

Metrici de evaluare a performanțelor și complexității pentru programele de calculatoare

Rareș Folea

Coordonator științific: **Prof. Emil-Ioan Slușanschi**

Facultatea de Automatică și Calculatoare
Universitatea Politehnica din București

Cuprins

- 1 Un nou model de calcul al complexității: **r-Complexitate**
- 2 Metrice derivate din modelul de **r-Complexitate**
- 3 Modalități **teoretice și practice** pentru calculul modelului
- 4 **Extinderea** modelului pentru mijloacele moderne de calcul

“

Complexitatea unui algoritm este o **măsură** a **timpului** și/sau a **spațiului** necesar pentru un algoritm având o intrare de o dimensiune dată. ”

Patrick Prosser

Glasgow University

Neajunsurile modelului clasic



**Lipsa de sensibilitate
în raport cu timpul
total de execuție
pentru cazul de bază**



**Metrică
independentă de
arhitectura aleasă**



**Număr redus de clase
de complexitate în
raport cu numărul de
algoritmi grupați**



**Metrică
imperceptibilă la
algoritmi
„galactici”**



**Un model rafinat de
calcul al complexitatii:**

r-Complexitate

O nouă **notație asimptotică** care oferă
perspective subtile chiar și pentru
algoritmi care fac parte din aceeași clasă
de complexitate convențională.

Ajustarea notațiilor Bachmann–Landau pentru calculul r-Complexității

Notațiile r-Theta

Acesta mulțime definește grupul de funcții matematice **similare ca mărime** cu g în studiul comportamentului asimptotic:

$$\Theta_r(g(n)) = \{f \in \mathcal{F} \mid \forall c_1, c_2 \in \mathbb{R}_+^* \text{ s.t. } c_1 < r < c_2, \exists n_0 \in \mathbb{N}^* \\ \text{s.t. } c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n), \forall n \geq n_0\}$$

În mod similar au fost definite și notațiile **r-O**, respectiv **r-Omega**.

Noi metrice

RM1, RM2, ERM1, **ERM2**

O **metrică îmbunătățită (ERM2)** pentru estimarea timpului bazată pe teorema valorii medii (*Lagrange*) folosind **funcția de complexitate normalizată**:

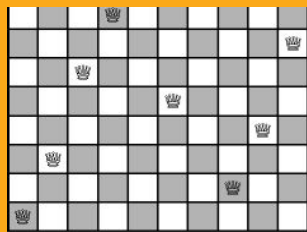
$$T(n_{min}, n_{max}) = \sum_{k=0}^{f-1} p_k \cdot \int_{n_k}^{n_{k+1}} g_1(n) dn$$

p_i reprezintă **ponderea** asociată **probabilității** ca dimensiunea intrării să fie **cuprinsă** în intervalul $[n_i, n_{i+1}]$

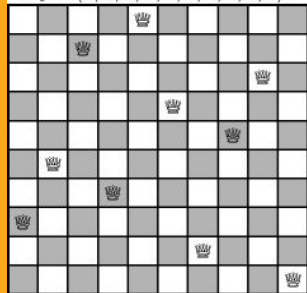


Modalități de calcul

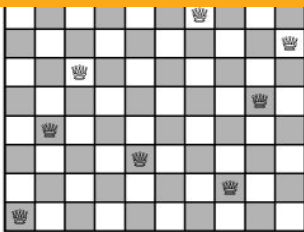
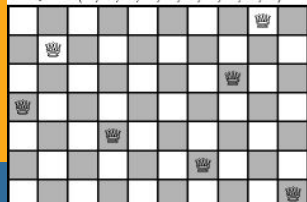
- **Calcul “de mana”** pentru r -Complexitate
- **Estimare** pentru algoritmi cu complexitatea Bachmann–Landau **cunoscută**
- **Estimare** pentru algoritmi cu complexitatea Bachmann–Landau **necunoscută**



