৩ প্রণীত সর্বশেষ কারিকুলাম অনুসারে রচিত

SESSION: 2024-2025
HSC-2026

উচ্চতর গণিত

দ্বিতীয় পত্র

CLASSES : XI-XII

১ম খণ্ড: বেসিক কনসেপ্টস অংশ

Quality Book
With Most Authentic, Easiest & Illustrative Answers.

রচনা

- মো. মিটার হোসেন এমএসসি (গণিত), ঢা.বি.
- শেখ জায়েদ ইবনে রেজা এমএসসি (গণিত), খু.বি.
- মো. মুশতাক তাহমিদ সায়েম বিএসসি, বুয়েট
- মো. মাহফুজুর রহমান এমএসসি, বুয়েট
- মো. ইউসুফ মেহমুদ বিএসসি, কুয়েট
- রিফাত বিন কাদির অয়ন বিএসসি, বুয়েট

সম্পাদনা

অভিজ্ঞ শিক্ষকমণ্ডলী

The Royal Scientific Publications

সৃজনশীল ধারায় নতুন পাঠ্যক্রমের আলোকে
প্রথম প্রকাশ : জুন, ২০১৬
নবম সংস্করণ : আগস্ট, ২০২৪

মুদ্রণ ও বাঁধাই:
নাইস প্রিন্টিং সল্যুশন

ট্রেডমার্কস রেজিস্ট্রেশন:
(TMR) ২৩১৬০৮

Helpline
For Teachers, Students & Guardians
অভিযোগ, জিজ্ঞাসা ও পরামর্শসহ যেকোনো প্রয়োজনে-
Email: support@trsp.email
https://trsp.link/fb
ফোন: ০৯৬৩৯১১২২১১
[সকাল ৯:০০ টা থেকে সন্ধ্যা ৭:০০ টা পর্যন্ত]

বিক্রয় ও বিপণন বিভাগ:
০২-৪৭১১৬৯৪৭
০১৬৭৬-৫৩২৪০৭, ০১৮৪১৭৩২৪০৭

বাংলাদেশ পুস্তক প্রকাশক ও বিক্রেতা সমিতি কর্তৃক নির্ধারিত খুচরা বিক্রয়মূল্য: ৯৫০.০০ টাকা মাত্র।

At A Glance-2: প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

অধ্যায়-১ : বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা

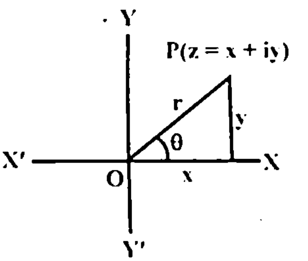
বং $(x-a)(x-b) < 0$ হলে, $x < a$ এবং $x > b$. অর্থাৎ $b < x < a$ এবং $(x-a)(x-b) > 0$ হলে,
থবা $x < b$ অর্থাৎ $x < b$ অথবা $x > a$
x, যখন $x \geq 0$
$-x$, যখন $x < 0$
যদি ও কেবল যদি, $-\alpha < x < \alpha$

x^2
$a||b|$
$\leq |a| + |b|$
$b| \leq |a-b|$
$\leq a \leq |a|$

অধ্যায়-৩ : জটিল সংখ্যা

ার একককে i দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$, $i^5 = i$.

নুবন্ধী জটিল সংখ্যা $x - iy$. অর্থাৎ $z = x + iy$ হলে $\bar{z} = x - iy$
ধর্ম:
0 হলে $a = 0$; $b = 0$.
$c + id$ হলে, $a = c$; $b = d$.
বন্ধী জটিল সংখ্যার যোগফল ও গুণফল উভয়ই বাস্তবসংখ্যা।
য় এমন দুটি জটিল সংখ্যার যোগফল, বিয়োগফল, গুণফল ও ভাগফল প্রত্যেকে জটিল সংখ্যা।
ক অখণ্ড সূচক শক্তিবিশিষ্ট জটিল সংখ্যা একটি জটিল সংখ্যা হবে।
ল সংখ্যা মূল একটি জটিল সংখ্যা হবে।



হলে, $|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$ এবং $\arg(z) = \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

$y = r\sin\theta$
এর পোলার আকৃতি হচ্ছে $r(\cos\theta + i\sin\theta)$.

ার গণমূলগুলো হচ্ছে: $1, \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}, \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

$, \frac{-1+i\sqrt{-3}}{2}, \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$

ঘনমূল $\frac{-1+i\sqrt{-3}}{2}$ ও $\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ এর একটি ω হলে অপরটি ω^2 হবে এবং $\omega^3 = 1$, $1 + \omega + \omega^2 = 0$.

ব সংখ্যা হলে a^3 এর তিনটি ঘনমূল হচ্ছে $a, a\omega, a\omega^2$.

অধ্যায়-৪ : বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ

সমীকরণের,
) হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হবে
(খ) পৃথায়ক = 0 হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে
হলে মূলদ্বয় জটিল ও অসমান হবে
(ঘ) পৃথায়ক পূর্ণ বর্গ হলে মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান হবে।

$- c = 0$ দ্বিঘাত সমীরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে,

াফল, $\alpha + \beta = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{x^2 \text{ এর সহগ}} = -\frac{b}{a}$ এবং মূলদ্বয়ের গুণফল, $\alpha\beta = \frac{\text{ধ্রুব পদ}}{x^2 \text{ এর সহগ}} = \frac{c}{a}$

অধ্যায়-৫ : দ্বিপদী বিস্তৃতি

$$C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n = 2^n$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - ....$$

$$e^{-1} = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - ......$$

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + ... = \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^{r-1} \frac{x^r}{r}$$

$$\ln(1 - x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - .... = -\sum_{r=1}^{\infty} \frac{x^r}{r}$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + ...$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x} = -\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + ...\right)$$

$$\frac{1}{2}\left(e + \frac{1}{e}\right) = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + ...$$

$$\frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right) = 1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{7!} + ...$$

$$\frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + ...$$

$$\frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + ...$$

দ্বিপদী রাশির সহগ সমূহের গুণাবলি: $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সহগগুলো যথাক্রমে $^nC_0, {}^nC_1, {}^nC_2, {}^nC_3..... {}^nC_n$ কে কোন সময় $C_0, C_1, C_2 ......C_n$ ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। তাই $(1 + x)^n = C_0 + C_1x + C_2x^2 + ... + C_nx_n$ ... (A)

