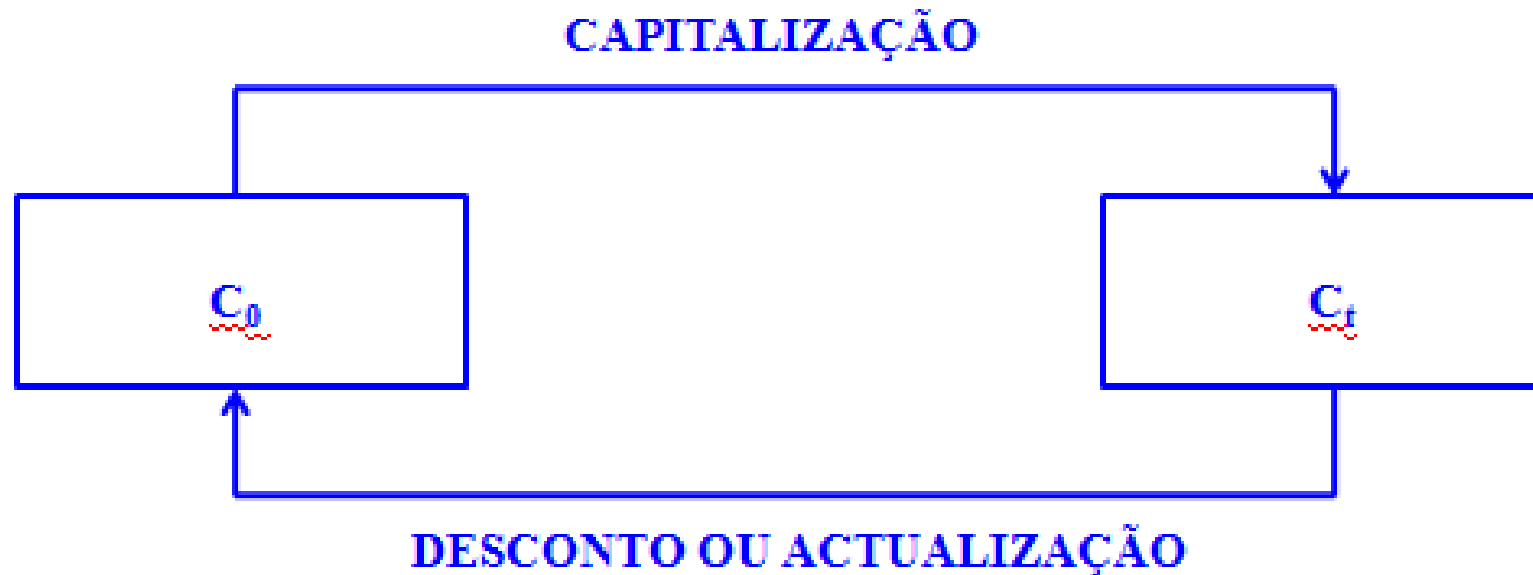


## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

CAPITALIZAÇÃO É O ACRÉSCIMO SOFRIDO POR UM DETERMINADO CAPITAL DURANTE UM DETERMINADO PERÍODO DE TEMPO A UMA DADA TAXA DE JURO.



DESCONTO OU ACTUALIZAÇÃO É A REDUÇÃO SOFRIDA POR UM DETERMINADO CAPITAL DURANTE UM DETERMINADO PERÍODO DE TEMPO A UMA DADA TAXA DE DESCONTO.

**VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO**

**O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO CONSISTE NO PROCESSO DE PRODUÇÃO DOS JUROS DO CAPITAL APLICADO**

**O JURO PRODUZIDO É FUNÇÃO DO TEMPO E DO CAPITAL**

**A INTERDEPENDÊNCIA ENTRE O TEMPO E O CAPITAL DETERMINA TRÊS PROCESSOS DE CAPITALIZAÇÃO:**

**O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO DE JURO SIMPLES**

**O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO DE JURO COMPOSTO**

**O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA DE JUROS**

**VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO****REGIME DE JURO SIMPLES**

**O JURO DEPENDE APENAS DO TEMPO. PARA UM DADO CAPITAL INICIAL  $C_0$ , O JURO PRODUZIDO EM CADA UNIDADE DE TEMPO É CONSTANTE.**

