UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS
DEPARTAMENTO DE BIOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GENÉTICA E
MELHORAMENTO DE PLANTAS

Ricardo Antonio Ruiz Cardozo

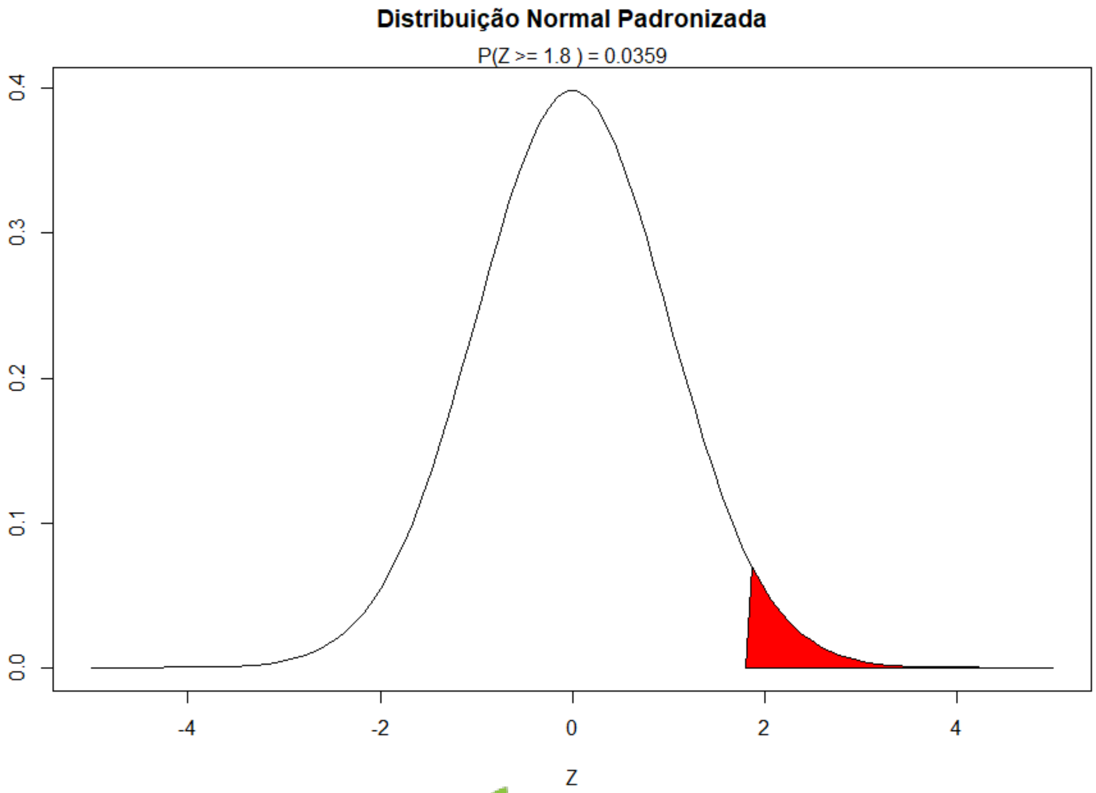
PGM522 – ANÁLISE DE EXPERIMENTOS EM GENÉTICA E MELHORAMENTO DE PLANTAS

1ª LISTA DE EXERCÍCIOS

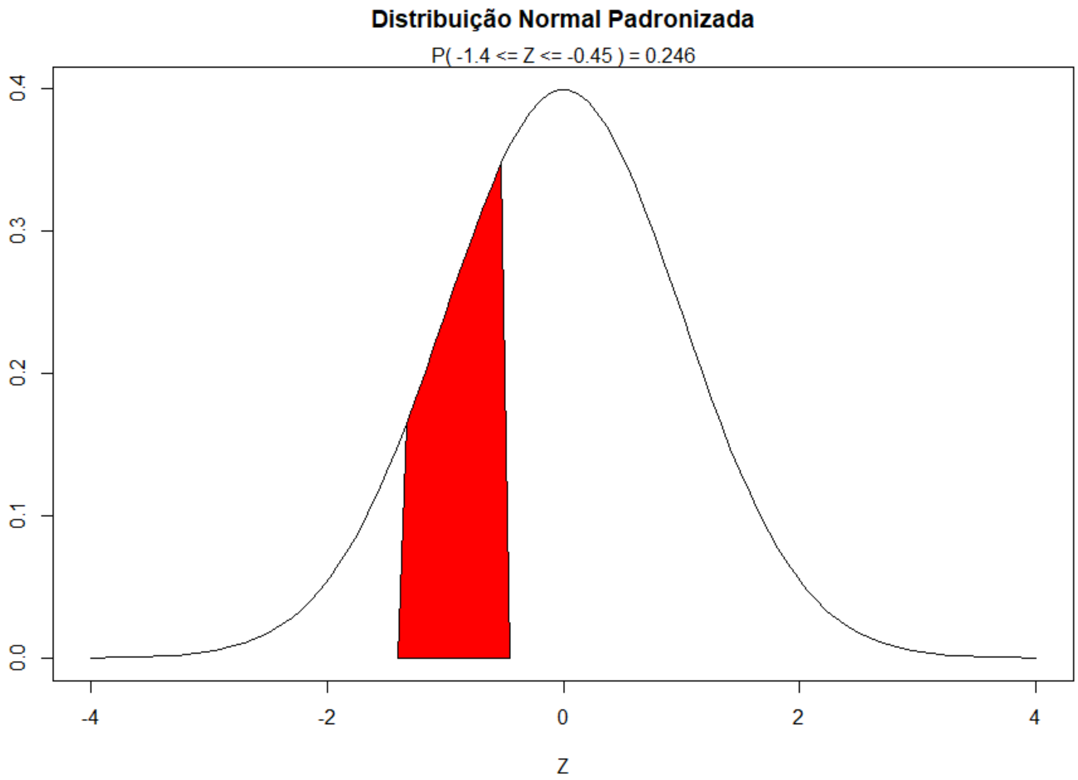
Distribuição Normal e Estimação de parâmetros

