Лабораторная работа № 2

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ КОНЦЕПТУАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Авакумов Тарас

Трусковский Кирилл

Федь Владимир

Постановка задачи

Восстановить функциональную зависимость в виде иерархической многоуровневой системы моделей.

Первый уровень модели

Искомые функции формируются в классе аддитивных функций и представляются в виде суперпозиции функций от переменных x_1, x_2, x_3

$$\hat{Y}_i(q) = C_{1i}\Phi_{1i}(\hat{x}_1[q]) + C_{2i}\Phi_{2i}(\hat{x}_2[q]) + C_{3i}\Phi_{3i}(\hat{x}_3[q])$$

Второй уровень модели

Формируются модели, которые определяют раздельно зависимость приближающих функций от соответственно компонентов переменных x_1, x_2, x_3

$$\hat{Y}_i(q) = \sum_{j1=1}^{n_1} a^{(i)}{}_{1j1} \Psi_{1j1}(\hat{x}_{1j1}[q])$$

$$\hat{Y}_i(q) = \sum_{j2=1}^{n_2} a^{(i)}{}_{2j2} \Psi_{2j2}(\hat{x}_{2j2}[q])$$

$$\hat{Y}_i(q) = \sum_{j3=1}^{n_3} a^{(i)}{}_{3j3} \Psi_{3j3}(\hat{x}_{3j3}[q])$$

Третий уровень модели

На третьем иерархическом уровне формируются модели, которые определяют функции .

$$\hat{Y}_{cp}(q)=\sum_{j1=1}^{n_1}\sum_{p1=0}^{P1}\lambda_{1j1p1}T^{*}{}_{p1}(\hat{x}_{1j1}[q])+\sum_{j2=1}^{n_2}\sum_{p2=0}^{P2}\lambda_{2j2p2}T^{*}{}_{p2}(\hat{x}_{2j2}[q])+\sum_{j3=1}^{n_3}\sum_{p3=0}^{P3}\lambda_{3j3p3}T^{*}{}_{p3}(\hat{x}_{3j3}[q])$$

Метод решения несовместной системы уравнений: метод сопряженных направлений.

$$Ax - b = 0 \qquad \Rightarrow \qquad A^T Ax - A^T b = 0$$

¿

$$I(x) = \frac{1}{2}\langle A^T Ax, x\rangle - \langle A^T b, x\rangle \to \min,$$

$$\text{причому} \;\; I'(x) = A^T Ax - A^T b \;\; i \;\; I$$ \(x \) =A rSup { size 8{T} } A . {} } } {}

¿

Алгоритм минимизации

$$h^0, h^1, \ldots, h^{n-1},$$

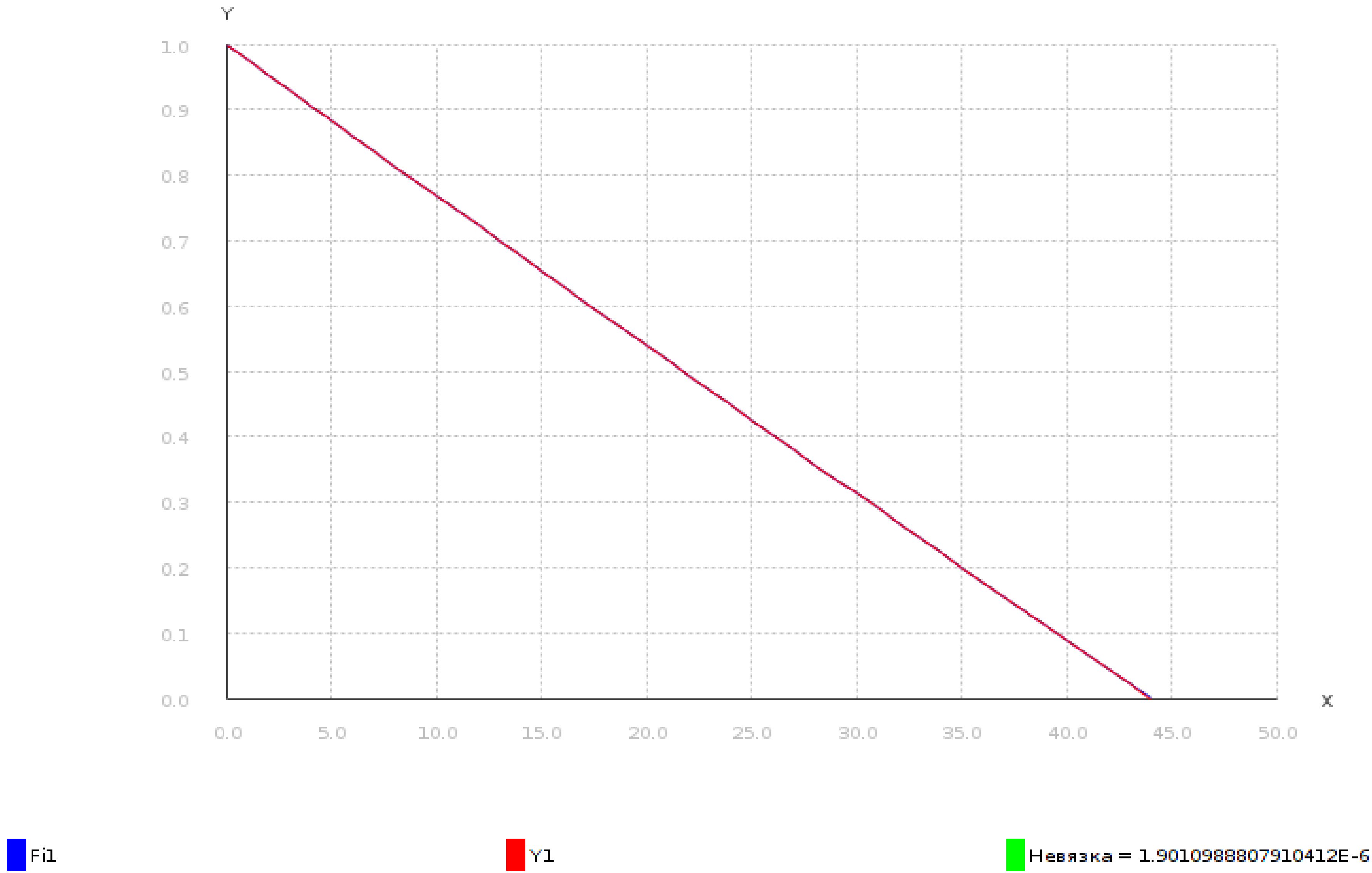
$$\langle Ah^i, h^j\rangle = 0 \quad при \;\; i \neq j.$$

