COPPE UFRJ
Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia

TRABALHO - IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Raphael Timbó Silva

Professor: Daniel Castello

Rio de Janeiro
Janeiro de 2017

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Símbolos

$\emptyset$	Conjunto vazio, p. 2
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais, p. 2

Lista de Abreviaturas

FIR	Finite Impulse Response, p. 1
FRF	Função de Resposta em Frequência, p. 2

Capítulo 1

Introdução

O presente trabalho tem por objetivo apresentar os resultados e conclusões referentes ao projeto final da disciplina Identificação de Sistemas.

O trabalho consiste na análise de um sistema através do projeto de um filtro adaptativo FIR (Finite Impulse Response).

1.1 Sistema utilizado

O sistema utilizado é mostrado na fig. 1.1.

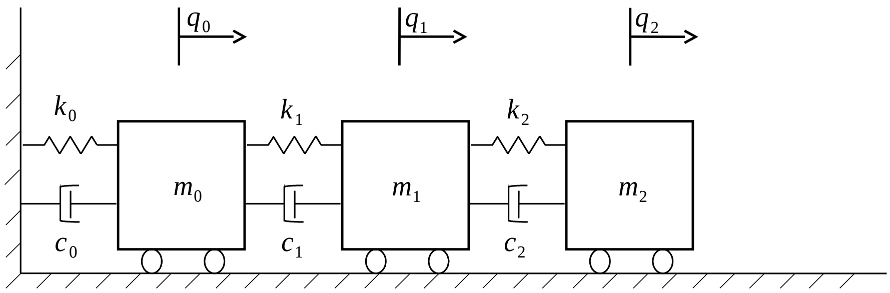

Figura 1.1: Sistema utilizado na análise.

Para este sistema temos que a energia cinética é:

$$T = \frac{1}{2}[m_0\dot{q_0}(t)^2 + m_1\dot{q_1}(t)^2 + m_2\dot{q_2}(t)^2] = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T(t)M\dot{\mathbf{q}}(t) \tag{1.1}$$

onde

$$\mathbf{q}(\mathbf{t}) = [q_0(t)\ q_1(t)\ q_2(t)]^T$$

é o vetor de configuração e

$$M = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

é a matriz de massa do sistema.

A energia potencial tem a expressão:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}[k_0 q_0(t)^2 + k_1(q_1(t) - q_0(t))^2 + k_2 q_2(t)^2] \\ &= \frac{1}{2}[(k_0 + k_1)q_0(t)^2 + (k_1 + k_2)q_1(t)^2 + (k_2)q_2(t)^2 - 2k_1 q_0(t)q_1(t) - 2k_2 q_2(t) \\ &= \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T(t)K\dot{\mathbf{q}}(t) \end{aligned} \tag{1.2}$$

onde

$$K = \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

é a matriz de rigidez do sistema.

Para o sistema utilizado temos que $m_i = 1\ kg$ e $k_i = 1600\ N/m$.

O amortecimento utilizado será o proporcional: $C = \alpha M + \beta K$. Iremos analisar o caso em que $\alpha = 10^{-3}$ e $\beta = 10^{-3}$.

1.2 Resposta do sistema

O sistema em questão possui a resposta FRF (Função de Resposta em Frequência) apresentada na fig. 1.2

Para nossa análise iremos considerar uma força aplicada na massa 2 (m_2) e a medição nesta mesma massa, conforme ilustrado na fig. 1.3. A aplicação da força nessa massa corresponde à FRF que pode ser visualizada no canto inferior direito (input=2 e output=2). A FRF em questão é também mostrada na fig. 1.4

