

LISTA DE EXERCÍCIOS P1 – 300

Questão 1 Calcule os limites seguintes:

a) $\lim_{a \rightarrow 3} \frac{a^2 - 3a}{3a + 3} = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x}} = 0$

c) $\lim_{a \rightarrow 3} \frac{a^2 - 3a}{3a - 3} = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{1}{2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{x} - \sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

f) $\lim_{x \rightarrow 18} \frac{\sqrt{x - 9} - 3}{2x - 36} = \frac{1}{12}$

g) $\lim_{w \rightarrow 3} \frac{w^3 - 27}{3 - w} = -27$

h) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{x + 1} = \frac{1}{3}$

i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2x - 3)^2 - 9}{x - 3} = 12$

j) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2x - 3)^2 - 9}{(2x - 3)^3 - 27} = \frac{2}{9}$

k) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{x^2 - 3x/2 + 1}{2x - 1} = \cancel{4}$

l) $\lim_{z \rightarrow -2} \frac{2z^2 + 7z + 6}{x + 2} = \frac{7x + 10}{x + 2}$

m) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x^{27} - 10^{27}}{x^{26} - 10^{26}} = \frac{135}{13}$

Questão 2 Calcule os limites seguintes:

a) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 3x - 40}{x^2 - 8x} = \frac{13}{8}$

b) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3} = 0$

c) $\lim_{w \rightarrow -2} \frac{w^2 + 2w}{w^3 + 8} = \frac{-1}{6}$

d) $\lim_{z \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{z} - 1}{\sqrt{z} - 1} = \frac{1}{3}$

e) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x - 6} - 3}{5 - x} = \frac{-1}{2}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{x^2 - 10x/3 + 1}{3x - 1} = \frac{-8}{9}$

g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4|}{x - 2} = \nexists$

h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{13 - (\sin x + 5\cos x + 3\sin^3 x)^5}{|x^2 - 4|} = +\infty$

i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x^2 + x - 2} = \frac{2}{3}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{x^2 + x} = 5$

k) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(7x)}{\tan(8x)} = \frac{\sin 14}{\tan 16}$

l) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 - 4)}{\sin(2x - 4)} = 2$

Questão 3 Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 6, & x < 2 \\ -ax + b + 5, & 2 \leq x < 4 \\ \sqrt{x}, & x \geq 4 \end{cases}$$

em que a e b são constantes reais. Nessas condições, responda o que se pede:

a) Determine $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ (valor: 0,50 ponto).

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4a + 2b - 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -2a + b + 5$$

b) Determine os valores de a e b para que a função seja contínua para $(-\infty, 5)$ (valor: 1,0 ponto).

$$a = \frac{7}{5}$$

$$b = \frac{13}{5}$$

c) Com os valores calculados de a e b , a função será contínua em $x = 5$?

Sim, será contínua

d) Esboce o gráfico de $f(x)$ utilizando os valores das constantes calculadas no item anterior (valor: 1,0 ponto).

Questão 4 Considere uma função f que tenha as seguintes características:

Domínio: \mathbb{R}

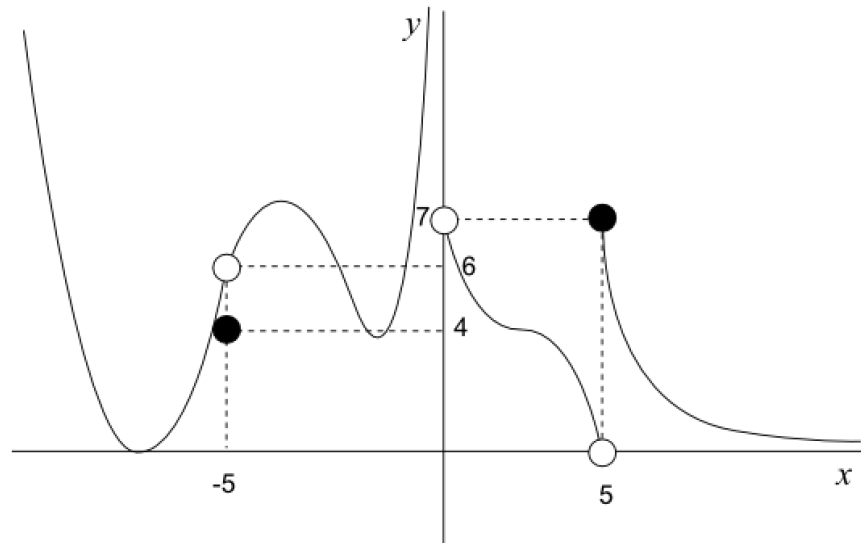
$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 3$	$\lim_{x \rightarrow 5+} f(x) = 5$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 5\pm} f(x) = 3$	
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$f(-5) = 0$	$f(0) = 2$	$f(5) = 3$

a) Faça um possível gráfico de f .

b) Fale sobre a continuidade da função em $x = -5$, $x = 0$ e $x = 5$, justificando sua resposta.

No ponto $x = -5$ a função é descontínua porque: $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = \nexists$
 No ponto $x = 0$ a função é descontínua porque: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$
 No ponto $x = 5$ a função é contínua porque: $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5)$

Questão 5 Considere o seguinte gráfico de f e responda as questões subsequentes:



a) Quais os valores de $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$?

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

b) Se pudesse modificar 4 limites de $f(x)$ ou imagens $f(x)$ de modo que essa função fosse contínua para todos os reais, quais seriam?

$$1: f(-5) = 6$$

$$2: \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$3: f(0) = 7$$

$$4: \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 7$$

Questão 6 Encontre a derivada (pela definição) das funções seguintes:

a) $f(x) = 1/x$

$$f'(x) = \frac{-1}{x^2}$$

b) $f(x) = 1/\sqrt{x}$

$$f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{x^3}}$$

c) $f(x) = x + 1/x$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

d) $f(x) = x^3 - 5x^2 + x + 1$

$$f'(x) = 3x^2 - 10x + 1$$

Questão 7 Encontre as equações das retas tangentes às curvas da **questão 6** para $x = 1$.

a) $y = -x + 2$

b) $y = \frac{-x+3}{2}$

c) $y = 2$

d) $y = -x$