Universidade de Brasília - UnB Gama

Relatório de Física 1 Experimental

Experimento VI
Lei de Hooke e Movimento Harmônico Simples

Gustavo Marocolo Alves de Freitas - 211061823
João Víctor Costa Andrade - 211061977
Luiz Henrique da Silva Amaral - 211062160
Raquel Temóteo Eucaria Pereira da Costa - 202045268

Brasília-DF, 26 de Setembro de 2022

1 Objetivos

Fazer a análise experimental e obter o valor da constante elástica de uma mola de aço que obedece a Lei de Hooke e analisar o período e a equação de movimento de um ocilador harmônico simples.

2 Introdução Teórica

2.1 Lei de Hooke

A lei de Hooke afirma que a força elástica exercida por uma mola é igual a:

$$F_{el} = -k\vec{d} \tag{1}$$

Em que F_{el} é a força elástica, k é a constante elástica, uma medida de rigidez da mola, e $\vec{d}$ é o deslocamento da extremidade livre da mola do seu ponto de origem, que é onde a extremidade da mola se encontra quando está relaxada, sem nenhuma força exercida na mola. O sinal negativo nos mostra que a força elástica é sempre contrária à direção da deformação da mola, é uma força restauradora por tender a restaurar o estado relaxado da mola. As unidades de medida no SI (Sistema Internacional) da força elástica, da constante k e do deslocamento $\vec{d}$ são, newton (N), newton por metro ($\frac{N}{m}$) e metro (m), respectivamente.

A imagem a seguir mostra uma mola relaxada com uma das extremidades fixa numa parede e a outra fixada num bloco. Como a mola não foi deformada não há força elástica.

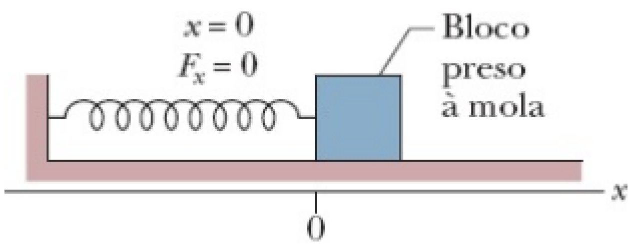

Figura 1: Sistema com bloco e mola relaxada

Agora se o bloco for deslocado para a direito, esticando a mola, a força elástica vai puxar o bloco para a esquerda, e se o bloco for deslocado para a esquerda, comprimindo a mola, a força elástica vai empurrar o bloco para a direita. Pode-se ver que a força é sempre contrária ao sentido de deformação da mola e que ela tende a restaurar a mola para o estado relaxado. As imagens a seguir mostram a mola sendo esticada e comprimida, respectivamente.

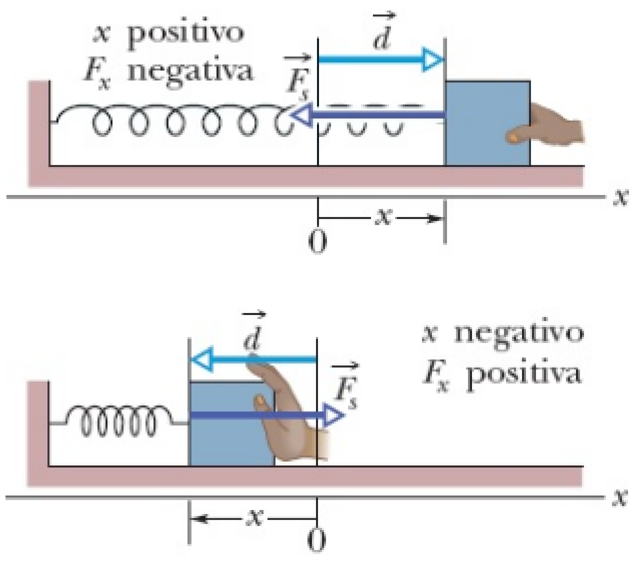

Figura 2: Sistema com bloco e mola esticada (em cima) e mola comprimida (abaixo)

