

Лабораторная работа № 2

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ КОНЦЕПТУАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Авакумов Тарас

Трусковский Кирилл

Федь Владимир

Постановка задачи

Восстановить функциональную зависимость в виде иерархической многоуровневой системы моделей.

Первый уровень модели

Искомые функции формируются в классе аддитивных функций и представляются в виде суперпозиции функций от переменных x_1, x_2, x_3

$$\hat{Y}_i(q) = C_{1i} \Phi_{1i}(\hat{x}_1[q]) + C_{2i} \Phi_{2i}(\hat{x}_2[q]) + C_{3i} \Phi_{3i}(\hat{x}_3[q])$$

Второй уровень модели

Формируются модели, которые определяют раздельно зависимость приближающих функций от соответственно компонентов переменных x_1, x_2, x_3

$$\hat{Y}_i(q) = \sum_{j1=1}^{n_1} a_{1j1}^{(i)} \Psi_{1j1}(\hat{x}_{1j1}[q])$$

$$\hat{Y}_i(q) = \sum_{j2=1}^{n_2} a_{2j2}^{(i)} \Psi_{2j2}(\hat{x}_{2j2}[q])$$

$$\hat{Y}_i(q) = \sum_{j3=1}^{n_3} a_{3j3}^{(i)} \Psi_{3j3}(\hat{x}_{3j3}[q])$$

Третий уровень модели

На третьем иерархическом уровне формируются модели, которые определяют функции .

$$\hat{Y}_{cp}(q) = \sum_{j1=1}^{n_1} \sum_{p1=0}^{P1} \lambda_{1j1p1} T^*_{p1}(\hat{x}_{1j1}[q]) + \sum_{j2=1}^{n_2} \sum_{p2=0}^{P2} \lambda_{2j2p2} T^*_{p2}(\hat{x}_{2j2}[q]) + \sum_{j3=1}^{n_3} \sum_{p3=0}^{P3} \lambda_{3j3p3} T^*_{p3}(\hat{x}_{3j3}[q])$$

Метод решения несовместной системы уравнений: метод сопряженных направлений.

$$Ax - b = 0 \quad \Rightarrow \quad A^T Ax - A^T b = 0$$

$$I(x) = \frac{1}{2} \langle A^T Ax, x \rangle - \langle A^T b, x \rangle \rightarrow \min,$$

причем $I'(x) = A^T Ax - A^T b$ и $I(x) = \inf_{y \in A} \|y - x\|^2$

Алгоритм минимизации

$$h^0, h^1, \dots, h^{n-1},$$

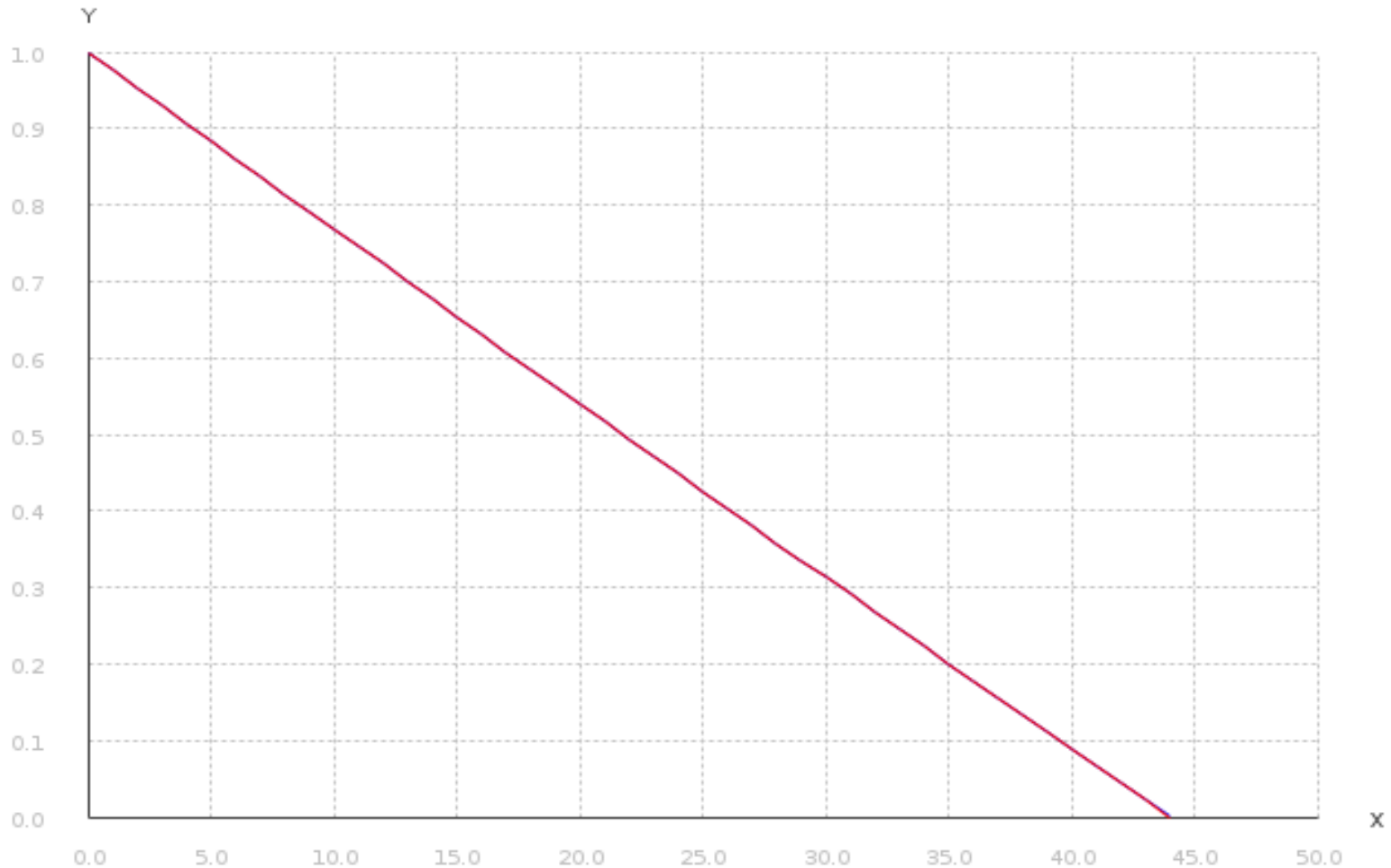
$$\langle Ah^i, h^j \rangle = 0 \text{ при } i \neq j.$$