1) Seja Z uma variável normal padronizada [Z ~ N(0,1)]. Determine as seguintes probabilidades e as represente em gráficos:

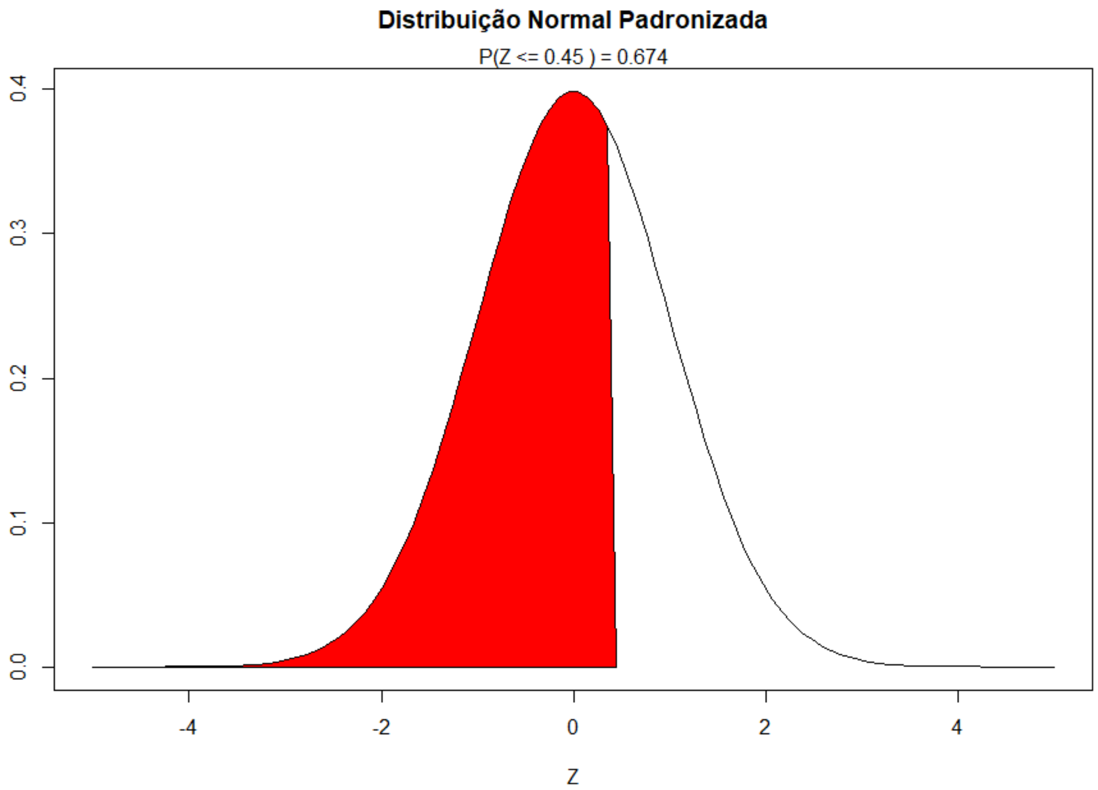
a) P(Z ≥ 1,8) = **0.0359**



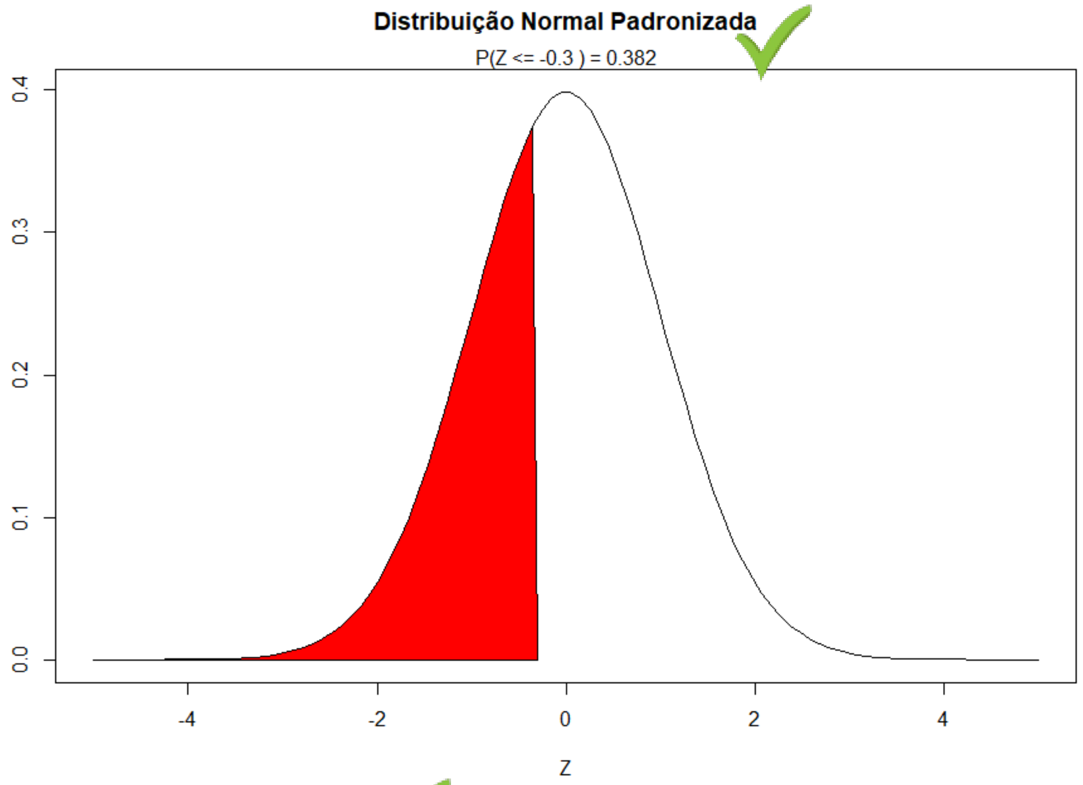
b) P(-1,4 ≤ Z ≤ -0,45) = **0.246**



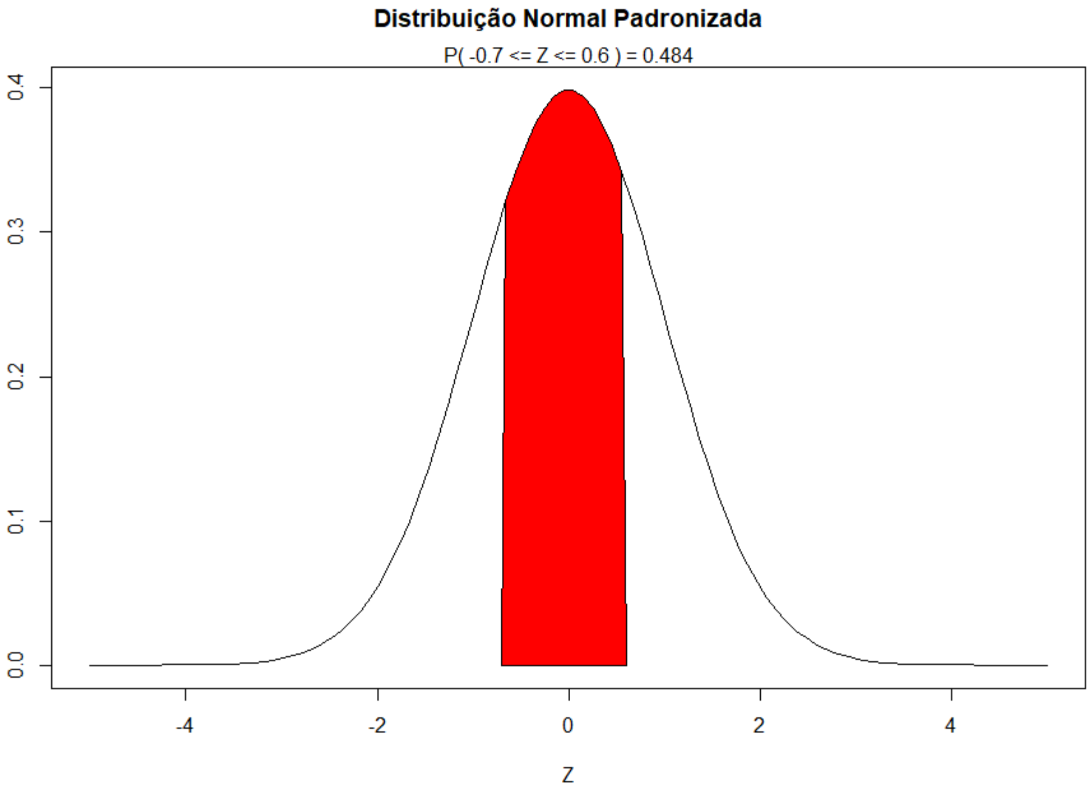
c) P(Z ≤ 0,45) = **0.674**



d) P(Z ≤ -0,3) = **0.382**



e) P(-0,7 ≤ Z ≤ 0,6) = **0.484**



2) Encontre os valores de z da distribuição N(0,1), tais que:

a) P(Z > z) = 0,9798 → ***z = -2.049636***

b) P(Z < z) = 0,063 → ***z = -1.530068***
c) P(1< Z < z) = 0,10 → ***z = 1.566163***
d) P(-1,5 < Z < z)= 0,30 → ***z = -0.3403215***

