

## TAREFA 4. SOMA DE MÚLTIPLOS

① Resolva o problema 1 do Projeto Euler:  
<https://projecteuler.net/problem=1>

"Se listarmos todos os números naturais abaixo de 10 que são múltiplos de 3 ou 5, obtemos 3, 5, 6 e 9. A soma desses múltiplos é 23. Encontre a soma de todos os múltiplos de 3 ou 5 abaixo de 1000."

② Calcule a soma de todos os múltiplos de 3 ou 5 menores que 1.000.000. Não use o computador.

① A soma dos números de 1 até  $n$ :  
$$1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n+1)/2$$

então, a soma dos  $n$  primeiros múltiplos de  $x$ , é:  
$$x + 2x + 3x + \dots + nx = xn(n+1)/2$$

Podemos agora, encontrar a soma dos múltiplos de 3 menores que 1000:

$$n = 999/3$$
$$= 333$$

$$x = 3$$

$$m(3) = 3 \cdot 333 \cdot (333 + 1) / 2$$
$$= 166.833$$

Múltiplos de 5 menores que 1000:

$$n = 999/5$$

$$= 199$$

$$k = 5$$

$$m(5) = 5 \cdot 199 \cdot (199 + 1) / 2$$
$$= 99500$$

Agora, precisamos encontrar a soma dos múltiplos de ambos:

como o mmc(3, 5) é 15, então:

$$\bar{n} = 999/15$$

$$= 66$$

$$k = 15$$

$$m(15) = 15 \cdot 66 \cdot (66 + 1) / 2$$
$$= 33165$$

Logo, a soma de todos os múltiplos de 3 ou 5 abaixo de 1000 é:

$$m(3, 5) = m(3) + m(5) - m(15)$$
$$= 166833 + 99500 - 33165$$
$$= 233168$$

② Usando os passos da questão anterior:

$$m(3)$$

$$n = 999999/3$$

$$= 333333$$

$$k = 3$$

$$m(3) = 3 \cdot 333333 \cdot (333333 + 1) / 2$$
$$= 166666833333$$

$$m(5)$$

$$n = 999999/5$$

$$= 199999$$

$$k = 5$$

$$m(5) = 5 \cdot 199999 \cdot (199999 + 1) / 2$$
$$= 99999500000$$

$$m(15)$$

$$n = 999999/15$$

$$= 66666$$

$$k = 15$$

$$m(15) = 15 \cdot 66666 \cdot (66666 + 1) / 2$$
$$= 33333166665$$

Logo, a soma dos múltiplos de 3 ou 5 menores que 1000000 é:

$$m(3,5) = m(3) + m(5) - m(15)$$
$$= 166666833333 + 99999500000 - 33333166665$$
$$= 23333166668$$