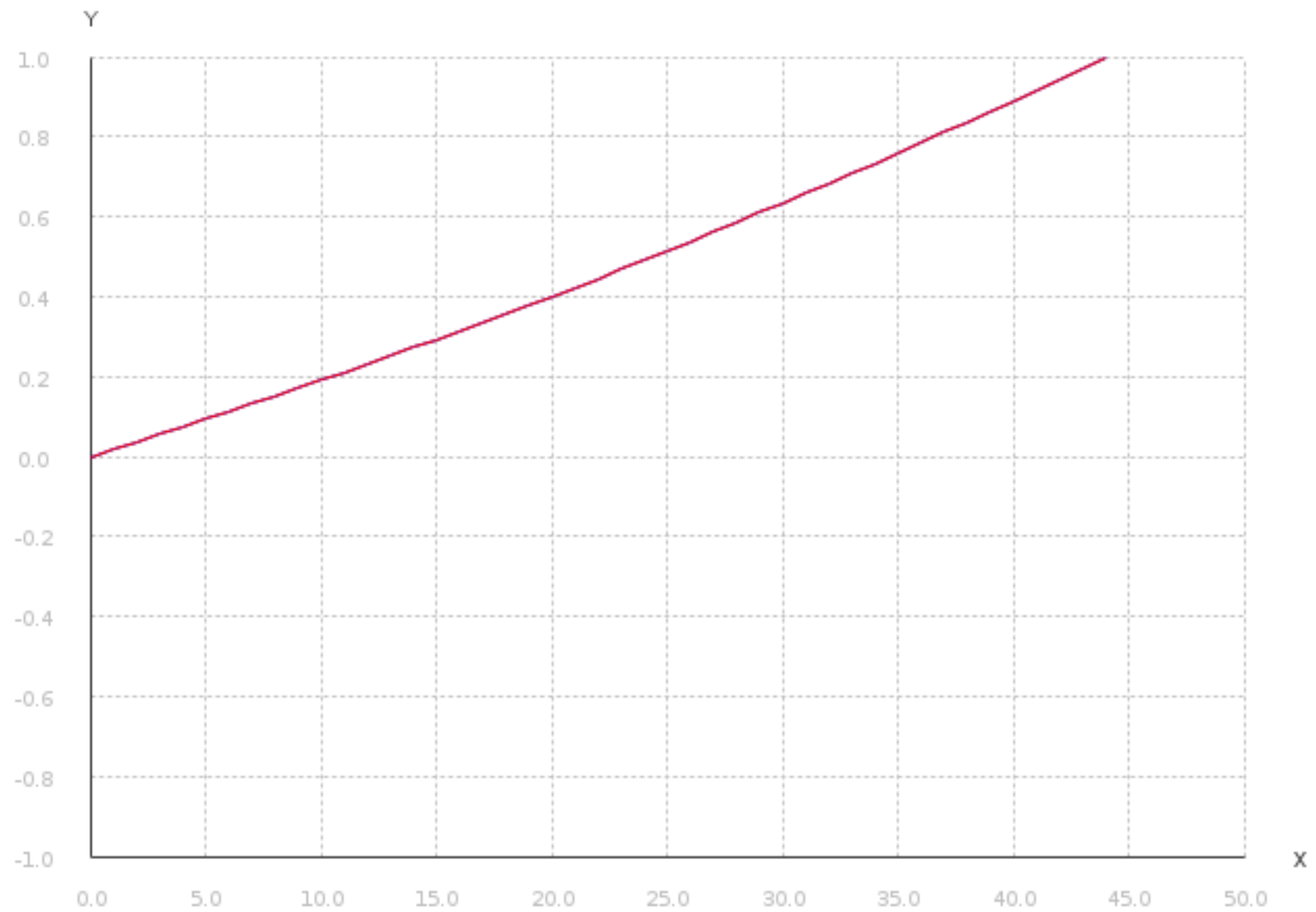
$$h^0 = -f'(x^0), \text{ где } f'(x) = Ax - b;$$

$$h^k = -f'(x^k) + \beta_{k-1} h^{k-1}, \quad \beta_{k-1} = \frac{\langle f'(x^k), Ah^{k-1} \rangle}{\langle h^{k-1}, Ah^{k-1} \rangle}.$$

Результаты

Полиномы Чебышева (7 порядок нормированные $y(i)$)