Nas imagens o ponto de origem (0) é aquele em que a extremidade da mola ligada ao bloco se encontra quando está relaxada. Como o deslocamento da mola só ocorre no eixo x, o deslocamento $\vec{d}$ é representado por um x. Como o experimento realizado ocorre num trilho de ar em que a mola também só se deforma no eixo x, a fórmula que descreve a lei de Hooke será escrita da seguinte forma:

$$F_{el} = -kx \tag{2}$$

2.2 Oscilador Harmônico Simples

Considere um sistema como o da imagem 1, em que um bloco é preso na extremidade de uma mola e que esse bloco desliza sobre uma superfície sem atrito. Considerando que a mola é deformada de alguma maneira e que a força elástica é a única força que atua no eixo x nesse bloco, podemos dizer que a força resultante no eixo x é igual à força elástica, assim:

$$F = -kx$$
$$ma = -kx$$
$$ma + kx = 0$$

Como a aceleração é a segunda derivada da posição teremos a seguinte equação diferencial:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \tag{3}$$

Dividindo tudo pela massa m:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \tag{4}$$

Em que ω^2 é igual a $\frac{k}{m}$. Uma solução da equação diferencial 4 e que nos dá a posição x em relação ao tempo do bloco é a seguinte:

$$x(t) = x_M cos(\omega t + \delta) \tag{5}$$

Em que x_M é a amplitude da oscilação da mola, já que o valor do cosseno está entre menos um (-1) e um (1). A posição x de menor valor (X_{min}) vai ser igual à $-x_M$, e a posição x de maior valor (X_{max}) vai ser igual à x_M.

O movimento descrito pela equação 5 é um movimento periódico, pois depois de um intervalo de tempo conhecido como período (T), a mola vai voltar para a posição em que ela estava. Uma forma de escrever isso de forma matemática é a seguinte:

$$x(t+T) = x(t)$$

Para mostrar que a função 5 é periódica, vamos utilizar a equação acima.

$$\begin{gathered} x_M cos(\omega(t+T)+\delta) = x_M cos(\omega t+\delta) \\ cos(\omega(t+T)+\delta) = cos(\omega t+\delta) \\ cos(\omega t+\omega T+\delta) = cos(\omega t+\delta) \end{gathered}$$

Essa última equação acima é verdadeira se ωT for igual a 2π, pois $cos(\alpha+2\pi) = cos(\alpha)$. Assim podemos dizer que ω é a velocidade angular.

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{6}$$

Se quisermos isolar o período T, teremos que ele é igual a dois pi divido pela velocidade angular ω. E já que sabemos que ω^2 é igual a k sobre m, podemos dizer que ω é igual a raiz quadrada de k sobre m. Assim o período será descrito da seguinte maneira:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{7}$$

Observando a equação 7 pode-se concluir que o período de oscilação da mola desse sistema que está sendo trabalhado será maior quanto maior a massa, e mais curto se a constante elástica da mola for maior.

3 Parte experimental

3.1 Material a ser utilizado

- 01 trilho 120 cm;
- 01 cronômetro digital multifunções com fonte DC 12 V;
- 02 sensores fotoelétricos com suporte fixador (S1 e S2);
- 01 eletroímã com bornes e haste;
- 01 fixador de eletroímã com manípulo;
- x diversos discos metálicos de massas variadas
- 01 mola para o oscilador harmônico simples
- 01 carrinho

4 Procedimentos

4.1 Parte 1 - A lei de Hooke

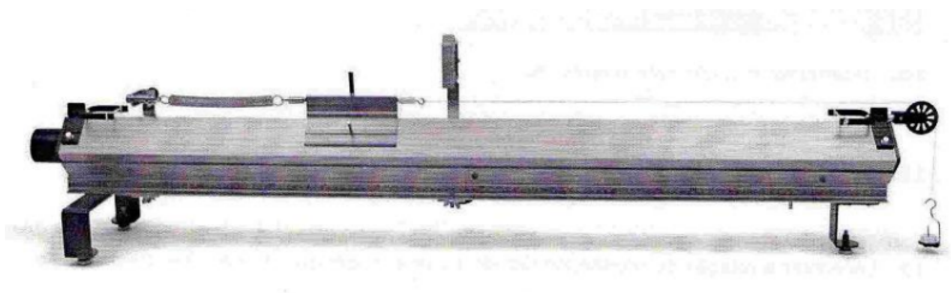

Figura 3: Montagem do sistema

1. Primeiramente foi medida as massas do carrinho sem a mola, com a corda, arame e peso de 50g:

$$M = 238,96$$

2. Preparamos e posicionamos o carrinho sobre o trilho conforme a figura, fixando o suporte da mola no local onde se fixa o eletroímã.