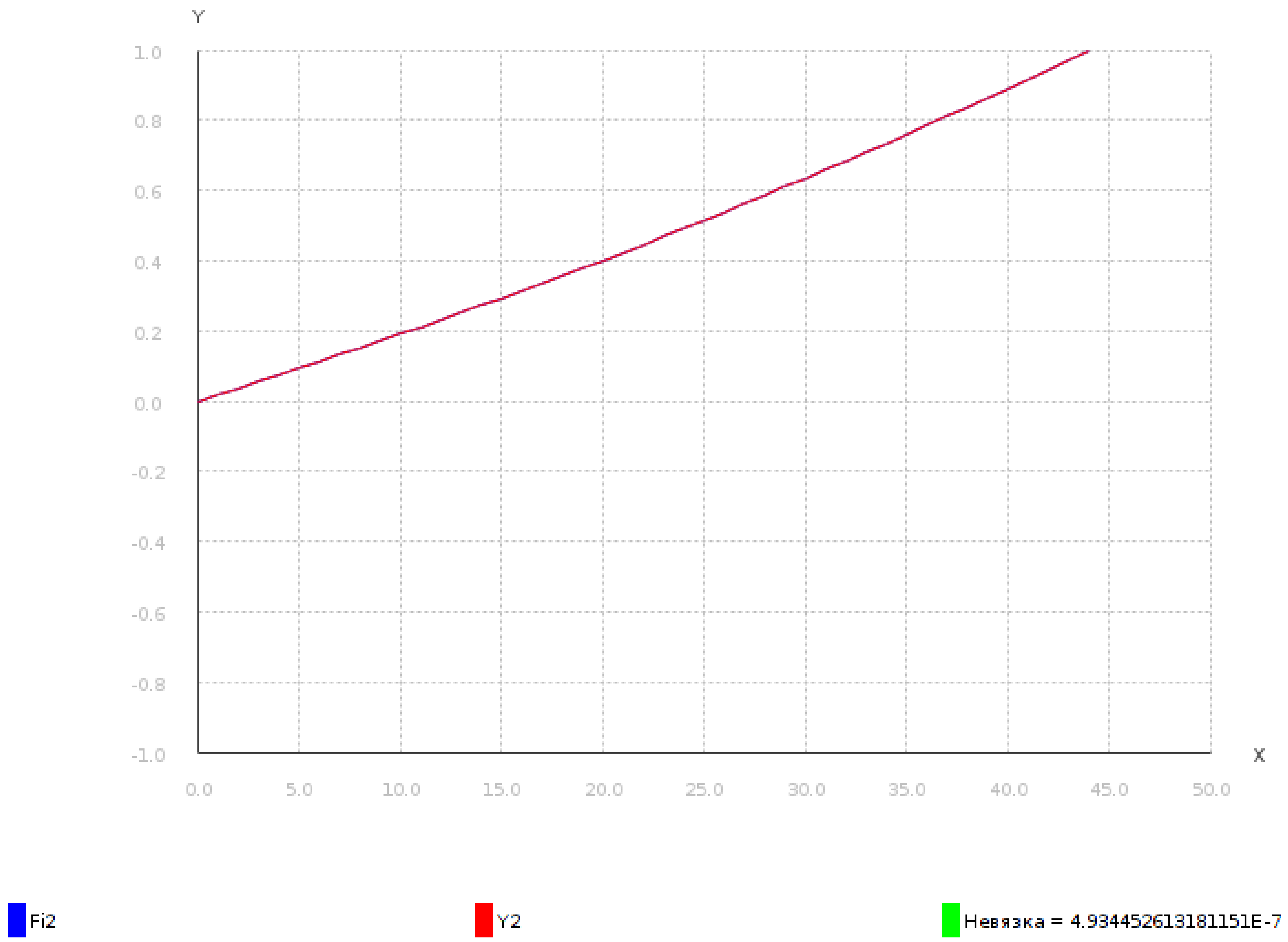
$$h^0 = -f'(x^0), \;\; где \;\; f'(x) = Ax - b;$$

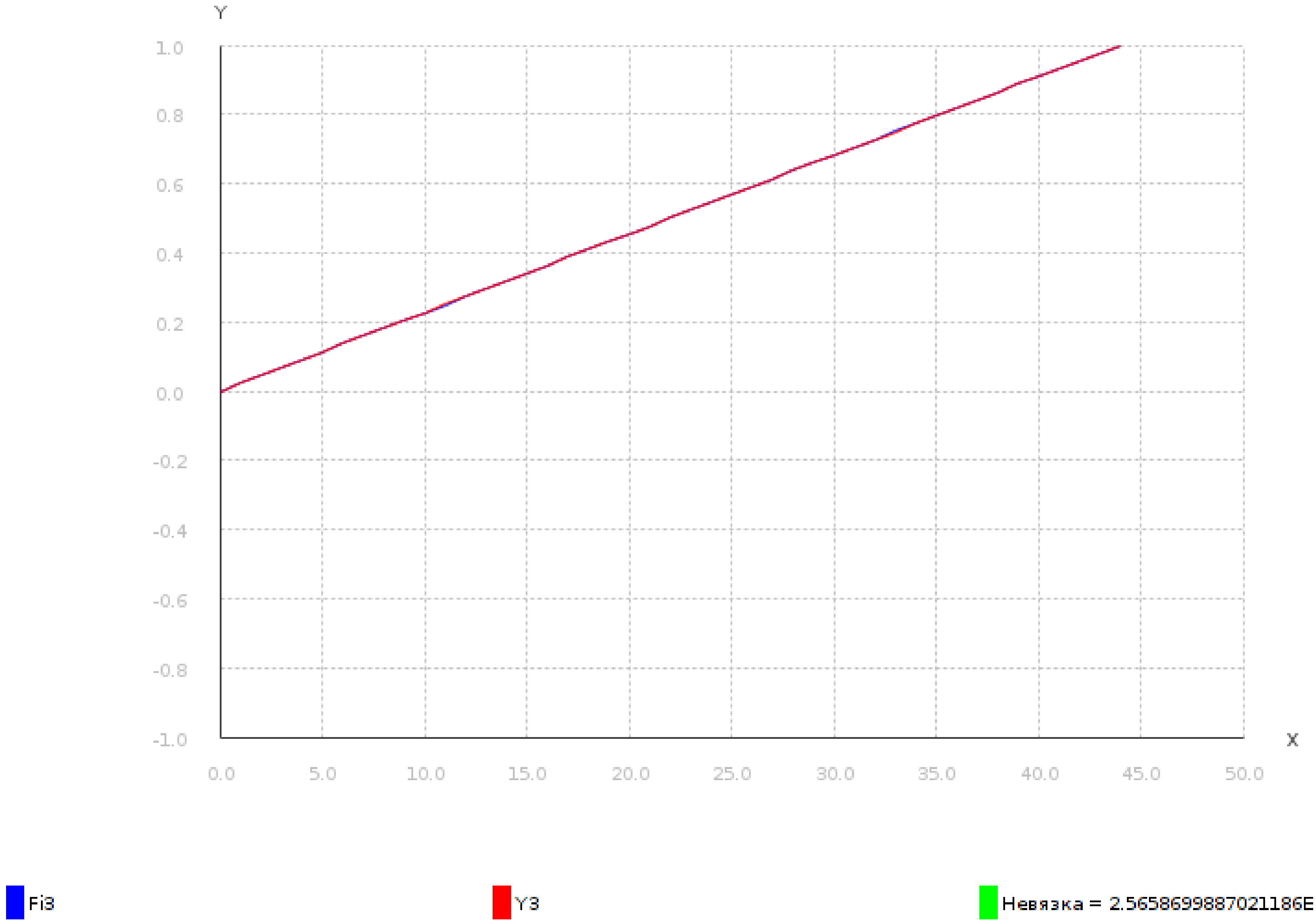
$$h^k = -f'(x^k) + \beta_{k-1} h^{k-1}, \;\; \beta_{k-1} = \frac{\langle f'(x^k), Ah^{k-1}\rangle}{\langle h^{k-1}, Ah^{k-1}\rangle}.$$