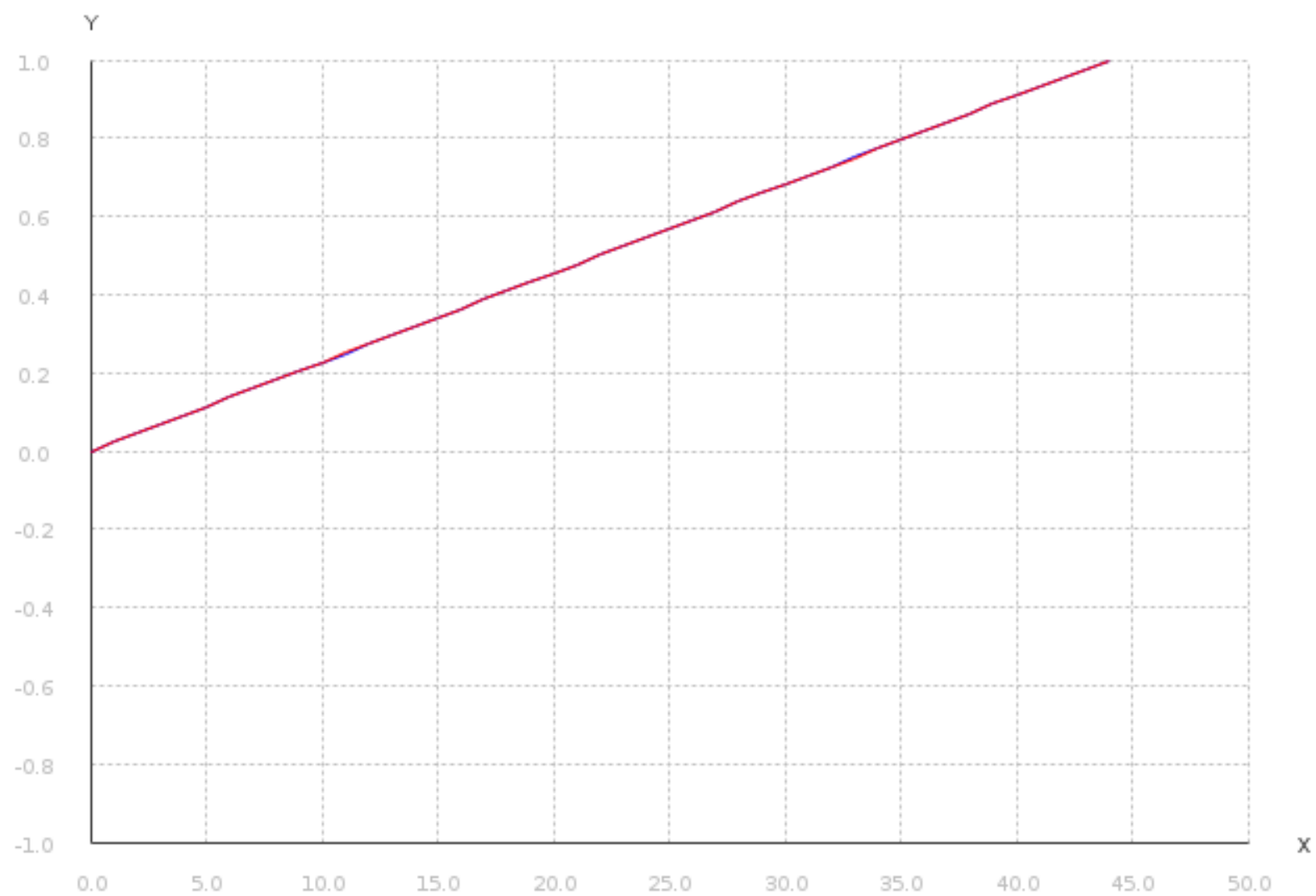




Fi2

Y2

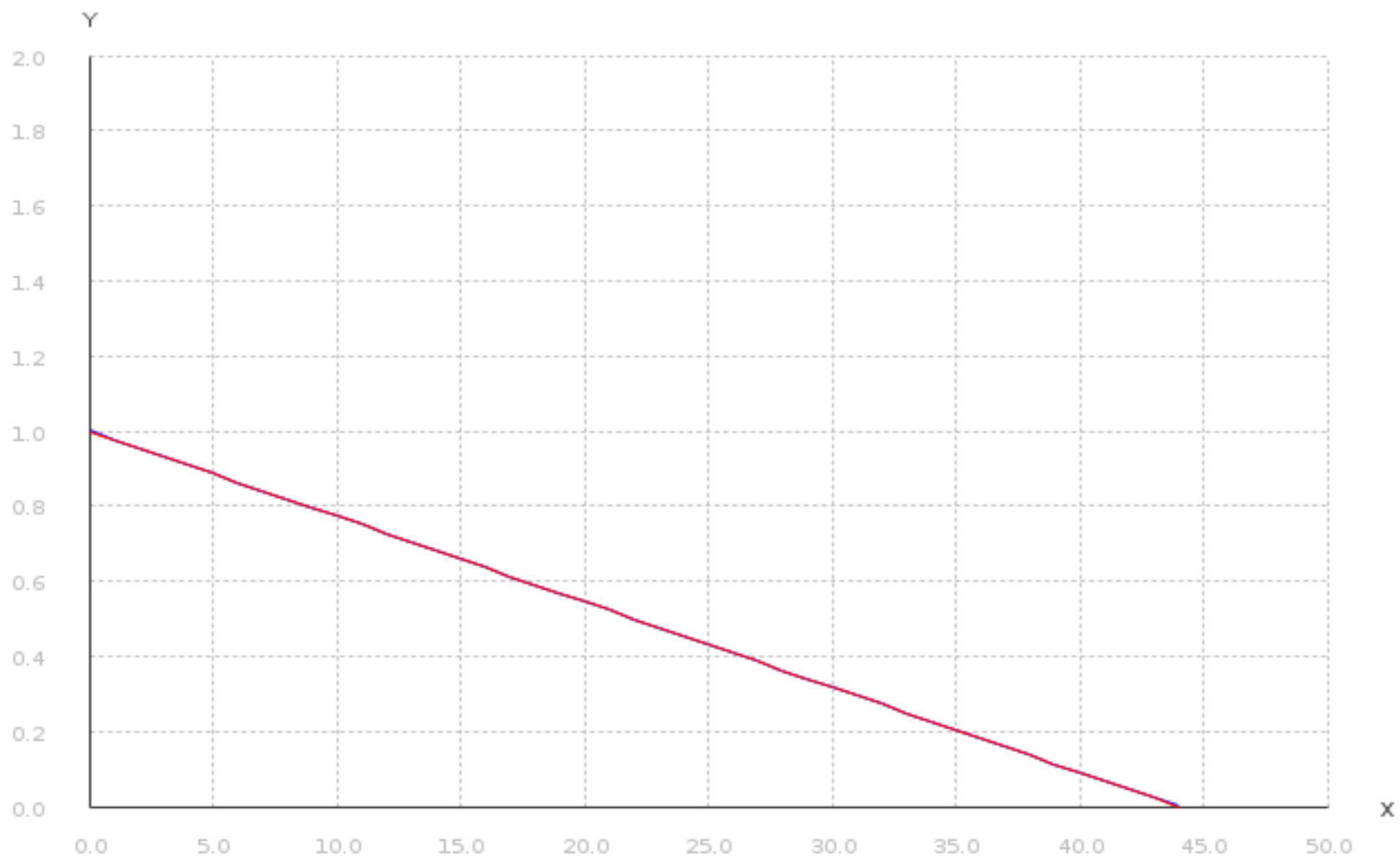
Невязка = 4.934452613181151E-7



F_3

Y_3

Невязка = $2.5658699887021186E-7$



