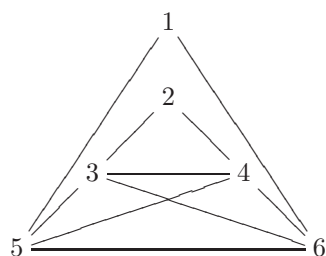


Exame, época normal

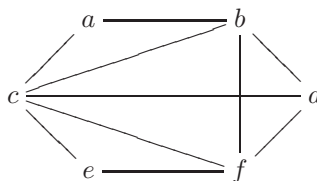
Versão A

Justifique todas as respostas.

1. Mostre por indução que $17^n - 11^n$ é múltiplo de 6, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.
2. As matrículas em Espanha são, desde o ano 2000, uma sequência de quatro algarismos e três consoantes. Sabendo que a letra Q não é utilizada, quantos carros podem ser matriculados com este sistema? (Não é necessário calcular o resultado final, basta apresentar a expressão numérica e justificá-la.)
3. (a) Diga, justificando, se os seguintes grafos são isomorfos:



G



H

- (b) Encontre um caminho de Euler no grafo G .
 - (c) Quantos subgrafos de G com 3 arestas existem?
 - (d) Dê um exemplo de um subgrafo de G que seja uma árvore.
4. (a) Aplicando o algoritmo de Euclides, encontre o máximo divisor comum d entre 3 e 77 e encontre inteiros s e t tais que

$$d = 77s + 3t.$$

- (b) Aplique o teorema do resto chinês para encontrar todas as soluções em \mathbb{Z} do sistema

$$\begin{cases} x = 2 \pmod{3} \\ x = 3 \pmod{7} \\ x = 4 \pmod{11} \end{cases}.$$

(Nota: pode usar as seguintes igualdades: $3 \cdot 33 - 14 \cdot 7 = 1$ e $-1 \cdot 21 + 2 \cdot 11 = 1$.)

- (c) Mostre que $\overline{11}$ é divisor de zero em \mathbb{Z}_{77} .
5. Seja n um natural positivo, sejam a, b, c e d inteiros e suponhamos que

$$a = b \pmod{n}.$$

Mostre que

$$ca + d = cb + d \pmod{n}.$$