3) Foi realizado um estudo sobre a altura de plantas de trigo em Latossolo Vermelho do Cerrado com adubação fosfatada. Observou-se que este caráter se distribui normalmente com média 1,70 m e variância de 400 cm^2. Calcule a probabilidade da altura (X) de uma planta sorteada desse estudo esteja de acordo com os seguintes eventos:

a) X > 1,90 m; → **Probabilidade (Prob.) = 0.1586553; o 15.87% de probabilidade que uma planta seja maior a 1.90 m**

b) 1,90 < X < 2,10 m; → **Prob. = 0.1359051; o 13.59% de probabilidade que uma planta esteja entre 1.90 e 2.10 m**

c) X < 1,50 m; → **Prob. = 0.1586553; o 15.87% de probabilidade que uma planta seja menor que 1.50 m**

d) A partir de que altura (m) se encontra 30% das plantas mais altas?

- P (Z > z) = 0.3 → **A partir da altura X = 1.80488 m se encontram o 30% das plantas mais altas.**

e) A partir de que altura (m) se encontra 40% das plantas mais baixas?

- P (Z > z) = 0.3 → **A partir da altura X = 1.649331 m se encontram o 40% das plantas mais baixas.**

f) Suponha que as plantas de trigo apresentem a seguinte classificação:

Classe E – 10% mais baixas → P (Z <= z) = 0.1; a altura do 10% das plantas mais baixas é até 1.44369 m

Classe D – 30% seguintes à classe E → P (Z <= z) = 0.4; a classe D com o 40% das plantas, são plantas com altura até 1.649331 m.

Classe C – 15% seguintes à classe D → P (Z <= z) = 0.55; a classe C com o 55% das plantas, são plantas com altura até 1.725132 m

Classe B – 25% seguintes à classe C → P (Z <= z) = 0.8; a classe B com o 80% das plantas, são plantas com altura até 1.868324 m

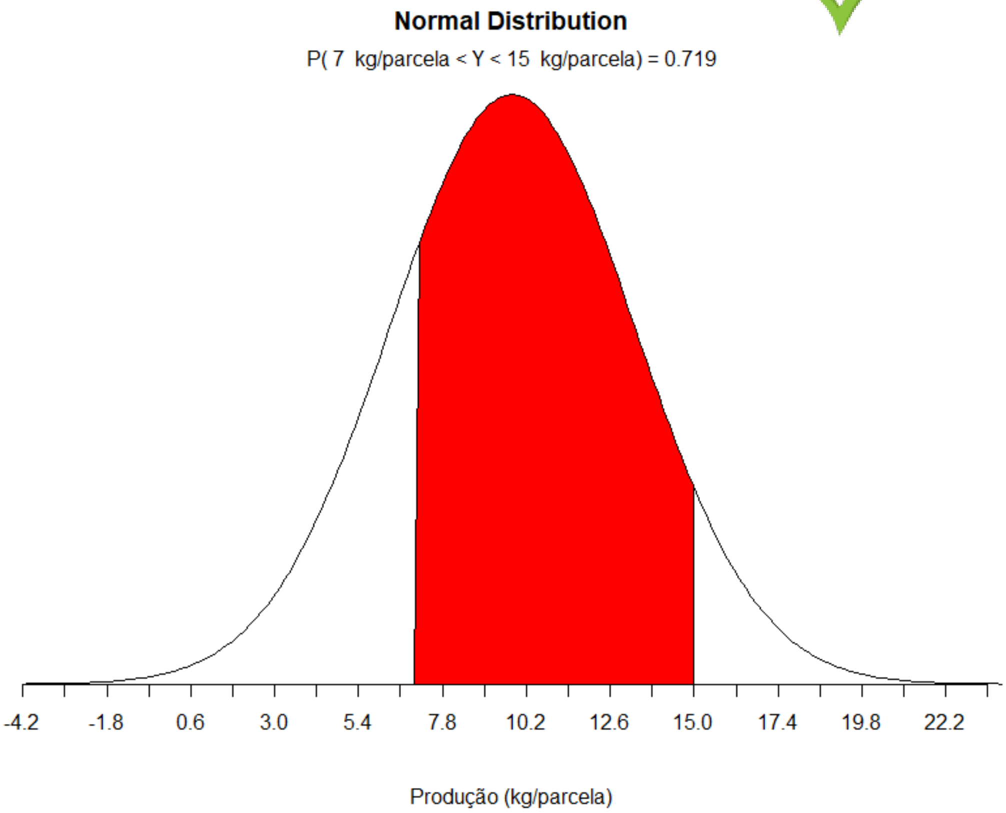
Classe A – 20% mais altas → P (Z >z) = 0.2; a classe A com o 20% das plantas restantes, são plantas com altura maior de 1.868324 m

Com base nesta classificação, determine os limites de altura das plantas de cada classe.

4) Em um estudo quanto à produção de grãos (kg/parcela) de uma amostra de linhagens de feijão, observou-se que a produtividade é uma variável normalmente distribuída com média μ=9,8 (kg/parcela) e desvio padrão σ=3,5 (kg/parcela). Num programa de melhoramento, entre outras características, uma cultivar deve satisfazer a condição 7,0 < x < 15,0 kg/parcela. Nessas condições, tendo-se 169 linhagens de feijão, pergunta-se:

a) Qual a proporção de linhagens que deverá ser aceita?

