Tarefa 2: Inverso Multiplicativo

① Calcule o inverso multiplicativo de todos os números módulo 21

$gcd(1,21) = 1$

$gcd(2,21)$

$21x + 2y \equiv 1$

$21 \equiv 2 \cdot 10 + 1$

$1 \equiv 21 \cdot 1 - 2 \cdot 10$

↳ x ↳ y

$y = -10 \rightarrow y = 21 - 10 \rightarrow \boxed{y = 11}$

$gcd(3,21)$

$21x + 3y \equiv 1$

$21 \equiv 3 \cdot 7 + 0$

↳ não tem inverso

$gcd(4,21)$

$21x + 4y \equiv 1$

$21 \equiv 4 \cdot 5 + 1$

$1 \equiv 21 \cdot 1 - 4 \cdot 5$

↳ x ↳ y

$y = -5 \rightarrow y = 21 - 5 \rightarrow \boxed{y = 16}$

$gcd(5,21)$

$21x + 5y \equiv 1$

$21 \equiv 5 \cdot 4 + 1$

$1 \equiv 21 \cdot 1 - 5 \cdot 4$

↳ x ↳ y

$y = -4 \rightarrow 21 - 4 \rightarrow \boxed{y = 17}$

$gcd(6;21)$

$21x + 6y \equiv 1$ não

$21 \equiv 6 \cdot 3 + 3$

$6 \equiv 3 \cdot 2 + 0$

↳ não tem inverso

gcd(67, 21)

$21x + 7y \equiv 1$

$21 \equiv 7 \cdot 3 + 0$

↳ não tem inverso

gcd(8, 21)

$21x + 8y \equiv 1$

$21 \equiv 8 \cdot 2 + 5$

$8 \equiv 5 \cdot 1 + 3$

$5 \equiv 3 \cdot 1 + 2$

$3 \equiv 2 \cdot 1 + 1$

$1 \equiv 3 - 2 \cdot 1$

$2 \equiv 5 - 3 \cdot 1$

$3 \equiv 8 - 5 \cdot 1$

$5 \equiv 21 - 8 \cdot 2$

$1 \equiv 3 - 2 \cdot 1$

$1 \equiv 8 - 5 \cdot 1 - 5 + 3 \cdot 1$

$1 \equiv 8 - 21 + 8 \cdot 2 - 21 + 8 \cdot 2 + 8 - 5 \cdot 1$

$1 \equiv 8 - 21 + 8 \cdot 2 - 21 + 8 \cdot 2 + 8 - 21 + 8 \cdot 2$

$1 \equiv 8 \cdot 8 - 21 \cdot 3$

↳y ↳x

$\boxed{y = 8}$

gcd(9, 21)

$21x + 9y \equiv 1$

$21 \equiv 9 \cdot 2 + 3$

$9 \equiv 3 \cdot 3 + 0$

não tem inverso

gcd(10, 21)

$21x + 10y \equiv 1$

$21 \equiv 10 \cdot 2 + 1$

$1 \equiv 21 - 10 \cdot 2$

↳y

$y = -2 \rightarrow y \equiv 21 - 2 \rightarrow \boxed{y = 19}$

gcd(11, 21)

$21x + 11y \equiv 1$

$21 \equiv 11 \cdot 1 + 10$

$11 \equiv 10 \cdot 1 + 1$

$1 \equiv 11 - 10 \cdot 1$

$10 \equiv 21 - 11 \cdot 1$

$1 \equiv 11 - 21 + 11 \cdot 1$

$1 \equiv 11 \cdot 2 - 21$

↳ y ↳ x

$\boxed{y = 2}$

gcd(12, 21)

$21x + 12y \equiv 1$

$21 \equiv 12 \cdot 1 + 9$

$12 \equiv 9 \cdot 1 + 3$

$9 \equiv 3 \cdot 3 + 0$

não tem inverso

gcd(13, 21)