Результаты

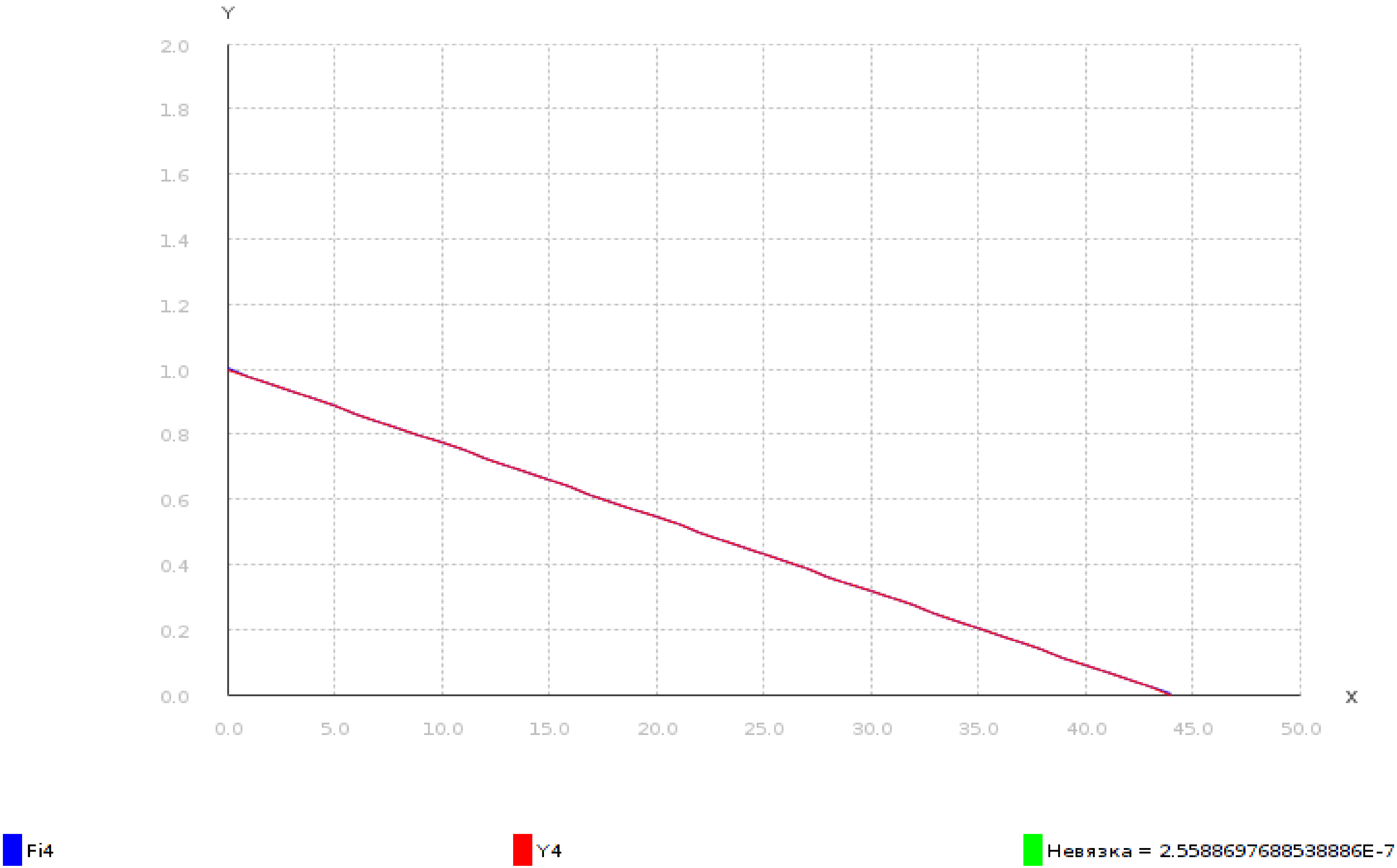
Полиномы Чебышева (7 порядок нормированные y(i))




Y
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1.0
X
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
45.0
50.0
Fi2
Y2
Невязка = 4.934452613181151E-7