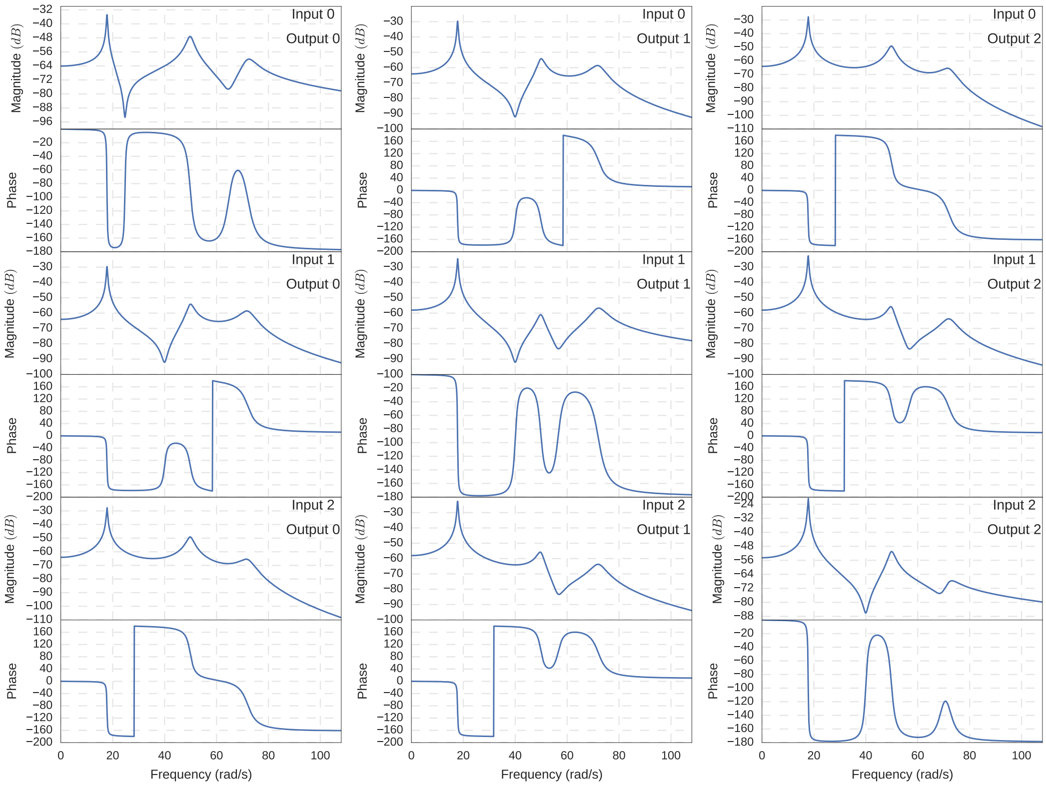

Figura 1.2: FRF para o sistema em análise.

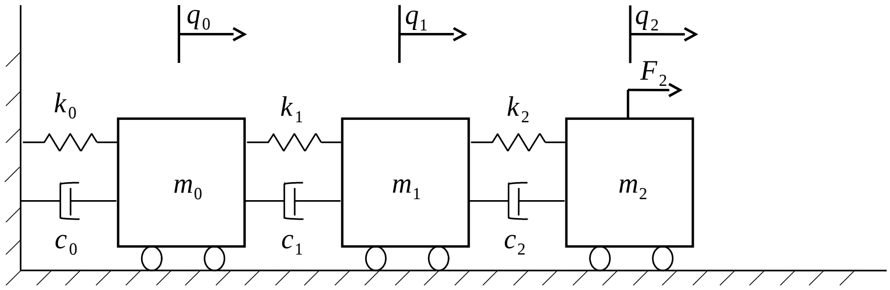

Figura 1.3: Aplicação de força e medição na massa m_2.

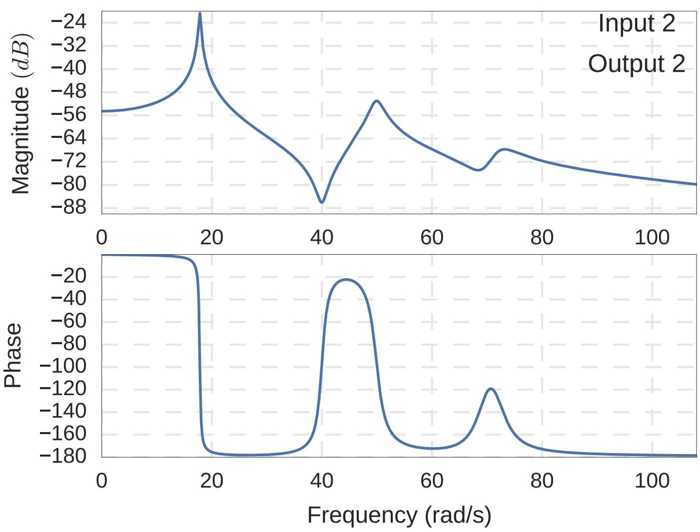

Figura 1.4: FRF para input em m_2 e medição em m_2.