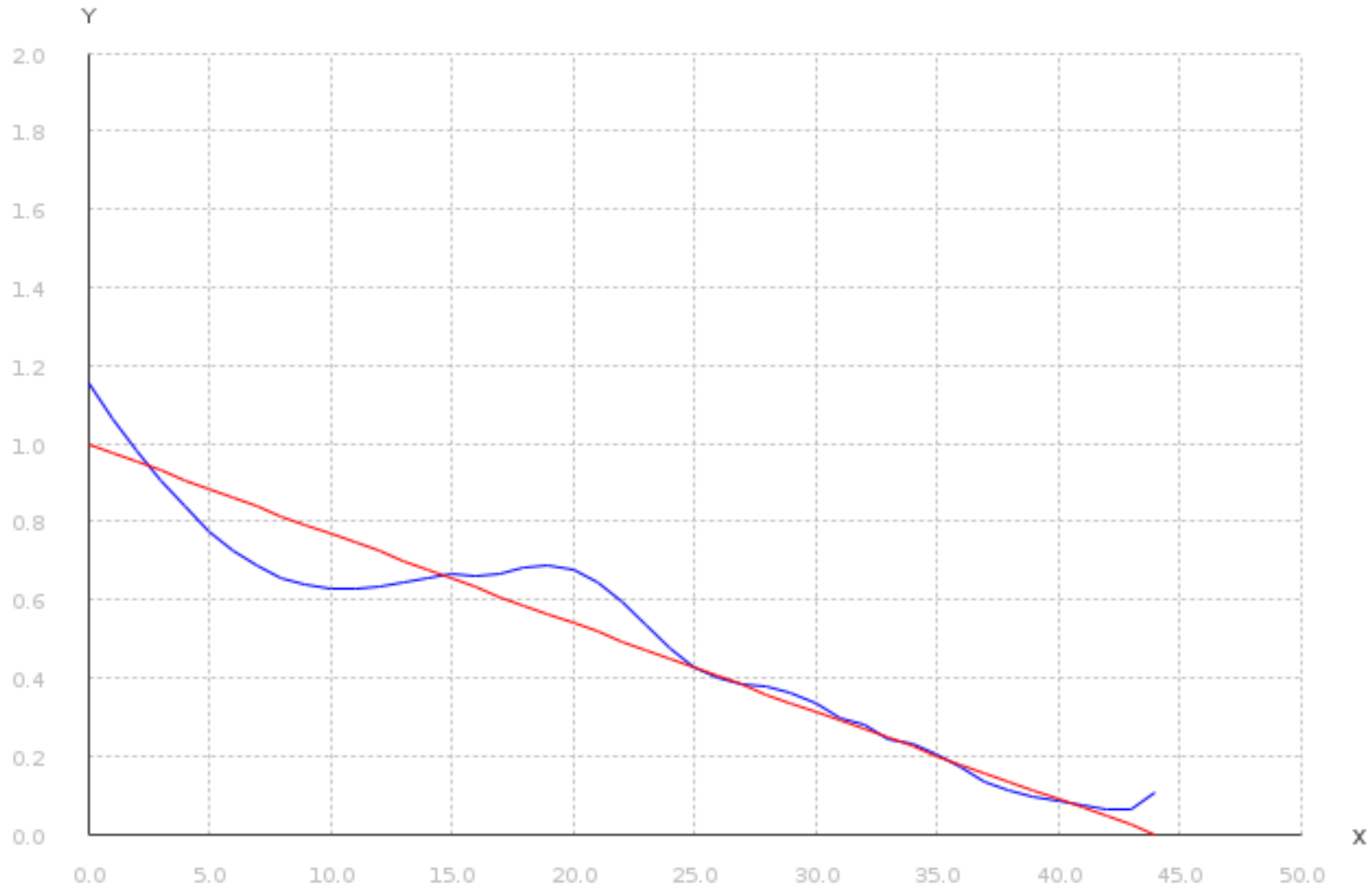
Fi4

Y4

Невязка = 2.5588697688538886E-7

Результаты

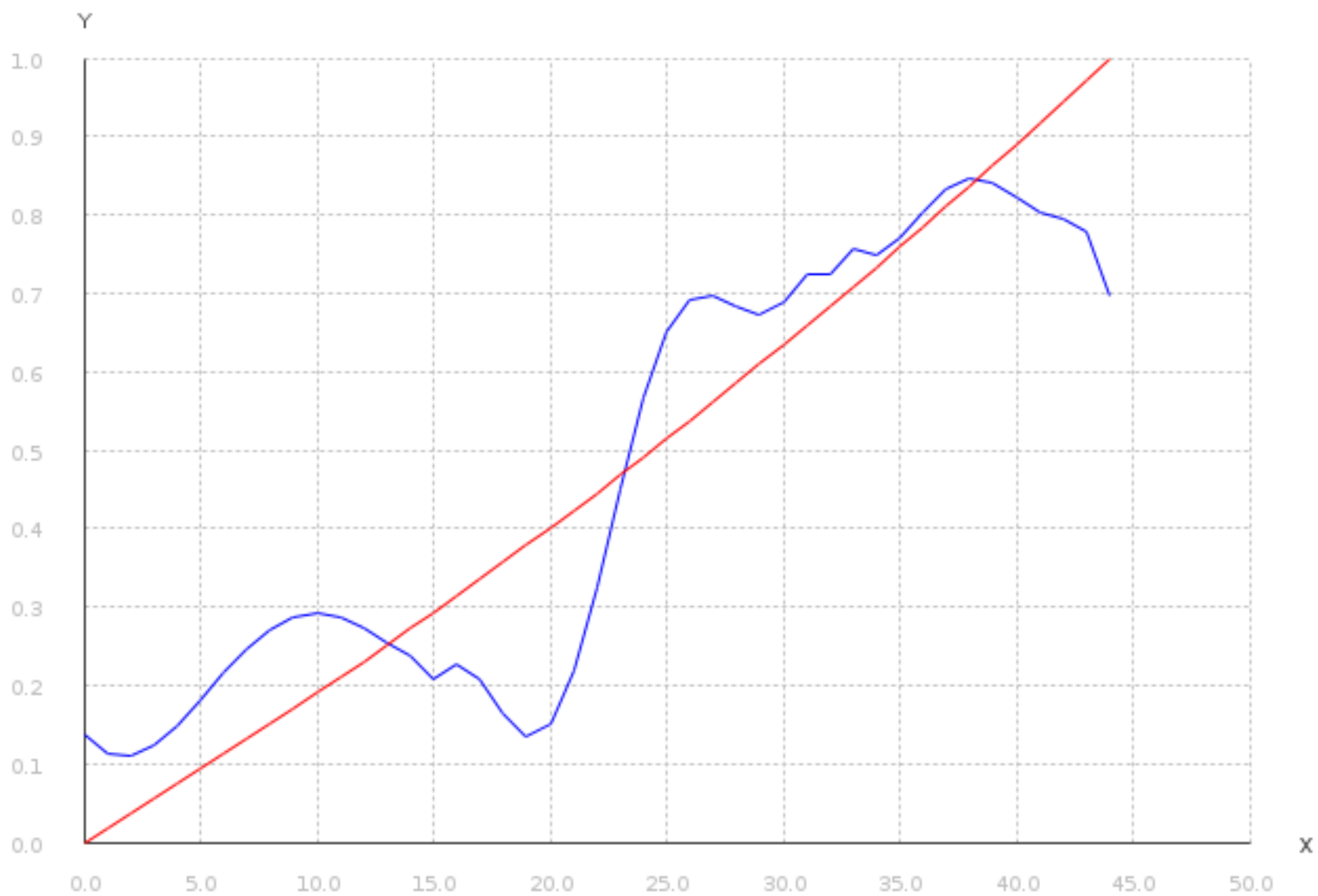
Полиномы Лежандра (7 порядок принцип макс. мин. $y(i)$)



