#خوانش_گروهی_با_فیلاگر

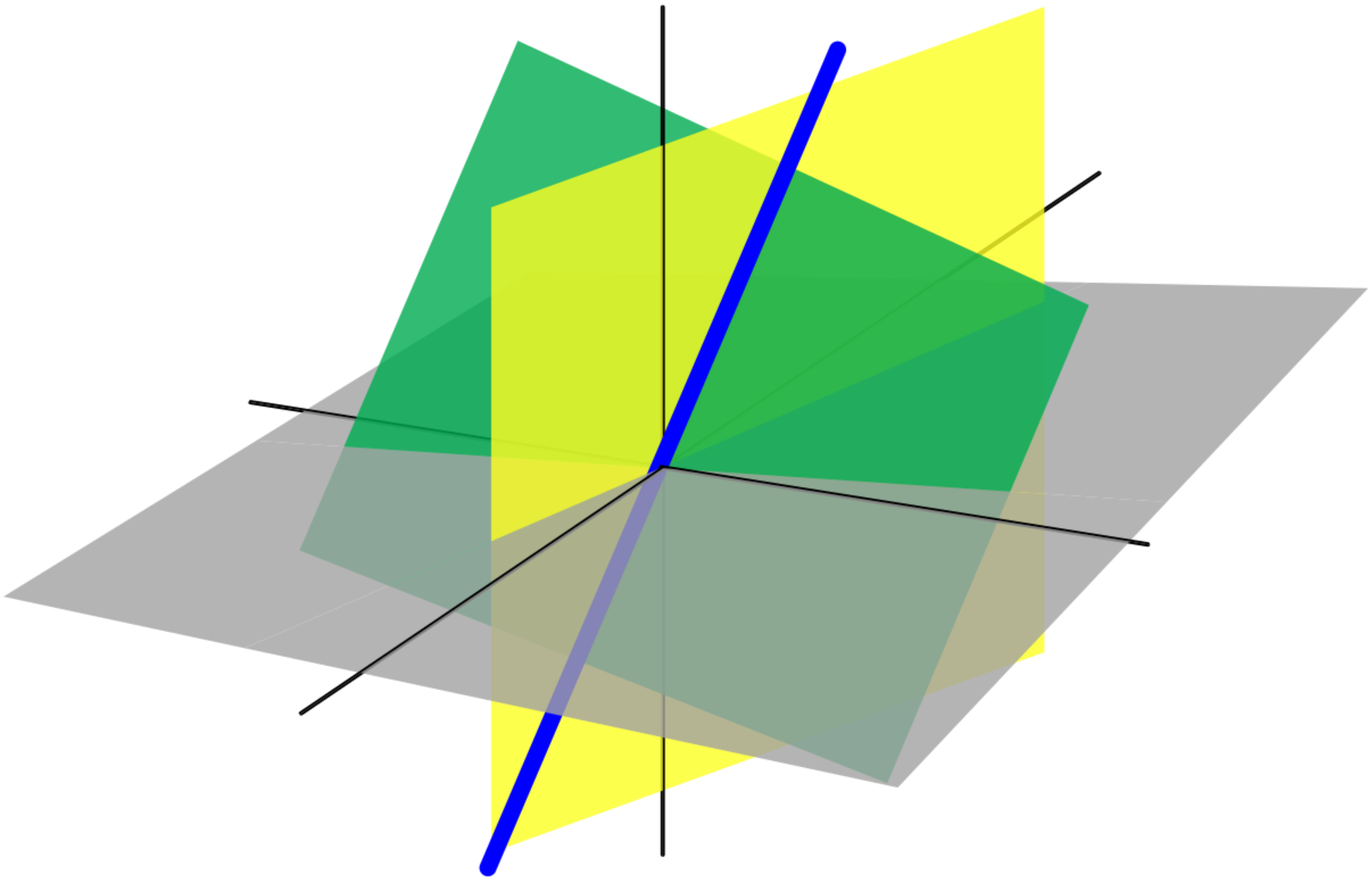
مطالعه کتاب و مقالات هوش‌مصنوعی
به صورت گروهی در فیلاگر

بی تا بیات

کارشناسی ارشد هوش مصنوعی

فیلاگر|جامعه هوش‌مصنوعی ایران

فصل دوم



جبرخطی

- ✓ جبرخطی شاخه ای از ریاضیات است که بطور گسترده در علوم و مهندسی کاربرد دارد.
- ✓ جبرخطی برای درک و کار با بسیاری از الگوریتم های یادگیری ماشین ، بخصوص الگوریتم های یادگیری عمیق ضروری است.