O 71,9% das linhagens deverão ser aceitas



b) Qual o número esperado de linhagens que continuará participando do programa de melhoramento?

- $Número\ Linhagens = 169\ linhagens * 0.719\ \simeq 122\ linhagens$

c) Qual o número esperado de linhagens cuja produção por parcela é superior a 14,0 kg?

- $P\left(y > 14.0 \frac{kg}{parcela}\right) \simeq\ 0.1150697\ \Rightarrow$
- $Núm. linhagens = 169 * 0.1150697 = 19.44$

- $\simeq 20\ linhagens\ superiores\ a\ 14\ kg$

5) Suponha que as medidas dos grãos de pólen de *Euterpe oleracea* (açaizeiro) em vista equatorial, em µm, seja uma variável normalmente distribuída (Dados adaptados da dissertação de Oliveira, 2011). Assume-se que o comprimento do colpo tenha média 96,60 µm e desvio padrão de 12,00 µm, e que a largura do colpo tenha média 1,23 µm e desvio padrão de 0,30 µm. Qual a probabilidade de sortear um grão de pólen com:

a) comprimento do colpo maior que 97,20 µm e largura do colpo menor que 1,19 µm?

- $P\ (comprimento\ >\ 97.20\ \mu m) * P\ (largura < \ 1.19\ \mu m) =$
  $0.4800612 * 0.4469649\ \simeq 0.2146$

Há uma probabilidade do 21,46% de ter grãos com comprimento maior que 97,20 µm e largura do colpo menor que 1,19 µm.

b) comprimento do colpo menor que 95,60 µm ou largura do colpo maior que 1,26 µm?

- $P\ (comprimento < \ 95.60\ \mu m) + \ P\ (largura >\ 1.26\ \mu m) =$
  $0.4667932 + 0.4601722\ \simeq 0.9269654$

Há uma probabilidade do 92,70% de ter grãos com comprimento menor que 95,60 µm ou largura do colpo maior que 1,26 µm.

6) Os dados a seguir referem-se à produção de grãos, em g/planta, obtidos numa amostra de 20 plantas de feijão da geração F_2 do cruzamento das cultivares Flor de Maio e Carioca.

1,38	4,14	6,23	12,13	17,12
3,65	4,54	6,79	12,56	19,68
3,72	5,64	8,21	13,19	21,26
3,87	5,67	9,79	15,60	24,57

Calcule:

a) $\sum_{i=1}^{n} X_i$ = **199.74 g/planta**

b) $\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ = **2852.213 g^2/planta**

c) Média amostral: $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$ = **9.987 g/planta**

d) Soma dos desvios em relação à média: $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})$ = **0 g/planta**

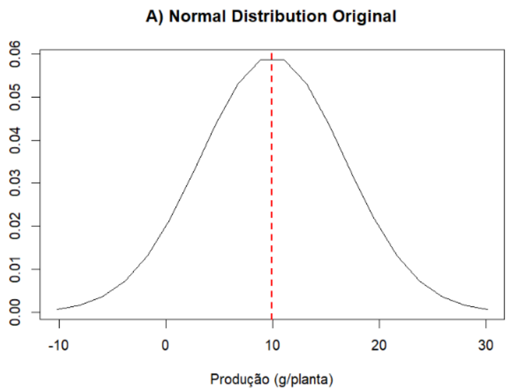
e) Calcule a soma de quadrados de desvios em relação à média: $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ = **857.4096 $(g/planta)^2$**

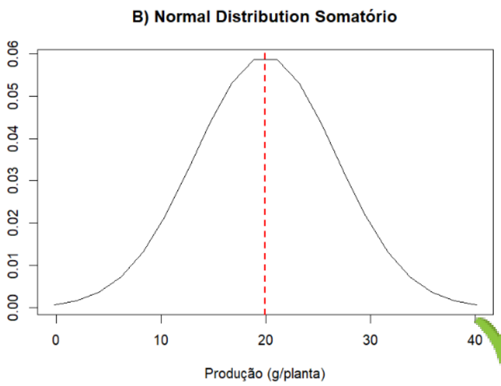
f) Variância amostral: $S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}\right]$= **45.12682 $(g/planta)^2$**

g) Desvio padrão amostral: $S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}\right]}$ = 6.71765 g/planta

h) Somar aos dados da amostra a constante k (k=10) e calcular novamente a média amostral, a variância amostral, o desvio padrão amostral e o coeficiente de variação para o novo conjunto de dados. Compare os resultados obtidos com os da amostra original.