F1

Y1

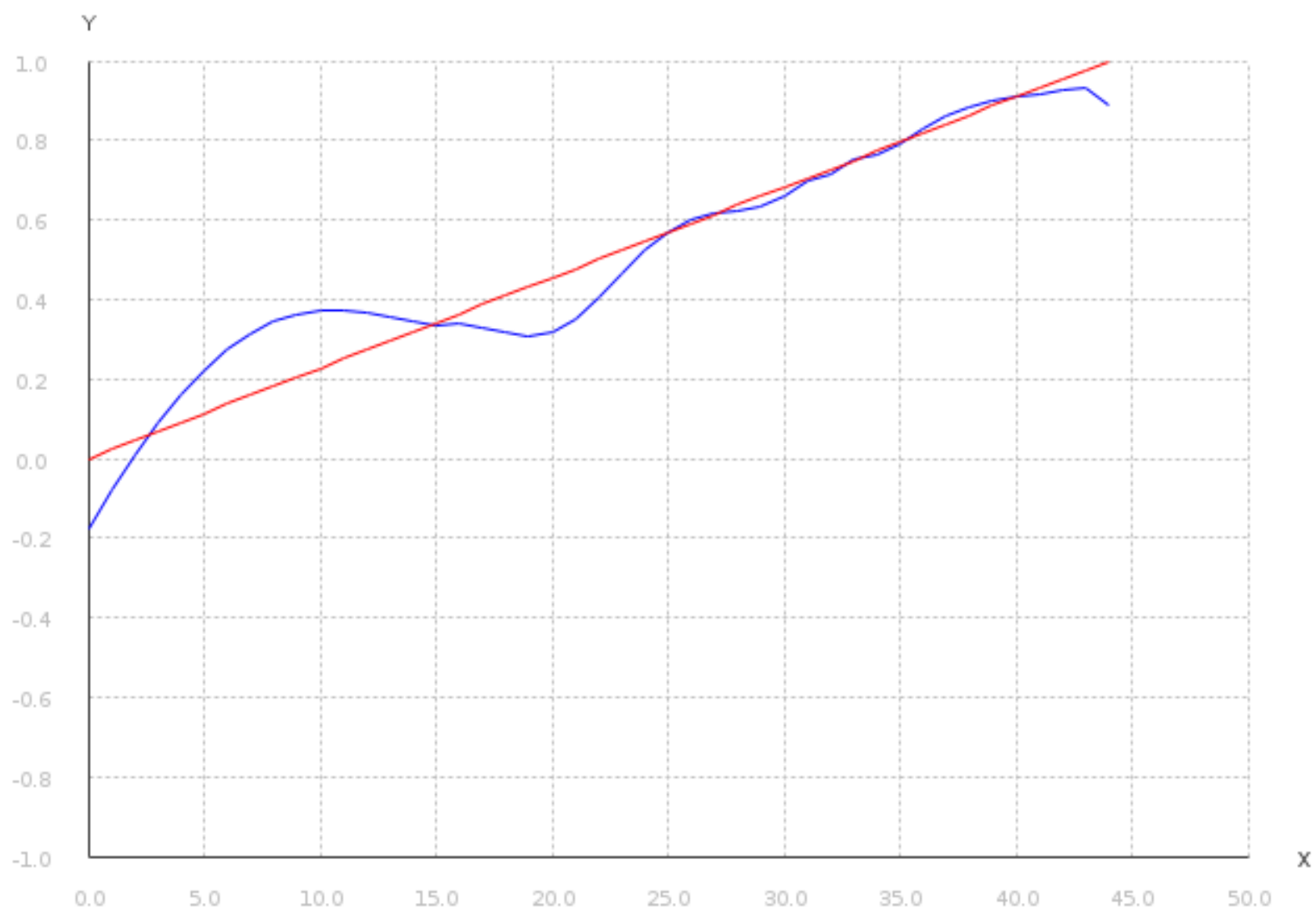
Невязка = 0.15847291513072637



F_{12}

Y_2

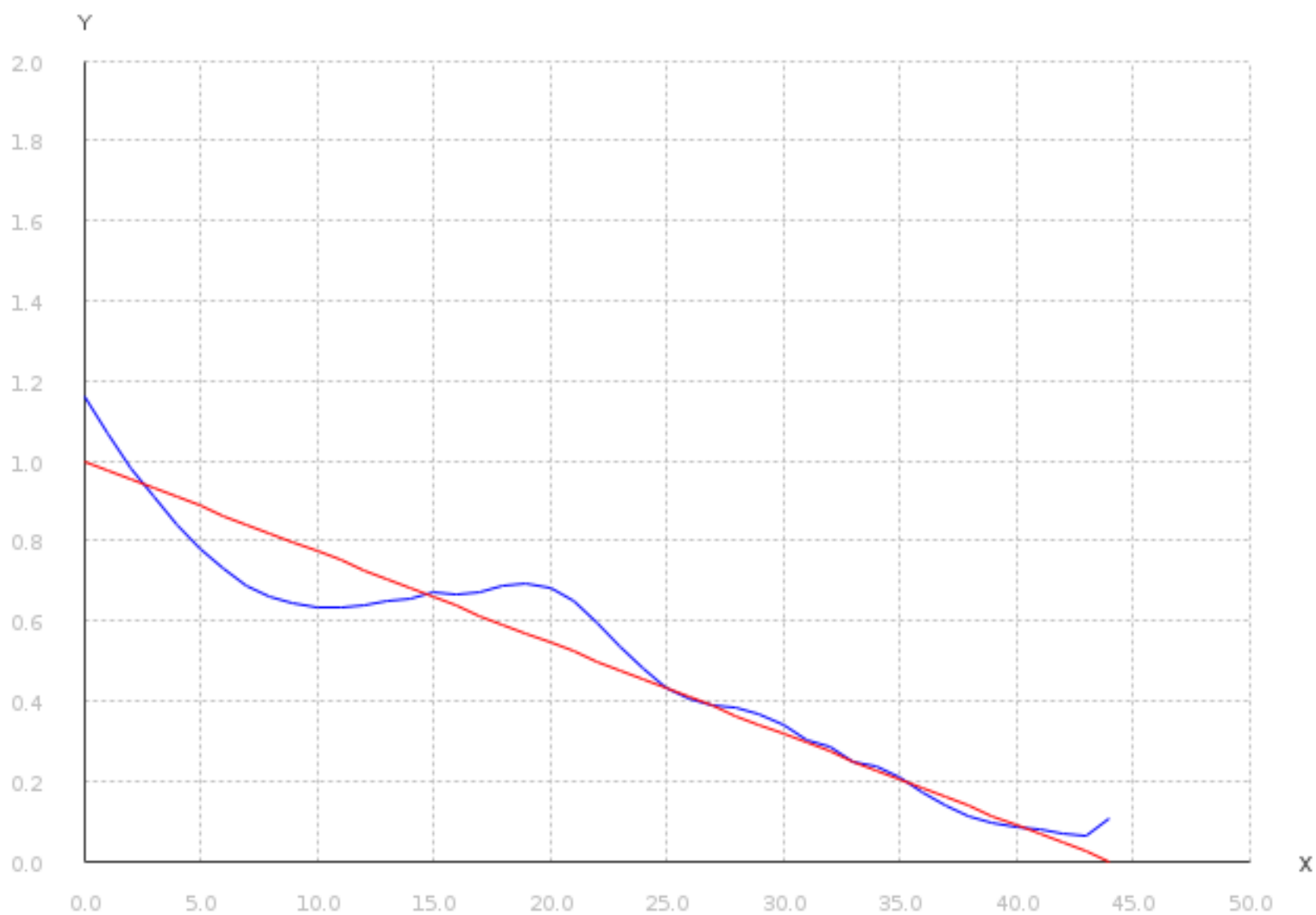
Невязка = 0.30300039429201187



F_{13}

Y_3

Невязка = 0.17576253882984794



F_{i4}

Y_4

Невязка = 0.16059596681445365

Наша выборка

Возможно построить зависимость сервера по его показателям и предсказывать критические ситуации

Источник [uci.edu](http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Computer+Hardware)(
<http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Computer+Hardware>)

Данные

Attribute Information:

1. vendor name: 30

(adviser, amdahl,apollo, basf, bti, burroughs, c.r.d, cambex, cdc, dec, dg, formation, four-phase, gould, honeywell, hp, ibm, ipl, magnuson, microdata, nas, ncr, nixdorf, perkin-elmer, prime, siemens, sperry, sratus, wang)

