Sequências e séries

segunda-feira, 27 de fevereiro de 2023 21:27

Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Cálculo 2

Lista de Fixação - Semana 1 - Módulo 2

1) Calcule os limites das sequências.

(a) $a_n = \dfrac{n^2-2n+1}{n-1}$ **(b)** $a_n = \sqrt{\dfrac{2n}{n+1}}$ **(c)** $a_n = \dfrac{\ln(n)}{n^{\frac{1}{n}}}$ **(d)** $a_n = \dfrac{n}{2^n}$

(e) $a_n = \dfrac{n!}{2^n}$ **(f)** $a_n = \dfrac{\text{sen(n)}}{n}$ **(g)** $a_n = \left(1+\dfrac{7}{n}\right)^n$ **(h)** $a_n = \sqrt[n]{4^n n}$

2) Prove que:

(a) $\lim_{n\to\infty} x^{\frac{1}{n}} = 1$ $(x>0)$

(b) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$

(b) $\lim_{n\to\infty} \left(\dfrac{3}{n}\right)^{\frac{1}{n}} = 1$

3) Encontre os dez primeiros termos da sequência.

(a) $a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n + \dfrac{1}{2^n}$

(b) $a_1 = 1,\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{n+1}$

(c) $a_1 = 2,\ a_{n+1} = \dfrac{(-1)^{n+1}a_n}{2}$

GABARITO

1)

(a) $\lim a_n = \infty$ **(b)** $\lim a_n = \sqrt{2}$ **(c)** $\lim a_n = \infty$ **(d)** $\lim a_n = 0$

(e) $\lim a_n = \infty$ **(f)** $\lim a_n = 0$ **(g)** $\lim a_n = e^7$ **(h)** $\lim a_n = 4$

2)

(a) Use a continuidade da exponencial e a regra de L'Hospital.

(b) Use a continuidade da exponencial.

(c) Use os itens anteriores.

3)

(a) $1, \dfrac{3}{2}, \dfrac{7}{2^2}, \dfrac{3.5}{2^3}, \dfrac{31}{2^4}, \dfrac{3^2.7}{2^5}, \dfrac{127}{2^6}, \dfrac{3.5.17}{2^7}, \dfrac{7.73}{2^8}, \dfrac{11.31}{2^9}.$

(b) $1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2.3}, \dfrac{1}{2^3.3}, \dfrac{1}{2^3.3.5}, \dfrac{1}{2^4.3^2.5}, \dfrac{1}{2^4.3^2.5.7}, \dfrac{1}{2^7.3^2.5.7}, \dfrac{1}{2^7.3^4.5.7}, \dfrac{1}{2^8.3^4.5^2.7}.$

(c) $2, 1, -\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{2^2}, \dfrac{1}{2^3}, \dfrac{1}{2^4}, -\dfrac{1}{2^5}, -\dfrac{1}{2^6}, \dfrac{1}{2^7}, \dfrac{1}{2^8}.$

Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Cálculo 2

Lista de Fixação - Semana 2

Temas abordados: Séries geométricas, Séries Telescópicas, Séries de Potências

1) (Termos de uma Série) Expanda as séries abaixo até o sétimo termo.

$(a)\ \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{e^n}{10}$ $(b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2}$ $(c)\ \sum_{n=0}^{\infty} n^2$

$(d)\ \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}\cos(n\pi)$ $(e)\ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{1}{n!}e^n$ $(f)\ \sum_{n=1}^{\infty} \ln(n)e^n$

2) (Séries Geométricas) Calcule a soma da série:

$(a)\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ $(b)\ \sum_{n=0}^{\infty} 7\left(\dfrac{1}{5}\right)^n$ $(c)\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{7}\right)^n$

$(d)\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\dfrac{1}{13}\right)^{n+1}$ $(e)\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\dfrac{3}{\pi}\right)^n$ $(f)\ \sum_{n=0}^{\infty} (\cos(1))^n$

3) (Séries Telescópicas) Decida se a série converge ou diverge e calcule sua soma.

$(a)\ e\sum_{n=0}^{\infty} (e^{-n} - e^{-(n+1)})$ $(b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{13}{n(n+1)}$

$(c)\ \sum_{n=0}^{\infty} sin(n)(1-\cos(1)) - \cos(n)\sin(1)$

4) (Domínio da Função) Determine o dom(f) para as seguintes séries de potência:

(a) $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (0,1)^n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (0,1)^{n+1} x^n$

(b) $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, tal que os termos da série são dados pela equação de recorrência $a_{n+2} = \dfrac{2(n-4)}{(n+2)(n+1)}a_n$ com as condições iniciais

$a_0 = 1$ $a_1 = 0$

4) Essa questão n cai no teste 2 ------> CAI NA PROVA 2

RESPOSTAS

1) **(a)** $\dfrac{1}{10} + \dfrac{e}{10} + \dfrac{e^2}{10} + \dfrac{e^3}{10} + \dfrac{e^4}{10} + \dfrac{e^5}{10} + \dfrac{e^6}{10} + \sum_{n=7}^{\infty} \dfrac{e^n}{10}$

(b) $1 + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{16} + \dfrac{1}{25} + \dfrac{1}{36} + \dfrac{1}{49} + \sum_{n=8}^{\infty} \dfrac{1}{n^2}$

(c) $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + \sum_{n=7}^{\infty} n^2$

(d) $-1 + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{7} + \sum_{n=8}^{\infty} \dfrac{1}{n}\cos(n\pi)$

(e) $1 - e + \dfrac{e^2}{2!} - \dfrac{e^3}{3!} + \dfrac{e^4}{4!} - \dfrac{e^5}{5!} + \dfrac{e^6}{6!} + \sum_{n=7}^{\infty} (-1)^n \dfrac{1}{n!}e^n$

(f) $\ln(2)e^2 + \ln(3)e^3 + \ln(4)e^4 + \ln(5)e^5 + \ln(6)e^6 + \ln(7)e^7 + \sum_{8}^{\infty} \ln(n)e^n$

2) **(a)** $\dfrac{3}{2}$; **(b)** $\dfrac{35}{4}$; **(c)** $\dfrac{21}{8}$; **(d)** $\dfrac{13}{12}$; **(e)** $\dfrac{\pi-3}{3}$; **(f)** $\dfrac{1}{1-\cos(1)}$;

3) **(a)** e ; **(b)** 13 ; **(c)** Diverge, pois o limite do n-ésimo +1 termo tendendo ao infinito não existe. (Dica: Use o sin da soma);

4) **(a)** $dom(f) = (-10, 10)$
(b) Como $f(x)$ é um polinômio, $dom(f) = \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$;