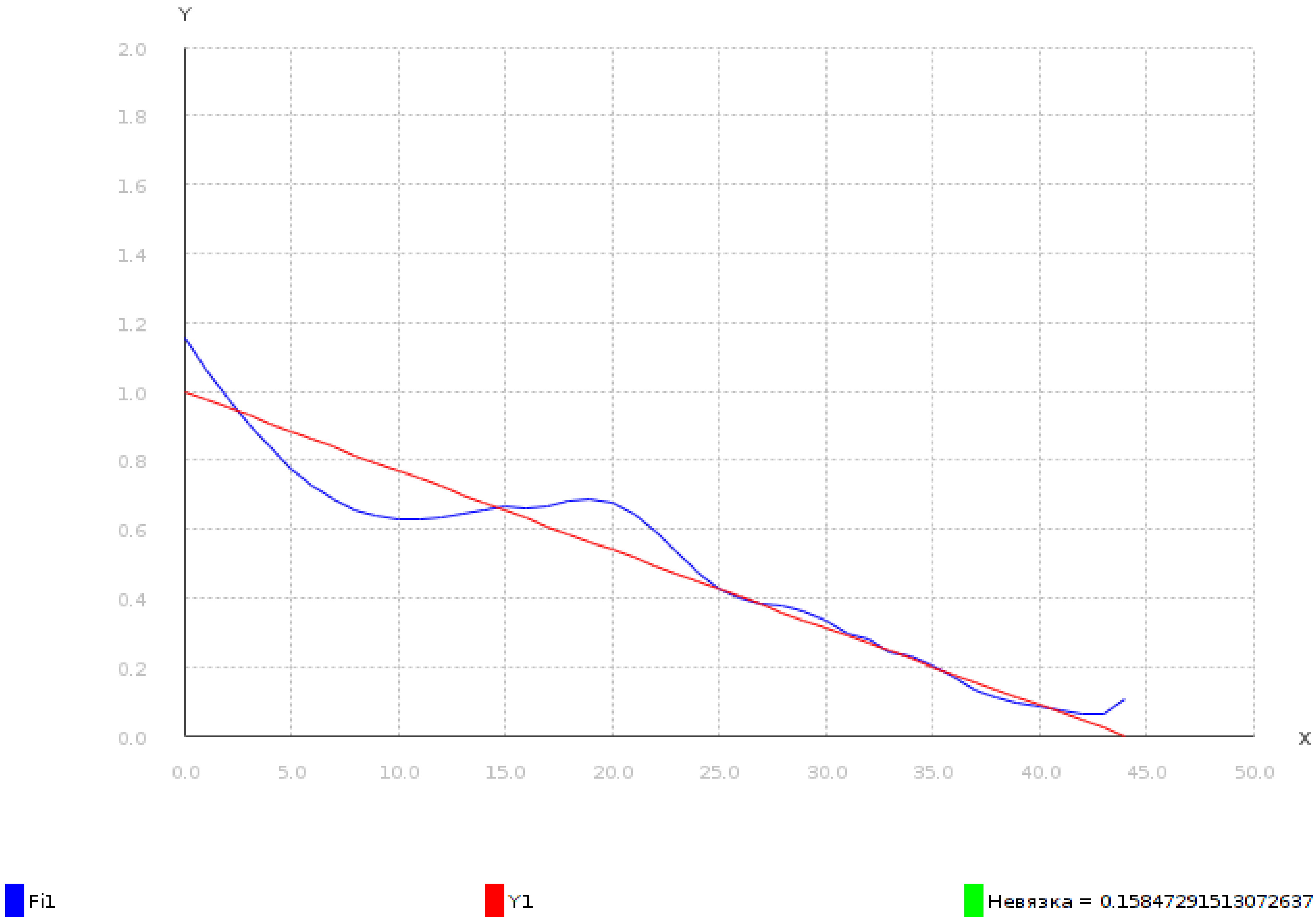


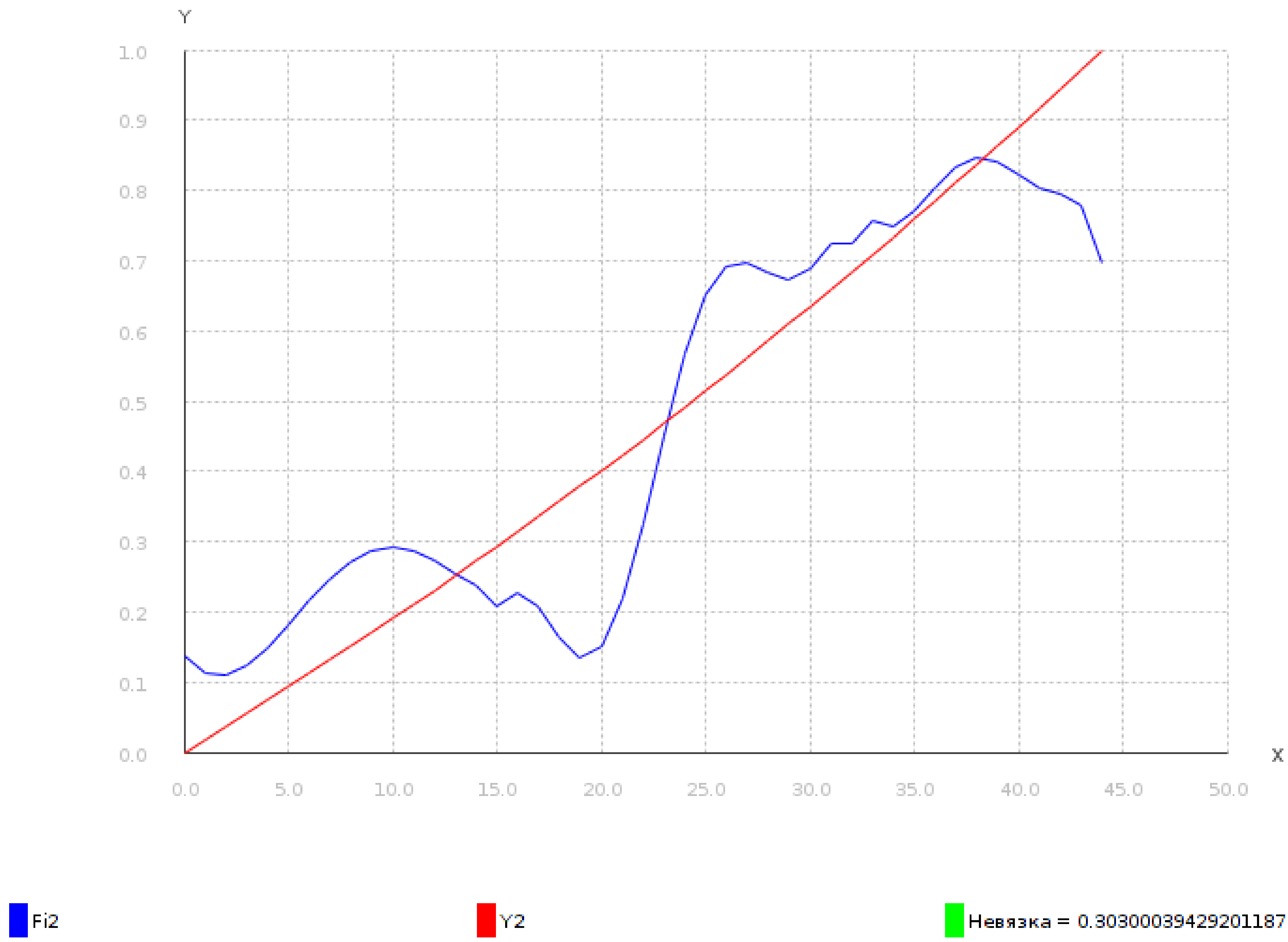
Y
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1.0
X
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
45.0
50.0
Fi3
Y3
Невязка = 2.5658699887021186E-7