2. Model Name: many unique symbols

3. MYCT: machine cycle time in nanoseconds (integer)

4. MMIN: minimum main memory in kilobytes (integer)

5. MMAX: maximum main memory in kilobytes (integer)

6. CACH: cache memory in kilobytes (integer)

7. CHMIN: minimum channels in units (integer)

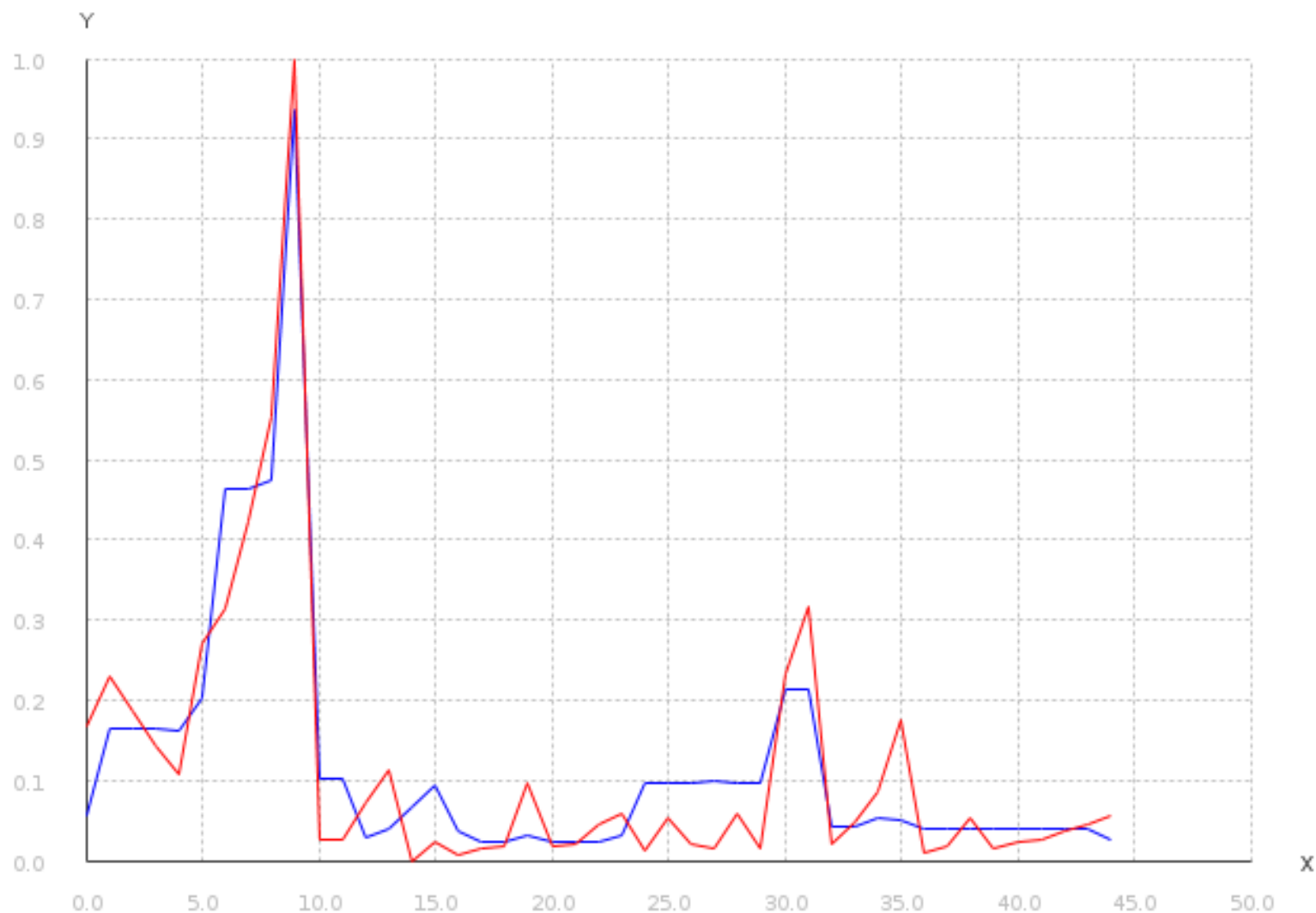
8. CHMAX: maximum channels in units (integer)

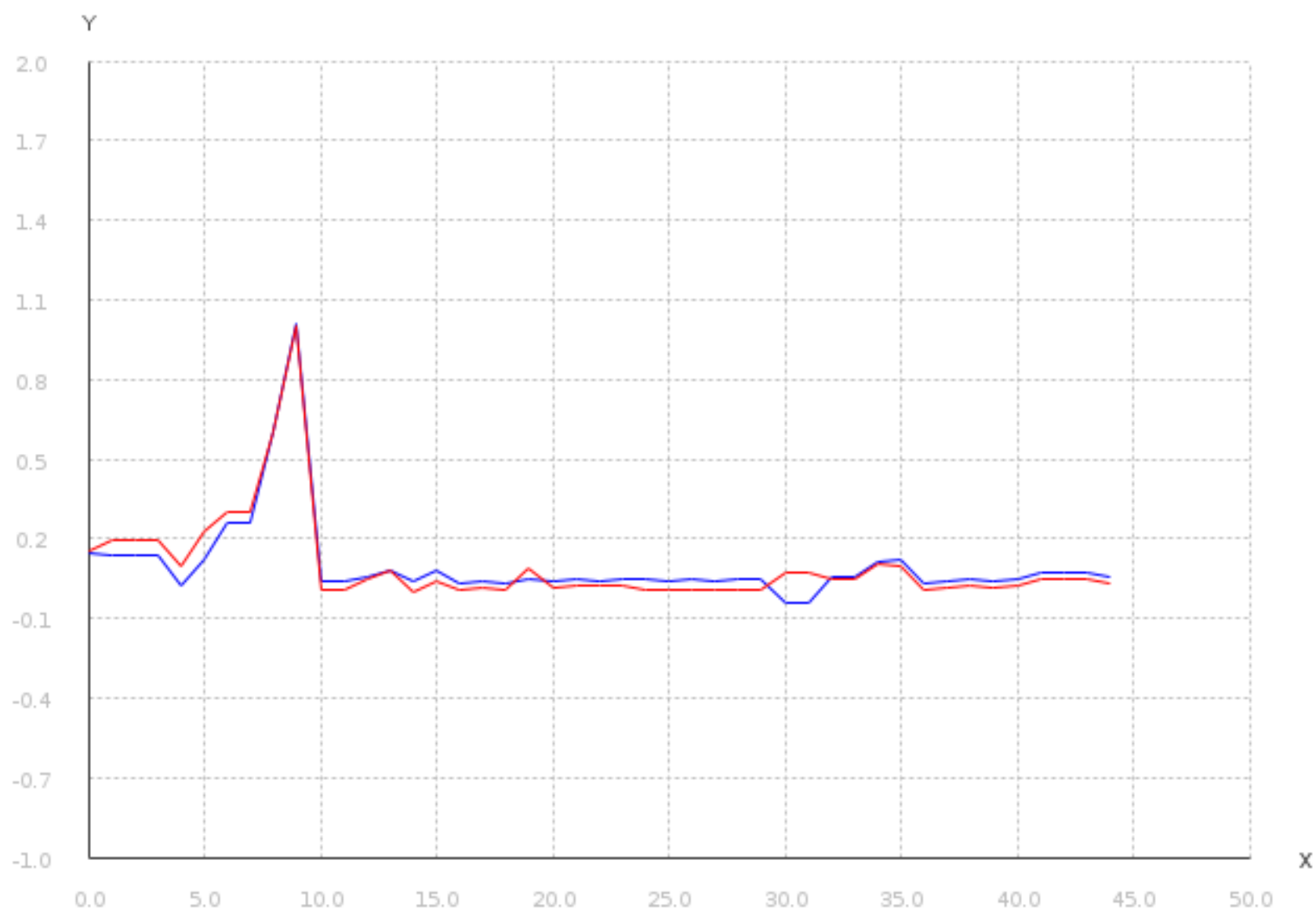
9. PRP: published relative performance (integer)

10. ERP: estimated relative performance from the original article (integer)

Результаты

Полиномы Лаггерта (6 порядок норм $y(i)$)