(i) $C_0 + C_1 + C_2 + ... + C_n = 2^n$

(ii) $C_0 + C_2 + C_4 + ... C_1 + C_3 + C_5 ..... = 2^{n-1}$

(iii) $C_0^2 + C_1^2 + C_2^2 + ... + C_n^2 = \frac{(2n)!}{(n)!}$

(iv) $C_0C_n + C_1C_{n-1} + ... C_nC_0 = \frac{(2n)!}{n!n!}$

অধ্যায়-৬ : কনিক

সাধারণ সমীকরণ: পরাবৃত্তের উপর $P(x_1, y_1)$ কোন বিন্দু হলে, উহার সমীকরণ PS = PM যেখানে, PS = P থেকে ফোকাসের দূরত্ব; PM = P থেকে দ্বিকাক্ষের লম্ব দূরত্ব।

y অক্ষের সমান্তরাল অক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ, $y = ax^2 + bx + c$ এবং শীর্ষ $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব $\frac{1}{|a|}$।

x অক্ষের সমান্তরাল অক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ, $x = ay^2 + by + c$ এবং শীর্ষ $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব $\frac{1}{|a|}$।

শীর্ষবিন্দু (x_1, y_1) বিন্দুতে এবং অক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল এমন পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(y - y_1)^2 = 4a(x - x_1)$।

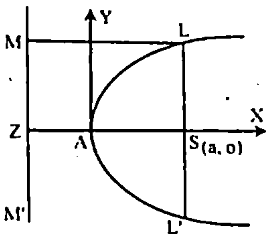
শীর্ষবিন্দু (x_1, y_1) বিন্দুতে এবং অক্ষ y অক্ষের সমান্তরাল এমন পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(x - x_1)^2 = 4a(y - y_1)$।

মনে রাখার সুবিধার্থে: দিকাক্ষ যার সমান্তরাল তার উপর বর্গ, আর অক্ষ যার সমান্তরাল তার বিপরীতে বর্গ।

পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র মূলবিন্দু হলে সমীকরণ, $y^2 = 4a(x + a)$

পরাবৃত্তের দিকাক্ষ ও অক্ষরেখার ছেদবিন্দুর মূলবিন্দু হলে, সমীকরণ হবে $y^2 = 4a(x - a)$

ax পরাবৃত্তের লেখচিত্র:



উপাদানের নাম:

	$y^2 = 4ax$ আকারে পরাবৃত্ত	$x^2 = 4ay$ আকারে পরাবৃত্ত
র স্থানাঙ্ক	(0, 0)	(0, 0)
র স্থানাঙ্ক	(a, 0)	(0, a)
ক লম্বের দৈর্ঘ্য	4a একক	4a একক
ক লম্বের সমীকরণ	$x - a = 0$	$y - a = 0$
মীকরণ	$y = 0$	$x = 0$
কের সমীকরণ	$x = 0$	$y = 0$
সমীকরণ	$x + a = 0$	$y + a = 0$
ক লম্বের ধন দিকের প্রান্তবিন্দু	(a, 2a)	(2a, a)
ক লম্বের ঋণ দিকের প্রান্তবিন্দু	(a, – 2a)	(– 2a, a)
কাক্ষের ছেদবিন্দু	(– a, 0)	(0, – a)
কাক্ষের সমীকরণ	$x + a = 0$	$y + a = 0$
দূরত্ব, SP	$SP = x + a$	$SP = y + a$
ও শীর্ষের দূরত্ব	a	a

$^2 + bx + c$, (a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$) সমীকরণটি পরাবৃত্ত নির্দেশ করে।

শীর্ষের স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ (ii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{1}{|a|}$ (iii) অক্ষরেখা Y অক্ষের সমান্তরাল।

ax পরাবৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শক $yy_1 = 2a(x + x_1)$।

$x + c$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে, $c = \frac{a}{m}$ হবে এবং স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক $= \left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$।

$x + c$ রেখাটি $- x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের স্পর্শক হবে যদি $c = - am^2$ এবং স্পর্শবিন্দু $(2am, am^2)$।

া হতে পরাবৃত্তের যে কোন বিন্দুর দূরত্বের বর্গের ও শীর্ষ স্পর্শক হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্যের সমান।

$^2 = 4ax$ পরাবৃত্তে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য

ক্ষ হতে দূরত্ব)²
স্পর্শক হতে দূরত্ব

বিন্দুটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের,

বে যদি ${y_1}^2 - 4ax_1 = 0$ হয়।

বে যদি ${y_1}^2 - 4ax_1 > 0$ হয়।

হবে যদি ${y_1}^2 - 4ax_1 < 0$ হয়।

মীকরণসমূহ:

(α, β), দিকাক্ষ $ax + by + c = 0$ এবং e উৎকেন্দ্রিকতা বিশিষ্ট উপবৃত্তের সমীকরণ, $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = e^2$

$by + c)^2$
$+ b^2$ ইহা উপবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ।

বিন্দুটি $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তের,

বে যদি $\frac{{x_1}^2}{a^2} + \frac{{y_1}^2}{b^2} - 1 = 0$ হয়

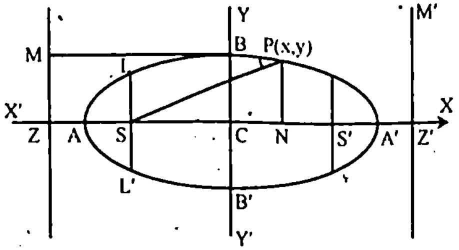
➢ উপবৃত্তের উপরিস্থিত কোন বিন্দুর ফোকাস দূরত্বসমূহের সমষ্টি ধ্রুবক এবং তা বৃহৎ অক্ষের সমান। অর্থাৎ $SP + S'P = 2a$

➢ (α, β) কেন্দ্রবিশিষ্ট উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$

➢ $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ সব সময় m এর সকল মানের জন্য উপবৃত্তের স্পর্শক নির্দেশ করে। স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\pm\frac{a^2m}{\sqrt{a^2m^2+b^2}}, \pm\frac{b^2m}{\sqrt{a^2m^2+b^2}}\right)$ যদি, $y = mx + c$, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তকে স্পর্শ করে তবে, $c = \pm\sqrt{a^2m^2 + b^2}$

➢ (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ, $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$

চিত্র: একটি উপবৃত্তের লেখচিত্র:



আদর্শ সমীকরণ	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; a>b$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; b>a$
কেন্দ্র	(0, 0)	(0, 0)
বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য	2a	2b
ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
উপকেন্দ্র/ফোকাস	$(\pm ae, 0)$	$(0, \pm be)$
বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	$y = 0$	$x = 0$
ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	$x = 0$	$y = 0$
দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	$x = \pm\frac{a}{e}$	$y = \pm\frac{b}{e}$
উ. লম্বের দৈর্ঘ্য	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
উ. লম্বের সমীকরণ	$x = \pm ae$	$y = \pm be$
উৎকেন্দ্রিকতা	$e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$	$e = \sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}$
বৃহৎ অক্ষের প্রান্তবিন্দু	$(\pm a, 0)$	$(0, \pm b)$
ক্ষুদ্র অক্ষের প্রান্তবিন্দু	$(0, \pm b)$	$(\pm a, 0)$
ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব	2ae	2be
নিয়ামকদ্বয়ের দূরত্ব	$\frac{2a}{e}$	$\frac{2b}{e}$
ক্ষেত্রফল	πab	πab
উপকেন্দ্র ও অনুরূপ নিয়ামকের দূরত্ব	$\frac{a}{e} - ae$	$\frac{b}{e} - be$
উপকেন্দ্রের প্রান্তবিন্দু	$\left(\pm ae, \pm\frac{b^2}{a}\right)$	$\left(\pm\frac{a^2}{b}, \pm be\right)$

i. উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয় S ও S' হলে $PS + PS'$ বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য।

ii. (a) বৃহৎ অক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল ও কেন্দ্র (h, k) হলে উপবৃত্তের সমীকরণ- $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$; যেখানে $a > b$

(b) বৃহৎ অক্ষ y অক্ষের সমান্তরাল ও কেন্দ্র (h, k) হলে উপবৃত্তের সমীকরণ- $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$; যেখানে $b > a$

করণসমূহঃ

করণ	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$
	(0, 0)	(0, 0)
	(± a, 0)	(0, ± b)
র দৈর্ঘ্য	2a	2b
র দৈর্ঘ্য	2b	2a
ফোকাস	(± ae, 0)	(0, ± be)
র সমীকরণ	$y=0$	$x=0$
র সমীকরণ	$x=0$	$y=0$
য়ামকের সমীকরণ	$x=\pm a/e$	$y=\pm b/e$
দের্ঘ্য	$2b^2/a$	$2a^2/b$
নমীকরণ	$x=\pm ae$	$y=\pm be$
তা/উৎকেন্দ্রিকতা	$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}$	$e=\sqrt{1+\frac{a^2}{b^2}}=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}$

দ্র বিশিষ্ট অধিবৃত্ত, $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$

বিন্দুতে স্পর্শক, $\frac{xx_1}{a^2}-\frac{yy_1}{b^2}=1$

পরাবৃত্তের উপর যেকোন বিন্দু হলে এবং S ও S′ যদি উপকেন্দ্র হয়, তবে $PS'-PS=2a$

অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $e=\sqrt{2}$

সাথে সরলরেখার স্পর্শক (স্পর্শক বা ছেদক) $lx+my+n=0$ সরলরেখাটি $ax^2+by^2+2yx+2fy+c=0$ বক্ররেখার ছেদক নির্ণয়ের জন্য সরলরেখা হতে y এর মান বক্ররেখায় বসাতে হবে। এতে বক্ররেখার আকৃতি $Ax^2+Bx+c=0$ হবে। এই মীকরণটির নিশ্চায়ক D হলে,

ল সরলরেখাটি বক্ররেখার স্পর্শক

ii. $D>0$ হলে সরলরেখাটি বক্ররেখার ছেদক

লে সরলরেখাটি বক্ররেখার স্পর্শক/ছেদক কোনটিই নয়।

$+ c$ রেখাটি $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ অধিবৃত্ত স্পর্শক হবে।

$\overline{a^2m^2-b^2}$ হয়।

র্দিষ্ট বিন্দুতে অধিবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(a\sec\theta, b\tan\theta)$

$= 1$ অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ, $y=\pm\frac{b}{a}x$

$= 1$ অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ, $y=\pm\frac{a}{b}x$

য়–৭ : বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ

$\mathrm{cosec}^{-1}\frac{1}{x}$

2. $\cos^{-1}x=\sec^{-1}\frac{1}{x}$

$\cot^{-1}\frac{1}{x}$

$\sin^{-1}y=\sin^{-1}\left\{x\sqrt{1-y^2}\pm y\sqrt{1-x^2}\right\}$

5. $\cos^{-1}x\pm\cos^{-1}y=\cos^{-1}\left\{xy\mp\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right\}$

$\tan^{-1}y=\tan^{-1}\frac{x\pm y}{1\mp xy}$

7. $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\tan^{-1}\frac{x+y+z-xyz}{1-yz-zx-xy}$

$=\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}=\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}=\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$

9. $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$

$+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}$

11. $\sec^{-1}x+\mathrm{cosec}^{-1}x=\frac{\pi}{2}$

$=\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$

13. $2\cos^{-1}x=\cos^{-1}(2x^2-1)$

18. $\frac{1}{2}\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$

19. $\frac{1}{2}\sin^{-1}x = \tan^{-1}\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$

20. $\frac{1}{2}\cos^{-1}x = \cos^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}} = \sin^{-1}\sqrt{\frac{1-x}{2}}$
$= \tan^{-1}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

21. $\cos^{-1}\frac{2x}{1+x^2} = \frac{\pi}{2} - 2\tan^{-1}x = \sec^{-1}\frac{1+x^2}{2x}$

22. $\sin^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2} = \frac{\pi}{2} - 2\tan^{-1}x = \operatorname{cosec}^{-1}\frac{1+x^2}{1-x^2}$

23. $\cot^{-1}\frac{2x}{1-x} = \frac{\pi}{2} - 2\tan^{-1}x = \operatorname{cosec}^{-1}\frac{1+x^2}{1-x^2}$

24. $\cos^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = \frac{\pi}{2} - 2\sin^{-1}x$

- $\tan\theta = \tan\alpha$ হলে, $\theta = n\pi + \alpha$
- $\cos\theta = \cos\alpha$ হলে, $\theta = 2n\pi \pm \alpha$
- $\sin\theta = 0$ হলে, $\theta = n\pi$
- $\tan\theta = 0$ হলে, $\theta = n\pi$
- $\cos\theta = 0$ হলে, $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$
- $\cot\theta = 0$ হলে, $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$
- $\cos\theta = 1$ হলে, $\theta = 2n\pi$
- $\cos\theta = -1$ হলে, $\theta = (2n+1)\pi$
- $\sin\theta = 1$ হলে, $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$
- $\sin\theta = -1$ হলে, $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}$
- $\sin\theta = \sin\alpha$ হলে, $\theta = n\pi + (-1)^n\alpha$

[সকল ক্ষেত্রে n এর মান শূন্য অথবা যেকোন পূর্ণ সংখ্যা, অর্থাৎ $n \in z$]

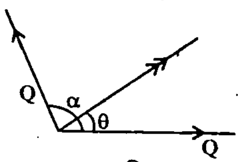
অধ্যায়-৮ : স্থিতিবিদ্যা

P ও Q দুটি বল পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত থাকলে তাদের লব্ধি, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$

