Matemática discreta

Universidade de Évora, ano 2014.

Lista de exercícios 6: Equações em diferenças.

Exercício 1 Resolva as equações em diferenças de primeira ordem:

1.
$$s(n+1) = (-3)s(n), s(0) = 5.$$

2.
$$s(n+1) - 4s(n) = 0$$
, $s(0) = -1$.

3.
$$2s(n) + s(n-1) = 0$$
, $s(0) = 2$.

Exercício 2 Encontre todas as soluções das equações em diferenças de segunda ordem:

1.
$$s(n+2) = -\frac{1}{2}s(n+1) + \frac{1}{2}s(n)$$
.

2.
$$s(n+2) - 4s(n+1) + 4s(n) = 0$$
.

3.
$$s(n+2) = s(n)$$
.

Exercício 3 Resolva as equações em diferenças de segunda ordem:

1.
$$s(n+2) = -3s(n+1) + \frac{7}{4}s(n)$$
, $s(0) = 6$, $s(1) = 3$.

2.
$$s(n+2) - s(n+1) + \frac{1}{4}s(n) = 0$$
, $s(0) = 4$, $s(1) = 7$.

3. A equação $s(n+2) - s(n+1) + \frac{1}{4}s(n) = 3$ tem uma solução na forma de uma sucessão constante. Determine o valor da constante. Em seguida, dê o conjunto de todas as soluções desta equação.

Exercício 4 A sucessão de Lucas L é definida por L(0) = 2, L(1) = 1 e L(n+2) = L(n+1) + L(n), para $n \ge 0$. Determine L(n) para $n \in \mathbb{N}$.