جبرخطی

مطالعه جبرخطی شامل چندین نوع داده ی ریاضی می باشد

31

Scalar

- ✓ عدد است که با حروف کوچک و به صورت **Italic** نمایش داده می شود.
- ✓ اعداد تنها با مقایسه با بقیه موارد در جبر خطی مطالعه می شوند که معمولا آرایه هایی از اعداد چندگانه هستند. به عنوان مثال **s** عضو مجموعه **R** شیب یک خط است و به عنوان یک مقدار عددی با ارزش واقعی تعریف می شود.

Vectors

✓بردارها یا **Vectors**ها رامعمولا با حروف کوچک و بصورت **bold** نمایش می دهند. و عناصرهر بردار را با نوشتن آن بصورت **Italic** وبصورت زیرمجوعه ای از آن نمایش میدهیم.

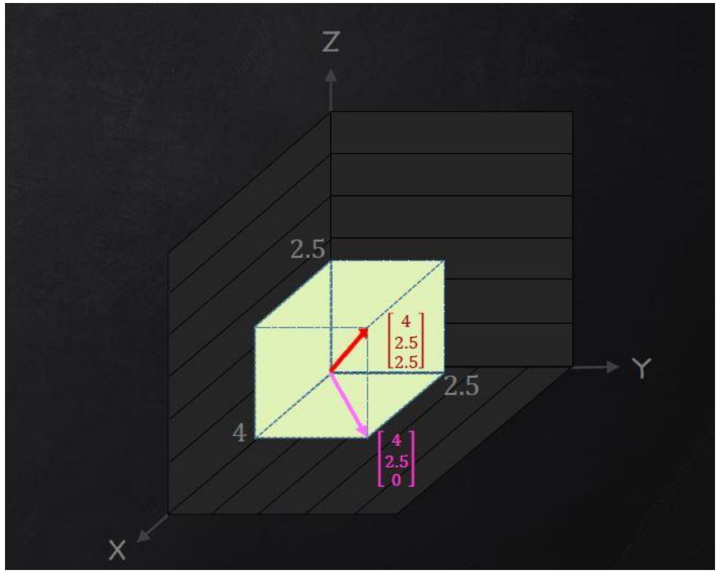
✓ یک بردار آرایه ای از اعداد است که به ترتیب مرتب شده اند و ما می توانیم هر عدد را با اندیس آن در آن ترتیب بشناسیم.

Vectors

✓ یک بردار را بصورت زیر نمایش میدهیم که گاهی آن را برای مشخص کردن تعداد ابعاد به صورت مجموعه می نویسیم:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

✓ بردار تنها برای فضای دوبعدی نیست و می تواند همانند شکل زیر در ابعاد بالاتر نیز تعریف گردد:



Vectors

- برای نمایش متمم بردار از علامت _ استفاده می کنیم .به طور کلی متمم یک مجموعه یعنی تمام اعضای مجموعه مرجع به غیر از مجموعه ای که متمم آن خواسته شده است.

- برای مثال متمم x_1 که با $\boldsymbol{x}_{-1}$ نمایش داده میشود شامل تمام اعضای بردار **x** به غیر از x_1 می باشد.

Matrices

✓یک ماتریس یک آرایه دوبعدی از اعداد است که آن را بصورت زیر نمایش می دهیم:

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} \\ A_{2,1} & A_{2,2} \end{bmatrix}$$

- ✓ معمولا برای نمایش متغییرها در ماتریس ها آن را با حروف بزرگ و **Italic** نمایش می دهند.
- ✓ اگر ماتریس ***A*** دارای **m** سطر و **n** ستون باشد آن را بصورت زیر نمایش می دهند:

$$\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$$

Matrices

✓ یکی از مهمترین عملگرهای ماتریس ترانهاده است . ترانهاده ای از ماتریس ، یک تصویرانعکاس ماتریس در طول قطر اصلی از پایین به سمت راست است.شکل زیر نمایش گرافیکی قابل درک تری از ترانهاده به ما می دهد:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} \\ A_{2,1} & A_{2,2} \\ A_{3,1} & A_{3,2} \end{bmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{A}^\top = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{2,1} & A_{3,1} \\ A_{1,2} & A_{2,2} & A_{3,2} \end{bmatrix}$$