লব্ধি R যদি P বলের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে, $\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$

লব্ধি P এর সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে, $P + Q\cos\alpha = 0$

বা, $\cos\alpha = -\frac{P}{Q}$



লব্ধি ক্ষুদ্রতম বলের (মনে করি Q) সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে P বলের দিক

(i) $\tan\theta = \frac{P\sin\alpha}{Q + P\cos\alpha}$ এবং $\sin\theta = \frac{Q}{P} = \frac{\text{অপর বল}}{\text{P,যে বলের দিকে}}$

(ii) বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোন α হলে, $\cos\alpha = -\frac{Q}{P} = -\frac{\text{ছোট বল}}{\text{বড় বল}}$

(iii) P ও Q পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়া করলে লব্ধি R হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$

বা, $R^2 = P^2 + Q^2$ বা, $2R^2 = 2(P^2 + Q^2)$

বা, $2R^2 = (P+Q)^2 + (P-Q)^2$

বা, $2R^2 = R^2_{max} + R^2_{min}$

Note:

(i) $\alpha = 0°$ হলে $R = P + Q = R_{max}$

(ii) $\alpha = 90°$ হলে $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$, $\tan\theta = \frac{Q}{P}$

(iii) $\alpha = 180°$ হলে $R = P - Q = R_{min}$

(iv) $P = Q$ হলে $R = 2P\cos\frac{\alpha}{2}$ এবং $\tan\alpha = \tan\frac{\alpha}{2}$

বা, $\theta = \frac{\alpha}{2}$

- $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ বলত্রয় সাম্যাবস্থায় থাকলে $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$

- লামির সূত্র: $\frac{P}{\quad} = \frac{Q}{\quad} = \frac{R}{\quad}$

- P ও Q মানের দুটি সদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি $R = P + Q$

অধ্যায়-৯ : সমতলে বস্তুকণার গতি

ক সূত্রঃ

ানত u ও v মানের দুটি সমবিন্দু বেগের লব্ধি w হলে,

$+ v^2 + 2uv\cos\alpha$ এবং u বেগের সাথে w এর আনতি θ হলে, $\tan\theta = \dfrac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

লে, $R = R_{max} = u + v$

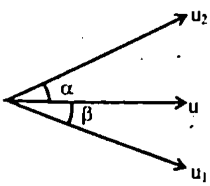
° হলে, $R_{min} = u \sim v$

হলে, $R = \sqrt{u^2 + v^2}$ এবং $\tan\theta = \dfrac{u}{v}$

া, $R = 2u\cos\dfrac{\alpha}{2}$, $\theta = \dfrac{\alpha}{2}$

করণসমূহঃ

ট রেখা বরাবর বেগের উপাংশঃ বেগটির α ও β কোণে আনত রেখা বরাবর u_1 ও u_2 হলে,



$\dfrac{u}{\ldots(\alpha + \beta)}$

$\dfrac{\ldots\sin\beta}{\ldots(\alpha + \beta)}$

$\dfrac{\ldots\sin\alpha}{\ldots(\alpha + \beta)}$

$\dfrac{\ldots\sin(180° - \alpha)}{\ldots u\cos(180° - \alpha)} = \dfrac{u\sin\alpha}{v - u\cos\alpha}$

র তুলনায় A এর আপেক্ষিক বেগ = A এর প্রকৃত বেগ এবং B এর বিপরীত বেগের লব্ধি।

রণসমূহঃ

t (ii) $s = ut \pm \dfrac{1}{2}at^2$

$\pm 2as.$ (iv) $s = \left(\dfrac{u + v}{2}\right) \times t$

কেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত $s_t = u + \dfrac{1}{2}f(2t - 1)$ (vi) সমবেগের ক্ষেত্রে, অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = vt$

$\dfrac{\text{শেষবেগ-আদিবেগ}}{\text{সময়}}$

$\dfrac{v - u}{t}$

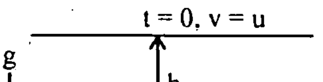
দিবেগসহ t তম সেকেন্ডে St_{th} এবং n তম সেকেন্ডে Sn_{th} দূরত্ব অতিক্রম করলে, ত্বরণ, $f = \dfrac{St_{th} - Sn_{th}}{t - n}$

কটি লক্ষবস্তুর x মিটার প্রবেশ করার পর এর বেগ $\dfrac{1}{n}$ অংশ কমে গেলে এটি লক্ষবস্তুর ভেতর আরও $\dfrac{(n-1)^2}{(2n-1)}$ x মিটার প্রবেশ করবে।

x দূরত্ব প্রবেশ করার পর বেগ অর্ধেক হলে, এটি আরও $\dfrac{x}{3}$ দূরত্ব প্রবেশ করবে।

অভিকর্ষের অধীনে পড়ন্ত বস্তুঃ

gt^2



খাড়াভাবে ঊর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি:

) $v = u + gt$;

) $h = ut - \frac{1}{2}gt^2$;

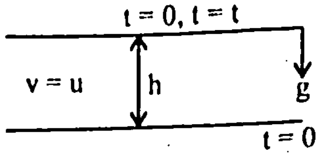
) $v^2 = u^2 - 2gh$

) t তম second এ সরণ $h_{th} = u - \frac{1}{2}g(2t-1) = v + \frac{g}{2}$

) সর্বাধিক উচ্চতা $H = \frac{u^2}{2g}$

) উত্থানকাল বা পতনকাল $t = \frac{u}{g}$

) বিচরণকাল $T = \frac{2u}{g}$



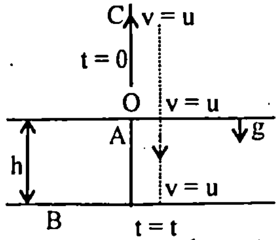
h উচ্চতা হতে ঊর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি:

) $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

) $v = -u + gt$

) $h_{th} = -u + \frac{1}{2}g(2t-1)$

$= v - \frac{g}{2}$



- একটি বস্তুকে যে বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয় বস্তুটি ফিরে এসে ঠিক একই বেগে ভূমিকে আঘাত করে।
- বিভিন্ন এককে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান
(i) C.G.S পদ্ধতিতে $g = 981$ cm/sec^2
(ii) F.P.S পদ্ধতিতে $g = 32$ ft/sec^2
(iii) M.K.S পদ্ধতিতে $g = 9.81$ m/sec^2

সূত্র ও সমীকরণসমূহ:

কোন বস্তুকে u অনুভূমিক তলের সহিত α কোণে নিক্ষিপ্ত করা হলে-

(i) সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

(ii) অনুভূমিক দূরত্ব, $d = u\cos\alpha.t$

(iii) উলম্ব দূরত্ব, $h = u\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2$