3. Colocamos no suporte para a massa pendurada, discos de aço que forneceram uma massa de aproximadamente 50 g. Essa massa utilizada vai provocou na mola um pequeno alongamento.

4. Utilizamos uma das extremidades do corpo do carrinho como referência e fizemos uma marcação a lápis no trilho de ar. Nessa marcação, consideramos como x0 = 0 m, como a origem para os posteriores deslocamentos do carrinho.

5. Acrescentamos sucessivamente, uma medida de cada vez, discos de massas de 20 g, na extremidade do barbante e medimos o novo comprimento de elongamento da mola x e anotamos o valor na tabela abaixo. Na coluna referente as forças usamos g = 9, 8 m/s2, para calcular as respectivas forças pesos. Utilizamos uma régua para medir os respectivos deslocamentos.

$$\Delta_x = x - x_0 = x - 0 = x$$

Massa (g)	Força (n)	x (m)	k (N/m)
20	0,196	0,048	4,08
40	0,392	0,099	3,96
60	0,588	0,146	4,03
80	0,784	0,196	4,00
100	0,980	0,244	4,02

Tabela 1: Lei de Hooke

6. Para cada deslocamento calculamos a constante elástica (k) da mola. Em seguida calculamos o valor médio de $\bar{k}$ que deu igual a 4,02 N/m.

7. Usamos a regressão linear da calculadora para obter o valor da constante elástica da mola. E achamos o $k = 4,01N/m$.

8. Por fim, utilizando o software SciDAVis para fazer o gráfico $F \times x$ a partir da Tabela 1. E por meio da regressão linear a constante elástica:

$$a1 = 4,01 \pm 0,01N/m$$

$$k = 4,01 \pm 0,01N/m$$

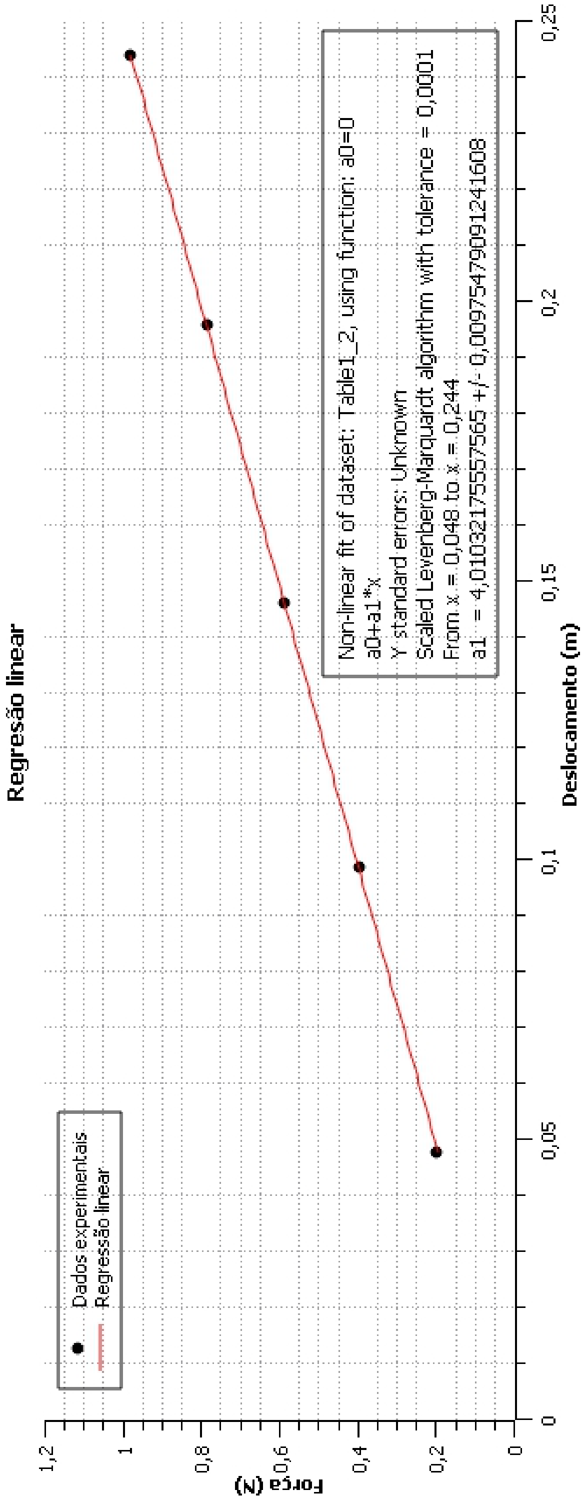

Figura 4: Regressão linear

4.2 Parte 2 - Oscilador Harmônico Simples - OHS

O Movimento Harmônico Simples é o movimento oscilatório que ocorre quando um corpo varia em torno de um ponto de equilíbrio em razão de uma força existente, que no caso do experimento foi proveniente de uma força elástica.

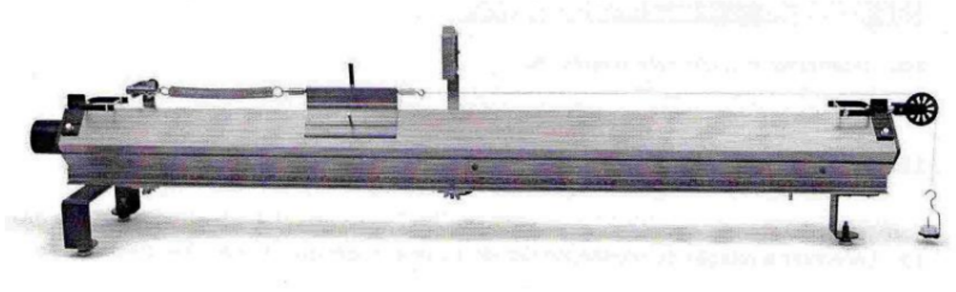

Figura 5: Montagem do sistema

1. Preparamos e posicionamos o carrinho sobre o trilho conforme a Figura (2), da mesma forma que foi utilizado para a análise da lei de Hooke.

2. Determinamos a massa do conjunto oscilador, carrinho completo e massa suspensa(em gramas). 285,5g e 325,5g, respectivamente

3. Posicionamos o sensor do cronômetro na posição de equilíbrio do carrinho e ligamos o cronômetro selecionando a função F5.

4. Afastamos o carrinho da posição de equilíbrio no máximo 10 cm. Na qual essa posição foi identificada como a amplitude X_M.

5. Liberamos o sistema e medimos o intervalo e tempo para uma oscilação completa, o período T. Obtendo assim cinco medidas de tempo e anotando na tabela o valor médio do período $\bar{T}$. Calculamos também os respectivos erros experimentais.

Tempos (s)	50g	90g	130g	170g	210g
t_1	1,656	1,774	1,883	1,971	2,076
t_2	1,664	1,775	1,884	1,970	2,076
t_3	1,665	1,778	1,883	1,972	2,076
t_m	1,662	1,776	1,883	1,971	2,076

Tabela 2: Média dos periodos

6. Acrescentamos 40 g de carga no carrinho (20 g de cada lado) e repetir os procedimentos anteriores, para completar a tabela acima. Obtivemos assim, cinco medidas diferentes de massa com cinco respectivos períodos de oscilações.

Massa oscilante (Kg)	Periodo T (s)	Periodo ao quadrado T^2 (s)
20	0,196	0,048
40	0,392	0,099
60	0,588	0,146
80	0,784	0,196
100	0,980	0,244