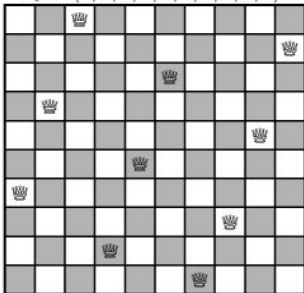
$S_4 = \langle 2, 4, 8, 3, 9, 6, 1, 5, 7, 0 \rangle$



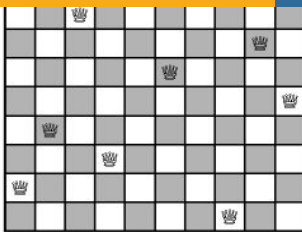
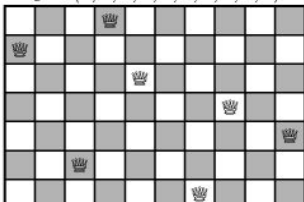
$S_7 = \langle 6, 8, 1, 5, 0, 2, 4, 7, 9, 3 \rangle$



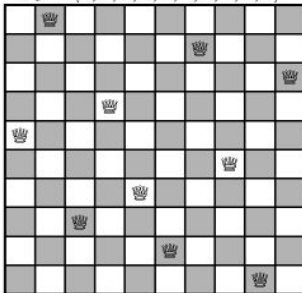
$S_5 = \langle 3, 6, 9, 1, 4, 7, 0, 2, 5, 8 \rangle$



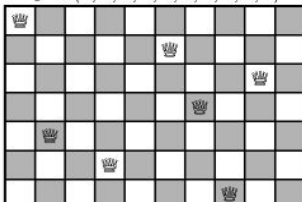
$S_8 = \langle 8, 1, 4, 9, 7, 0, 3, 6, 2, 5 \rangle$



$S_6 = \langle 5, 9, 2, 6, 3, 1, 8, 4, 0, 7 \rangle$



$S_9 = \langle 9, 5, 0, 4, 1, 8, 6, 3, 7, 2 \rangle$



Problema damelor

Calcul manual al r-Complexității

Dependent architectural:

(Core i7, x86-64 ISA)

$$QueenProblem(n) = O_1(408 \cdot n^3 \cdot \int_0^{\infty} s^{n-1} e^{-s} ds)$$

N-Dame: estimarea timpului

*bazată pe clasa asociată de
r-Complexitate*

10ms

Timp necesar pentru
cazul **n=8**

1 zi

Timp necesar pentru
cazul **n=16**

**10M
secole**

Timp necesar pentru
cazul **n=32**

pana la 50x

Accelerare implementare **C**
vs **Python**



Benchmark:

**Înmulțirea
matricelor**

Estimare pentru algoritmi cu complexitatea Bachmann–Landau cunoscută (1)

Pasul 1:

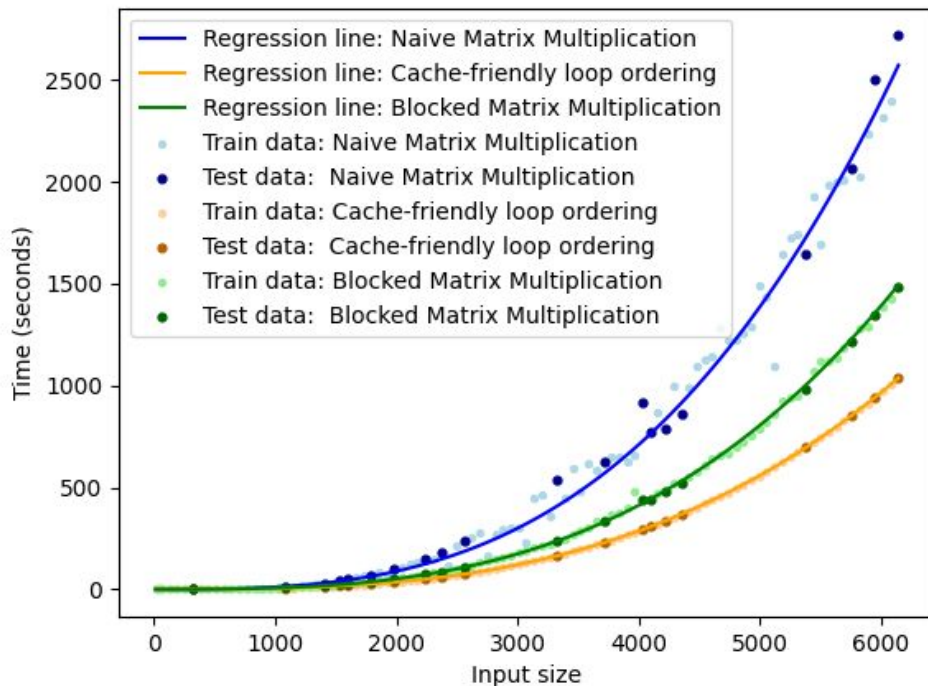
Dobandirea
setului de
date de
dimensiuni
reduse

```
parallel_matrix_multiplication — -bash — 80x24
[raress-mbp:parallel_matrix_multiplication raresfolea$ ./gather_data.sh 5
-----
Test : Optimized Parallel Multiply
-----
Dimension : 200
.....
1.      0.021636
2.      0.020822
3.      0.020747
4.      0.020504
5.      0.020966
-----
Analyze Measurements
-----
Mean                : 0.020935
Standard Deviation : 0.000381
-----
Test : Optimized Parallel Multiply
-----
Dimension : 400
.....
1.      0.163321
```