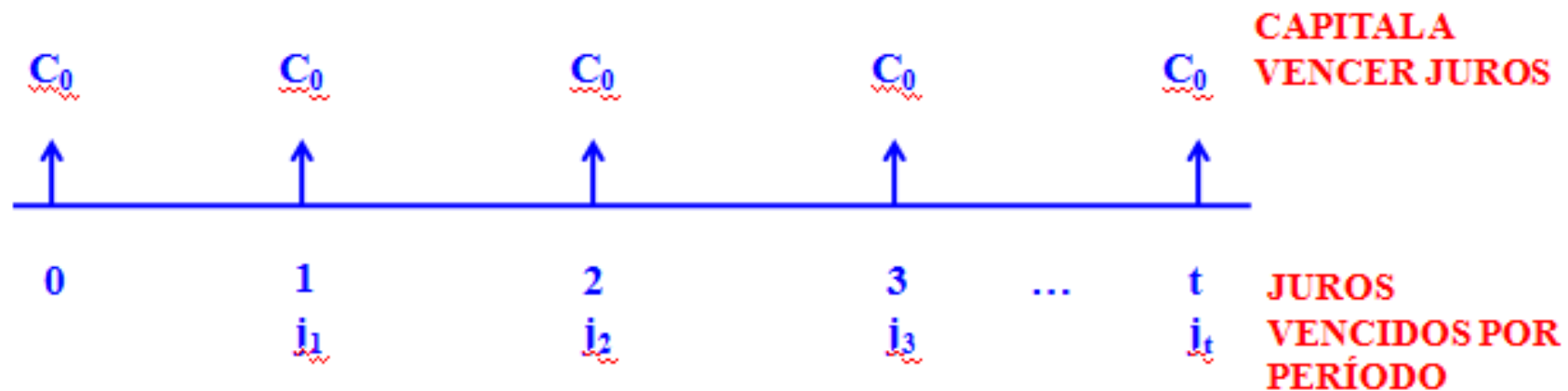
**OS JUROS SÃO RETIRADOS DO PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO NO MOMENTO DO SEU VENCIMENTO.**

**O VALOR DO CAPITAL PERMANECE CONSTANTE AO LONGO DA DURAÇÃO DO CONTRATO.**

**O CÁLCULO DOS JUROS EM CADA PERÍODO DE CAPITALIZAÇÃO É EFECTUADO COM BASE NO MESMO CAPITAL, O CAPITAL INICIAL ( $C_0$ )**

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO SIMPLES



OS JUROS SÃO EXCLUÍDOS DA CAPITALIZAÇÃO APÓS O SEU VENCIMENTO. ( $j_1 = j_2 = \dots = j_t$ )

**VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO****REGIME DE JURO SIMPLES**

**O JURO TOTAL , VENCIDO DURANTE  $t$  UNIDADES DE TEMPO, É IGUAL:**

$$J_t = j_1 + j_2 + \dots + j_t \quad \text{com } j_1 = j_2 = \dots = j_t \quad j_t = C_0 * i$$

$$J_t = t * j_t \text{ ou } J_t = t * C_0 * i$$

**DURANTE O PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO  $C_0$  VAI SOFRENDO INCREMENTOS SUCESSIVOS À MEDIDA QUE OS JUROS SE VÃO VENCENDO. TEMOS:**

$$C_1 = C_0 + j_1$$

$$C_2 = C_1 + j_2$$

.....

$$C_t = C_{t-1} + j_t$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### EXPRESSÃO GERAL:

$$C_t = C_0 (1 + i t)$$

CÁLCULO DO CAPITAL ACUMULADO EM FUNÇÃO DO CAPITAL INICIAL ( $C_0$ ), DA TAXA DE JURO ( $i$ ) E DO TEMPO ( $t$ )

#### JURO TOTAL:

$$J = C_t - C_0$$

**VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO****REGIME DE JURO SIMPLES**

**OUTRAS EXPRESSÕES PARA CALCULAR CAPITAL INICIAL, TAXA DE JURO E PERÍODO DE TEMPO:**

**CAPITAL INICIAL**  $C_0 = C_t / (1 + i t)$

**TAXA DE JURO**  $i = (C_t - C_0) / t C_0 = J_t / t C_0$

**PERÍODO DE TEMPO**  $t = (C_t - C_0) / i C_0 = J_t / i C_0$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

CONSIDERARMOS ATÉ AQUI QUE O PERÍODO DE APLICAÇÃO DO CAPITAL ERA COINCIDENTE COM O PERÍODO DA TAXA DE JURO.

PODE ACONTECER QUE NÃO O SEJA. OS CAPITAIS PODEM SER APLICADOS DURANTE **m MESES** A UMA TAXA DE JURO ANUAL, OU VENCEREM JUROS A UMA TAXA ANUAL E SEREM APLICADOS DURANTE **d DIAS**.