(iv) সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছানোর সময়, $t = \frac{u\sin\alpha}{g}$

(v) ভ্রমণকাল/বিচরণকাল/উড্ডয়নকাল, T = 2 × বৃহত্তম উচ্চতায় পৌছানোর সময় $= \frac{2u\sin\alpha}{g}$

(vi) অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$

(vii) সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা, $R_{max} = \frac{u^2}{g}$ [যখন $\alpha = 45°$]

অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের ক্ষেত্রে: (এক্ষেত্রে α এর মান শূন্য)

(i) অনুভূমিক দূরত্ব $d = ut$

(ii) উলম্ব দূরত্ব, $h = \frac{1}{2}gt^2$

(iii) v বেগে ভূমিকে θ কোণে আঘাত করলে, $v\cos\theta = u$, $v\sin\theta = gt$

দুইটি ভিন্ন পৃষ্ঠে পাল্লার ক্ষেত্রে পাই,

) $\frac{R_1}{R_2} = \frac{g_1}{g_2}$

অনুভূমি পাল্লা ও একই আদিবেগের জন্য দুইটি প্রক্ষেপকের একটি নিক্ষেপণ কোণ α হলে অপরটি $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ হবে।

তা হইতে একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে α কোণে নিক্ষেপ করলে,

উপর দূরত্ব, $h = -u\sin\alpha.t + \frac{1}{2}gt^2$

পতন বেগ v হলে, $v\cos\theta = u\cos\alpha$, $v\sin\theta = -u\sin\alpha + gt$

অনুভূমিক দূরত্ব, $d = u\cos\alpha.t$

কের সাধারণ সমীকরণ:

$$n\alpha - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\alpha} = x\tan\alpha\left(1-\frac{x}{R}\right)$$

$$n\alpha = \frac{y}{x}\left(\frac{R}{R-x}\right)$$

ক্ষেপকের গতিপথ একটি পরাবৃত্ত।

অধ্যায়-১০ : বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা

ক গড়, $\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_n}{n}$

x_i

1

মধ্যমা (Median): মানের উর্ধ্বক্রমে সাজানো n সংখ্যক সংখ্যার মধ্যমা $= \frac{n+1}{2}$ তমপদ, যখন n বিজোড়

$= \frac{1}{2}$ (মধ্যপদ দুইটির সমষ্টি), যখন n জোড়

ঙ্ক (Co-efficient of Range): অবিন্যস্ত বা বিরত তথ্যসারির ক্ষেত্রে পরিসর $R = H - L$, যখন H = সর্বোচ্চ মান এবং L = সর্বনিম্ন মান।

পরিসরাঙ্ক, $V_R = \frac{R}{H+L} \times 100\%$

সংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে পরিসরাঙ্ক $V_R = \frac{R}{L_1 + L_2} \times 100\%$

যেখানে, L_1 = সর্বনিম্নশ্রেণীর নিম্নসীমা এবং L_2 = সর্বোচ্চ শ্রেণির উচ্চসীমা।

ক ব্যবধান, $Q.D = \frac{(Q_2 - Q_1) + (Q_3 - Q_2)}{2}$

Q_1

বধানাঙ্ক, $Co.Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100\%$

কৃত তথ্যের ক্ষেত্রে চতুর্থক নির্ণয় :

পদসংখ্যা n বিজোড় হলে, $\frac{n+1}{4}$ এবং $\frac{n+1}{4} \times 3$ তম পদের মান যথাক্রমে Q_1 ও Q_3.

n জোড় সংখ্যা এবং 4 দ্বারা বিভাজ্য হলে, $\frac{n}{4}$ এবং $\left(\frac{n}{4}+1\right)$ তম পদের মানের গড় $= Q_1$ এবং $\frac{3n}{4}$ এবং $\left(\frac{3n}{4}+1\right)$ তম পদের মান দুইটির গড় $= Q_3$

n জোড় সংখ্যা কিন্তু 4 দ্বারা বিভাজ্য নয় । এরূপ ক্ষেত্রে তথ্যগুলির সমান দুইভাগে বিভক্ত করে ১ম ভাগের মধ্যম সংখ্যাটি $= Q_1$ এবং ২ ভাগের মধ্যম সংখ্যাটি $= Q_3$ হবে ।

ক্ষেত্রে প্রথমে তথ্য সারিকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজাতে হবে ।

ত তথ্যের ক্ষেত্রে *i*-তম চতুর্থক ব্যবধান :

$\left(\frac{i \times N}{\ldots} - F\right) \frac{C}{\ldots}$, $i = 1, 2, 3$

☑ গাণিতিক গড় $M.D(\bar{x}) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(|x_i - \bar{x}|)}{n}$

☑ মধ্যমা $M.D.(m) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - m|}{n}$

☑ প্রচুরক $M.D.(Mo) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - Mo|}{n}$

☑ গড় ব্যবধানাঙ্ক , $Co.M.D(\bar{x}) = \dfrac{M.D_{\bar{x}}}{\bar{x}} \times 100\%$

এবং $Co.M.D(m) = \dfrac{M.D_{(m)}}{m} \times 100\%$

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\dfrac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + ...+(x_n-\bar{x})^2}{n}}$

$= \sqrt{\dfrac{\Sigma(x_i - \bar{x})}{n}} = \sqrt{\dfrac{\Sigma f_i(x_i - \bar{x})^2}{N}}$

☑ ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \dfrac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + ... + (x_n-\bar{x})^2}{n}$

$= \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$

☑ শ্রেণিকৃত তথ্যের ক্ষেত্রে ভেদাঙ্ক, $\sigma = \dfrac{1}{N}\sum f_i(x_i - \bar{x})^2$,

যখন $\sum f_i = N$

☑ এক নজরে পরিমিত ব্যবধান :

অশ্রেণিকৃত তথ্যের জন্য পরিমিত ব্যবধান	শ্রেণিকৃত তথ্যের জন্য পরিমিত ব্যবধান
(i) $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}}$	(i) $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma f_i(x_i - \bar{x})^2}{N}}$
(ii) $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\Sigma x_i}{n}\right)^2}$	(ii) $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma f_i x_i^2}{N} - \left(\dfrac{\Sigma f_i x_i}{N}\right)^2}$
(iii) সহজ ফরমূলা, $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma d^2}{n} - \left(\dfrac{\Sigma d}{n}\right)^2}$	(iii) সহজ ফরমূলা, $\sigma = C\sqrt{\dfrac{\Sigma fd^2}{n} - \left(\dfrac{\Sigma fd}{n}\right)^2}$
শ্রেণিব্যাপ্তি অসমান হলে, $d = x - a$	$N = \Sigma f_i = f_1 + f_2 + ...f_n$ শ্রেণিব্যাপ্তি সমান হলে