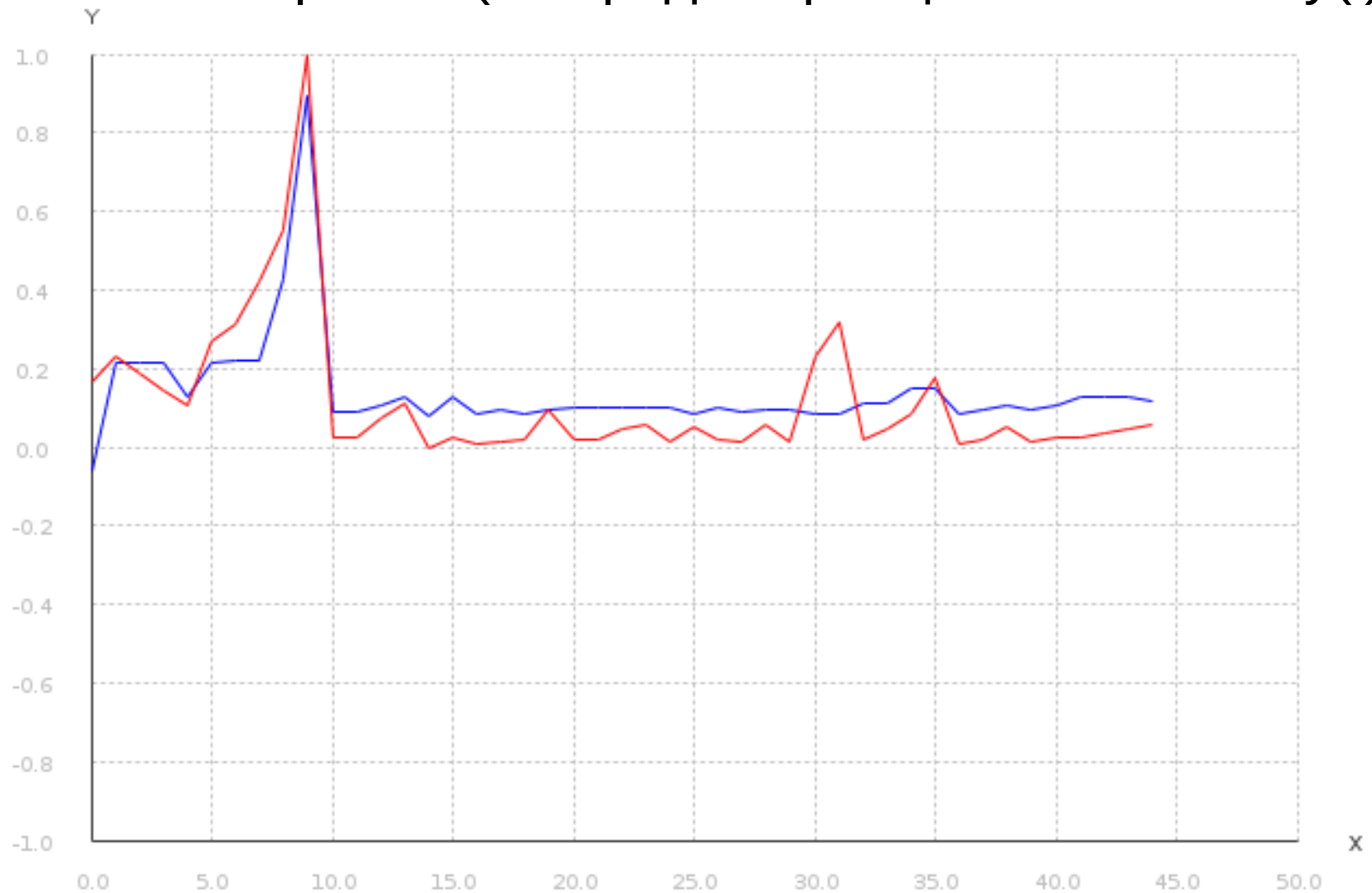
F12

Y2

Невязка = 0.11378636330758335

Результаты

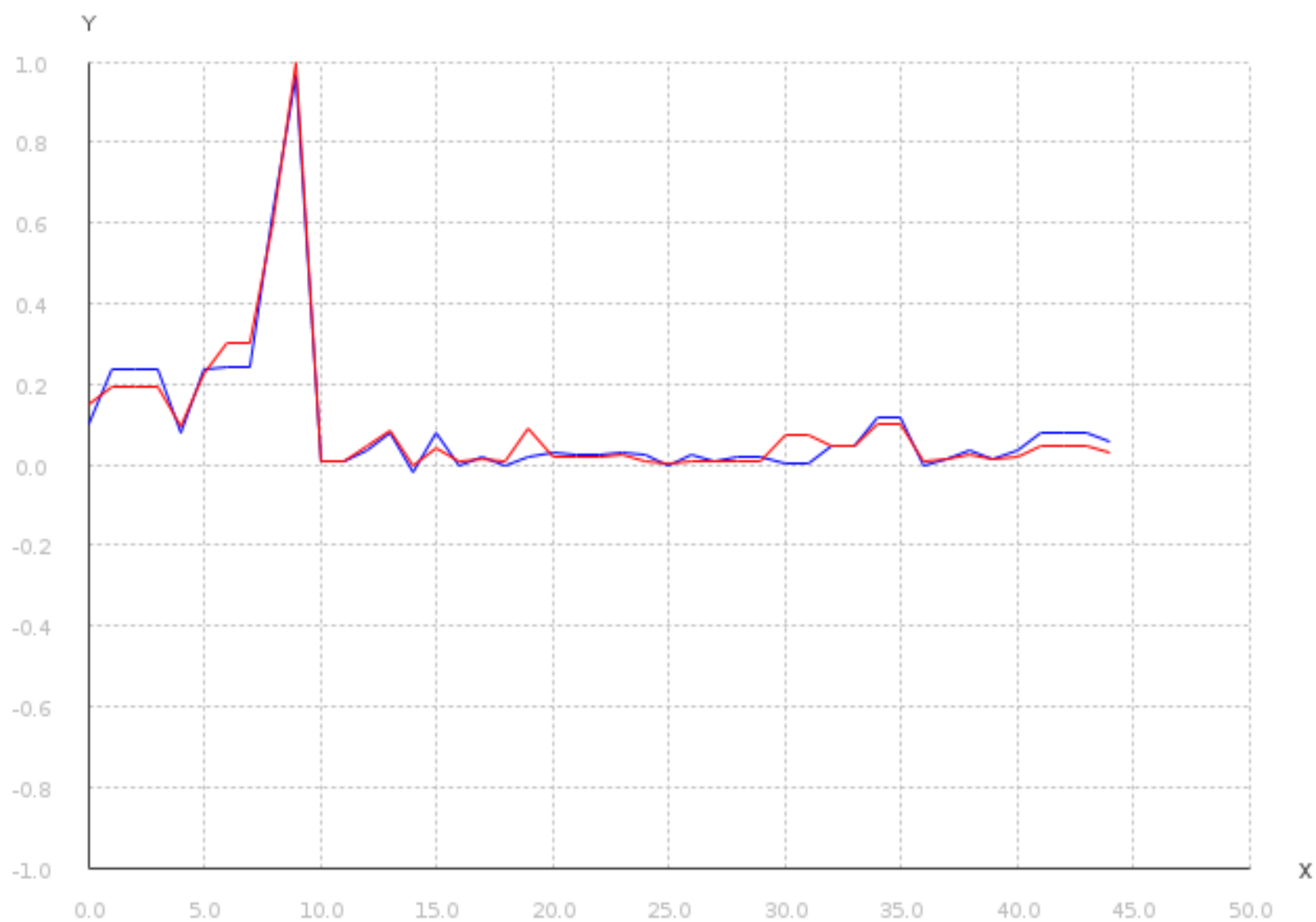
Полиномы Эрмита (6 порядок принцип макс. мин. $y(i)$)



■ F1

■ Y1

■ Невязка = 0.229594730450987



Общие

- 1) Мы восстановили функциональную зависимость в виде иерархической многоуровневой системы моделей.
- 2) Как для начальной выборке так и для данных с серверов результаты приемлемы
- 3) При обзоре современных методов и подходов мы обнаружили очень интересный подход, который применим в данной работе

Наше предложение

- Так как конечная цель нашей работы не восстановления зависимости и не аппроксимация, а предсказание, то разумно начинать именно с этого.
- Мы применим современный подход к обучению на данных и дальнейшему предсказанию (работы Andrew Ng, Yaser Abu-Mostafa : 2008 – 2014 гг.)