ADMITINDO QUE O PERÍODO DE TEMPO VEM EXPRESSO EM MESES (m) OU EXPRESSO EM DIAS (d) E O PERÍODO DA TAXA DE JURO É ANUAL, O CÁLCULO DO JURO TOTAL SERÁ:

$$j_t = (m / 12) * C_0 * i$$

$$j_t = (d / 360) * C_0 * i$$



## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### *Exercício 01*

Um indivíduo investiu 12.500 € pelo prazo de três anos, em RJS à taxa trimestral de juro de 2,75%. Calcule:

- a) O valor acumulado no fim do prazo; **16625 euros**
- b) O juro total produzido pelo investimento; **4125 euros**
- c) O juro produzido no último ano do investimento. **1375 euros**

#### *Exercício 02*

Um capital foi aplicado em regime de juro simples à taxa anual de juro de 9% durante 152 dias, após os quais se receberam 187,297 € de juros. Calcule o valor do capital aplicado. **4928,87 euros**

#### *Exercício 03*

Considere os capitais de 1.000, 1.750, 2.500 e 3.000 €, vencendo juros pelos prazos de 30, 70, 40 e 50 dias, respectivamente, à taxa anual de juro de quinze por cento, em RJS. Calcule o total dos juros produzidos. **167,708 euros**

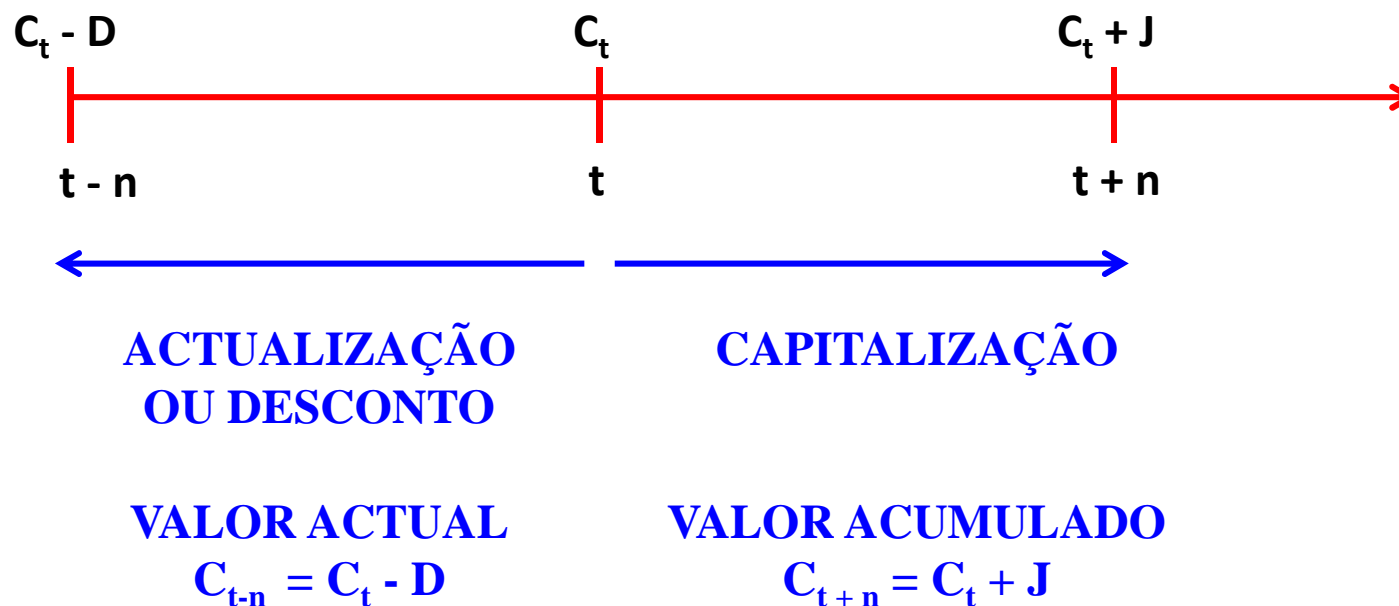
#### *Exercício 04*

Um capital de 3.040 €, aplicado em RJS a uma certa taxa anual, durante dez trimestres, produziu um juro de 190 €.