✓ توجه داشته باشید که ترانهاده یک اسکالر یا عدد همان عدد می باشد:

$$a = a^\top$$

Matrices

✓در جبرخطی ترانهاده یک ماتریس مانند **A** را با $\mathbf{A}^\top$ نمایش می دهند:

$$(\boldsymbol{A}^\top)_{i,j} = A_{j,i}.$$

به عبارت دیگر هنگام نوشتن ترانهاده هر ماتریسی سطرهای ماتریس را به شکل ستون و ستون های آن را به شکل سطر می نویسند. به مثال های زیر توجه کنید:

$$[1 \quad 2]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Matrices

- ✓بردارها را می توان ماتریسی با یک ستون در نظر گرفت ، ترانهاده یک برداربه صورت ماتریس با یک سطر است.
- ✓ $f(\boldsymbol{A})_{i,j}$ به ما مقدار عنصر **(i,j)** با اعمال تابع **f** به ماتریس **A** را می دهد.

Tensors

- ✓ در برخی موارد ما به آرایه ای بیشتر از دوبعد نیاز خواهیم داشت. به طور کلی آرایه ای از اعداد مرتب شده در یک شبکه منظم با تعداد متغیرهایی به نام محور را تنسور می نامند.

- ✓ یک تنسور را با حروف بزرگ و **bold** و به صورت زیر نمایش می دهند:

$A_{i,j,k}$

Tensors

✓اگر ماتریس ها اندازه یکسان (**Shape** یکسان) داشته باشند، می توانیم آن ها را با یکدیگر جمع کنیم ، این عمل با جمع عناصر متناظر آن امکان پذیر است:

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} \text{ where } C_{i,j} = A_{i,j} + B_{i,j}$$

34

✓ همچنین می توانیم یک عدد**(Scalar)**رابه یک ماتریس اضافه یا یک ماتریس را با یک عدد ضرب کنیم . این کار را با انجام عملیات مورد نظربر روی هر عنصر از یک ماتریس انجام می دهیم :

$$\boldsymbol{D} = a \cdot \boldsymbol{B} + c \text{ where } D_{i,j} = a \cdot B_{i,j} + c.$$

ضرب ماتریس ها و بردارها

- ✓عملیات حاصلضرب ماتریس ها بصورت زیر تعریف می شود:

$$C_{i,j} = \sum_k A_{i,k} B_{k,j}.$$

- ✓ و به شکل زیر انجام می شود:

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & g \\ f & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(e) + c(f) & a(g) + c(h) \\ b(e) + d(f) & b(g) + d(h) \end{bmatrix}$$

ضرب ماتریس ها و بردارها

- یکی از مهمترین عملگرها ضرب دو ماتریس است. ضرب ماتریس **A** در ماتریس **B** یک ماتریس سومی به نام **C** می باشد.

- اگر **A** یک ماتریس **m*n** و **B** یک ماتریس **n*p** باشد ، آنگاه حاصلضرب آن ها میشود ماتریس **C** که **m*p** می باشد.

ضرب ماتریس ها و بردارها

- ✓ ضرب ماتریس ها خاصیت توزیع پذیری دارد :

$$\mathbf{A}(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$$

- ✓ ضرب ماتریس ها شرکت پذیر است :

$$\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$$

- ✓ ضرب ماتریس ها برخلاف ضرب اسکالر تغییرپذیر نیست:

$$AB \neq BA$$

ضرب ماتریس ها و بردارها

- ✓ اما ضرب داخلی بین دوبردار تغییرپذیر می باشد:

$$x^\top y = y^\top x.$$

- ✓ ضرب داخلی دو بردار:

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{w} &= \langle v_1, v_2 \rangle \cdot \langle w_1, w_2 \rangle \\ &= v_1 w_1 + v_2 w_2\end{aligned}$$

که جواب آن یک عدد **(Scalar)** می باشد.

ضرب ماتریس ها و بردارها

- ✓ همچنین با استفاده از ویژگی که در صفحه قبل گفته شد میتوانیم ویژگی زیر را هم بدست آوریم:

$$\boldsymbol{x}^\top \boldsymbol{y} = \left(\boldsymbol{x}^\top \boldsymbol{y}\right)^\top = \boldsymbol{y}^\top \boldsymbol{x}.$$

- ✓ از آنجاییکه هدف از نوشتن این کتاب آموزش جبر خطی نمی باشد ، ما تمام ویژگی ها را در این کتاب نیاورده ایم . اما خواننده باید از وجود آن ها آگاه باشد.