সুতরাং, ভেদাঙ্ক $\sigma^2 = \sqrt{\dfrac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \dfrac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\Sigma x_i^2}{n}\right)^2$

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\dfrac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\Sigma x_i}{n}\right)^2}$

☑ সম্ভাবনার পরিমাণ: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{A \text{ ঘটনার উপাদান সংখ্যা}}{S \text{ ঘটনাজগতের মোট উপাদান সংখ্যা}}$

☑ দুইটি বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার যোগসূত্র: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

☑ দুইটি অবর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার যোগসূত্র: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

☑ দুইটি অনির্ভরশীল বা স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র: $P(AB) = P(A).P(B)$

At A Glance-3: Shortcut Exclusives

ধ্যমিক স্তরে গণিতে আগেই সৃজনশীল পদ্ধতি চালু হলেও উচ্চ ২০১৭ সাল থেকে গণিতে সৃজনশীল পদ্ধতি চালু হয়েছে। যেহেতু পদ্ধতির প্রশ্ন হতে সৃজনশীল প্রশ্নপদ্ধতি সম্পূর্ণ ভিন্ন, তাই এতে ন প্রয়োজন অত্যধিক অনুশীলন। কিন্তু MCQ অংশে সময়ের লিয়ে সবগুলোর সমাধান দিতে হলে অবশ্যই কিছু **SHORT-** া অনুসরণ করা উচিত নতুবা সমাধানের কৌশল জানা থাকা র অভাবে অনেক শিক্ষার্থীই পুরোপুরি MCQ অংশের সঠিক ব্যর্থ হয়। তাই সেইসব কোমলমতি শিক্ষার্থীদের কথা চিন্তা করে মুনা Technique তুলে ধরা হলো—

সমস্যা-১

$\left.\frac{2}{x}\right)^6$ এর সম্প্রসারণের x মুক্ত পদটি-

(খ) ৪র্থ (গ) ৫ম (ঘ) ২য়

৫ম

ন: সাধারণত গতানুগতিকভাবে যে নিয়মে উক্ত সমস্যাটি সমাধান রূপ-

পদ $= {}^6C_r(x^2)^{6-r}\left(\frac{2}{x}\right)^r$

$= {}^6C_r \times x^{12-2r} \times x^{-r} \times 2^r$

$= {}^6C_r \times 2^r \times x^{12-3r}$

$^{2-3r} = x^0$

$r = 0$

$= 5$ তম পদটি x বর্জিত

র্জিত পদটির মান $= {}^6C_4 \times 2^4$

$= 240$

খব **Magic!!!**

Shortcut Exclusive:

র বিস্তৃতিতে (r + 1) তম পদের r বের করতে দ্বিপদীটি হবে- $^q)^n$ বিবেচনা কর। (r + 1) তম পদে x^m বিদ্যমান থাকলে

$\frac{n}{}$ এবং সহগ ${}^nC_r a^{n-r} b^r$

MCQ এর ক্ষেত্রে $r = \frac{6 \times 2 - 0}{2 - (-1)} = 4$

হবে, $(r + 1) = 4 + 1 = 5$

সমস্যা-২

^{n} এর বিস্তৃতিতে x^7 এবং x^8 এর সহগ দুটি সমান হলে, n এর মান-

(খ) 55 (গ) 60 (ঘ) 65

5

$\left(3 + \frac{x}{2}\right)^n = 3^n\left(1 + \frac{x}{6}\right)^n$

$= 3^n . {}^nC_7\left(\frac{1}{6}\right)^7$

বা, $\frac{n!}{7!(n-7)!} = \frac{n!}{8!(n-8)!}\frac{1}{6}$

বা, ${}^nC_7 = {}^nC_8 \frac{1}{6}$

বা, $\frac{1}{7!(n-7)(n-8)!} = \frac{1}{8 \times 7!(n-8)! \times 6}$

$\therefore \frac{1}{6} = \frac{7+1}{n-7}$

বা, $\frac{1}{6} = \frac{8}{n-7}$

বা, $n - 7 = 48$

$\therefore n = 55$

➢ Royal Shortcut Exclusive:

$(1 + ax)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^r এবং x^{r+1} এর সহগ সমান হলে,

$\frac{n-r}{r+1} \times \frac{1}{a} = 1$

অতএব, উপরোক্ত গঈছ'র ক্ষেত্রে-

বা, $\frac{n-7}{7+1} \times \frac{1}{6} = 1$

বা, $n - 7 = 48$

$\therefore n = 55$

সমস্যা-৩

➢ $3x^2 - bx - 12 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অন্তর 4 হলে $b = ?$

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 3

উত্তর: (ক) 0

ব্যাখ্যা:

আমরা সাধারণত নিম্নোক্ত পদ্ধতির সাহায্যে প্রশ্নটির সমাধান করে থাকি-

সমীকরণটির মূলদ্বয় α, α + 4 হলে,

$\therefore \alpha + \alpha + 4 = \frac{b}{3}$

বা, $2\alpha + 4 = \frac{b}{3}$

বা, $b = 6\alpha + 12$ ..... (i)

আবার, $\alpha . (\alpha + 4) = -\frac{12}{3} = -4$

বা, $\alpha^2 + 4\alpha + 4 = 0$

বা, $(\alpha + 2)^2 = 0$

বা, $\alpha + 2 = 0$

$\therefore \alpha = -2$

$\alpha = -2$ বসিয়ে পাই

(i)নং এ $\alpha = -2$ বসিয়ে পাই,

$b = 6 \times (-2) + 12$

$= 0$

এবার দেখব যাদু !!!

✪ Royal Shortcut Exclusive:

মূলদ্বয়ের অন্তর $= \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

সমস্যা-৪

➤ $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের উপর কোন বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব 4 হলে, ঐ ন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

ক) (1, 1) (খ) (4, 0) (গ) (0, 0) (ঘ) (0, 4)

ত্তর: (গ) (0, 0)

্যাখ্যা:

তানুগতিক পদ্ধতি:

রাবৃত্ত $y^2 = 16x = 4 \times 4 \times x$

নে করি, নির্ণেয় বিন্দু (x, y)

তএব বিন্দুটির ফোকাস দূরত্ব = 4

া, $4 + x = 4$

া, $x = 0$

$= 0$ বসিয়ে, $y^2 = 16 \times 0 = 0$

∴ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (0, 0)

থবা, যে অপশনটি প্রদত্ত পরাবৃত্তকে সিদ্ধ করে সেটি হবে সঠিক উত্তর।

✪ Royal Shortcut: যদি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু অথবা পরাবৃত্তের উপর কোন বিন্দু দেওয়া থাকে এবং পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করতে বলা হয়, তবে যে অপশনটি শীর্ষবিন্দু অথবা উপরস্থ কোন বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হয় সেটি সঠিক উত্তর।

