Radiciação é a operação inversa da potenciação

Definição: Seja a um número real e n um número $\neq$ de zero.

Dizemos que $\sqrt[n]{a}$ é um número b, tal que $b^n = a$.

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

n = índice

$\sqrt{\ }$ = radical

a = radicando

Exemplo:

a) $\sqrt[3]{-8} = -2 \rightsquigarrow (-2)^3 = -8$

b) $\sqrt[2]{25} = 5 \rightsquigarrow 5^2 = 25$

Notas

a) $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$, $a > 0$

- $(\sqrt{2})^3 = \sqrt{2^3}$
- $\left(\dfrac{\sqrt[4]{73}}{\sqrt[3]{49}}\right)^3 = \dfrac{(\sqrt[4]{73^3})}{(\sqrt[3]{49^3})} = \dfrac{\sqrt[4]{79^3}}{49}$
- $\sqrt[2]{8^2} = 8$

CUIDADO: equação do 2° grau

* $\sqrt[2]{a^2} = |a|$

$|a| = \begin{cases} a, & \text{se } a > 0 \\ -a, & \text{se } a < 0 \end{cases}$

* $\oplus\sqrt{49} = 7$ e não $\cancel{\sqrt{49} = \pm 7}$

$x^2 = \sqrt{49}$
$|x| = \pm 7$ $\Big\}$ + − apenas nesse caso

b) Módulo

- $\sqrt[\cancel{2}]{(-9)^{\cancel{2}}} = |-9| = 9$
- $\sqrt[\cancel{2}]{(3-\sqrt{2})^{\cancel{2}}} = |\overbrace{3-\sqrt{2}}^{\geq 0}| = 3-\sqrt{2}$ ($\sqrt{2} \to \pm 1{,}41$)
- $\sqrt[\cancel{2}]{(2-\sqrt{5})^{\cancel{2}}} = |\overbrace{2-\sqrt{5}}^{<0}| = \sqrt{5} - 2$ ($\sqrt{5} \to > 2$)

Propriedades

a) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $\longrightarrow$ $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 3} = 2\sqrt{3}$

$\longrightarrow$ $\sqrt[3]{864} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^2 \cdot 3^3} = 6\sqrt[3]{4}$

b) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $\longrightarrow$ $\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} + \dfrac{\sqrt[3]{192}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[4]{\dfrac{32}{2}} + \sqrt[3]{\dfrac{192}{3}} = \sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{64}$

$= \sqrt[4]{2^4} + \sqrt[3]{4^3}$

$= 2 + 4$

$= 6$

c) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ $\longrightarrow$ $\left(\sqrt[4]{16}\right)^2 = \sqrt[4]{16^2} = \sqrt[2]{16^1} = 4$

d) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[mp]{a^{mp}}$ $\longrightarrow$ ordem crescente de: $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[4]{5}$; $\sqrt[6]{7}$

mmc = 3 4 6 | 2
3 2 3 | 2
3 1 3 | 3
1 1 1 | 12

$\sqrt[3]{3} \xrightarrow{\times 4} \sqrt[12]{3^4} = \sqrt[12]{81}$

$\sqrt[4]{5} \longrightarrow \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125}$

$\sqrt[6]{7} \longrightarrow \sqrt[12]{7^2} = \sqrt[12]{49}$

$\sqrt[6]{7} < \sqrt[3]{3} < \sqrt[4]{5}$

e) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$ $\longrightarrow$ $\dfrac{\sqrt[2]{2\sqrt[3]{16}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}} = \dfrac{\sqrt[2]{\sqrt[3]{2^3 \cdot 16}}}{\sqrt[3]{\sqrt{2^2 \cdot 8}}} = \dfrac{\sqrt[6]{8 \cdot 16}}{\sqrt[6]{4 \cdot 8}} = \sqrt[6]{4} = \sqrt[\cancel{6}]{2^{\cancel{2}}} = \sqrt[3]{2}$

Racionalização de denominadores

1) $\sqrt[n]{a^m}$ $\longrightarrow$ $\dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\longrightarrow$ $\dfrac{4}{\sqrt[3]{5}} = \dfrac{4}{\sqrt[3]{5}} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \dfrac{4\sqrt[3]{25}}{5}$

2) $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \dfrac{2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})} \cdot \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \dfrac{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}^2-\sqrt{3}^2} = \dfrac{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\underbrace{5-3}_{2}} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$

CONJUGADO $\rightarrow$ produto notável

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$\dfrac{3}{3\sqrt{2}-5} = \dfrac{3}{3\sqrt{2}-5} \cdot \dfrac{3\sqrt{2}+5}{3\sqrt{2}+5} = \dfrac{3(3\sqrt{2}+5)}{(3\sqrt{2})^2 - 5^2} = \dfrac{9\sqrt{2}+15}{\underbrace{9.2}_{18} - 25} = \dfrac{9\sqrt{2}+15}{-7} = \dfrac{-9\sqrt{2}+5}{7}$