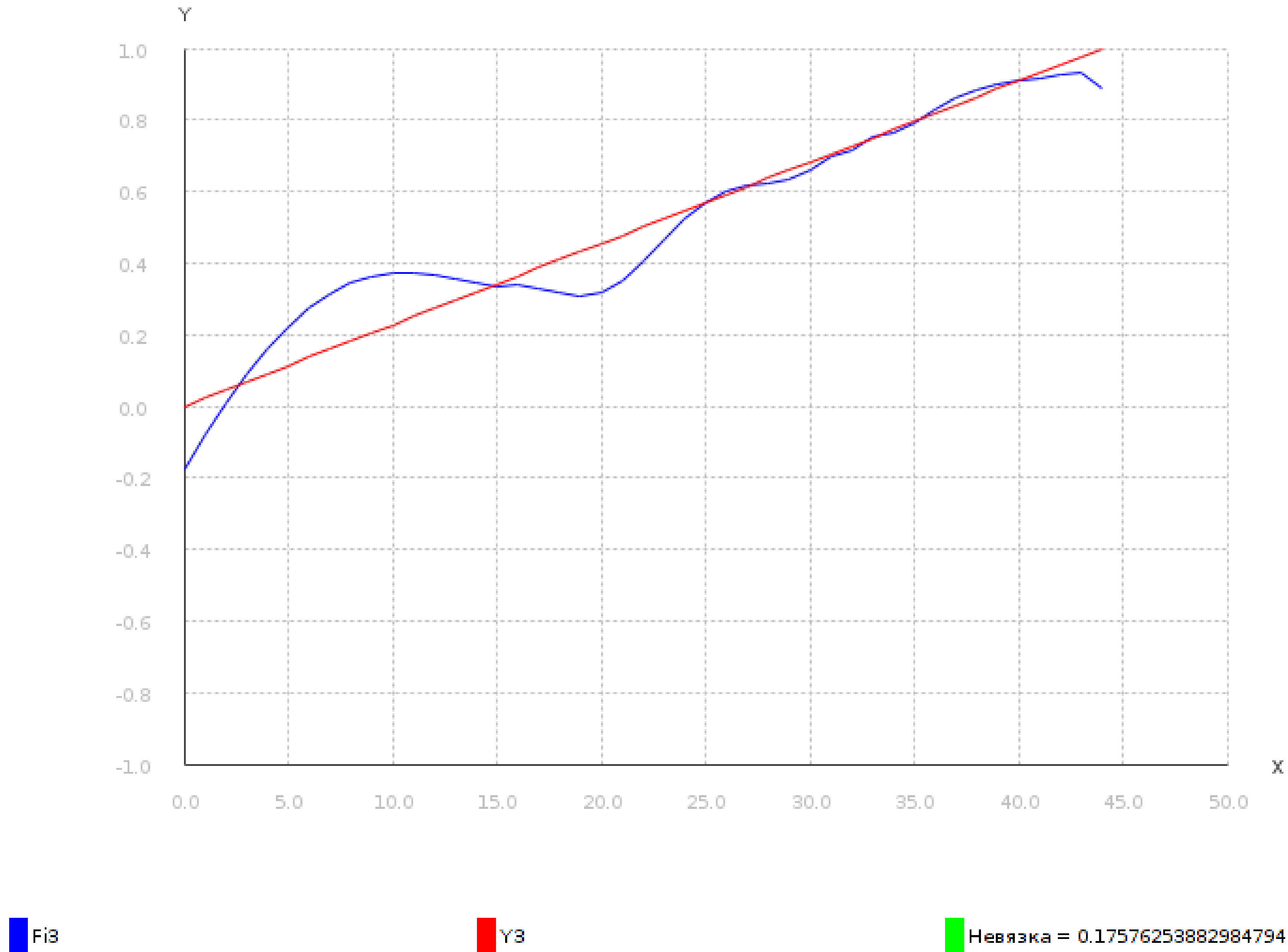

Y
2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
X
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
45.0
50.0
Fi4
Y4
Невязка = 2.5588697688538886E-7

Результаты

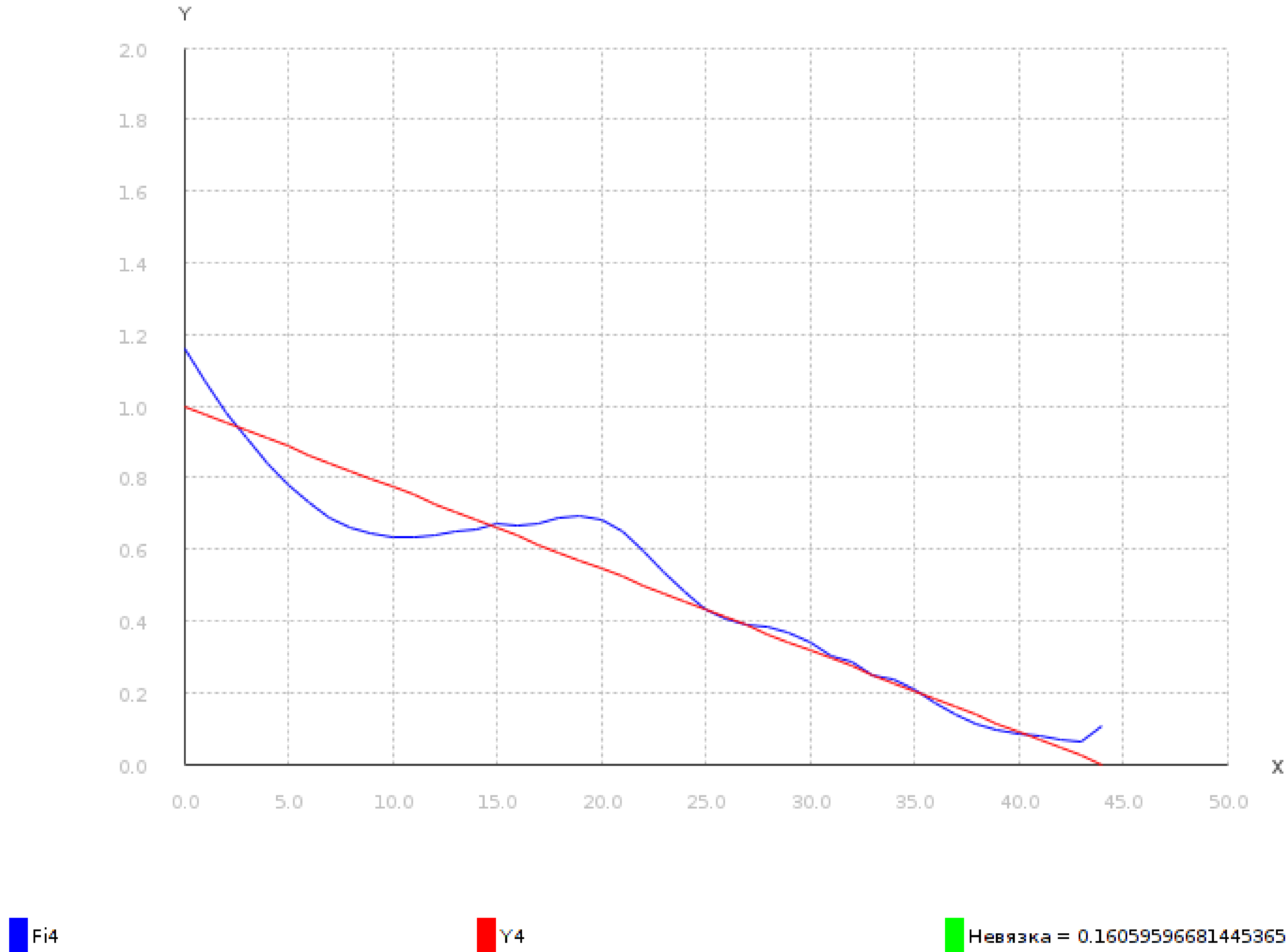
Полиномы Лежандра (7 порядок принцип макс. мин. y(i))




Y
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
45.0
50.0
X
Fi2
Y2
Невязка = 0.30300039429201187



Y
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1.0
X
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
45.0
50.0
Fi3
Y3
Невязка = 0.17576253882984794


Y
2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
45.0
50.0
X
Fi4
Y4
Невязка = 0.16059596681445365