$21x + 13y \equiv 1$

$21 \equiv 13 \cdot 1 + 8$

$13 \equiv 8 \cdot 1 + 5$

$8 \equiv 5 \cdot 1 + 3$

$5 \equiv 3 \cdot 1 + 2$

$3 \equiv 2 \cdot 1 + 1$

$1 \equiv 3 - 2 \cdot 1$

$2 \equiv 5 - 3 \cdot 1$

$3 \equiv 8 - 5 \cdot 1$

$5 \equiv 13 - 8 \cdot 1$

$8 \equiv 21 - 13 \cdot 1$

$1 \equiv 8 - 5 \cdot 1 - 5 + 3 \cdot 1$

$1 \equiv 21 - 13 \cdot 1 + 13 + 8 \cdot 1 - 13 + 8 \cdot 1 + 8 - 5 \cdot 1$

$1 \equiv 21 - 13 \cdot 3 + 8 \cdot 3 - 5 \cdot 1$

$1 \equiv 21 - 13 \cdot 3 + (21 - 13 \cdot 1) \cdot 3 - 13 + 8 \cdot 1$

$1 \equiv 21 - 13 \cdot 3 + 21 \cdot 3 - 13 \cdot 3 - 13 + 21 - 13 \cdot 1$

$1 \equiv 21 \cdot 5 - 13 \cdot 8$

↳ x ↳ y

$y = -8 \rightarrow y = 21 - 8 \rightarrow \boxed{y = 13}$

gcd (14, 21)

$21x + 14y \equiv 1$

$21 \equiv 14 \cdot 1 + 7$

$14 \equiv 7 \cdot 2 + 0$

não tem inverso

gcd (15, 21)

$21x + 15y \equiv 1$

$21 \equiv 15 \cdot 1 + 6$

$15 \equiv 6 \cdot 2 + 3$

$6 \equiv 3 \cdot 2 + 0$

não tem inverso

gcd (16, 21)

$21x + 16y \equiv 1$

$21 \equiv 16 \cdot 1 + 5$

$16 \equiv 5 \cdot 3 + 1$

$1 \equiv 16 - 5 \cdot 3$

$5 \equiv 21 - 16 \cdot 1$

$1 \equiv 16 - 21 \cdot 3 + 16 \cdot 3$

$1 \equiv 16 \cdot 4 - 21$

$\downarrow y \quad \downarrow x$

$\boxed{y = 4}$

gcd (17, 21)

$21x + 17y \equiv 1$

$21 \equiv 17 \cdot 1 + 4$

$17 \equiv 4 \cdot 4 + 1$

$1 \equiv 17 - 4 \cdot 4$

$4 \equiv 21 - 17 \cdot 1$

$1 \equiv 17 - 21 \cdot 4 + 17 \cdot 4$

$1 \equiv 17 \cdot 5 - 21 \cdot 4$

$\downarrow y \quad \downarrow x$

$\boxed{y \equiv 5}$

gcd (18,21)

$21x + 18y \equiv 1$

$21 \equiv 18.1 + 3$

$18 \equiv 3.6 + 0$

não tem inverso

gcd (19,21)

$21x + 19y \equiv 1$

$21 \equiv 19.1 + 2$

$19 \equiv 2.9 + 1$

$1 \equiv 19 - 2.9$

$2 \equiv 21 - 19.1$

$1 \equiv 19 - (21 - 19.1).9$

$1 \equiv 19 - 21.9 + 19.9$

$1 \equiv 19.10 - 21.9$

$\downarrow y \quad \downarrow x$

$\boxed{y = 10}$

gcd (20,21)

$21x + 20y \equiv 1$

$21 \equiv 20.1 + 1$

$1 \equiv 21 - 20.1$

$\downarrow x \quad \downarrow y$

$y = -1 \rightarrow y = 21 - 1$

$\boxed{y = 20}$

② Calcule o inverso multiplicativo de 45 módulo 94

$94x + 45y \equiv 1$

$94 \equiv 45 \cdot 2 + 4$

$45 \equiv 4 \cdot 11 + 1$

$1 \equiv 45 - 4 \cdot 11$

$4 \equiv 94 - 45 \cdot 2$

$1 \equiv 45 - (94 - 45 \cdot 2) \cdot 11$

$1 \equiv 45 - 94 \cdot 11 + 45 \cdot 22$

$1 \equiv 45 \cdot 23 - 94 \cdot 11$

$\downarrow y \qquad \downarrow x$

$\boxed{y = 23}$