Tabela 3: Oscilador Harmônica Simples

7. Fazendo a regressão quadrática no SciDAVis foi feito o gráfico T $\times$ m.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}\sqrt{m} \rightarrow f(x) = a\sqrt{x} = y \rightarrow y = ax^{\frac{1}{2}}$$

$$a = 3,11 = \frac{2\pi}{\sqrt{k}} \rightarrow 3,11^2 = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}^2$$

$$k = \frac{4\pi^2}{3,11^2} = 4,08N/m$$

$$\Delta k = \frac{4\pi^2}{0,004^2} = 2,47 \times 10^6$$

8. Por fim, pela linearização no SciDAVis foi feito o gráfico T^2 $\times$ m.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k}m \rightarrow y = a_1 x$$

$$a_1 = 9,66 = \frac{4\pi^2}{k} \rightarrow k = \frac{4\pi^2}{9,66}$$
$$k = 4,08N/m$$

$$\Delta a_1 = 0,02 = \frac{4\pi^2}{\Delta k} \rightarrow \Delta k = \frac{4\pi^2}{0,02}$$

$$\Delta k = 1,97$$

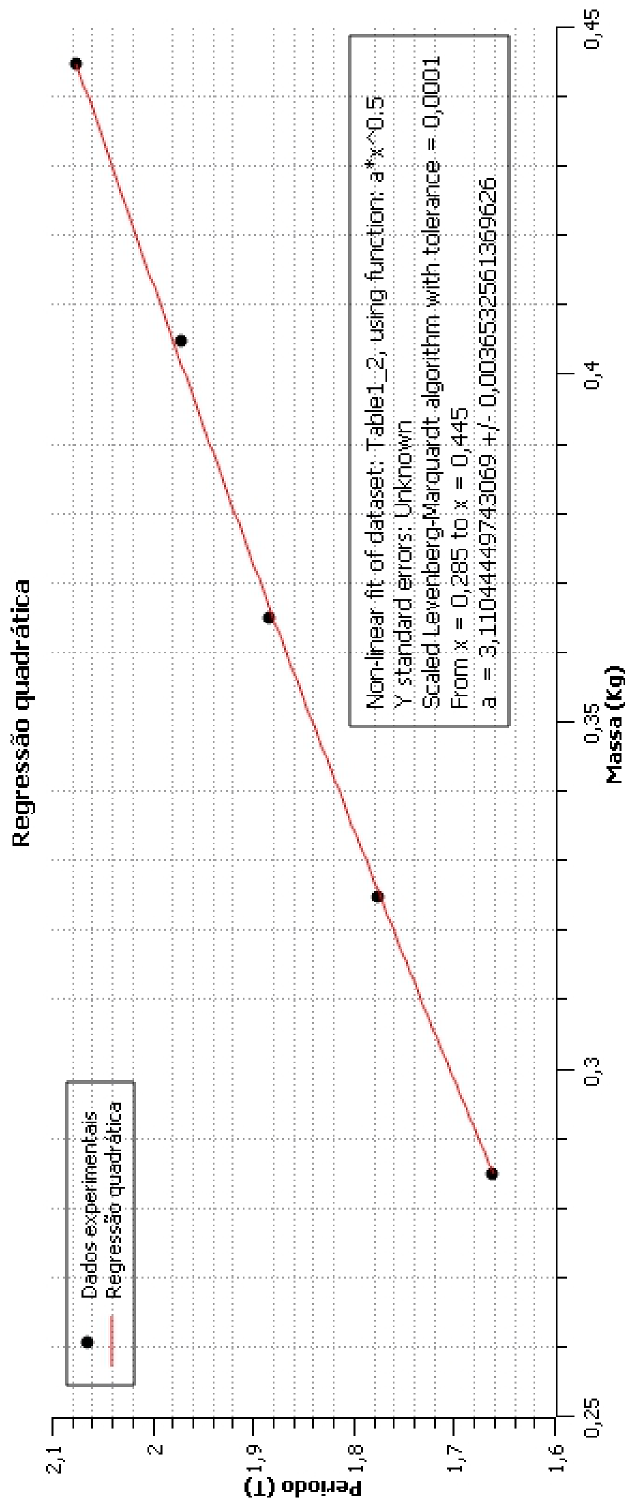

Figura 6: Regressão quadrática - Ohs

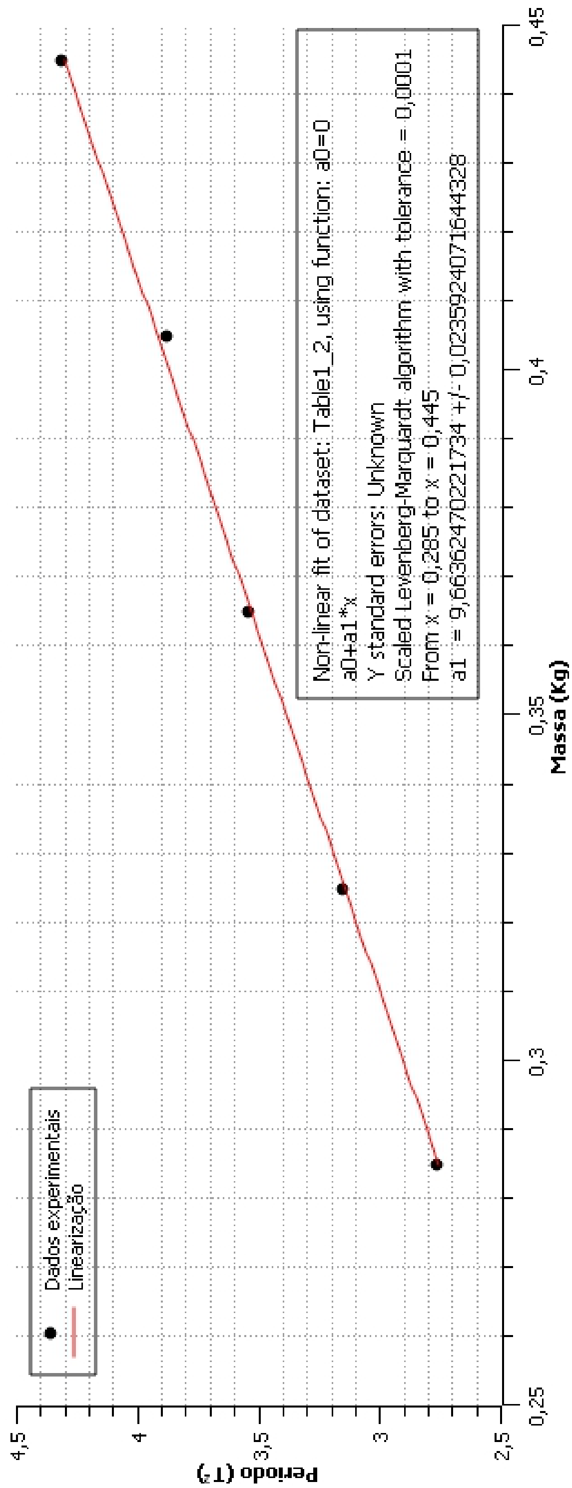

Figura 7: Linearização - Ohs

5 Conclusão

A lei de Hooke afirma que quando uma força é aplicada em uma mola, ocorrendo a compressão do corpo, pela definição da terceira Lei de Newton (ação e reação), uma força restauradora propende a retornar para sua posição inicial, proporcional à deformação do corpo. Outrossim, podemos calcular essa força elástica por: $F_{el} = -kx$, onde