Calcule a taxa anual de juro da aplicação. **2,5%**

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO



A TAXA DE JURO REPRESENTA O JURO PRODUZIDO POR UMA UNIDADE DE CAPITAL NUMA UNIDADE DE TEMPO

A TAXA DE DESCONTO REPRESENTA A REDUÇÃO SOFRIDA POR UMA UNIDADE DE CAPITAL NUMA UNIDADE DE TEMPO

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### DESCONTO EM REGIME DE JURO SIMPLES

O DESCONTO CONSISTE NA REDUÇÃO SOFRIDA POR UM DADO CAPITAL DESCONTADO DURANTE UM CERTO INTERVALO DE TEMPO E UTILIZA-SE SEMPRE QUE SE PRETENDE ANTECIPAR A LIQUIDAÇÃO DE DÉBITOS OU DE CRÉDITOS.

CONSIDERANDO  $C_t = C_0 (1 + i t)$  e  $C_0 = C_t / (1 + i t)$

$C_t$  = valor a receber ou a pagar no momento  $t$  ou valor nominal

$C_0$  = Valor do capital  $C_t$  se este fosse liquidado no momento 0 ou valor actualizado ou valor actual para aquele momento

$D = C_t - C_0$  - o valor do desconto

$C_0 = C_t - D$  - O valor descontado de um capital (valor actualizado de um capital)

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### *Exercício 05*

O valor nominal de um capital que se vence dentro de 30 meses é 7.620 €. Para a taxa de juro de 9% (relativa ao período de 10 meses), calcule o valor actual e o valor do desconto. **6000 euros e 1620 euros**

**VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO****REGIME DE JURO COMPOSTO**

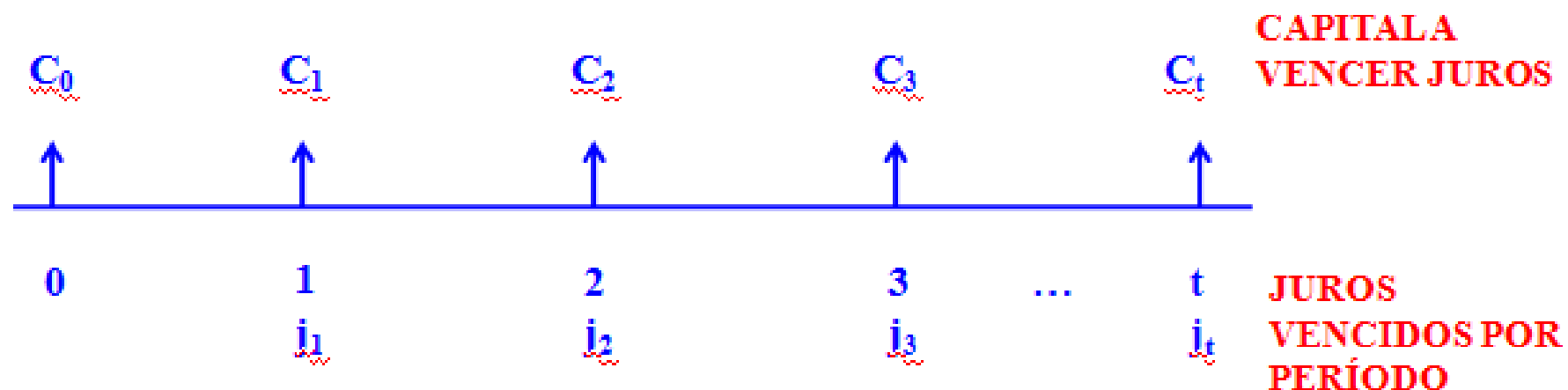
**O JURO DEPENDE SIMULTANEAMENTE DO TEMPO E DO CAPITAL. ALÉM DO CAPITAL INICIAL  $C_0$ , O JURO VENCIDO EM CADA UNIDADE DE TEMPO PASSA TAMBÉM A VENCER JUROS NAS UNIDADES DE TEMPO POSTERIORES .**

**OS JUROS, NO MOMENTO DO SEU VENCIMENTO, SÃO INCORPORADOS NO CAPITAL , AUMENTANDO O CAPITAL NO INÍCIO DE CADA PERÍODO PELA ADIÇÃO DOS JUROS VENCIDOS NO PERÍODO DE TEMPO IMEDIATAMENTE ANTERIOR.**

**OS JUROS SÃO CADA VEZ MAIS ELEVADOS, DEVIDO EXISTIR UMA CONTAGEM DE JUROS SOBRE JUROS DECORRENTE DA INCORPORAÇÃO DESTES NO CAPITAL.**

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO



OS JUROS VENCIDOS SÃO IMEDIATAMENTE INCORPORADOS NA CAPITALIZAÇÃO, SENDO  $C_1 = C_0 + j_1$ ;  $C_2 = C_1 + j_2$ ; ...;  $C_t = C_{t-1} + j_t$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

NO REGIME DE JURO COMPOSTO (RJC) NO FIM DE CADA PERÍODO O JURO É INCORPORADO NO PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO, AUMENTANDO O CAPITAL NO FIM DE CADA PERÍODO NUM MONTANTE IGUAL AO VALOR DO JURO VENCIDO NO PERÍODO ANTERIOR.

