Feedback: Details Report

[PRINT]

2010 Matematik 2A hold 4, Prøveeksamen juni 2010
Rasmus Veiergang Prentow, 6/1/10 at 12:46 PM

Question 1: *Score 10/10*

Der er givet en matrix A ved

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

og to elementære matricer E_1 og E_2 ved

$$E_1=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ og } E_2=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matricen B fremkommer ved at anvende først rækkeoperationen givet ved E_1 og dernæst rækkeoperationen givet ved E_2.

Markér matricen B nedenfor.

CORRECT

Your Answer:

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 7 & 5 \\ -1 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Question 2: *Score 15/15*

Der er givet et underrum

$$H = \operatorname{Span}\left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en basis for H.
Svaret skal angives i Maple syntax som en komma-separeret liste af vektorer, for eksempel som `Vector([1,0,0]),Vector([2,3,0])`

CORRECT

Your Answer: Vector([0,0,1,-1])

Comment: Et muligt valg af basis er

$$\left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right\}$$

Der er mange andre baser.

(ii)

Find dimensionen af H. Skriv svaret som et tal nedenfor. CORRECT

Your Answer: 1

Comment: Dimensionen er 1.

Question 3: *Score 15/15*

Der er givet en 6×6 matrix A med den egenskab, at det homogene ligningssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har en ikke-triviel løsning. Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Angiv den største værdi, som dimensionen af søjlerummet for A, $\dim \operatorname{Col} A$, kan antage. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel
3

CORRECT

Your Answer: 5

Comment: Svaret er 5.

(b)

Angiv den mindste værdi, som dimensionen af nulrummet for A, $\dim \operatorname{Nul} A$, kan antage. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel
3

CORRECT

Your Answer: 1

Comment: Svaret er 1.

Question 4: *Score 10/10*

Der er givet en matrix

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende tre spørgsmål.

(i)

Markér den matrix nedenfor, som er den reducerede echelon form af matricen A CORRECT

Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(ii)

Find dimensionen af søjlerummet $\operatorname{Col} A$. Skriv svaret som et tal nedenfor. CORRECT

Your Answer: 3

Comment: Dimensionen er 3.

(iii)

Find dimensionen af nulrummet $\operatorname{Nul} A$. Skriv svaret som et tal nedenfor. CORRECT

Your Answer: 0

Comment: Dimensionen er 0.

Question 5: *Score 10/10*

Der er givet et lineært ligningssystem bestående af to ligninger med fire ubekendte.

$$-2x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = -4$$
$$-2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i) Bestem en løsning til dette *inhomogene* ligningssystem.
Svaret skal gives i Maple syntax, som en vektor, hvor alle indgange er tal. En vektor

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

indtastes som
`Vector([1,2,3])`

CORRECT

Your Answer: Vector([-12,14,0,0])

Comment: Et korrekt svar er

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Der kan være mange andre korrekte svar.

(ii) Bestem den fuldstændige løsning til det tilsvarende *homogene* ligningssystem. Svaret skal gives på parametriseret vektorform.
Hvis svaret for eksempel er $c_1\boldsymbol{a} + c_2\boldsymbol{b}$, skal de to vektorer indtastes i Maple syntax, adskilt af et komma. For eksempel
`Vector([1,1,0,1]),Vector([-3,1,1,0])`
Koefficienterne c_1 og c_2 skal ikke indtastes. Hvis den eneste løsning er nulvektoren, skal en nulvektor med det rigtige antal komponenter indtastes som svar.

CORRECT

Your Answer: Vector([3/2,-2,1,0]), Vector([3/2,-2,0,1])

Comment: Et korrekt svar er alle linearkombinationer af vektorerne i mængden

$$\left\{ \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Der kan være mange andre korrekte svar.

Question 6: *Score 10/10*

Der er givet en lineær afbildning fra $\boldsymbol{R}^n$, $n = 4$, til $\boldsymbol{R}^m$, $m = 3$ ved

$$T(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} -x_1 + 2x_2 - 2x_4 \\ x_2 + x_4 \\ -2x_1 - x_3 + 2x_4 \end{pmatrix}$$

(i) Bestem standardmatricen for denne lineære afbildning.
Svaret skal gives under brug af Maple syntax. En 3×4 matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

indtastes som
`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

CORRECT

Your Answer: Matrix(3, 4, [[-1,2,0,-2],[0,1,0,1],[-2,0,-1,2]])

Det korrekte svar er

Comment: $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

(ii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er injektiv (på engelsk 'one-to-one'). Hvis T er injektiv, skriv `ja` i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er injektiv, skriv `nej` i svarfeltet.
Bemærk, at svaret skal skrives som enten `ja` eller `nej` , altså små bogstaver. Svar som `Ja` og `JA` og `jA` vil være forkerte.

CORRECT

Your Answer: nej

Comment: No feedback provided with this question

(iii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er surjektiv (på engelsk 'onto'). Hvis T er surjektiv, skriv `ja` i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er surjektiv, skriv `nej` i svarfeltet.
Bemærk, at svaret skal skrives som enten `ja` eller `nej` , altså små bogstaver. Svar som `Ja` og `JA` og `jA` vil være forkerte.

