GAD
Blatt 06

Aufgabe 6.5

Die Länge des arrays sei eine Zweierpotenz

c.) Rekursionsgleichung:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{2}\right) + T(n-1) + c$$

(nach Angabe) für $n \geq 2$ $\leq T(n-1) + T(n-1) + T(n-1) + c$

$$= 3 \cdot T(n-1) + c$$

$$T(0) = 1$$

Geschlossene Form:

$$T(n) = 3^n + \sum_{i=0}^{n-1} c \cdot 3^i$$

$$= 3^n + c \cdot \frac{1-3^n}{1-3} \quad \text{(geometrische Reihe)}$$

$$= 3^n + \frac{1-3^n \cdot c}{-2}$$

$$= 3^n + \frac{c}{2}(3^n - 1)$$

Induktionsbeweis der Richtigkeit der geschlossenen Form:

Induktionsanfang:

$$T(0) = 3^0 + \frac{c}{2}(3^0 - 1) = 1 \checkmark$$

Induktionsschritt: Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig fixiert

Induktionsannahme:

$$T(n-1) = 3^{n-1} + \frac{c}{2}(3^{n-1} - 1)$$

Induktionsbehauptung:

$$T(n) = 3^n + \frac{c}{2}(3^n - 1)$$

<u>Beweis:</u>

$$T(n) = 3 \cdot T(n-1) + c$$

$$\overset{\text{I.A.}}{=} 3 \cdot \left(3^{n-1} + \frac{c}{2}(3^{n-1} - 1)\right) + c$$

$$= 3^n + 3 \cdot \frac{c}{2} \cdot (3^{n-1} - 1) + c$$

$$= 3^n + \frac{c}{2}(3^n - 3) + c$$

$$= 3^n + \frac{c}{2}(3^n - 3) + \frac{2c}{2}$$
$$= 3^n + \frac{c}{2}(3^n - 3 + 2)$$
$$= 3^n + \frac{c}{2}(3^n - 1)$$
$\square$

b) Induktionsanfang:

Falls from >= to beendet der Algorithmus.

Induktionsschritt: Sei n beliebig fixiert

Induktionsannahme:

slow Sort hat Array-Bereiche der Länge $k < n$ für $k > 0$ korrekt sortiert.

Beweis:

Zeile 4 berechnet den Mittelpunkt des zu sortierenden Bereichs, sodass gilt:

$$from \le m < to$$

Somit ~~sich~~ sind die Grenzen (from, m) und (m+1, to) immer echt kleiner, als (from, to). Diese sind somit nach der Induktionsannahme korrekt sortiert.

Dadurch gilt in Zeile 7, dass das letzte Element dieser Bereiche jeweils das Maximum dieses ist.

In Zeile 7, 8 wird dann das Maximum des zu untersuchenden Bereichs an die letzte Position vertauscht, da (from, m), (m+1, to) den gesamten Bereich abdecken.

$$max = \{max\{(from, m)\}, max\{(m+1, to)\}\}$$

In Zeile 5 wird nun der restliche Bereich, welcher strikt kleiner ist mit slowsort sortiert.
Somit werden diese Element nach der Induktionsannahme korrekt sortiert.

c.) Für das Array $(3, 1_a, 1_b, 1_c)$ vertauscht SlowSort das erst und letzte Element. Somit ergibt sich:

$$(1_c, 1_a, 1_b, 3)$$

Damit ist slowsort nicht stabil.

Aufgabe 6.6.

a.) Ja, denn die Platzhalter für gelöschte Felder können als leere Felder interpretiert werden.

b.) Find kann abbrechen, falls ein leeres ~~Feld~~ Feld erreicht wurde, oder Find die ganze Tabelle durchlaufen hat

c.) $O(n)$, falls alle Schlüssel immer zu einer Kollision führen

d.) nächste Seite: →

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Insert (4) Pos: 1		4									
Insert (15) Pos: 1, 7		4						15			
Insert (6) Pos 7, 3		4		6				15			
Insert (10) Pos 8		4		6				15	10		
Delete (4) Pos: 1		X		6				15	10		
Delete (10) Pos: 8		X		6				15	X		
Insert (10) Pos 8		X		6				15	10		
Insert (1) Pos 3, 7, 0	1	X		6				15	10		