O JURO PRODUZIDO EM CADA PERÍODO DE CAPITALIZAÇÃO NÃO É CONSTANTE, AO CONTRÁRIO DO QUE ACONTECE NO REGIME DE JURO SIMPLES.

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

**O JURO É INCORPORADO NO PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO E GERA JURO NO(S) PERÍODO(S) SEGUINTE(S).**

**ESTE FENÓMENO (JUROS DE JUROS) CHAMA-SE ANATOCISMO.**

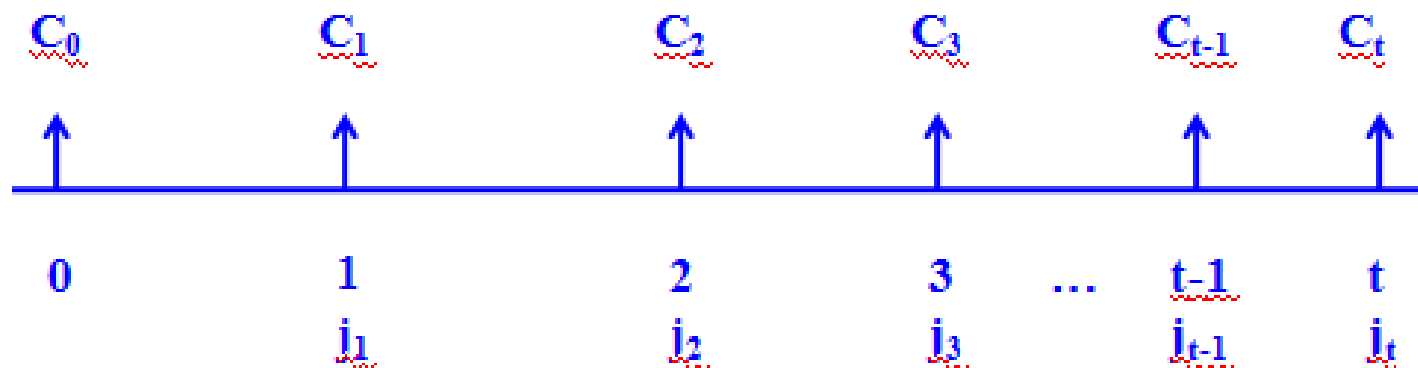
**(Do grego *ana* que traduz repetição e *tokos* que significa juro)**

**O JURO PRODUZIDO EM CADA PERÍODO CAPITALIZA NO PERÍODO SEGUINTE**



## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO COMPOSTO



$j_1 \neq j_2; \dots; j_{t-1} \neq j_t$  onde  $j_t = C_{t-1} i$

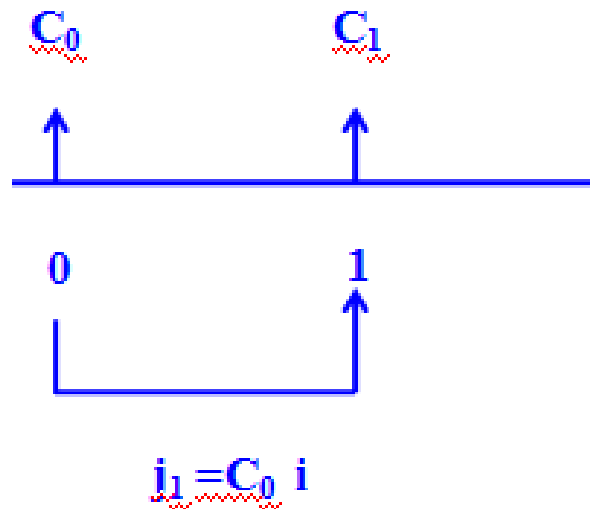
$C_{t-1}$  = capital inicial no periodo t e  $i$  = taxa de juro