ضرب ماتریس ها و بردارها

- ✓ اکنون ما به اندازه ای جبرخطی میدانیم که بتوانیم سیستم معادله خطی را که در آن **A** یک ماتریس بصورتی که $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ و **b** یک بردار بصورتی که $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^{m}$ و $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{n}$ که برداری با متغییرهای نامشخص است که ما می خواهیم آن را حل کنیم را بدست آوریم:

$$\boldsymbol{A}_{1,1}x_1 + \boldsymbol{A}_{1,2}x_2 + \cdots + \boldsymbol{A}_{1,n}x_n = b_1$$

ماتریس همانی و ماتریس وارون

- ✓ جبر خطی ابزار قدرتمندی به نام ماتریس وارون را دراختیار ما می گذارد تا بتوانیم معادلات برای بسیاری از مقادیر ماتریس **A** تحلیل کنیم.

- ✓ برای توصیف مفهوم ماتریس وارونگی ابتدا باید مفهوم ماتریس همانی را بدانیم .

- ✓ ماتریس همانی ماتریسی است که وقتی آن را در یک بردار ضرب میکنیم هیچ تغییری در *بردار رخ نمی دهد. در واقع ماتریس همانی بردارهای* **n** *بعدی را بصورت* $\boldsymbol{I}_n$ *حفظ می کند:*

$$\boldsymbol{I}_n \in \mathbb{R}^{n\times n} \quad \text{و} \quad \forall \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n, \boldsymbol{I}_n \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}.$$

36

ماتریس همانی و ماتریس وارون

- ✓ ساختار ماتریس همانی ساده است. در این ماتریس تمام درایه های قطر اصلی یک و بقیه درایه ها صفر می باشد:

$$I_1 = [1],\ I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ \cdots,\ I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس همانی و ماتریس وارون

- ✓ معکوس یا وارون ماتریس **A** را با A^{-1} نشان میدهند :

$$A^{-1}A = I_n$$

- ✓ اکنون می توانیم معادله $Ax = b$ با توجه به این قانون و طبق مراحل زیر حل کنیم:

$$Ax = b$$
$$A^{-1}Ax = A^{-1}b$$
$$I_n x = A^{-1}b$$
$$x = A^{-1}b$$

ماتریس همانی و ماتریس وارون

- ✓ البته حل این معادله و پیدا کردن **x** بستگی به پیدا کردن A^{-1} دارد. ما شرایط را برای وجود A^{-1} در قسمت بعدی مورد بحث قرار می دهیم.

- ✓ وقتی A^{-1} وجود داشته باشد ، چندین الگوریتم متفاوت برای پیدا کردن آن در فرم محدود وجود دارند و این در تئوری به این معنا است که می توان از همان ماتریس وارون برای حل معادله در زمان های متفاوتی برای مقادیر مختلف b استفاده کرد.

- ✓ با این وجود A^{-1} در درجه اول یک ابزار نظری مفید است و در عمل برای اغلب کاربردهای نظری استفاده نمی شود.

- ✓ از آنجاییکه وارون **A** یعنی A^{-1} را می توان با دقت محدودی روی کامپیوترهای دیجیتالی نمایش داد، الگوریتم هایی که از مقدار b استفاده می کنند معمولا تخمین دقیق تری از **x** بدست می آورند.

وابستگی خطی و Span

- ✓ برای وجود A^{-1} باید در معادله ی $Ax=b$ یک جواب برای هر مقدار b وجود داشته باشد.
با این حال در سیستم معادلات ممکن است ما در برخی مواقع هیچ جواب یا بی نهایت جواب برای برخی از مقادیر b داشته باشیم.

- ✓ اگر در معادله زیر ما مقدار **x,y** را داشته باشیم آنگاه به ازای هر α به یک پاسخ میرسیم :