Capítulo 2

Dados Pseudo-Experimentais

2.1 Resposta do sistema no tempo

Para a construção dos dados pseudo-experimentais foram observados os seguintes casos:

Forçamento:

- $F_0(t) = A_0 sin(2\pi f_0 t)$ (Considere $\frac{\omega_1}{2\pi} \leq f_0 \leq \frac{\omega_2}{2\pi}$)
- $F_1(t) = A_1 sin(2\pi f_1 t) + A_2 sin(2\pi f_2 t)$ (Escolha $\frac{0.8\omega_1}{2\pi} \leq f_j \leq \frac{1.2\omega_2}{2\pi}$ e $A_2 = 2A_1$; $j = 1, 2$)
- $F_2(t) =$ ruído branco

Número de amostras N:

- $N = 1000$
- $N = 5000$

Valores para a relação entre sinal e ruído - SNR (Signal to Noise Ratio):

- $SNR = 90$
- $SNR = 50$
- $SNR = 10$

A fig. 2.1 mostra a posição da frequência de excitação para a aplicação da força F_0, em que uma amplitude $A_0 = 1$ foi utilizada.

A fig. 2.2 mostra a resposta no tempo do sistema ao aplicarmos a força F_0 na frequência mostrada na fig. 2.1 para uma amostragem $N = 1000$. Podemos observar que, para $N = 1000$, temos uma excitação de aproximadamente 16 segundos e ainda

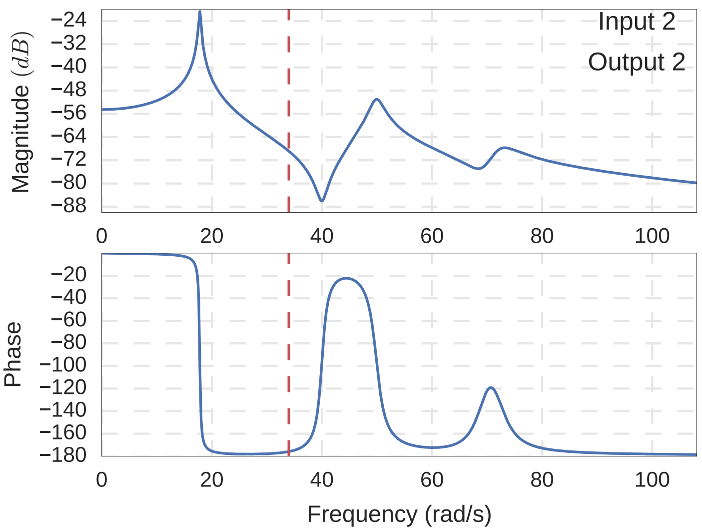

Figura 2.1: Frequência de excitação para a força F_0.