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO COMPOSTO

## PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

## 1º PERÍODO



$$j_1 = C_0 i$$

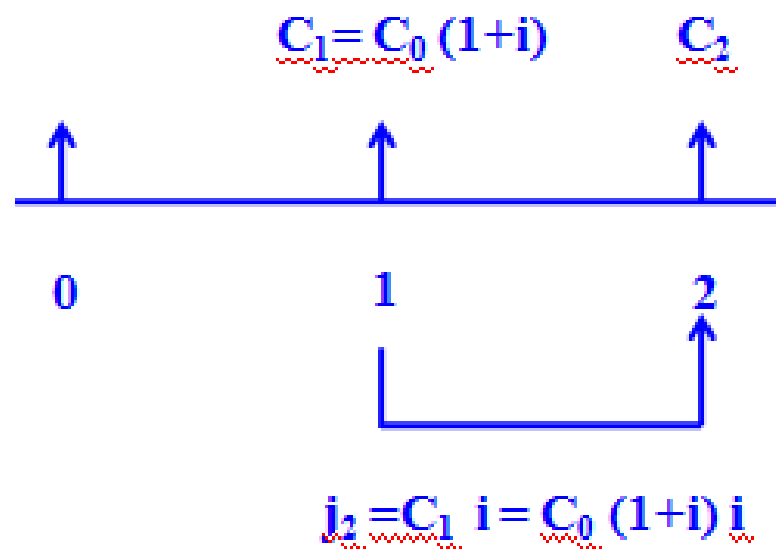
$$C_1 = C_0 + j_1 = C_0 + C_0 i = C_0 (1+i)$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO COMPOSTO

## PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

## 2º PERÍODO



$$j_2 = C_1 i = C_0 (1+i) i$$

$$C_2 = C_1 + j_2 = C_0 (1+i) + C_0 (1+i) i$$

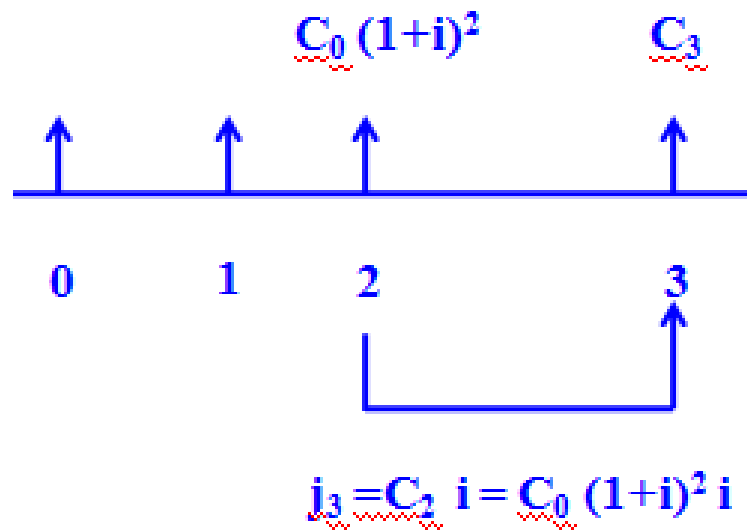
$$C_2 = C_0 (1+i) (1+i) = C_0 (1+i)^2$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

##### 3º PERÍODO



$$j_3 = C_2 i = C_0 (1+i)^2 i$$

$$C_3 = C_2 + j_3 = C_0 (1+i)^2 + C_0 (1+i)^2 i$$

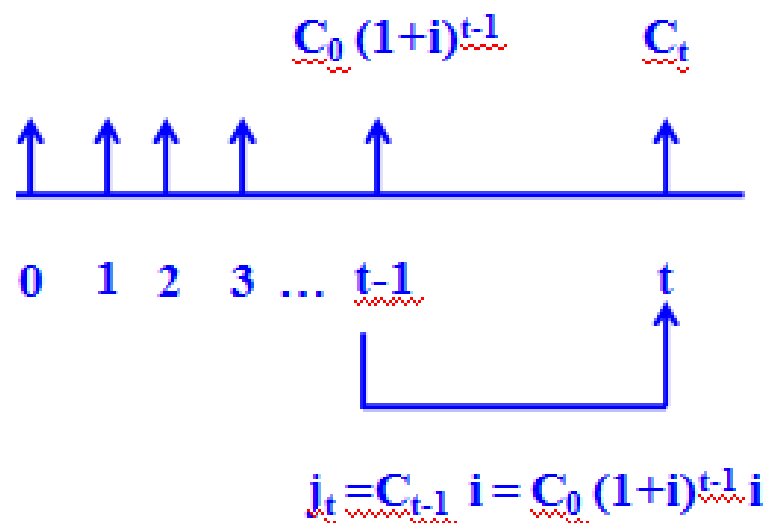
$$C_3 = C_0 (1+i)^2 (1+i) = C_0 (1+i)^3$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO COMPOSTO

## PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

## E ASSIM SUCESSIVAMENTE



$$j_{t-1} = C_{t-1} i = C_0(1+i)^{t-1} i$$

$$C_t = C_{t-1} + j_t = C_0(1+i)^{t-1} + C_0(1+i)^{t-1} i$$

$$C_t = C_0(1+i)^{t-1}(1+i) = C_0(1+i)^t$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### EXPRESSÃO GERAL

$$C_t = C_0 (1+i)^t$$

onde:

$C_t$  = valor acumulado do capital

$C_0$  = valor inicial do capital

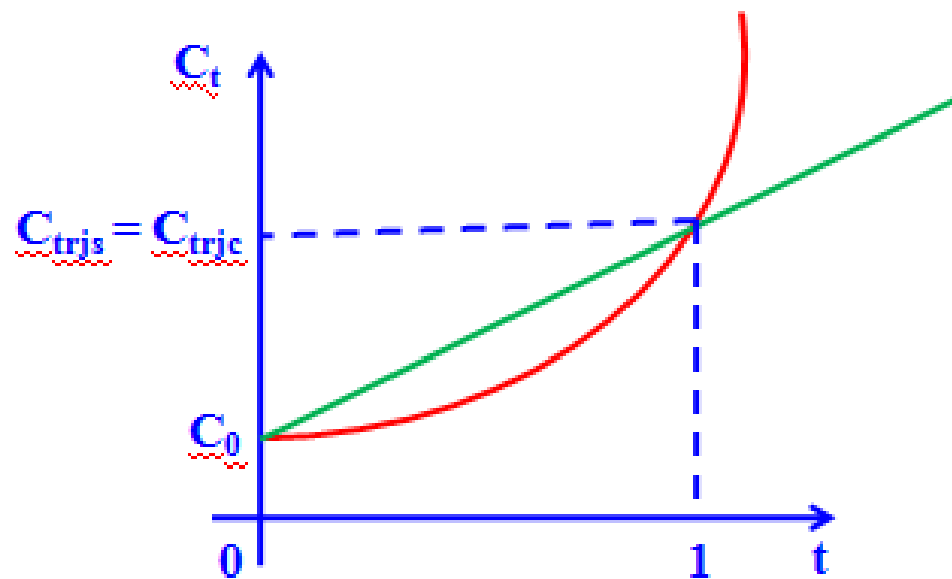
$i$  = taxa de juro

$t$  = período de tempo

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO COMPOSTO

## COMPARAÇÃO DA FUNÇÃO CAPITAL ACUMULADO EM RJS E RJC



AFUNÇÃO CAPITAL ACUMULADO TEM UM COMPORTAMENTO LINEAR EM RJS

AFUNÇÃO CAPITAL ACUMULADO TEM UM COMPORTAMENTO EXPONENCIAL EM RJC

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### *Exemplo 06*

Um capital de 1000 € foi aplicado em RJC, à taxa anual de juro de 3,75%, durante 5 anos.

Calcule o valor do capital acumulado.

1202,10 euros



**VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO****REGIME DE JURO COMPOSTO****OUTRAS EXPRESSÕES****JURO ACUMULADO NO MOMENTO  $t$** 

$$J_t = C_0 [(1+i)^t - 1]$$

**JURO NO INTERVALO DE TEMPO  $(t-1; t)$** 

$$j_t = C_0 (1+i)^{t-1} i$$

**VALOR INICIAL DO CAPITAL**

$$C_0 = C_t (1+i)^{-t}$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### OUTRAS EXPRESSÕES