$$z=\alpha x+(1-\alpha)y$$

وابستگی خطی و Span

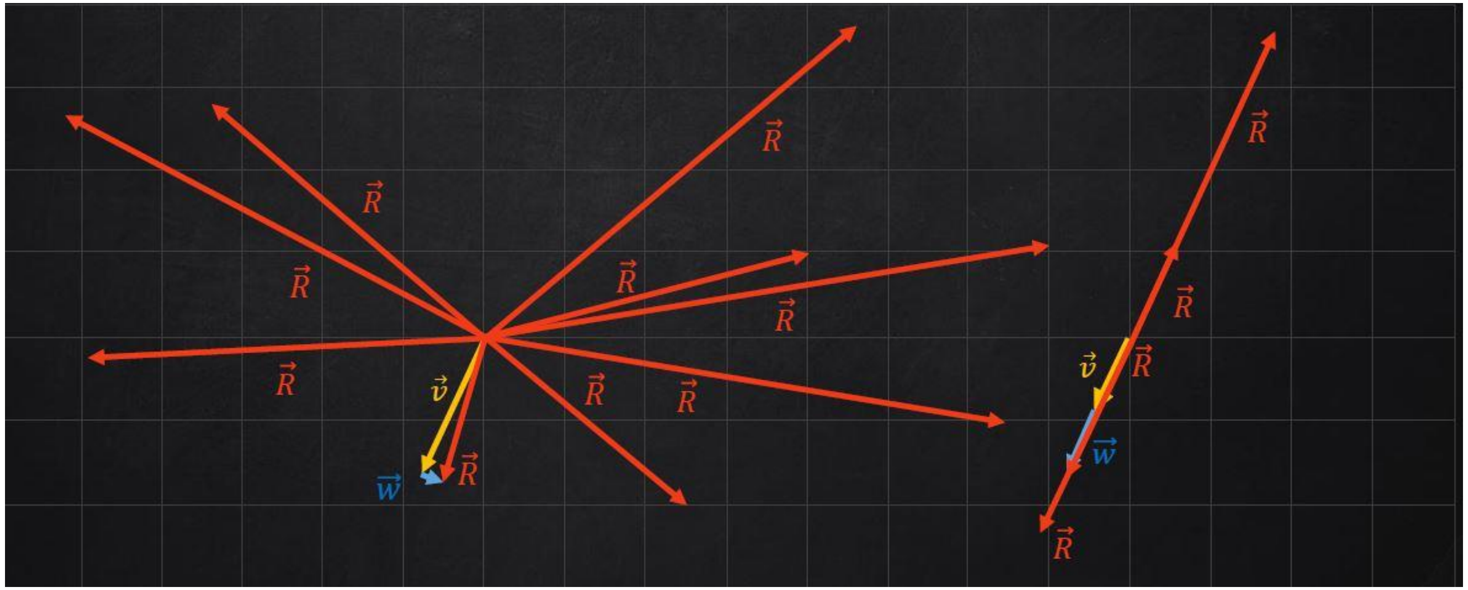
- ✓ برای تجزیه و تحلیل اینکه این معادله چه تعداد جواب دارد ، ستون های ماتریس **A** را به عنوان مسیرهای متفاوتی در نظر میگیریم که می تواند از مبدا عبور کرده و تعیین کند که چند روش برای رسیدن به b وجود دارد.

- ✓ در این دیدگاه هر درایه **x** مشخص می کند که تا کجا باید در هرکدام از این جهات حرکت کنیم. با x_i مشخص می کنیم که چگونه در جهت ستون i حرکت کنیم.

- ✓ به طور کلی این نوع عملیات را ترکیب خطی می نامند.

وابستگی خطی و Span

- ✓ **span** مجموعه ای از بردارها ، مجموعه تمام نقاط بدست آمده با ترکیب خطی بردارهای اصلی می باشد.
- ✓ یا به عبارتی به کل حیطه ای که دو بردار بصورت خطی می توانند تولید برآیند کنند ، **Span** گفته می شود.



وابستگی خطی و Span

- ✓ برای اینکه تابع $Ax = b$ برای تمام مقادیر $b \in \mathbb{R}^m$ یک راه حل داشته باشد، ما نیاز داریم که فضای ستون **A** تمام $\mathbb{R}^m$ را دربربگیرد. اگر هر نقطه در $\mathbb{R}^m$ از فضای ستون حذف شود ، آن نقطه درواقع یک مقدار بالقوه از b است که هیچ جوابی ندارد.

- ✓ این شرط که فضای ستون **A** تمام $\mathbb{R}^m$ را شامل می شود بیانگر این است که **A** باید حداقل **m** ستون داشته باشد که شرط $n \geq m$ در آن برقرار باشد در غیر اینصورت ابعاد فضای ستون **A** کمتر از **m** خواهد بود.