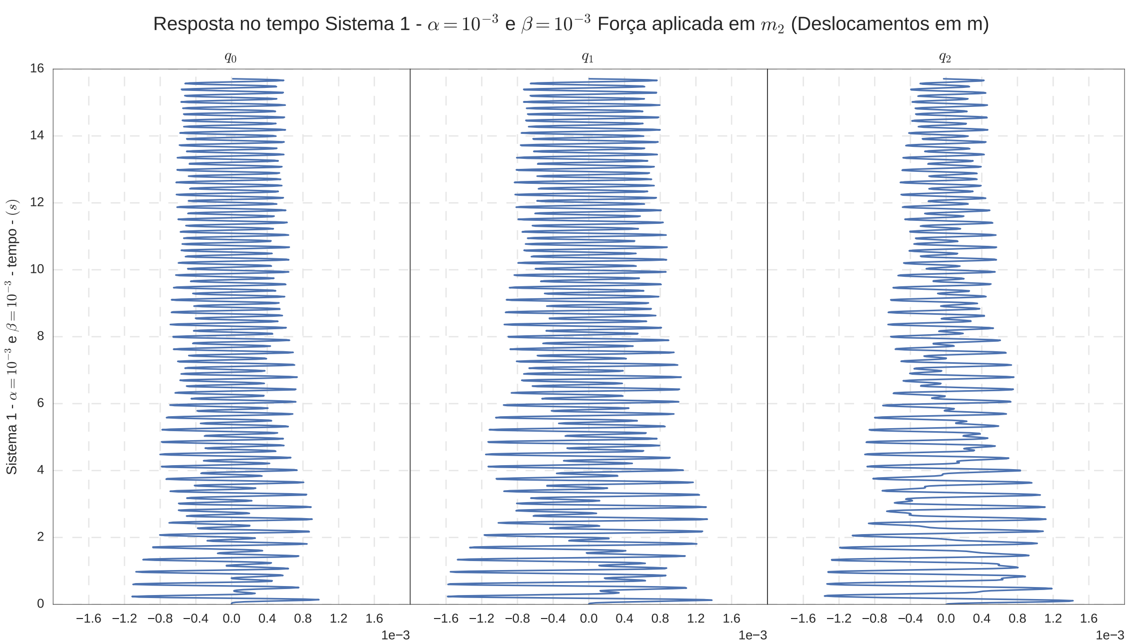

Figura 2.2: Resposta no tempo para a força F_0 com $N = 1000$.

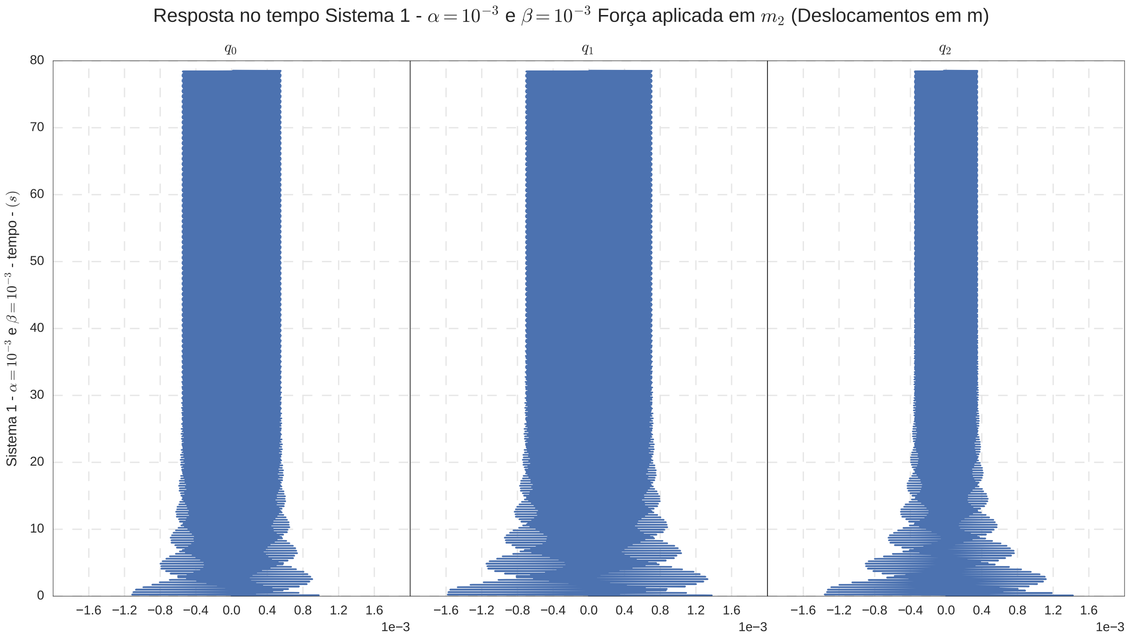

Figura 2.3: Resposta no tempo para a força F_0 com $N = 5000$.

temos algum transiente na resposta no tempo. Também é possível observar que essa parcela apresenta mais que uma frequência de oscilação.

A fig. 2.3 mostra a resposta no tempo para $N = 5000$. Neste caso, o tempo vai até aproximadamente 80 segundos e podemos observar que a parcela transiente é praticamente inexistente após os 20 segundos de excitação. Após esse tempo, é esperado que o sistema oscile apenas na frequência de excitação.

Para a força F_1 a fig. 2.4 mostra as frequências de excitação que foram aplicadas na massa m_2. Podemos notar que nesse caso as forças aplicadas estão próximas as frequências naturais do sistema.

A fig. 2.5 mostra a resposta no tempo para F_1 com $A_1 = 1$, $A_2 = 2$ e $N = 5000$. Como esperado, notamos um aumento na amplitude de 1×10^{-3} m para 1×10^{-2} m quando comparado à força F_0.

O último caso de forçamento é mostrado na fig. 2.6 onde um ruído branco com variância 1 é aplicado ao sistema.

