

Permutação, Arranjo e Combinação

sábado, 12 de março de 2022 20:14

Permutação e Arranjo

Problemas envolvendo Permutação e Arranjo podem ser facilmente resolvidos através da "técnica do tracinho" .

Vou explicar como funciona.

Suponha o seguinte problema:

De quantas maneiras 5 pessoas podem se sentar em um banco de 5 lugares?

Para resolver esse problema, desenhamos 5 tracinhos, onde cada tracinho representa um lugar no banco.

\_\_\_\_\_

Para ocupar o primeiro tracinho, podemos escolher 5 pessoas.  
Para ocupar o segundo tracinho, podemos escolher 4 pessoas, pois 1 pessoa já se sentou.  
Para ocupar o terceiro tracinho, podemos escolher 3 pessoas, pois 2 pessoas já se sentaram anteriormente.  
Para ocupar o quarto tracinho, podemos escolher 2 pessoas.  
Para ocupar o quinto tracinho sobrou apenas 1 pessoa.

O desenho das possibilidades ficaria assim:

5      4      3      2      1

A resposta final será a multiplicação desses valores:

5\*4\*3\*2\*1 = 120 maneiras

Observe que neste problema, a quantidade de elementos é igual à quantidade de tracinhos.

Esse é um exemplo de **Permutação**. A permutação é um dos problemas mais fáceis de análise combinatória.

A fórmula matemática da Permutação é a seguinte:

$$P_n = n!$$

onde o n é a quantidade de elementos.

\*\*\*\*\*

Agora suponha o seguinte problema:

De quantas maneiras 5 pessoas podem se sentar em um banco de 3 lugares?

Para resolver esse problema também podemos utilizar a "técnica do tracinho">

Nós desenhamos 3 tracinhos, cada tracinho representando um banco:

\_\_\_\_\_

Para ocupar o primeiro tracinho temos 5 pessoas.  
Para ocupar o segundo tracinho temos 4 pessoas, pois 1 pessoa já se sentou no banco anterior.  
Para ocupar o terceiro tracinho temos 3 pessoas, pois 2 pessoas já se sentaram anteriormente.

O desenho final das possibilidades ficaria assim:

5      4      3

A resposta final será a multiplicação desses valores:

5\*4\*3 = 60 maneiras

Combinação

A Combinação é bem parecida com Arranjo. Porém, na combinação a ordem dos elementos não é relevante, ou seja, na combinação "ABC" será a mesma coisa que "BCA"

Infelizmente não existe nenhum "macete" para resolver problemas de combinação.

Vamos ter utilizar a fórmula matemática da combinação que é essa daqui:

$$C_{n,p} = \binom{n}{p}$$

onde **n** é quantidade de elementos e **p** é quantidade de posições.

$$\binom{n}{p}$$

é um binômio (se não souber resolver um binômio veja o tópico Fatorial e Números Binomiais)

Considere o seguinte problema:

De quantas maneiras posso selecionar 5 pessoas para compor um time de 3 pessoas?

Suponha que os nomes das 5 pessoas sejam: A, B, C, D, E  
Esse problema não é um arranjo, pois a ordem das pessoas no time não importa.  
Ou seja, o time composto por A-B-C é o mesmo time composto por B-C-A

Logo, para resolver esse problema, vamos usar a fórmula da combinação substituindo n = 5 e p = 3:

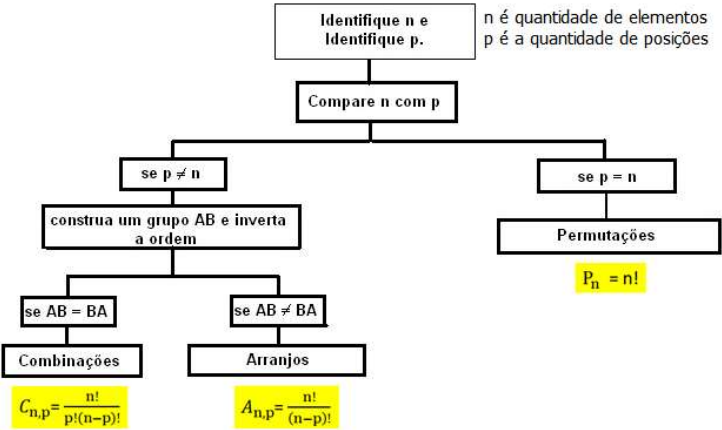
$$C_{5,3}=\binom{5}{3}=10$$

A resposta final do problema é 10 maneiras

fim

Resumo

Resumo das fórmulas:



Veja os exemplos abaixo:

Exemplo 1). Preciso selecionar 2 alunos de um total de 20. De quantas maneiras posso fazer isso?

A quantidade de "objetos" é 20  
A quantidade de "posições" é 2.  
Quantidade de objetos  $\neq$  Quantidade de posições  
A ordem dos alunos importa? Não, pois {João, Maria} = {Maria, João}.  
Então esse é um problema de **combinação**

Exemplo 2). Quantos números de 4 algarismos posso formar com os números 1, 2, 3 e 4?

A quantidade de "objetos" é 4.  
A quantidade de "posições" é 4.  
Quantidade de objetos = Quantidade de posições  
Então esse é um problema de **permutação**.

Exemplo 3). Preciso selecionar 2 alunos de um total de 20 para serem o presidente e o vice-presidente da turma. De quantas maneiras posso fazer isso?

A quantidade de "objetos" é 20  
A quantidade de "posições" é 2.  
Quantidade de objetos  $\neq$  Quantidade de posições  
A ordem dos alunos importa? Sim, pois {João, Maria}  $\neq$  {Maria, João}. O primeiro aluno do conjunto será o presidente e o segundo aluno será o vice-presidente. Por isso, a ordem da seleção importa.  
Então esse é um problema de **arranjo**

\*\*

Observe que neste problema, a quantidade de elementos é maior que a quantidade de tracinhos.  
Esse é um exemplo de **Arranjo**.

A fórmula matemática do arranjo é a seguinte:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

onde **n** é a quantidade de elementos e **p** é a quantidade de posições.

\*\*\*