CORRECT

Your Answer: ja

Comment: No feedback provided with this question

Comments:

Den reducerede echelonform af standardmatricen for T er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -10 \end{pmatrix}$$

Question 7: *Score 15/15*

Der er givet en diagonaliserbar 3×3 matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -4 & -22 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Besvar nedenstående to spørgsmål.

(i)

Bestem egenværdierne for A.

Svaret skal gives som tal adskilt af komma. Hvis egenværdierne er 1, -1, og 2, skal svaret gives som
`1,-1,2`
Hvis 1 er egenværdi med multiplicitet 2, og den tredje egenværdi er -4 skal svaret gives som
`-4,1,1`
altså gentagelse svarende til multiplicitet. Rækkefølgen betyder ikke noget.

CORRECT

Your Answer: 2,-3,1

Comment: Egenværdierne er -3, 1 og 2.

(ii)

Sorter de fundne egenværdier efter størrelse, og lad D betegne den 3×3 diagonalmatrix, der har den mindste egenværdi som indgang D_{11} og den største som indgang D_{33}.

Bestem en 3×3 invertibel matrix P , således at $A = PDP^{-1}$.
Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix, for eksempel indtastes matricen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

som
`Matrix([[1,2,3],[0,4,5],[0,0,6]])`
Pas på, at du ikke bytter om på rækker og søjler. Brug preview funktionen til at se, at du har indtastet det, du mente at indtaste.

CORRECT

Your Answer: Matrix(3, 3, [[1,-1,-2],[0,1,-3],[0,0,1]])

Et muligt korrekt svar er

Comment: $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Der er mange andre korrekte svar.

Question 8: *Score 15/15*

Der er givet en 4 $\times$ 4 matrix A med følgende egenskaber:
A har tre egenværdier, -3, 0 og 8.
Egenrummet hørende til egenværdien -3 har dimension 2.
Markér alle sande udsagn nedenfor.

Choice	Selected	
Ligningssystemet $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ er konsistent for alle $\boldsymbol{b}$.	No	[answer withheld]
A er invertibel	No	[answer withheld]
A er diagonaliserbar.	Yes	[answer withheld]
Der gælder, at $\det A = 0$.	Yes	[answer withheld]

Number of available correct choices: 2
Partial Grading Explained

Question 9: *Score 15/15*

Der er givet to invertible 3×3 matricer A og B ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Opgaven går ud på at bestemme den 3×3 matrix X, som opfylder ligningen $AX = B$.
Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Markér den korrekte formel for X.

Your Answer: $X = A^{-1}B$

(b)

Bestem løsningen X.
Svaret skal gives i Maple syntax. En $3x3$ matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

indtastes som
`Matrix([[1,2,3],[0,4,0],[5,0,6]])`

Your Answer: Matrix([[1,0,-2],[0,0,1],[1,-1,1]])

Løsningen er

Comment: $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Question 10: *Score 10/10*

Der er givet følgende lineære ligningssystem, bestående af to ligninger i fire variable.

$x_1 - 2\,x_2 - x_3 = -3$

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -4$

Find den udvidede koefficientmatrix (totalmatricen) for dette system.
Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix. Et eksempel er
`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`
Tryk på `preview` for at se matricen du har tastet ind.

CORRECT

Your Answer: Matrix([[1,-2,-1,0,-3],[1,1,-1,1,-4]])

Comment: Den udvidede koefficientmatrix er $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Question 11: *Score 15/15*

Der er givet et sæt $S = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ af vektorer i $\boldsymbol{R}^2$, hvor

$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Er vektorerne i S lineært *uafhængige*?

CORRECT

Your Answer: Nej

(b)

Bestem dimensionen af $\mathrm{Span}\,S$. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel
`2`

CORRECT

Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2

Question 12: *Score 10/10*

Der er givet en 3×3 matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ a+2 & a+2 & a+2 \end{pmatrix}$$

Her er a et vilkårligt reelt tal.
Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Beregn determinanten af A, $\det A$.
Svaret skal givet i Maple syntax. Et udtryk som $2a - 4$ indtastes som
`2*a-4`
og et udtryk som $2a^2 - 3a + 7$ indtastes som
`2*a^2-3*a+7`

CORRECT

Your Answer: a^2+3*a+2

Comment: Determinanten er lig med $a^2 + 3\,a + 2$.

(b)

Bestem den eller de værdier af a, for hvilke matricen A *ikke* er invertibel (*ikke* er regulær).
Svaret skal gives i Maple syntax. Hvis svaret er for eksempel $a = 4$, skal tallet indtastes. Hvis svaret er for eksempel $a = 4$ og $a = -2$, skal de to tal indtastes, separeret af et komma, som i
`4,-2`
Rækkefølgen betyder ikke noget.

CORRECT

Your Answer: -1,-2

Comment: A er ikke invertibel for værdierne
a= -2 og a= -1