Estimare pentru algoritmi cu complexitatea Bachmann–Landau cunoscută (2)

Pasul 2:

Antrenarea modelului

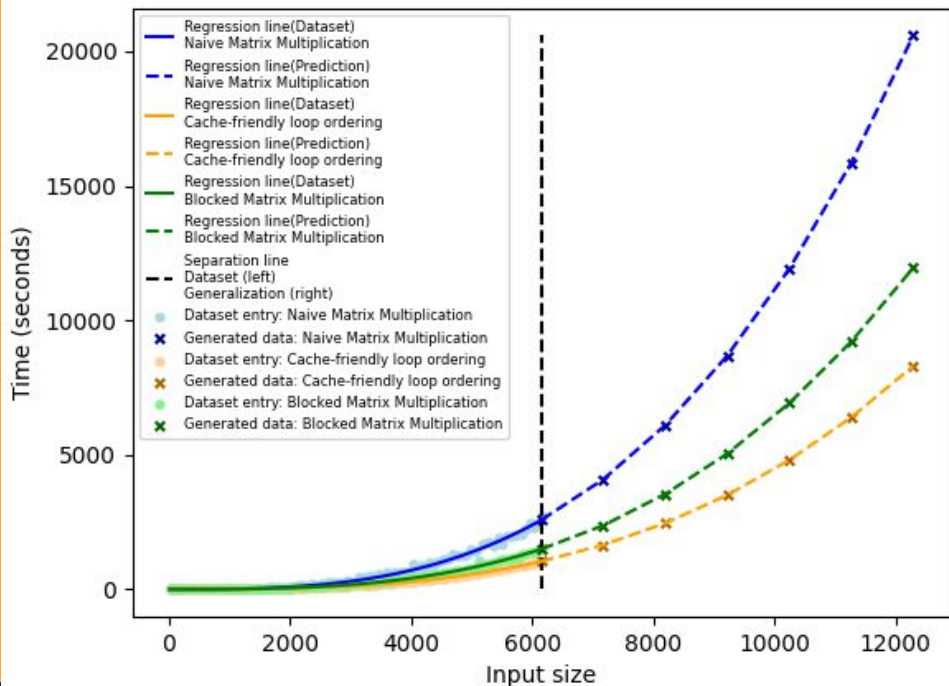


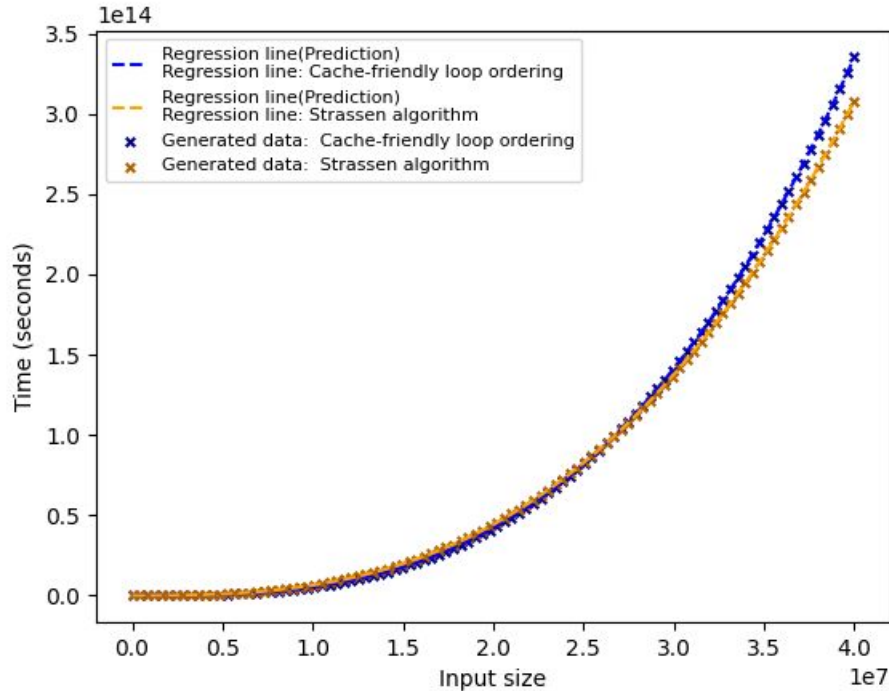
Estimare pentru algoritmi cu complexitatea Bachmann–Landau cunoscută (3)

Pasul 3:

Predicția modelului

(bazată pe modelul de
r-Complexitate)





Algoritmul Strassen

*raportat la algoritmii naivi de
înmulțire a matricelor*

**Calcul dependent
arhitectural:**

(Core i7, x86-64 ISA)

$$O(n^{2.7}) \text{ v.s. } O(n^3)$$

Algoritmul Strassen - Statistici

(raportat la algoritmii naivi de înmulțire a matricelor)

**25
milioane**

Mărimea critică a dimensiunii intrării pentru ca algoritmul Strassen să funcționeze mai bine decât algoritmii naivi

**25.000
secole**

Timp total de execuție
(pentru matrici de dimensiuni 25Mx25M)

7.43 ZB

Utilizarea maximă a memoriei pentru algoritmul Strassen
(pentru matrici de dimensiuni 25Mx25M)

**5M
secole**

Timp total echivalent de conținut video digital 1080p
(pentru matrici de dimensiuni 25Mx25M)

Estimări de **r-Complexitate** pentru **resurse web**