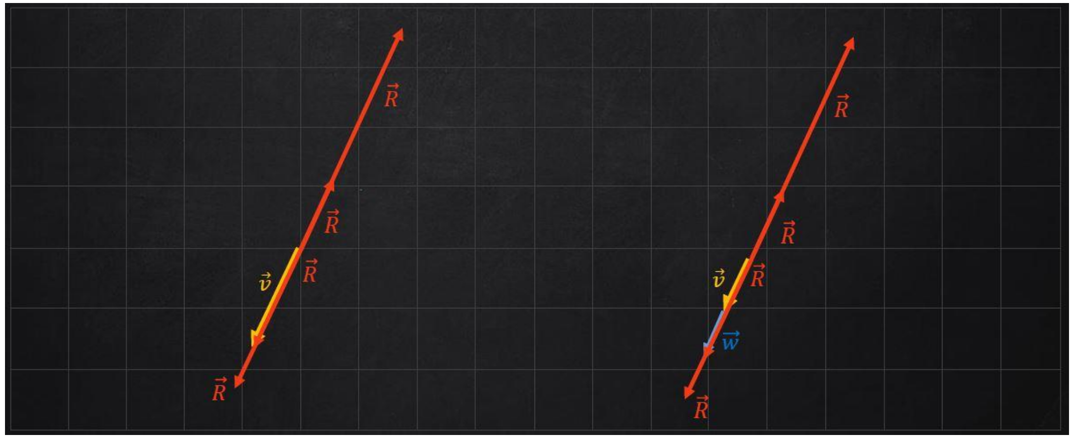
وابستگی خطی و Span

- ✓ برای مثال یک ماتریس ۲*۳ را درنظر بگیرید .هدف بدست آوردن **b** سه بعدی است ، اما **x** فقط دو بعد دارد، بنابراین اصلاح مقدار **x** در بهترین حالت به ما اجازه می دهد تا یک صفحه دو بعدی را در $\mathbb{R}^3$ پیدا کنیم و این معادله اگر و فقط اگر **b** در آن صفحه قرار داشته باشد جواب دارد.
- ✓ شرط $n \geq m$ تنها شرط لازم برای داشتن یک راه حل در هر نقطه می باشد.این شرط کافی نیست چون ممکن است بعضی از ستون ها زاید باشند.

وابستگی خطی و Span

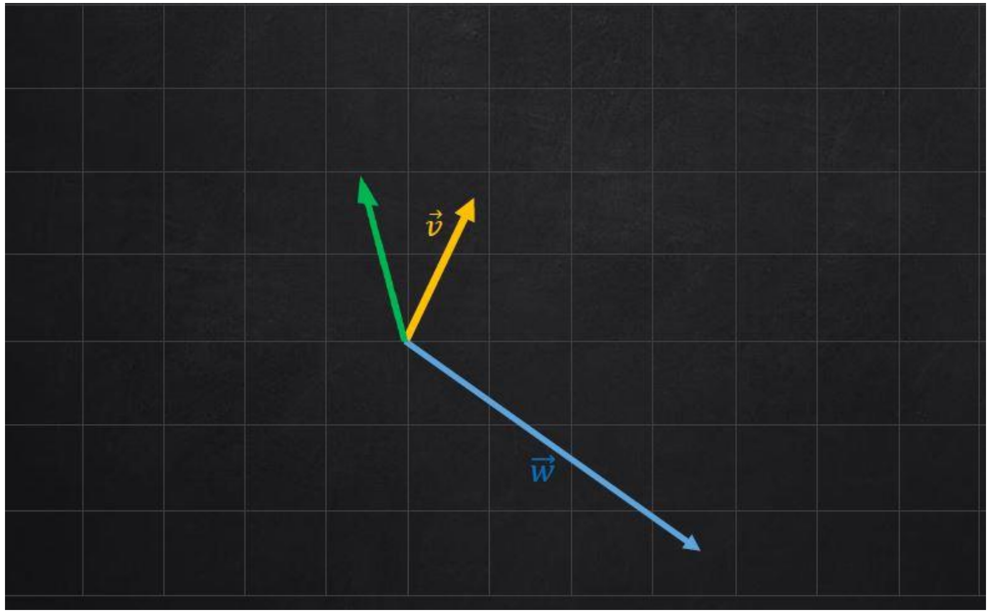
- ✓ ماتریس ۲*۲ را در نظر بگیرید که هر دو ستون آن با یکدیگر برابر باشند. این فضای ستون با ماتریس ۱*۲ شامل تنها یک کپی از ستون تکرار شده برابر است.به عبارت دیگر فضای ستون همچنان یک خط است و حتی اگر دوستون وجود داشته باشد نمی توانند تمام $\mathbb{R}^2$ را دربربگیرند.
به این نوع افزونگی وابستگی خطی **(linear dependence)** می گویند.