#### DETERMINAÇÃO DA TAXA DE JURO

$$C_t = C_0 (1+i)^t$$

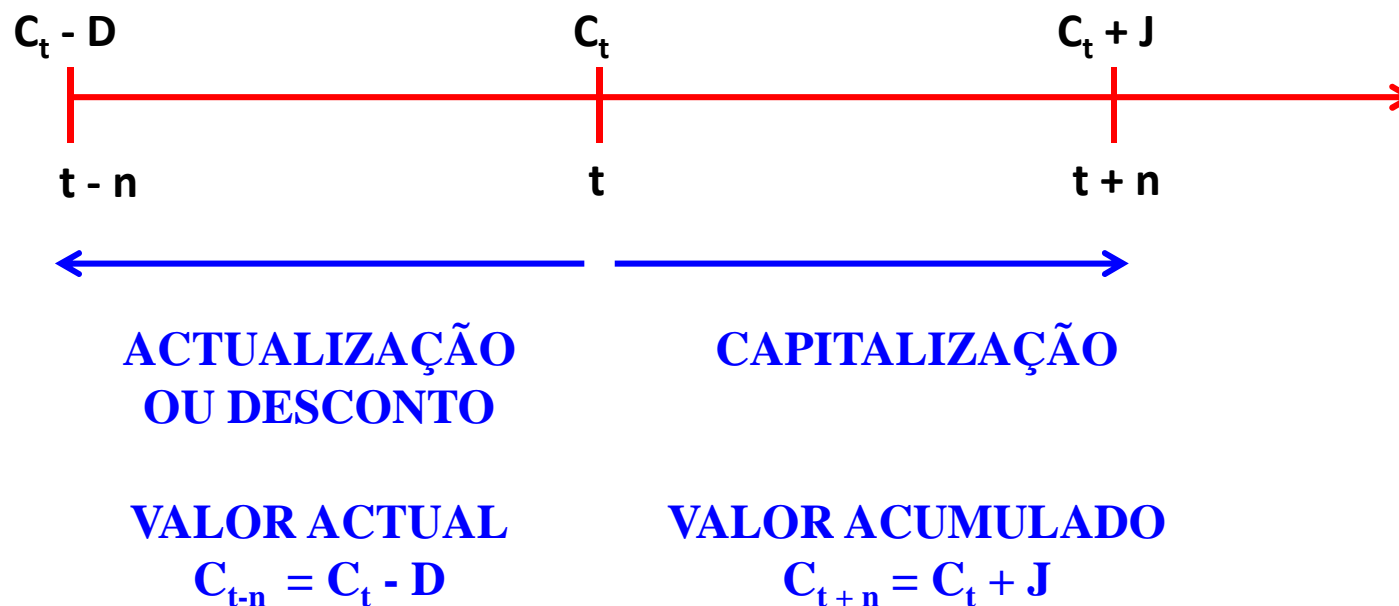
$$C_t / C_0 = (1+i)^t$$

$$(C_t / C_0)^{1/t} = (1+i)$$

$$i = (C_t / C_0)^{1/t} - 1$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO



A TAXA DE JURO REPRESENTA O JURO PRODUZIDO POR UMA UNIDADE DE CAPITAL NUMA UNIDADE DE TEMPO

A TAXA DE DESCONTO REPRESENTA A REDUÇÃO SOFRIDA POR UMA UNIDADE DE CAPITAL NUMA UNIDADE DE TEMPO

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### DESCONTO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

TRATA-SE DE EFECTUAR A OPERAÇÃO INVERSA DA CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO.

CONSIDERANDO  $C_t = C_0 (1 + i)^t$  e  $C_0 = C_t / (1 + i)^t$

$C_t$  = valor a receber ou a pagar no momento  $t$  ou valor nominal

$C_0$  = Valor do capital  $C_t$  se este fosse liquidado no momento 0 ou valor actualizado ou valor actual para aquele momento

$D = C_t - C_0$  - o valor do desconto

$C_0 = C_t - D$  - O valor descontado de um capital (valor actualizado de um capital)

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA

**O JURO É INCORPORADO NO PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO E GERA CONTINUAMENTE JUROS DE JUROS.**

**EXISTEM UM NÚMERO INFINITO DE CAPITALIZAÇÕES DURANTE UM ANO.**

**DESIGNA-SE TAMBÉM POR CAPITALIZAÇÃO INSTANTÂNEA**

**VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO****REGIME DE CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA DE JUROS**

**O JURO DEPENDE SIMULTANEAMENTE DO TEMPO E DO CAPITAL. ALÉM DO CAPITAL INICIAL  $C_0$ , O JURO VENCIDO EM CADA UNIDADE DE TEMPO PASSA TAMBÉM A VENCER JUROS NAS UNIDADES DE TEMPO POSTERIORES .**

**SÓ QUE O NÚMERO DE CAPITALIZAÇÕES DURANTE O ANO,  $K$ , VAI AUMENTANDO, TENDENDO PARA INFINITO.**

**NA CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA DE JUROS, O CAPITAL ACUMULADO É SUPERIOR AO APURADO EM CAPITALIZAÇÃO “NÃO CONTÍNUA”, UMA VEZ QUE EXISTE, “CONTINUAMENTE”, JUROS DE JUROS.**

**VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO**

**QUESTÕES**

