'objets.

Pour avoir des temps de calcul et des utilisations mémoire raisonnables sur nos machines personnelles, nous nous sommes restreints aux 5000 premiers utilisateurs.

### 3.2 Mesures d'erreur

	p= 0.2	0.4	0.6	0.8
Witness	0.0148	0.0112	0.0074	0.0037
UnbiasedWitness	0.0085	0.0062	0.0041	0.0020
PerUserAverage	0.0149	0.0111	0.0075	0.0037
BiasFromMean	0.0086	0.0062	0.0041	0.0021
PlainSVD	0.0940	0.0490	0.0221	0.0084
ShiftSVD	0.0106	0.0065	0.0037	0.0016
UnbiasedSVD	0.0087	0.0060	0.0036	0.0016
UserCosSim	0.0094	0.0083	0.0076	0.0070
ItemCosSim	0.0091	0.0077	0.0062	0.0049
SlopeOne	0.0086	0.0062	0.0042	0.0020
WeightedSlopeOne	0.0085	0.0062	0.0041	0.0020

Sur la matrice du DM, on obtient ce tableau d'erreurs MSE pour différentes valeurs de  $p$  :

Eigentaste et quelques autres ne sont pas encore implémentés. à venir aussi : une autre mesure d'erreur, et des mesures sur les autres jeux de données.

L'algorithme simple "BiasFromMean" obtient d'excellents résultats ! Les variantes de Slope One obtiennent aussi des résultats très comparables aux algorithmes SVD plus complexes à mettre en œuvre.

### 3.3 Temps d'exécution

Les algorithmes qui enlèvent et remettent les biais comme dans le cours s'exécutent beaucoup plus lentement : il faut inverser une matrice creuse, et on n'a pas réussi à vectoriser une partie du calcul de l'argmin pour les biais. Il faudra essayer l'expression plus naïve des biais et voir ce qu'on gagne en temps/perd en précision.

Il faut aussi tenir compte du fait que certains algos (Slope One oui, SVD non) calculent des choses "une fois pour toutes", et c'est rapide d'ajouter un utilisateur et/ou de faire une requête.

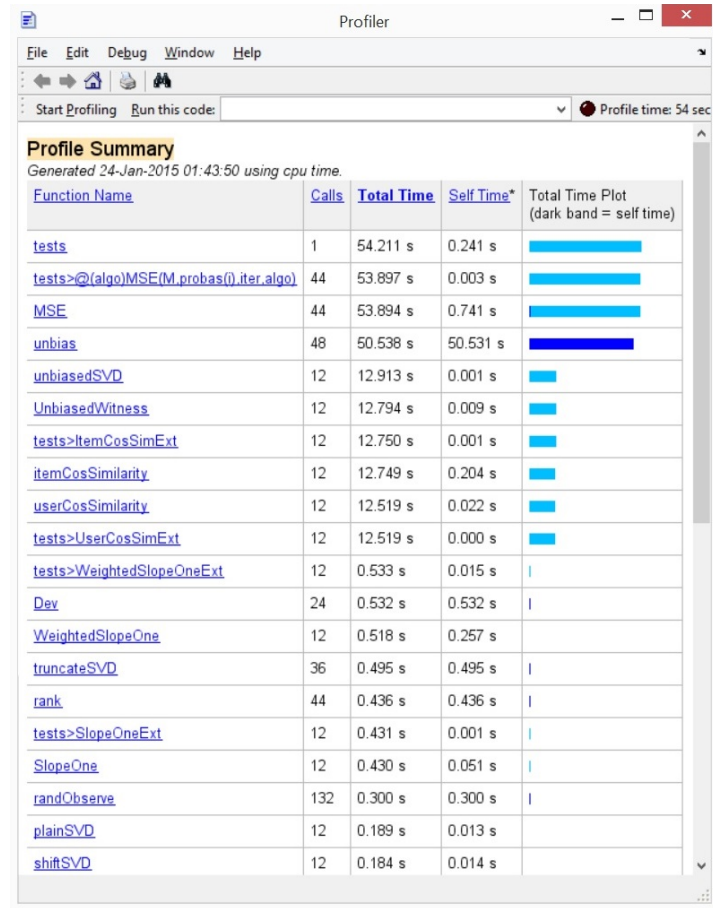


FIGURE 2 – Profiling fourni par Matlab

## Références

- [1] Ken Goldberg, Theresa Roeder, Dhruv Gupta, and Chris Perkins. Eigentaste : A constant time collaborative filtering algorithm. *Inf. Retr.*, 4(2) :133–151, July 2001.
- [2] Daniel Lemire and Anna Maclachlan. Slope one predictors for online rating-based collaborative filtering. *CoRR*, abs/cs/0702144, 2007.