Наша выборка

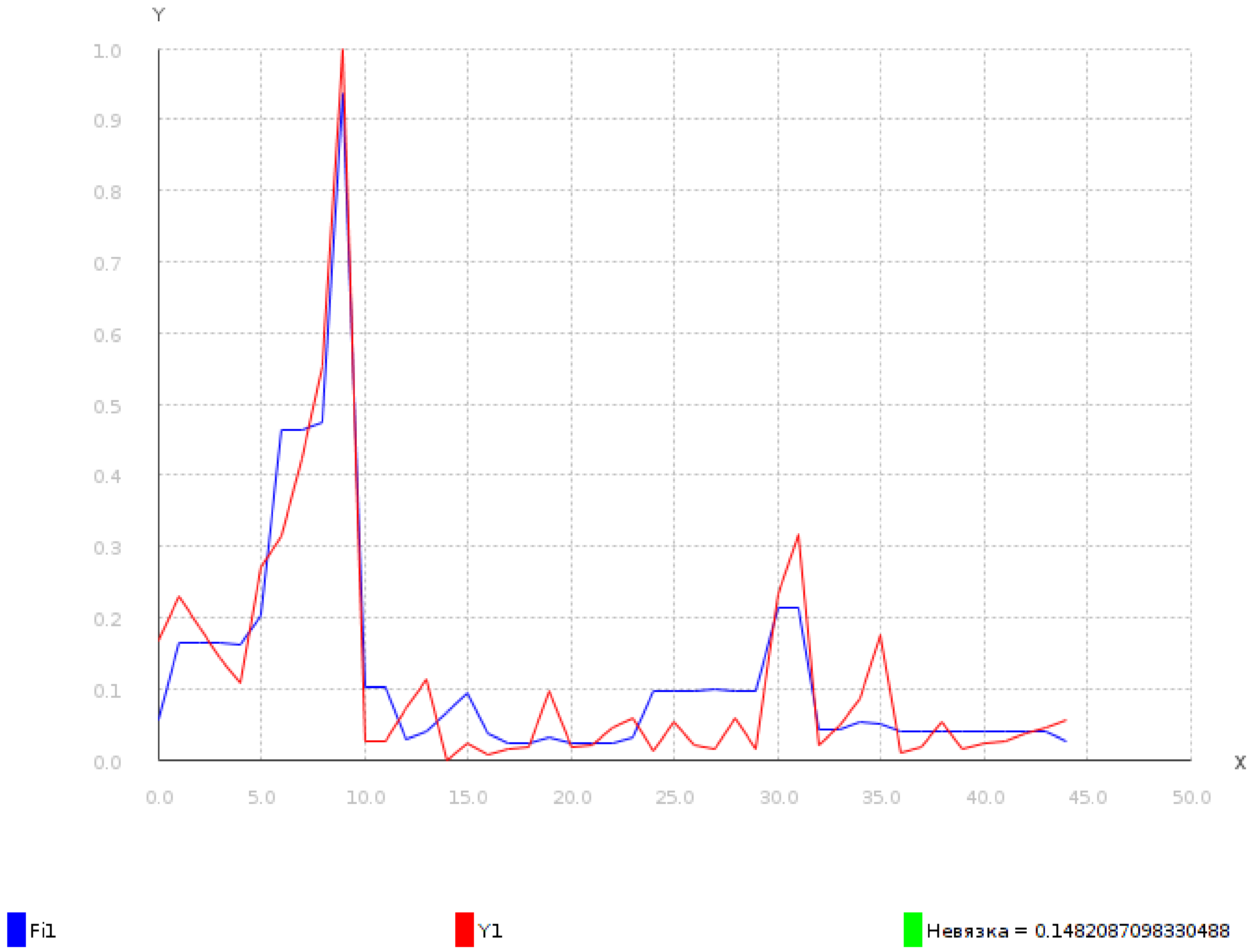
Возможно построить зависимость сервера по его показателям и предсказывать критические ситуации

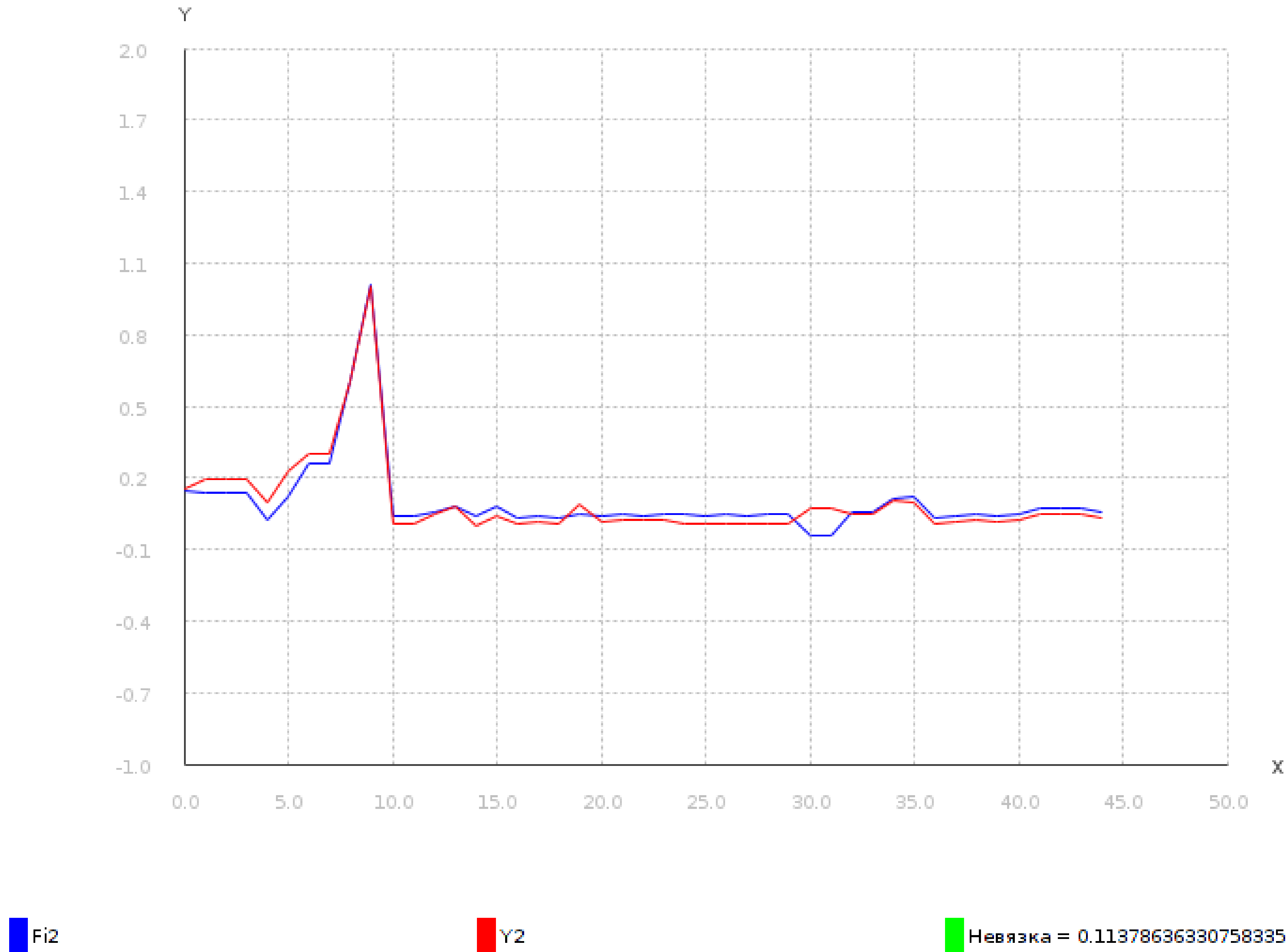
Источник uci.edu(http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Computer+Hardware)

