Indução matemática

quinta-feira, 3 de fevereiro de 2022 20:45

Indução matemática

É possível afirmar que $\sum_{i=i}^{n} (4i-2) = 2n^2$?

Para $n=1$, temos:

$$\sum_{i=1}^{1} (4.i-2) = 4-2 = 2 = 2.1^2 \checkmark$$

Para $n=2$ temos:

$$\sum_{i=1}^{2} (4.i-2) = 2+6 = 8 = 2.2^2 \checkmark$$

Para $n=3$, temos:

$$(4.1-2) + (4.2-2) + (4.3-2) \checkmark$$
$$2 + 6 + 10 = 18 = 2.3^2$$

É válido para qualquer valor de n?

Indução Matemática

Exemplo:

É possível afirmar que $\sum_{i=1}^{n} (4i-2) = 2n^2$?

1) **Caso Base** Verifique se a afirmação é válida para o menor n possível

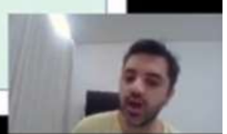
para $n=1$
$$4.1-2 = 2.1^2$$
$$2=2 \checkmark$$

2) **Hipótese Indutiva** Assuma que a afirmação é verdade até n

$$\sum_{i=1}^{n} (4i-2) = 2n^2$$

3) **Princípio Indutivo** Verifique se a afirmação é válida para n+1

$$\sum_{i=1}^{n+1} (4i-2) = 2(n+1)^2$$
$$\sum_{i=1}^{n} (4i-2) + 4(n+1) - 2$$
$$2n^2 + 4(n+1) - 2 = 2(n+1)^2$$
$$2n^2+4n+4-2 = 2(n^2+2n+1)$$
$$2n^2+4n+2 = 2n^2+4n+2$$



Indução Matemática

$$\sum_{i=1}^{n} 2i = n(n+1)$$

Exemplo:

É possível afirmar que 2+4+6+...+2n = n(n+1) para n > 0?

1) **Caso Base** Verifique se a afirmação é válida para o menor n possível

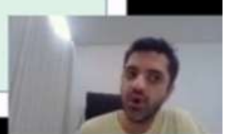
para $n=1$
$$2.1 = 1.(1+1)$$
$$2=2 \checkmark$$

2) **Hipótese Indutiva** Assuma que a afirmação é verdade até n

$$2+4+6+\ldots+2n = n(n+1)$$

3) **Princípio Indutivo** Verifique se a afirmação é válida para n+1

$$2+4+6+\ldots+2n+2(n+1) = (n+1)((n+1)+1)$$
$$n(n+1)+2(n+1) = (n+1)(n+2)$$
$$(n+1)(n+2) = (n+1)(n+2) \checkmark$$



Indução Matemática

Exemplo:

É possível afirmar que 1+5+9+...+(4n-3) = n(2n-1) para n > 0?

Caso Base Verifique se a afirmação é válida para o menor n possível

para $n = 1$

$4 \cdot 1 - 3 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$

$1 = 1$

Hipótese Indutiva Assuma que a afirmação é verdade até n

$1+5+9+\ldots+(4n-3) = n(2n-1)$

Princípio Indutivo Verifique se a afirmação é válida para n+1

$$\underbrace{1+5+9+\ldots+(4n-3)}+\left(4(n+1)-3\right) = (n+1)\left(2(n+1)-1\right)$$

$$n[2n-1] + (4n+4-3) = (n+1)(2n+2-1)$$

$$2n^2 - n + 4n + 1 = (n+1)(2n+1)$$

$$2n^2+3n+1 = 2n^2+n+2n+1$$

$$2n^2+3n+1 = 2n^2+3n+1$$

$=$

Indução Matemática

$$\sum_{i=2}^{n} 5i-1 = n^2+5$$

Exemplo:

É possível afirmar que $\underbrace{9 + 14 + 19 + \ldots + (5n-1)}$ = n^2+5 para $\boxed{n > 1}$?

Caso Base para $n = 2$

$5 \cdot 2 - 1 = 2^2 + 5$

$10 - 1 = 4 + 5$

$9 = 9$

Hipótese Indutiva

$9 + 14 + 19 + \ldots + 5n - 1 = n^2 + 5$

Princípio Indutivo

$$\underbrace{9+14+19+\ldots+(5n-1)} + 5(n+1) - 1 = (n+1)^2 + 5$$

$$n^2+5 + 5n + 5 - 1 = n^2 + 2n + 1 + 5$$

$$n^2 + 5n + 9 = n^2 + 2n + 6$$

$\neq$