Estimador	**Original**	**Somando a constante k = 10**
Média Amostral (g/planta)	9,987	19,987
Variância Amostral (g^2/planta)	45,127	45,127
Desvio Padrão (g/planta)	6,718	6,718
Coeficiente de variação (%)	67, 263	33,610



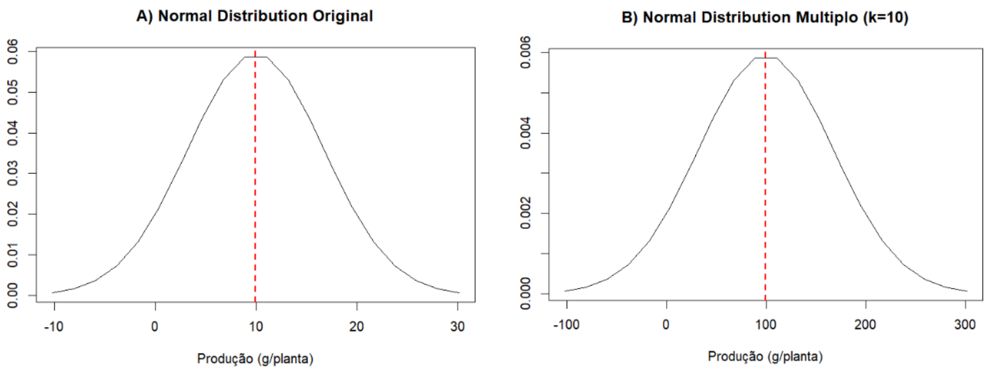


Pode se observar que ao somar a constante k o único valor que mudou foi a média, sendo maior, fazendo que o coeficiente de variação seja menor que os dados originais

i) Multiplicar os dados da amostra por uma constante k (considerar k=10) e calcular novamente a média amostral, a variância amostral, o desvio padrão amostral e o coeficiente de variação para o novo conjunto de dados. Compare os resultados obtidos com os da amostra original.

j)

Estimador	**Original**	**Somando a constante k = 10**
Média Amostral (g/planta)	9,987	99,87
Variância Amostral (g^2/planta)	45,127	4512,682
Desvio Padrão (g/planta)	6,718	67,176
Coeficiente de variação (%)	67, 263	67,263



Pode se observar que ao multiplicar a constante k os valores da média, variância e desvio padrão mudaram, mas mantem o coeficiente de variação

k) Qual é a diferença entre parâmetro, estimador e estimativa?

- **Parâmetro** é uma característica da população, e podem ser utilizados vários estimadores para medir essa característica.

- **Estimador,** é a metodologia ou uma estatística utilizada para estimar determinado parâmetro, como por exemplo, média, mediana, moda.

- **Estimativa** é referente a uma aproximação do parâmetro de uma população através de dados coletados de amostras dessa população. Entre outras palavras é um valor obtido a partir de um estimador, que pode se aproximar ao parâmetro.

7) A partir dos dados a seguir da circunferência à altura do peito (cm) de 30 árvores de candeia de uma população, determine:

20,00	9,20	12,00	14,40	12,50
5,80	10,80	15,70	21,50	13,20
12,80	14,80	15,80	22,20	11,20
8,70	12,00	20,60	17,50	8,80
19,00	15,40	18,50	13,30	13,80
19,30	17,60	23,20	8,20	11,40

a) Calcule o intervalo de confiança da média a 95% de probabilidade. Intérprete.

$$IC[\mu\,;\ (1-\alpha)\%]:\left[\bar{x} - t_{(\alpha/_2;n-1)}\sqrt{S^2/n}\ ;\ \bar{x} + t_{(\alpha/_2;n-1)}\sqrt{S^2/n}\right]$$

Limite inferior (2.5%)	Limite Superior (97.5%)
12.9421 cm	16,3379 cm

Os valores do intervalo de confiança da média indicam que o 95% dos valores da média amostral podem se encontrar em esse intervalo, sabendo que a média foi de 14,64 cm

b) Calcule o intervalo de confiança da variância a 95% de probabilidade. Intérprete.

$$IC[\sigma^2\ ;\ (1-\alpha)\%]: \left[\frac{(n-1)S^2}{X^2_{(\alpha/2;n-1)}}\ ;\ \frac{(n-1)S^2}{X^2_{(1-\alpha/2;n-1)}}\right]$$

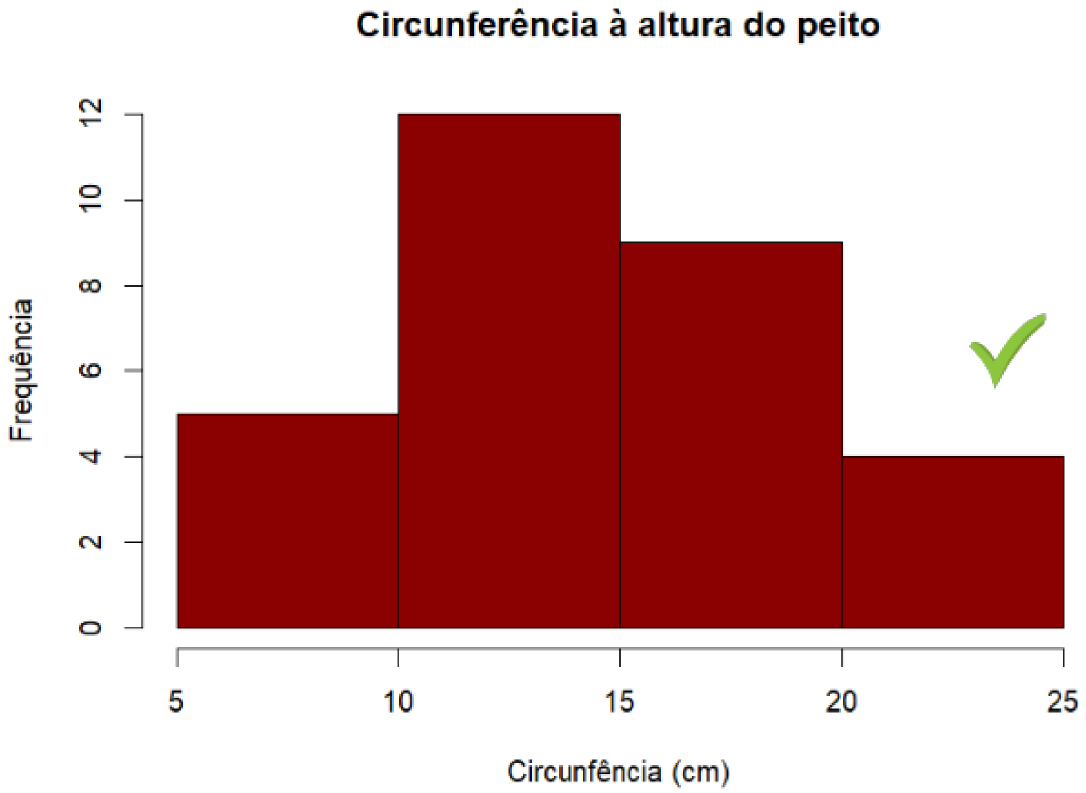
Limite inferior (2.5%)	**Limite Superior (97.5%)**
13.11378 cm^2	37.36457 cm^2