- ✓ یا به عبارتی اگر بتوانیم در یک فضای **n** بعدی یک بردار را بدون از دست دادن **span** ای از آن فضا حذف کنیم، یعنی بردارهایی داریم که بصورت خطی به یکدیگر وابسته هستند.



وابستگی خطی و Span

- ✓ مجموعه ای از بردارها را مستقل خطی می گویند اگر یک بردار در مجموعه یک ترکیب خطی از بردارهای دیگر باشد.



- ✓ در واقع با ترکیب خطی دو بردار به هیچ وجه نمی توانیم بردار سوم را تولید کنیم.

وابستگی خطی و Span

- اگر یک بردار را به مجموعه ای اضافه کنیم که ترکیب خطی از بردارهای دیگر در مجموعه باشد این بردار جدید هیچ نقطه ای به محدوده ی تعیین شده **(span)** اضافه نمی کند.
این به این معنا است که برای اینکه فضای ستون ماتریس تمام $\mathbb{R}^m$ رادر بر بگیرد ، ماتریس باید حداقل یک مجموعه از یک ستون مستقل خطی داشته باشد.

- این شرایط در معادله ی $Ax = b$ برای داشتن یک جواب برای هر مقدار **b** ضروری و کافی است.

- توجه داشته باشید که الزام است تا یک مجموعه دقیقا **m** ستون مستقل خطی داشته باشد.
هیچ مجموعه ای از بردارهای **m** بعدی نمی تواند بیش از **m** ستون مستقل خطی داشته باشد
اما یک ماتریس با بیش از **m** ستون ممکن است بیش از یک مجموعه ازاین دست داشته باشد.

وابستگی خطی و Span

- ✓ برای اینکه بتوانیم ماتریس وارون داشته باشیم، باید اطمینان حاصل کنیم که معادله ی $Ax = b$ برای هر مقدار **b** حداکثر یک جواب داشته باشد.

- ✓ برای این منظور ، باید اطمینان حاصل کنیم که ماتریس حداکثر **m** ستون دارد، در غیراینصورت بیش از یک روش برای پارامترسازی هر راه حل وجود دارد و این بدان معنی است که ماتریس باید مربعی باشد یعنی ما نیاز داریم که **m=n** و تمام ستون ها بصورت مستقل خطی باشند.

- ✓ یک ماتریس مربعی با ستون های مستقل خطی را با نام منفرد **(singular)** می شناسند.

وابستگی خطی و Span

- ✓ اگر **A** مربع نباشد یا مربع باشد اما بصورت **singular** باشد ، حل معادله همچنان امکان پذیر است اما نمی توانیم از روش وارونگی ماتریس برای پیدا کردن جواب استفاده کنیم.

- ✓ تا کنون درباره ماتریس های وارون که در سمت چپ ضرب می شوند بحث کردیم ، اما میتوان ماتریس وارون تعریف کرد که در سمت راست ضرب می شود:

$$AA^{-1} = I.$$

- ✓ در ماتریس های مربعی ماتریس وارون چپ و ماتریس وارون راست برابر می باشند.

Norms

✓ وقتی بخواهیم اندازه یک بردار یا ماتریس را محاسبه کنیم از **Norm** استفاده میکنیم.
L^p norm بصورت زیر تعریف می شود:

$$\text{for } p \in \mathbb{R}, p \geq 1 \qquad ||\boldsymbol{x}||_p = \sum_i |x_i|^p \bigg)^{-}$$

✓ **Norm** ها شامل L^p norm توابع نگاشت بردارها به مقادیر غیرمنفی هستند.درواقع در مواردی استفاده می شوند که عناصربه مقادیر مثبت محدود باشند.

Norms

✓ به صورت دقیق تر **norm** یک تابع **f** است که ویژگی های زیر را برآورده می کند:

۱–**norm**ها مقادیری نامنفی هستند .

۲–**norm**ها صفر هستند اگر و فقط اگر بردار صفر باشد.

۳–**norm**ها از نامساوی مثلثی تبعیت می کنند.

۴–**norm**یک بردارضرب در یک اسکالر ، برابر با ضرب قدرمطلق این اسکالر در **norm** بردار است: $||k \cdot u|| = |k| \cdot ||u||$.