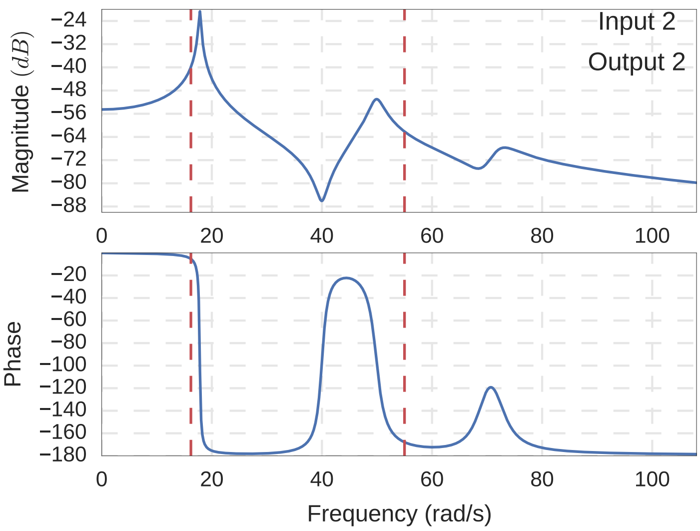

Figura 2.4: Frequência de excitação para a força F_1.

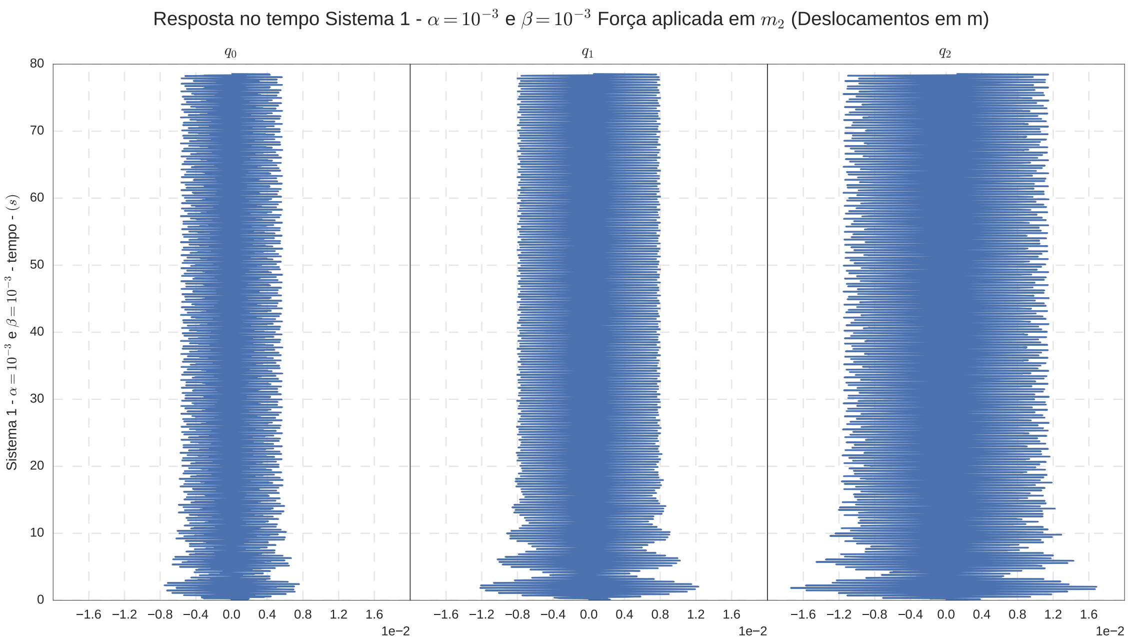

Figura 2.5: Resposta no tempo para a força F_1 com $N = 5000$.