É esperado que em 95% dos casos de uma **n** amostras a variância esteja dentro desse intervalo, sabendo que a variância foi de 20,68 cm^2

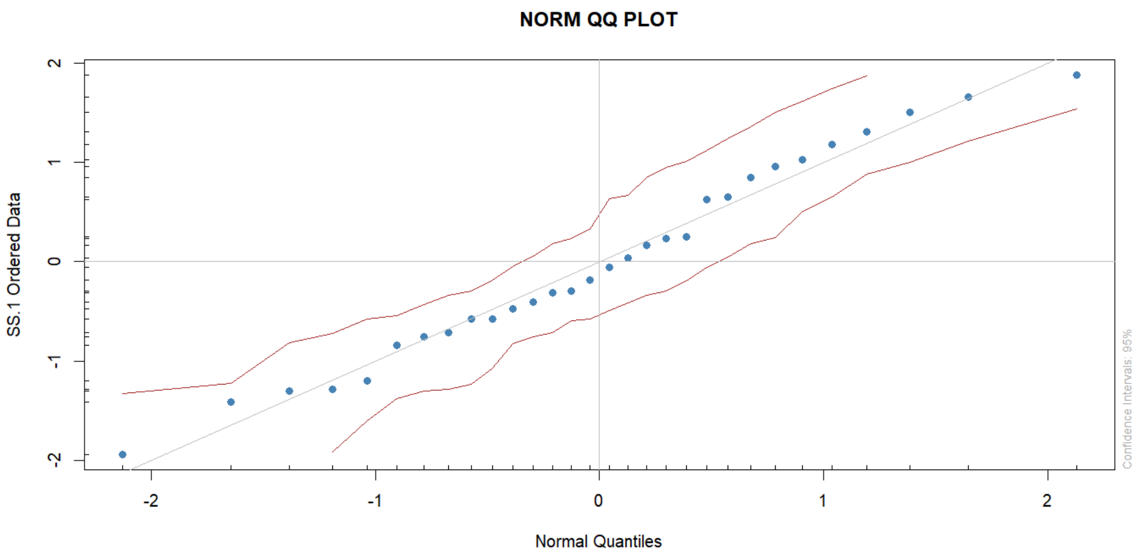
c) Qual é o significado do nível de confiança?

O nível de confiança significa que se sortearmos uma quantidade de valores aleatórios de dados, de acordo com uma média e o desvio padrão amostral, é esperado que os valores fiquem dentro de um intervalo de confiança estipulado pelo rigor do pesquisador ou pessoa. A exemplo, a um nível de confiança de 95%, se sorteamos 100 valores aleatórios é esperado que 95 destes valores fiquem dentro do intervalo de confiança. Pelo tanto pode determinar a probabilidade de aceitar uma hipótese corretamente.

d) Represente os dados num histograma.



e) Verifique a normalidade dos dados pelo método do “Q – Q plot”. Calcule o coeficiente de correlação associado conforme Johnson e Wichern (1998) e faça a inferência a 5% de probabilidade.



O coeficiente de correlação foi de **0,9917**, pelo tanto, os dados têm distribuição normal.

$$rQ \ = \ 0{,}9917379$$

$$rQ(n = 30; 0{,}05) \ = \ 0{,}964$$

De acordo com o teste Q-Q plot sob um nível de significância de 5%, os dados estão em normalidade, pois a correlação calculada 0,9917 é maior que a correlação tabelada 0,964.

f) Verifique a normalidade dos dados pelo teste de Shapiro-Wilk a 5% de probabilidade.

Shapiro-Wilk normality test	
W = 0,97786	*p-value* = 0,7664

Sob o nível de 5% de significância no teste de Shapiro-Wilk, os dados possuem se encontram com uma distribuição normal, pois o p-value é maior que o α = 5%.

g) Qual importância de se verificar a normalidade dos dados?