Данные
Attribute Information:
1. vendor name: 30
(adviser, amdahl,apollo, basf, bti, burroughs, c.r.d, cambex, cdc, dec, dg, formation, four-phase, gould, honeywell, hp, ibm, ipl, magnuson, microdata, nas, ncr, nixdorf, perkin-elmer, prime, siemens, sperry, sratus, wang)
2. Model Name: many unique symbols
3. MYCT: machine cycle time in nanoseconds (integer)
4. MMIN: minimum main memory in kilobytes (integer)
5. MMAX: maximum main memory in kilobytes (integer)
6. CACH: cache memory in kilobytes (integer)
7. CHMIN: minimum channels in units (integer)
8. CHMAX: maximum channels in units (integer)
9. PRP: published relative performance (integer)
10. ERP: estimated relative performance from the original article (integer)

Результаты

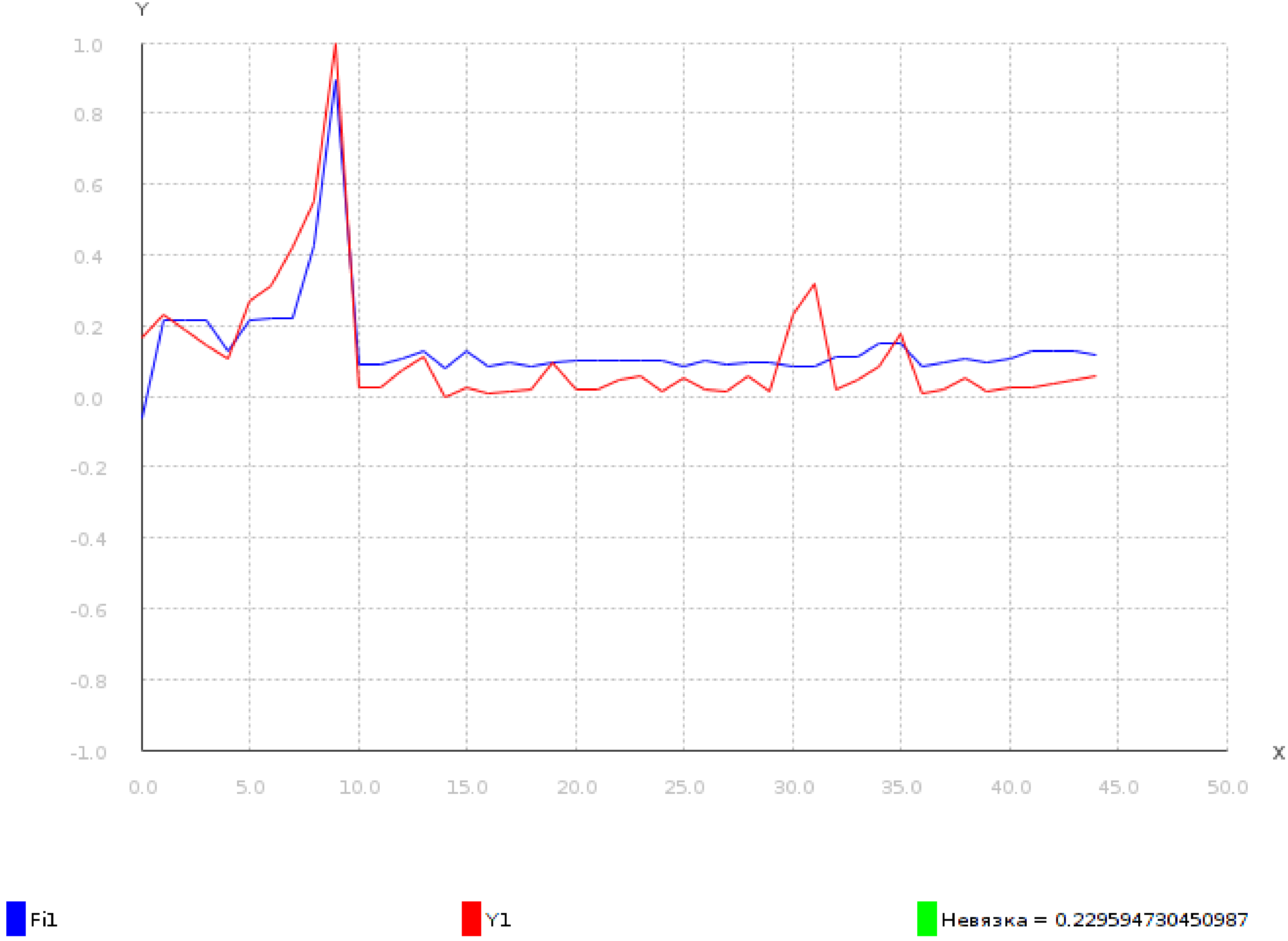
Полиномы Лаггерта (6 порядок норм y(i))