39

- $f(\boldsymbol{x}) = 0 \Rightarrow \boldsymbol{x} =$
- $f(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}) \leq f(\boldsymbol{x}) + f(\boldsymbol{y})$ (the *triangle inequality*)
- $\forall \alpha \in \mathbb{R}, f(\alpha \boldsymbol{x}) = |\alpha| f(\boldsymbol{x})$

Norms

✓ نرم **x** را با نماد $||x||$ نشان می دهند.

✓ L^2 norm که **p=2** باشد را نرم اقلیدوسی **(Euclidean norm)** می نامند.که به سادگی نشان دهنده ی فاصله اقلیدوسی از مبدا تا نقطه مشخص شده توسط **x** است.

✓ همچنین می توان اندازه ی یک بردار را با استفاده از مربع L^2 norm که به سادگی توسط $x^\top x$. محاسبه می شود بدست آورد.

Norms

✓ استفاده از مربع L^2 norm برای کار با اصول ریاضی و محاسباتی آسانتر از محاسبه خود L^2 norm می باشد. به عنوان مثال مشتقات مربع L^2 norm با توجه به هر عنصر یا جز **x** فقط به عنصر متناظر **x** وابسته است ، در حالیکه مشتقات تابع L^2 norm به کل بردار وابسته می باشد.

✓ تعریف L^2 norm یا همان نرم اقلیدوسی:

$$||x||_2 = (\sum_i x_i^2)^{1/2} \Leftrightarrow \sqrt{\sum_i x_i^2}$$

Norms

✓ حل یک مثال برای محاسبه نرم اقلیدوسی:

$$u = \begin{bmatrix} 3 \\ \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$||u||_2 = \sqrt{|3|^2 + |4|^2}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5$$

بنابراین، نرم L^2 برابر با 5 است.

Norms

- ✓ در بسیاری از زمینه ها مربع L^2 norm ممکن است نامطلوب باشد زیرا در نزدیکی مبدا به کندی افزایش می یابد

- ✓ در بسیاری از کاربردهای یاگیری ماشین ، تمایز بین مولفه هایی که دقیقا صفر هستند و عناصری که کوچک اما غیرصفر هستند مهم است . در این حالت ما به تابعی نیاز داریم که با نرخ یکسان در تمام مکان ها رشد کند، اما سادگی محاسبات ریاضی را نیز داشته باشد.برای این منظور از L^1 norm استفاده می کنیم

Norms

✓ L^1 norm به صورت زیر محاسبه می شود:

$$||\boldsymbol{x}||_1 = \sum_i |x_i|$$

✓ دریادگیری ماشین هرگاه تفاوت بین المان های صفر و غیرصفر خیلی مهم باشد از L^1 norm استفاده می کنیم.

Norms

- ✓ گاهی اندازه ی بردار را با شمارش عناصر غیرصفر آن اندازه گیری می کنیم که برخی از نویسندگان به آن L^0 norm می گویند.اما این اصطلاح نادرست است.

- ✓ تعداد ورودی های غیرصفر یک نرم نمی باشد ، زیرا مقیاس گذاری بردار با α باعث تغییر ورودی های غیرصفر نمی شود.

- ✓ از L^1 norm به عنوان جایگزینی برای تعداد ورودی های غیرصفر استفاده می شود.

Norms

- ✓ یک norm دیگری که در یادگیری ماشین وجود دارد L^∞ norm می باشد که به عنوان حداکثر نرم نیز شناخته می شود :

$$||\boldsymbol{x}||_\infty = \max_i |x_i|$$

- ✓ L^∞ norm درواقع بزرگترین عنصر یک بردار را نشان می دهد.

Norms

✓ گاهی ممکن است بخواهیم اندازه یک ماتریس را محاسبه کنیم.در یادگیری عمیق معمول ترین راه برای انجام این کار استفاده از **Ferobenius norm** می باشد:

$$||A||_F = \sqrt{\sum_{i,j} A_{i,j}^2},$$

✓ که شبیه L^2 norm یک بردار است و در آن یک ماتریس را به یک عدد تبدیل کرده ایم با این کار بصورت تخمینی میتوانیم متوجه شویم که اندازه یک ماتریس چقدر بزرگ است و ماتریس ها را با یکدیگر مقایسه کنیم.

Norms

✓ ضرب داخلی دوبردار را می توان از نظر **norm** ها بازنویسی کرد:

$$x^\top y = ||x||_2 ||y||_2 \cos\theta$$

که θ زاویه بین **x** و **y** می باشد.

سپاس از همراهی شما

filoger

فیلاگر | جامعه هوش‌مصنوعی ایران