k é a constante elástica e x é a deformação. Todavia, a partir do experimento, utilizando o SciDavis, as fórmulas, as definições da Lei de Hooke e do oscilador harmônico simples, concluimos os cálculos da constante elástica.

Depreende-se, portanto, o cálculo da constante elástica, um parâmetro físico que estima o quanto o objeto deformou em relação a posição inicial. Contudo, com base na primeira parte do experimento, a constante elástica foi calculada a partir da razão entre uma força (N) e um deslocamento (m) e assim, encontrando o valor médio de $\bar{k}$ = 4,02 N/m. Além disso, utilizamos uma calculadora para obter o valor da constante elástica da mola e assim, encontrando k = 4,01 N/m. Por último, foi utilizado o software SciDavis para fazer um gráfico linear $F \times x$ para obtenção de k, resultando em $k = 4,01 \pm 0,01 N/m$. Não obstante, pela segunda parte do experimento, calculamos a constante elástica, porém, baseado nos conceitos de oscilador harmônico simples. Dessa forma, levando em consideração a equação (7) e fazendo a regressão quadrática no SciDavis, analisamos o valor de k = 4,08N/m, o mesmo valor encontrado utilizando a fórmula $T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m$.

Referências

[1] Halliday, D; Resnick, Robert. *Fundamentos de Física: Mecânica*, 10^a Ed.