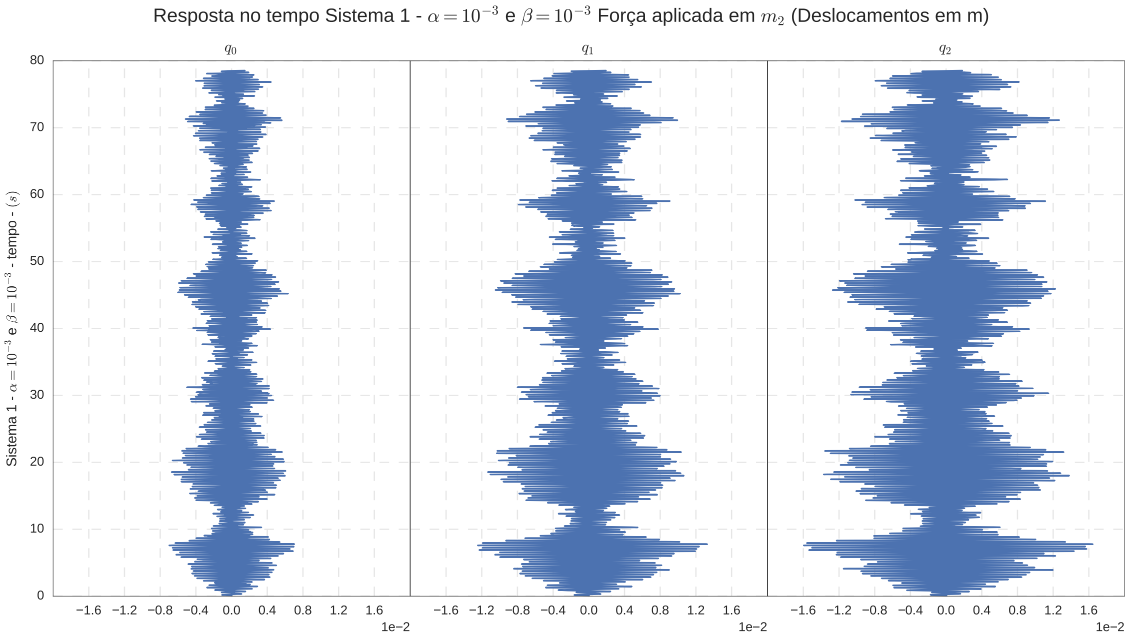

Figura 2.6: Resposta no tempo para a força F_2 com $N = 5000$.

2.2 Adição do ruído

Conforme mostrado no item 2.1, a análise será feita para três diferentes níveis de ruído ($SNR = 90$, 50, 10).

Temos então que o sinal utilizado para o projeto do filtro será:

$$y = y^{ideal} + n \tag{2.1}$$

onde n representa um ruído inserido no sinal.

Para calcularmos a amplitude do ruído inserido 'n' utilizaremos a eq. (2.2).

$$SNR = 20log_{10}\left(\frac{A_s}{A_n}\right) \rightarrow A_n = \frac{A_s}{10^{SNR/20}} \tag{2.2}$$

Abaixo (fig. 2.7, fig. 2.8 e fig. 2.9), são mostrados alguns resultados comparando o sinal puro e o sinal corrompido para um determinado nível de ruído.

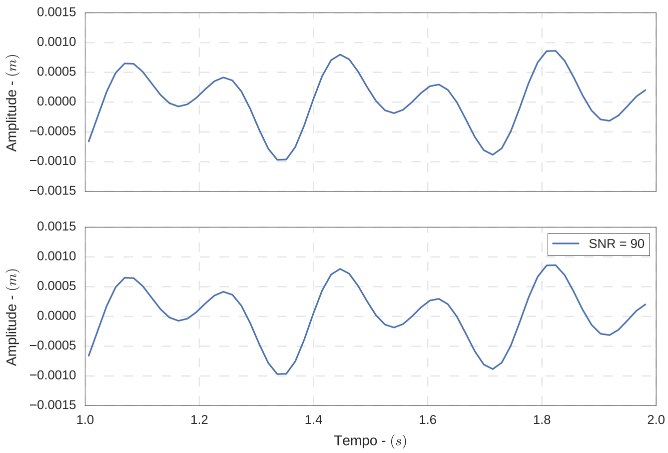

Figura 2.7: Sinal puro e sinal corrompido para F_0 e $SNR = 90$.

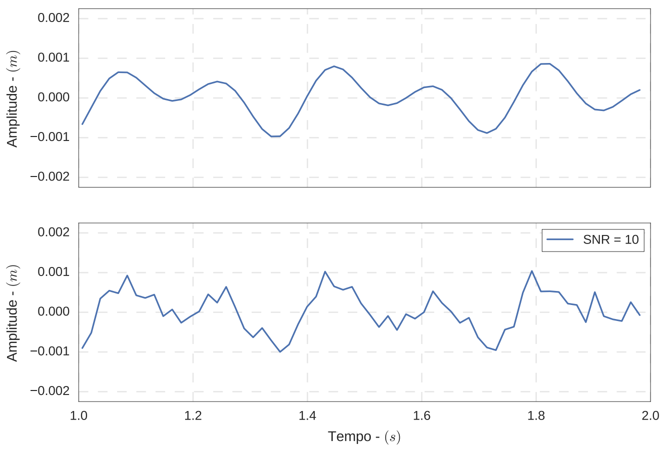

Figura 2.8: Sinal puro e sinal corrompido para F_0 e $SNR = 10$.