সমস্যা-৫

➤ $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x = ?$

ক) x (খ) $\sqrt{1-x^2}$

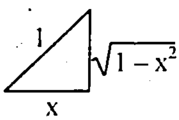
গ) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ (ঘ) $x\sqrt{1-x^2}$

ত্তর: (ক) x

্যাখ্যা:

চলিত পদ্ধতি:

ার্শ্বের ত্রিভুজ থেকে পাই,



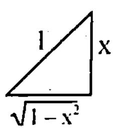
$os^{-1}x = \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

∴ $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x$

$\sin \cot^{-1} \tan \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

$\sin \cot^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

াবার পার্শ্বের ত্রিভুজ থেকে পাই,



$ot^{-1}\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \sin^{-1}x$

∴ $\sin \cot^{-1}\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \sin \sin^{-1}x = x$

☞ এবার একটু ধৈর্য্য ধরে নিচের Shortcut নিয়মটি পড়ুন, তাহলে এ রনের Problem আর কোনো ব্যাপারই মনে হবে না !!!

✪ Royal Shortcut Exclusive:

$\sin \cot^{-1} \cot\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}x\right)$

$= \cos \cos^{-1}x = x$

উপরোক্ত আকারে যদি কোন problem থাকে এবং প্রথমে ও শেষে যথাক্রমে sin এবং $\cos^{-1}$ অথবা, cos এবং $\sin^{-1}$ থাকে এবং তারপর ভিতরে যথাক্রমে $\cot^{-1}$ এবং tan অথবা $\tan^{-1}$ এবং cot থাকে, তাহলে শেষে যা থাকে, তাই উত্তর হয়।

অনুরূপভাবে, যদি কোন problem এ প্রথমে এবং শেষে যথাক্রমে tan

সমস্যা-৬

➤ $\tan^{-1}2x + \tan^{-1}3x = \frac{\pi}{4}$ হলে $x = ?$

(ক) $\sqrt{2}$ (খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (গ) $\frac{1}{6}$ (ঘ) 5

উত্তর: (গ) $\frac{1}{6}$

ব্যাখ্যা:

প্রচলিত নিয়ম:

$\tan^{-1}2x + \tan^{-1}3x = \frac{\pi}{4}$

বা, $\tan^{-1}\frac{2x+3x}{1-6x^2} = \frac{\pi}{4}$

বা, $\frac{5x}{1-6x^2} = \tan\frac{\pi}{4}$

বা, $\frac{5x}{1-6x^2} = 1$

বা, $6x^2 + 5x - 1 = 0$

বা, $(6x-1)(x+1) = 0$ [x সর্বদা ধনাত্মক]

$\therefore x = \frac{1}{6}$

☞ এবার দেখবো একটি Backward Process বা উল্টো পদ্ধতি !!!

✪ Royal Shortcut Exclusive:

$x = \sqrt{2}$ ধরলে,

বামপক্ষ $= \tan^{-1} 2\sqrt{2} + \tan^{-1} 3\sqrt{2}$

$= 147° x$

$x = \frac{1}{6}$ ধরলে,

বামপক্ষ $= \tan^{-1}\frac{2}{6} + \tan^{-1}\frac{3}{6}$

$= 45°$

$= \frac{\pi}{4}$

সমস্যা-৭

➤ একটি বুলেট একটি তক্তা ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{20}$ অংশ হার থেমে যাওয়ার পূর্বে কতকগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে?

(ক) 10 (খ) 20

(গ) 30 (ঘ) 40

উত্তর: (ক) 10

ব্যাখ্যা:

সূত্র: ভেদকৃত তক্তা $= \frac{(\text{শেষ বেগের হর})^2}{(\text{শেষ বেগের হর})^2 - (\text{শেষ বেগের লব})^2}$

প্রদত্ত সমস্যায়,

বুলেটের আদি বেগ 1 অংশ, শেষ বেগ $= 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$

$(20)^2$

Shortcut Exclusive:
গ যারায় তার নিচের সংখ্যাটিকে n এর মান ধরা হয়।
$n = 20$
তক্তা $= \frac{n}{2} = \frac{20}{2} =$ ১০টি

লেন!! আরেকটু অপেক্ষা করুন। আরো অসংখ্য চমক আপনার করছে। তার আগে একটু চেষ্টা করুন-

লেট একটি তক্তা ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{12}$ অংশ হারায়। র্বে বুলেটটি কতগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে?
কত)
নার Answer হয় ৬টি তাহলেই আপনি বুঝতে পেরেছেন যে, কৃত তক্তার সংখ্যা নির্ণয় করতে হয়।

সমস্যা-৮

লট একটি নির্দিষ্ট পুরুত্বের তক্তা ভেদ করতে পারে। যদি বেগ য় তবে কতকগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে?
(খ) 36　　(গ) 40　　(ঘ) 50
6

ভেদ করা বলতে বুঝায় নির্দিষ্ট পুরুত্ব অতিক্রম করে শেষবেগ শূন্য

$v^2 = u^2 + 2as$
$0 = u^2 + 2as$
$s = -\frac{u^2}{2a}$
আদিবেগ 6 গুণ করার পর, $0 = (6u)^2 + 2 \times a \times s'$
$s' = -\frac{36u^2}{2a}$

$\frac{6u^2}{u^2} = 36$

6

$6 \times s$
গুণ করলে অনুরূপ 36 টি তক্তা ভেদ করতে পারবে।
ন Magic কি বলে তা দেখি !!!

Shortcut:
ান $= \sqrt{\text{ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা}}$
তক্তার সংখ্যা $=$ (বেগ)$^2 = 6^2 =$ ৩৬টি

সমস্যা-৯

ফেলের গুলি 15m দেয়াল ভেদ করার পর তার বেগ অর্ধেক তিক্রম করার পর তার বেগ শুন্য হবে?
(খ) 4m
(ঘ) 6m

n
তিক পদ্ধতি:

$u_1^2 + 2a \times s_1$
$= 2as_1$
a
$\frac{3u_1^2}{8 \times 15}$

প্রথম ক্ষেত্রে,
$s_1 = 15m$
$v_1 = \frac{u_1}{2}$ [u_1 আদিবেগ]
$a = ?$

আবার, আমরা জানি,
$v_2^2 = u_2^2 + 2as_2$
$0 = \left(\frac{u_1}{2}\right)^2 + 2 \times -\frac{u_1^2}{40} \times s_2$
বা, $\frac{u_1^2}{20} \times s_2 = \frac{u_1^2}{4}$
বা, $s_2 = \frac{20}{4}$
$= 5m$

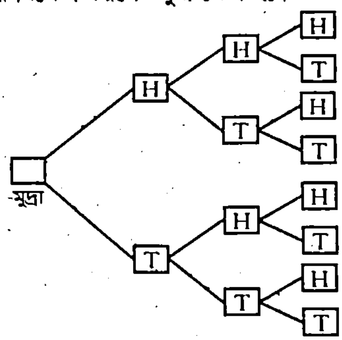
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,
$u_2 = \frac{u_1}{2}$
$v_2 = 0$
$s_2 = ?$

এবার নিচের সূত্রটি আয়ত্তে আনতে পারলেই দেখা যাবে Magic !!!