Modele empirice de estimari pentru clasele:

- **r-Theta:** mediana
- **r-O:** max
- **r-Omega:** min

Cod Python:

```
r = requests.get('https://api.github.com/repos/raresraf/rafmetrics/releases')
```

Clasele asociate de complexitate:

$\Theta_1(0.49 \cdot \text{HZ})$

$O_1(2.99 \cdot \text{HZ})$

$\Omega_1(0.43 \cdot \text{HZ})$

Realizarile lucrării

1

Definirea unui nou model **generic** de complexitate **demonstrat formal**: **r-Complexitate**.

2

Propunerea pe baza modelului a **metodologii de comparare** a performanțelor algoritmilor în raport cu dimensiunile intrărilor.

3

Soluții computaționale pentru calculul **automat** al **r-Complexității**.

Realizarile lucrării

4

Studierea **practica** a unei varietăți de algoritmi pe baza noilor clase de complexitate: problema damelor, înmulțirea matricelor, optimizări.

5

Studierea **integrării** soluțiilor moderne de computatie în sistemul de calcul tradițional.

6

Oferirea de **estimări** privind problema rezolvării **jocului de șah**.

Mulțumesc!

Urmăriți dezvoltarea modelului de **r-Complexitate**:

<https://github.com/raresraf/rafMetrics/>