AA
lab 5

1. Să se calc. fact. unui nr. nat. nenul

```
fact(n)
|   if n=1
|   └ return 1
|   else
|   └ return n * fact(n-1)
└
```

$I = \mathbb{N}^*$ | $P_I(n) =_{def} n \geq 1$

$O = \mathbb{N}$ | $P_O(n, r) =_{def} r = \prod_{k=1}^{n} k$

Caz de bază: $n = 1 \Rightarrow fact(1) = 1$ adevărat

Pas de inducție: $n-1 \rightarrow n$

Ipoteza de inducție: $fact(n-1) = \prod_{k=1}^{n-1} k$

$fact(n-1) = \prod_{k=1}^{n-1} k \;\Big|\cdot n \Rightarrow n \cdot fact(n-1) = n \cdot \prod_{k=1}^{n-1} k$

$n \cdot fact(n-1) = fact(n)$

$\Rightarrow fact(n) = [1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1)] \cdot n = \prod_{k=1}^{n} k \Rightarrow \boxed{fact(n) = n!} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ alg. „fact" este total corect în raport cu condițiile P_I, P_O

2. Să se calculeze suma a 2 nr. nat.

```
plus(x,y)
    if x=0
        return y
    else
        return 1+plus(x-1,y)
```

$I = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ | $P_I(x,y) =_{def} 1$

$O = \mathbb{N}$ | $P_O((x,y),r) =_{def} r = x+y$

Caz de bază: $x=0 \Rightarrow plus(0,y) = y$ adevărat

Pas de inducție: $x-1 \to x$

Ipoteza de inducție: $plus(x-1,y) = x+y-1$

$plus(x-1,y) = x+y-1 \quad | +1$

$$\left.\begin{array}{l} 1+plus(x-1,y) = x+y \\ plus(x,y) = 1+plus(x-1,y) \end{array}\right\} \Rightarrow plus(x,y) = x+y \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ alg. „plus" este total corect în raport cu aserțiunile P_I și P_O.

3. G graf neorientat de ord. $n \geq 3$. Dem. echivalența:

a) G conex, fără cicluri

b) G maximal, fără cicluri

c) G minimal conex.

maximal: i se adaugă o muchie, are ciclu.

minimal: i se ia o muchie, nu mai e conex

$a \Rightarrow b$:

din $a \Rightarrow G$ fără cicluri. (1)

P.p. RA G nu este maximal $\Rightarrow \exists\, a, b \in V_G$ și $(a, b) \notin E_G$ a.î. adăugând (a, b) lui G, G nu are ciclu $\Rightarrow$ În afară de (a, b), $\nexists$ alt drum de la a la b $\Rightarrow$ G nu era inițial conex $\Rightarrow$ contradicție cu ipoteza a.

$\Rightarrow$ G maximal (2)

$1 \wedge 2 \Rightarrow \boxed{a \Rightarrow b}$

$b \Rightarrow c$:

P.p. RA G ~~nu~~ nu este minimal conex $\Rightarrow \exists (a, b) \in E_G$ a.î. G fără (a, b) rămâne conex $\Rightarrow$ cu $(a, b) \notin E_G$ există ~~cel puțin un~~ drum de la a la b în $G \Rightarrow G$ avea inițial un ciclu $\Rightarrow$ G nu este maximal contradicție $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ G minimal conex $\Rightarrow \boxed{b \Rightarrow c}$

din c) $\Rightarrow$ G minimal conex $\Rightarrow$ $\exists$ suficiente muchii a.î.

$\forall\, a, b \in V_G$, $\exists$ drum de la a la b $\Rightarrow$ G conex (1).

P.p.RA G nu este minimal $\Rightarrow$ $\exists\, (a,b) \in E_G$ a.î.

G fără (a,b) rămâne conex $\Rightarrow$ $\exists$ drum de la a la b în

G fără (a,b) $\Rightarrow$ G are inițial cel puțin un ciclu contradicție

$\Rightarrow$ G minimal (2)

$1 \wedge 2 \Rightarrow \boxed{c \Rightarrow a}$