Royal Shortcut Exclusive:
সূরণ, $S' = \frac{S(n-1)^2}{2n-1}$
$= \frac{15\,(2-1)^2}{2.2-1} = 5m$
অথবা, সরণ, $S' = \frac{S}{3} = \frac{15}{3} = 5m$

সমস্যা-১০

➤ একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা কত? [সি.বো-২০১৭]
(ক) 6　　(খ) 8
(গ) 10　　(ঘ) 12
উত্তর: (খ) 8
ব্যাখ্যা:
একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্র হবে:



অর্থাৎ, {H H H, H H T, H T H, H T T, T H H, T H T, T T H, T T T} তথা ৮টি।

Royal Shortcut: মুদ্রা বা ছক্কা এরূপ বস্তু একাধিক বার নিক্ষেপ করলে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা খুব সহজেই নিম্নোক্ত সূত্র দ্বারা বের করা যায়।
মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = (একবার নিক্ষেপে নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা)
এবার পুনরায় অংকটি করি-
একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপে নমুনা ক্ষেত্র হয়, {H, T} অর্থাৎ, ২টি।
$\therefore$ 3 বার নিক্ষেপে নমুনা বিন্দু $= 2^3$
$= 8$

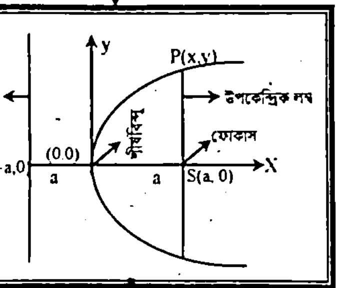
বি.দ্র: উপরিউক্ত Technique সমূহ শুধুমাত্র MCQ অংশের সমাধানের জন্য ব্যবহার করা যাবে, কিন্তু কোন ক্রমেই সৃজনশীল অংশে এসকল Technique প্রয়োগ করা যাবে না [অবশ্য Ans. verify/sure হতে রাফ করা যেতে পারে।]

✪✪✪ আর একটি কথা: এখানে তো কেবল ১০টি সমস্যার সমাধানের "Exclusive Shortcut" দেখানো হয়েছে। কিন্তু পুরো বইয়ে এরূপ

At A Glance-4: বিভিন্ন ধরনের কনিক

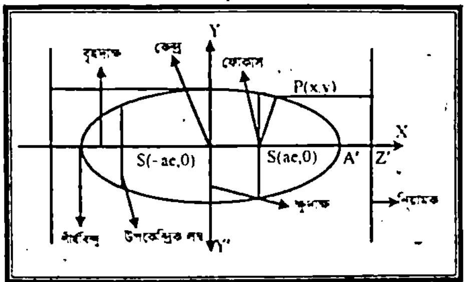
বিভিন্ন ধরনের কনিক

পরাবৃত্ত



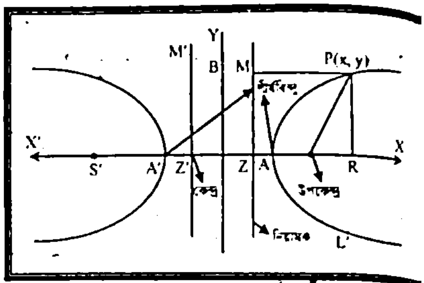
	$y^2 = 4ax$ আকারে পরাবৃত্ত	$x^2 = 4ay$ আকারে পরাবৃত্ত
দুর স্থানাঙ্ক	(0, 0)	(0, 0)
দ্রর স্থানাঙ্ক	(a, 0)	(0, a)
ক লম্বের দৈর্ঘ্য	4a একক	4a একক
ক লম্বের সমীকরণ	x − a = 0	y − a = 0
সমীকরণ	y = 0	x = 0
র্শকের সমীকরণ	x = 0	y = 0
কর সমীকরণ	x + a = 0	y + a = 0
দ্রক লম্বের ধন প্রান্তবিন্দু	(a, 2a)	(2a, a)
দ্রক লম্বের ঋণ প্রান্তবিন্দু	(a, − 2a)	(− 2a, a)
দিকাক্ষের ছেদবিন্দু	(− a, 0)	(0, − a)
দিকাক্ষের সমীকরণ	x + a = 0	y + a = 0
দূরত্ব, SP	SP = x + a	SP = y + a
দ্র ও শীর্ষের দূরত্ব	a	a

উপবৃত্ত



আদর্শ সমীকরণ	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; a>b$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; b>a$
কেন্দ্র	(0, 0)	(0, 0)
বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য	2a	2b
ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
উপকেন্দ্র/ফোকাস	(± ae, 0)	(0, ± be)
বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	y = 0	x = 0
ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	x = 0	y = 0
দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	$x = \pm \frac{a}{c}$	$y = \pm \frac{b}{c}$
উ. লম্বের দৈর্ঘ্য	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
উ. লম্বের সমীকরণ	x = ± ae	y = ± be
বৃহৎ অক্ষের প্রান্তবিন্দু	(± a, 0)	(0, ± b)
ক্ষুদ্র অক্ষের প্রান্তবিন্দু	(0, ± b)	(± a, 0)
ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব	2ae	2be
নিয়ামকদ্বয়ের দূরত্ব	$\frac{2a}{e}$	$\frac{2b}{e}$
ক্ষেত্রফল	π ab	π ab
উপকেন্দ্র ও অনুরূপ নিয়ামকের দূরত্ব	$\frac{a}{e} - ae$	$\frac{b}{e} - be$

অধিবৃত্ত



আদর্শ সমীকরণ	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$
কেন্দ্র	(0, 0)	(0, 0)
শীর্ষবিন্দু	(± a, 0)	(0, ± b)
বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য	2a	2b
ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
উপকেন্দ্র/ফোকাস	(± ae, 0)	(0, ± be)
বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	y = 0	x = 0
ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	x = 0	y = 0
দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	x = ± a/e	y = ± b/e
উ. লম্বের দৈর্ঘ্য	$2b^2/a$	$2a^2/b$