

POLYTECH NICE SOPHIA
SI3

TRAITEMENT ET ANALYSE STATISTIQUE DE DONNÉES
Monsieur Theo Thonat

Raquel Lopes de Oliveira

TADS - TD2

1 Résolution des exercices

Exercice 10

On suppose que la taille en centimètres d'un hu- main mâle de 25 ans suit une loi aléatoire normale de paramètre $\mu=175$ et $\sigma=6$.

Quel est le pourcentage des hommes de 25 ans ayant une taille supérieure à 185 cm ?

$$X \sim \mathbb{P}(\mu, \sigma) \\ \mathbb{P}(175, 6)$$

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$$X - \mu = y\sigma$$

$$X = y\sigma + \mu$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X \geq 185) &= 1 - \mathbb{P}(x < 185) \\
&= \mathbb{P}(X \leq 165) \\
&= \mathbb{P}(y\sigma + \mu \leq 165) \\
&= \mathbb{P}(y \leq \frac{165 - \mu}{\sigma}) \\
&= F(\frac{165 - \mu}{\sigma}) \\
&= F(\frac{-10}{6}) \\
&= F(-1,67) \\
&= 4,75\%
\end{aligned}$$

Parmi les hommes mesurant plus de 180 cm quel pourcentage mesure plus de 192 cm ?

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X \geq 192 \mid X \leq 180) &= \frac{\mathbb{P}(X \geq 192 \text{ et } X \leq 180)}{\mathbb{P}(X \leq 180)} \\
&= \frac{\mathbb{P}(X \geq 192)}{\mathbb{P}(X \leq 180)} \\
&= \frac{\mathbb{P}(X \leq 158)}{\mathbb{P}(X \leq 170)} \\
&= \frac{\mathbb{P}(y \leq \frac{158 - \mu}{\sigma})}{\mathbb{P}(y \leq \frac{170 - \mu}{\sigma})} \\
&= \frac{F(-\frac{17}{6})}{F(-\frac{5}{6})} \\
&= \frac{F(-2,83)}{F(-0,83)} \\
&= \frac{0,23\%}{20\%} \\
&= 9,2\%
\end{aligned}$$

Exercice 12

Au marathon de New York 2000, 29 327 coureurs ont terminé. On suppose que le temps de parcours d'un coureur peut être approximé par une loi normale.

(A) Sachant que le 10000^e arrivant a mis 4h01' et que le 1000^e a mis 3h08',
quelles sont la moyenne m et l'écart-type σ des temps de parcours ?

$$\begin{array}{ll} \text{Le } 10000^e \rightarrow 4h01' & \rightarrow \mathbb{P}(X \leq 4h01) = \frac{10000}{29327} \\ \text{Le } 1000^e \rightarrow 3h08' & \rightarrow \mathbb{P}(X \leq 4h01) = \frac{10000}{29327} \end{array}$$

X: Temps de parcours d'un coureur

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim (0, 1)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X < 4h01) &= \mathbb{P}\left(Y \leq \frac{4h01 - \mu}{\sigma}\right) = \frac{10000}{29327} = 0,34 \\ &= F\left(\frac{4h01 - \mu}{\sigma}\right) = 0,34 \end{aligned}$$

$$\frac{4h01 - \mu}{\sigma} = F^{-1}(0,34) = -0,41$$

$$\frac{3h08 - \mu}{\sigma} = F^{-1}(0,034) = -1,8$$

$$\begin{cases} 4h01 = (-0,41 \times \sigma) + \mu \\ 3h08 = (-1,8 \times \sigma) + \mu \end{cases} \quad \begin{cases} \mu = 4h01 + 0,41\sigma \\ \mu = 3h08 + 1,8\sigma \end{cases}$$

$$\mu = 241 + 0,4\sigma$$

$$\mu = 188 + 1,8\sigma$$

$$241 + 0,4\sigma = 188 + 1,8\sigma$$

$$\Leftrightarrow 241 - 188 = 1,8\sigma - 0,4\sigma$$

$$\Leftrightarrow 53 = 1,4\sigma$$

$$\Leftrightarrow \sigma = \frac{53}{1,4} = 38min$$

$$\mu = 241 + 0,41 \times 38$$

$$\mu = 256min$$

$$\mu = 4h16$$

(B) *Si vous aviez terminé en 3h48', quel aurait été votre classement ?*

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{P}(X \leq 3h48) \\
 &= \mathbb{P}(Y \leq \frac{3h48 - 4h16}{0h38}) \\
 &= \mathbb{P}(Y \leq -0,75) \\
 &= 23,0\%
 \end{aligned}$$

$$\text{Classement} = 29.327 \times 0,23 = 6628^{eme}$$