Некоторые понятия

- N – количество наших данных, природа может, которых может быть различна
- h – один из вариантов восстановленной зависимости по N данным
- g – восстановленная зависимость, которая используется для предсказания
- $E_{in}(g)$ – ошибка на данные, которые у нас есть
- $E_{out}(g)$ – ошибка на всем пространстве данных, в том числе и ошибка при прогнозировании

Цель

Мы хотим сделать $E_{out}(g)$ как можно меньше, и тогда прогноз будет валидным, но у нас есть только $E_{in}(g)$

Наш компромисс

$$E_{in}(g) \approx E_{out}(g)$$

$$E_{in}(g) \approx 0$$

Главный результат

$$E_{out}(g) \leq E_{in}(g) + GB(N, H, \partial)$$

H — пространство h , ∂ — доверительный интервал

$$E_{in}(g) \uparrow GB(N, H, \partial) \downarrow$$

$$E_{in}(g) \downarrow GB(N, H, \partial) \uparrow$$

Вывод: слепо уменьшать E_{in} не стоит, потому что это может закончиться катастрофой

Решение

Есть два метода

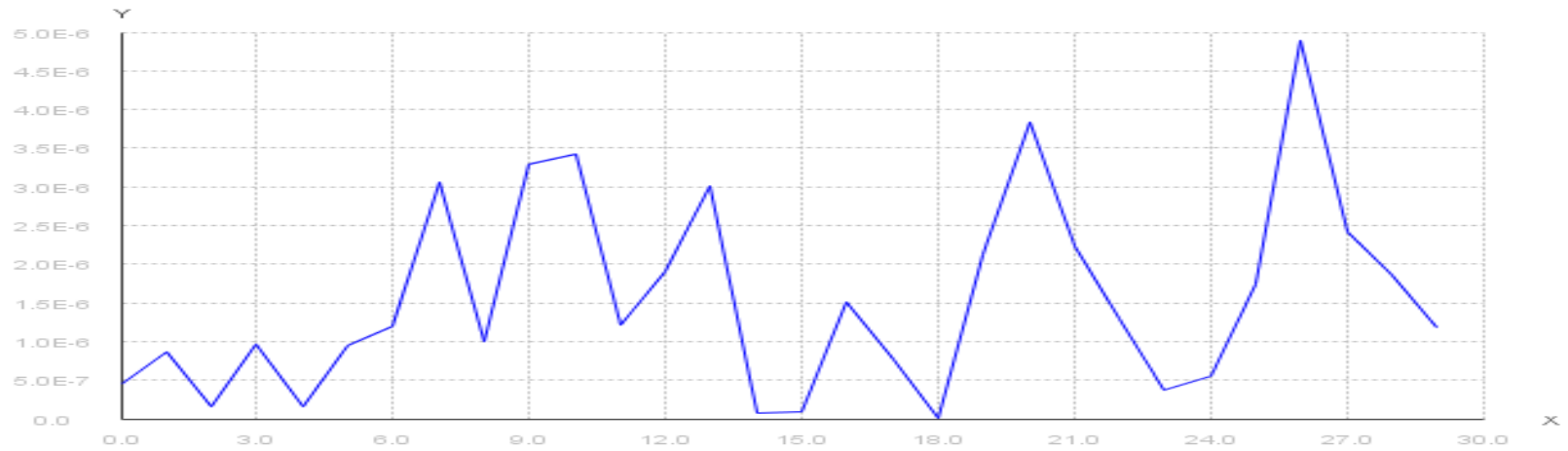
- 1) анализ VC размерности H
- 2) Bias - Variance tradeoff

Что значит практично

- 1) Можно четко определить N при котором предсказание возможно
- 2) Добавить регуляризацию в модель для сохранения GB в норме
- 3) Перед предсказанием проводить валидацию модели
- 4) Строить кривые E_{in} E_{out} для понимания где наша модель имеет недостаток

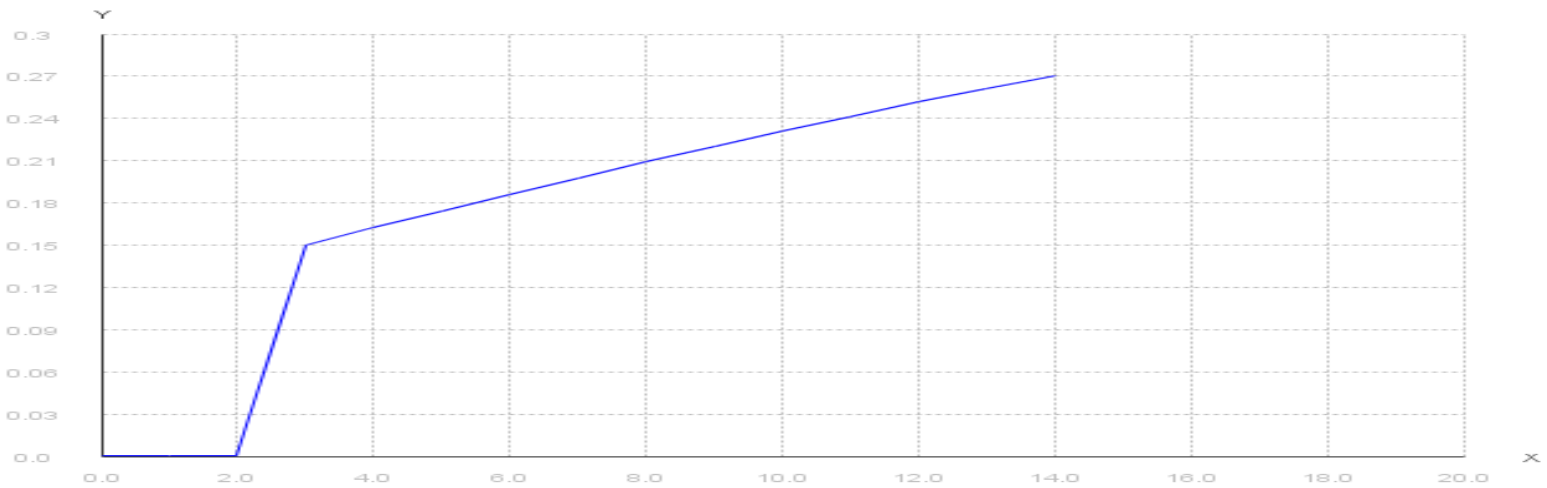
Bias - Variance tradeoff

Ein



■ 1

Eout



■ nevyazka test