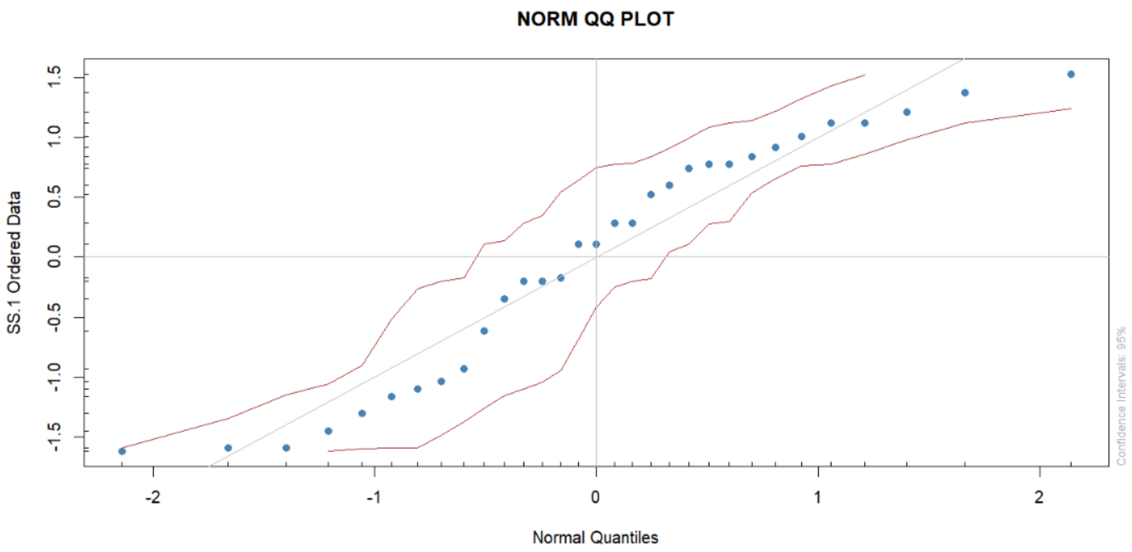
- É importante para verificar se a distribuição de probabilidade de um conjunto de dados possui uma distribuição normal. Sendo essa um pressuposto para poder utilizar diferentes testes estatísticos de maneira adequadas.

8) Em um estudo quanto à produção, em t/ha, de variedades de batata, tomaram-se os seguintes valores:

9,2	15,4	23,1	27,0	18,0	24,6	24,2	20,0	9,2	12,3
21,1	12,7	18,0	29,9	21,1	11,0	10,1	26,4	25,7	17,1
22,6	20,0	13,4	11,9	24,2	26,4	18,2	24,0	25,1	28,0

Usando o programa R, pede-se:

a) Verifique a normalidade dos dados pelo procedimento Q-Q plot e pelo teste de Shapiro-Wilk a 5% de probabilidade.



$$rQ = 0{,}9746436$$

$$rQ(n = 30; 0{,}05) = 0{,}964$$

De acordo com o teste Q-Q plot sob um nível de significância de 5%, os dados estão em normalidade, pois a correlação calculada 0,975 é maior que a correlação tabelada 0,964.

Shapiro-Wilk normality test	
W = 0,94012	*p-value* = 0,09166

Sob o nível de 5% de significância no teste de Shapiro-Wilk, os dados estão com a distribuição normal, pois o p-value é maior que o α = 5%.

b) Determine o intervalo para a média da produção com um grau de confiança de 99%. Interprete o resultado.

- Média=19,6633 t/ha
- Variância = 38,417575 $(t/ha)^2$
- Erro padrão (SE mean) = 1,131630 t/ha
- t = 17.376, df (graus de liberdade) = 29, p-value < 2.2e-16

$$IC[X; 0{,}99\%]: [16{,}54413\ ;\ 22{,}78254]$$

Limite inferior	Limite Superior
16.5441 t/ha	22.7825 t/ha

Ao nível de 99% de confiança estima-se que a média da produção de batata está entre o intervalo de 16,54 e 22,78. A média foi de 19,66 t/ha encontrando-se no intervalo de confiança de 99%

c) Determine o intervalo de confiança de 99% para a variância da produção. Interprete o resultado.

$$IC[qui;\ 0{,}99\%]: [21{,}28779;\ 84{,}90946]$$

Limite inferior (0.5%)	Limite Superior (99.5%)
21,2878	84,9095

Nesses resultados, ao nível de 99% de confiança estima-se que a variância populacional da produção de batata está entre o intervalo de 21,29 e 84,91. A variância é de 38,42 encontrando-se nesse intervalo

d) Caso tivesse escolhido um nível de significância de 5%, qual seria a implicação na amplitude do intervalo confiança dos parâmetros.

Intervalo de confiança de 95% para a média

Limite inferior	Limite Superior
17.348891	21.977776

Intervalo de confiança de 95% para a variância

Limite inferior (2.5%)	Limite Superior (97.5%)
24,36688	69,42760

Ao nível de 95% de confiança os intervalos se estreitam mais em relação aos intervalos obtidos sob o nível de 99% de confiança.