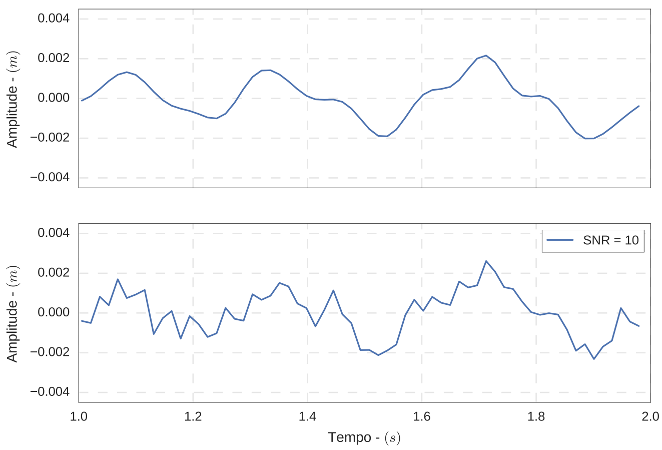

Figura 2.9: Sinal puro e sinal corrompido para F_2 e $SNR = 10$.

Capítulo 3

Projeto do Filtro Adaptativo

Para identificação de sistemas com filtros adaptativos

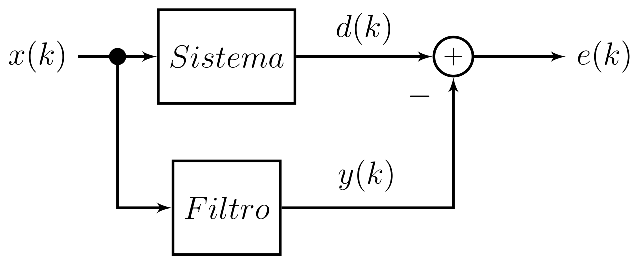

Figura 3.1: Configuração utilizada no algoritmo para filtros adaptativos.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Capítulo 5

Conclusões

Referências Bibliográficas

[1] ABRAHAM, R., MARSDEN, J. E., RATIU, T. *Manifolds, Tensor Analysis, and Applications.* 2 ed. New York, Springer-Verlag, 1988.

[2] IESAN, D. "Existence Theorems in the Theory of Mixtures", *Journal of Elasticity*, v. 42, n. 2, pp. 145–163, fev. 1996.

[3] MAESTRELLO, L. *Two-Point Correlations of Sound Pressure in the Far Field of a Jet: Experiment.* NASA TM X-72835, 1976.

[4] GARRET, D. A. *The Microscopic Detection of Corrosion in Aluminum Aircraft Structures with Thermal Neutron Beams and Film Imaging Methods.* In: Report NBSIR 78-1434, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1977.

[5] GURTIN, M. E. "On the nonlinear theory of elasticity". In: *Proceedings of the International Symposium on Continuum Mechanics and Partial Differential Equations: Contemporary Developments in Continuum Mechanics and Partial Differential Equations*, pp. 237–253, Rio de Janeiro, ago. 1977.

[6] COWIN, S. C. "Adaptive Anisotropy: An Example in Living Bone". In: *Non-Classical Continuum Mechanics*, v. 122, *London Mathematical Society Lecture Note Series*, Cambridge University Press, pp. 174–186, 1987.

[7] EDWARDS, D. K. "Thermal Radiation Measurements". In: Eckert, E. R. G., Goldstein, R. J. (Eds.), *Measurements in Heat Transfer*, 2 ed., cap. 10, New York, USA, Hemisphere Publishing Corporation, 1976.

[8] TUNTOMO, A. *Transport Phenomena in a Small Particle with Internal Radiant Absorption.* Ph.D. dissertation, University of California at Berkeley, Berkeley, California, USA, 1990.

[9] PAES JUNIOR, H. R. *Influência da Espessura da Camada Intrínseca e Energia do Foton na Degradação de Células Solares de Silício Amorfo Hidrogenado.* Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1994.

Apêndice A

Algumas Demonstrações