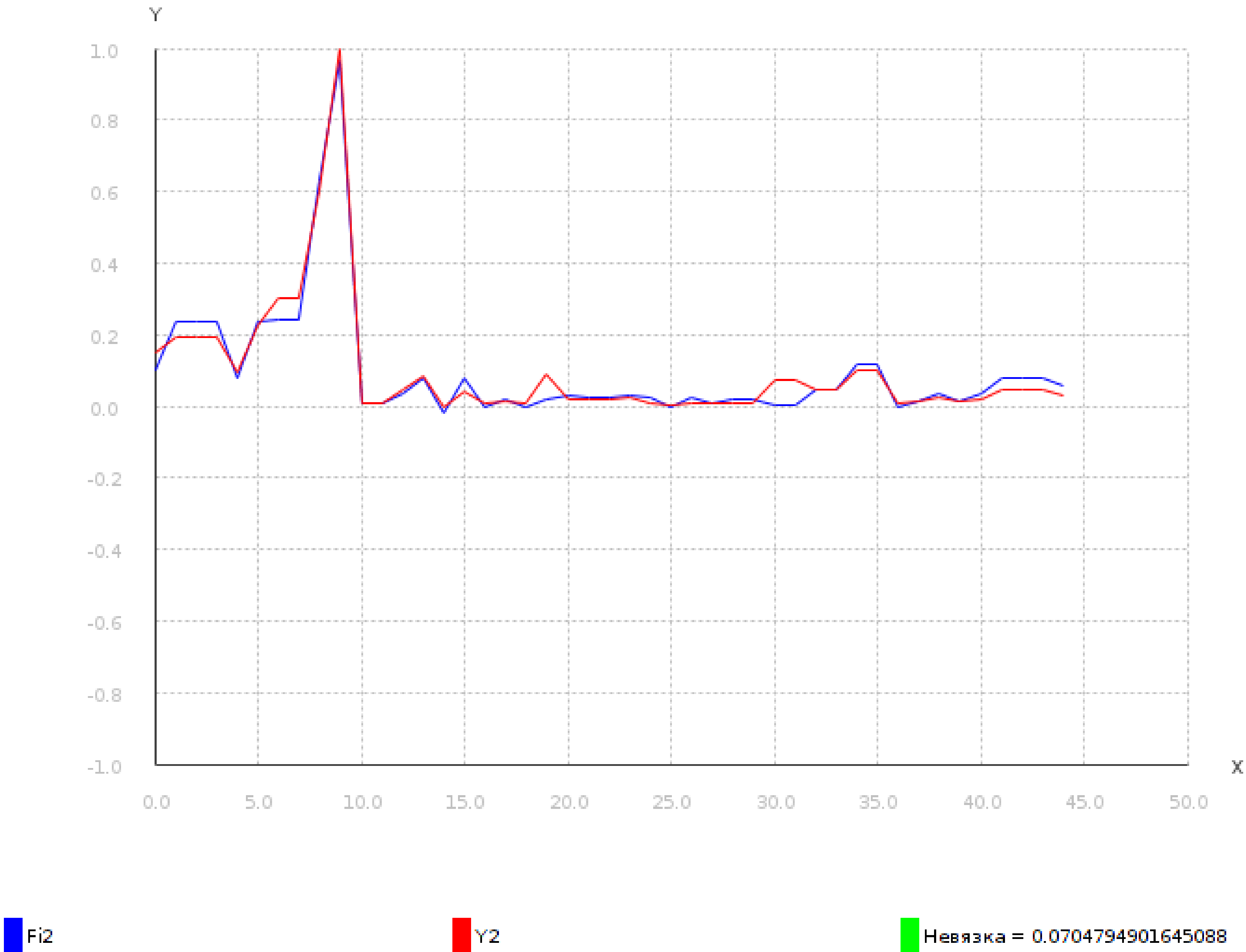



Y
2.0
1.7
1.4
1.1
0.8
0.5
0.2
-0.1
-0.4
-0.7
-1.0
X
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
45.0
50.0
Fi2
Y2
Невязка = 0.11378636330758335

Результаты

Полиномы Эрмита (6 порядок принцип макс. мин. y(i))




Y
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1.0
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
45.0
50.0
X
Fi2
Y2
Невязка = 0.0704794901645088

Общие

1) Мы восстановить функциональную зависимость в виде иерархической многоуровневой системы моделей.

2) Как для начальной выборке так и для данных с серверов результаты приемлемы

3) При обзоре современных методов и подходов мы обнаружили очень интересный подход, который применим в данной работе

Наше предложение

- Так как конечная цель нашей работы не восстановления зависимости и не аппроксимация, а предсказание, то разумно начинать именно с этого.
- Мы применим современный подход к обучению на данных и дальнейшему предсказанию (работы Andrew Ng, Yaser Abu-Mostafa : 2008 – 2014 гг.)

Некоторые понятия

- N – количество наших данных, природа может, которых может быть различна
- h – один из вариантов восстановленной зависимости по N данным
- g – восстановленная зависимость, которая используется для предсказания
- Ein(g) – ошибка на данный, которые у нас есть
- Eout(g) – ошибка на всем пространстве данных, в том числе и ошибка при прогнозировании

Цель

Мы хотим сделать Eout(g) как можно меньше, и тогда прогноз будет валидным, но у нас есть только Ein(g)

Наш компромисс

$$Ein(g) \approx Eout(g)$$

$$Ein(g) \approx 0$$

Главный результат

$$Eout(g) \leqslant Ein(g) + GB(N, H, \partial)$$

$$H - пространство\, h, \partial - доверительный\, интервал$$

$$Ein(g) \uparrow GB(N, H, \partial) \downarrow$$

$$Ein(g) \downarrow GB(N, H, \partial) \uparrow$$

Вывод: слепо уменьшать Ein не стоит, потому что это может закончиться катастрофой

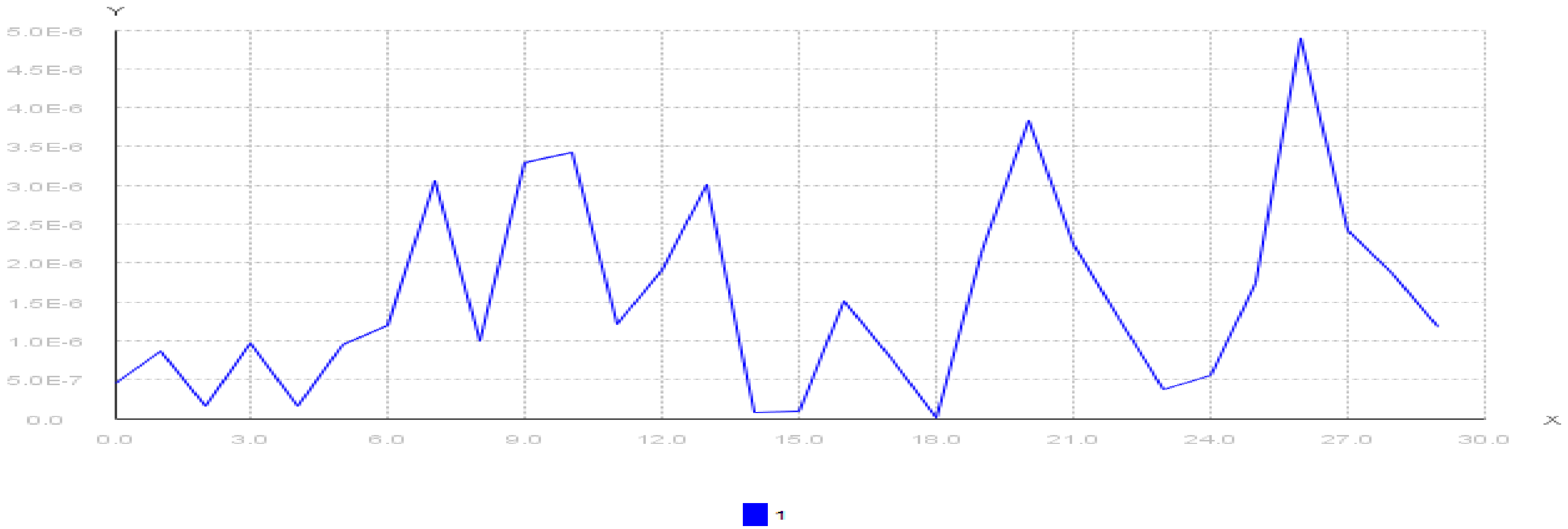
Решение

Есть два метода
1) анализ VC размерности H
2) Bias - Variance tradeoff

Что значит практично
1) Можно четко определить N при котором предсказание возмножно
2) Добавить регуляризацию в модель для сохранения GB в норме
3) Перед предсказанием проводить валидацию модели
4) Строить кривые Ein Eout для понимания где наша модель имеет недостаток

Bias - Variance tradeoff

Ein



Eout