

Matemática discreta

Universidade de Évora, ano 2014.

Lista de exercícios 5: O-grande.

Exercício 1 Determine o menor k tal que $f(n) = O(n^k)$, onde

1. $f(n) = (n^2 + 1)(2n^4 + 3n - 8)$

2. $f(n) = (n^3 + 3n - 1)^4$

3. $f(n) = \sqrt{n+1}$

4. $f(n) = \sqrt{n^2 + n}$

Exercício 2 1. Mostre que $(n)! = O(n)$.

Exercício 3 Verdadeiras ou falsas?

1. $2^{n+1} = O(2^n)$

2. $(200n)^2 = O(n^2)$

3. $\log_2^4(n) = O(\sqrt{n})$

4. $(\sqrt{n} + 1)^4 = O(n^2)$

5. $40^n = O(2^n)$.

Exercício 4 Dê estimações do tipo $O(\cdot)$: $\sum_{j=n}^{2n} j$, $\prod_{j=n}^{2n} j$, $\sum_{i=0}^{10} (-1)^i$, $\prod_{i=1}^n \frac{i+1}{i}$.

Exercício 5 (o-pequeno). Diz-se que $f(n) = o(g(n))$ se $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$. Quais relações de O-grande acima são de facto relações de o-pequeno? Mostre que se $f(n) = o(g(n))$, tem-se também $f(n) = O(g(n))$. Dê exemplos de sucessões $f(n), g(n)$ tais que $f(n) = O(g(n))$, mas não $f(n) = o(g(n))$.