

Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

# Rubik's Cube

## Netværk og Algoritmer

A215

Aalborg Universitet

23. juni 2010

- ▶ Ungarn
- ▶ 1944
- ▶ Ingeniør
- ▶ Patent i 1977

Forside

Introduktion

**Ernö Rubik**

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

## Rubik's Cube

Forside

# Introduktion

Ernö Rubik

## Rubik's Terningen

## Problem

## Formulering

## Programübersicht

## Gruppe Teori

Grænser

Den Nedre Grænse

Begynderens

## Algorithme

Kociemba's

## Optimale Løser

## Demonstration

## Resultater

## Konklusion

-

# Problem Formulering

Rubik's Cube

A215

Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

**Problem  
Formulering**

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens  
Algoritme

Kociemba's  
Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

- ▶ How have the upper and lower bounds of the Rubik's Cube progressed and how have they been proven?
- ▶ How efficient is Kociemba's optimal solver compared to beginner's algorithm and how can this be tested?

# Programoversigt

Introduktion

Problem Formulering

Gruppe Teori

Grænser

Begynderens Algoritme

Kociemba's Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Rubik's Cube

A215

Forside

Introduktion

Ernö Rubik  
Rubik's Terningen

Problem  
Formulering

**Programoversigt**

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse  
Den Nedre Grænse  
Fremtiden

Begynderens  
Algoritme

Kociemba's  
Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

- ▶ Gruppe definition
  - ▶ (*set, operator*)
- ▶ Rubik's grupper
  - ▶  $M_1 * M_2 \in G$
  - ▶ Tomt move:  $e * M = M$
  - ▶ Invers move:  $M$  og  $M'$
  - ▶ Associative lov:  $(M_1 * M_2) * M_3 = M_1 * (M_2 * M_3)$
- ▶ Undergruppe

- ▶ Den øvre grænse
  - ▶ 22
  - ▶ Rokicki's set solver
- ▶ Den nedre grænse
  - ▶ 20
  - ▶ Super flip
- ▶ Fremtiden

Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

**Grænser**

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

# Den Øvre Grænse

Rubik's Cube

A215

Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

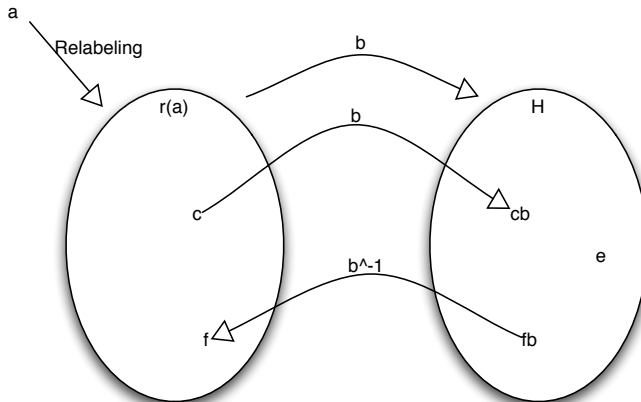
Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling





## Rubik's Cube

Forside

## Formulering

## Gruppe Teori

## Den Øvre Grænse

## Algorithme

## Kociemba's Optimale Løser



Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

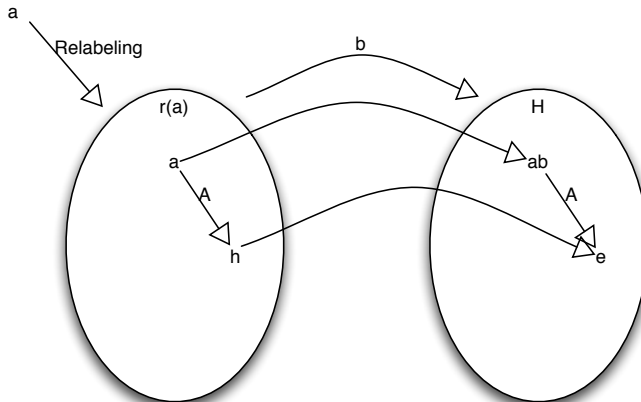
Demonstration

Resultater

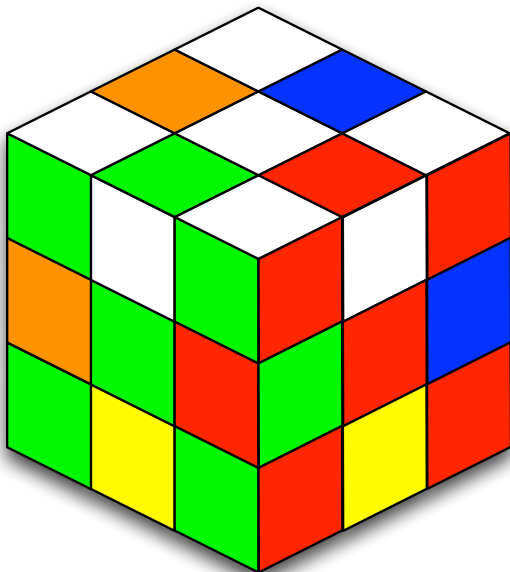
Konklusion

Procesanalyse

Opsamling



# Den Nedre Grænse



Rubik's Cube

A215

Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

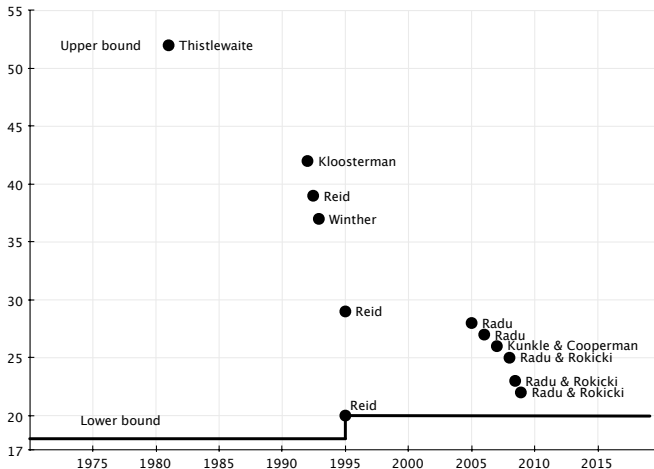
Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling



# Begynderens Algoritme

- ▶ Funktionalitet
- ▶ Implementeringen
  - ▶ Ikke analyserende
  - ▶ Lineær eksekvering
- ▶ Effektivisering
  - ▶ Flere algoritmer
  - ▶ Forskellige udgangspunkter

Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

**Begynderens  
Algoritme**

Kociemba's  
Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's  
Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

- ▶ Funktionalitet
  - ▶ Undergruppen H
  - ▶ Bredde først søge algoritme
- ▶ Problemstillinger ved implementeringen
  - ▶ Langsom
  - ▶ Manglende opslag
- ▶ Effektivisering
  - ▶ Flere H'er
  - ▶ Nogle opslag

# Demonstration

Rubik's Cube

A215

Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

**Demonstration**

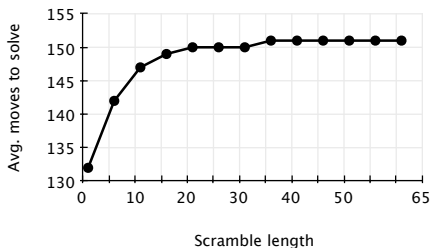
Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

- ▶ Begynderens algoritme
  - ▶ 10.000.000 løste terninger
  - ▶ 50 scrambles per terning
  - ▶ 152 træk i gennemsnit
  - ▶ Løsning på under et millisekund





Forside

Introduktion

Ernö Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

Demonstration

**Resultater**

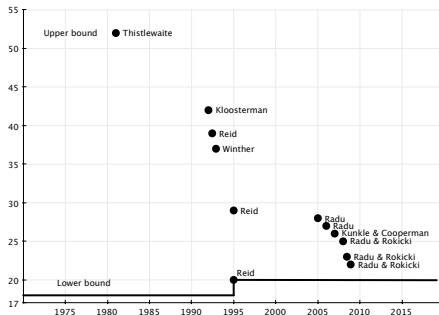
Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

- ▶ Kociemba's optimal solver
  - ▶ Altid optimal løsning (jf. den øvre grænse)
  - ▶ Lang tid for hver løsning
  - ▶ Altid løsning inden for 18 millioner år

- ▶ How have the upper and lower bounds of the Rubik's Cube progressed and how have they been proven?
  - ▶ Den øvre grænse er bevist med Rokicki's set solver.
  - ▶ Den nedre grænse bevist ved test.



Forside

Introduktion

Ernő Rubik

Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse

Den Nedre Grænse

Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's

Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

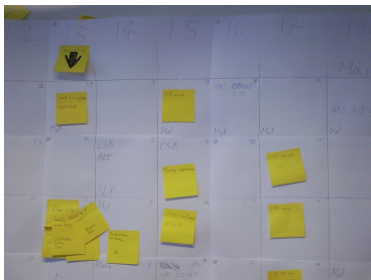
Procesanalyse

Opsamling

- ▶ How efficient is Kociemba's optimal solver compared to beginner's algorithm and how can this be tested?
  - ▶ Twist-wise
    - ▶ Begynderens bruger i snit 151 træk
    - ▶ Kociemba's bruger altid under 22 træk
  - ▶ Time-wise
    - ▶  $1,2 \cdot 10^{18}$
  - ▶ Computer tests

# Procesanalyse

- ▶ Projektplanlægning
  - ▶ Gruppesarbejde
  - ▶ To mands grupper
- ▶ Rettelser løbende
- ▶ Samarbejde med vejleder
- ▶ Læringsmål



Forside

Introduktion

Ernö Rubik  
Rubik's Terningen

Problem

Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse  
Den Nedre Grænse  
Fremtiden

Begynderens

Algoritme

Kociemba's  
Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling

# Opsamling

Introduktion

Problem Formulering

Gruppe Teori

Grænser

Begynderens Algoritme

Kociemba's Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Rubik's Cube

A215

Forside

Introduktion

Ernö Rubik  
Rubik's Terningen

Problem  
Formulering

Programoversigt

Gruppe Teori

Grænser

Den Øvre Grænse  
Den Nedre Grænse  
Fremtiden

Begynderens  
Algoritme

Kociemba's  
Optimale Løser

Demonstration

Resultater

Konklusion

Procesanalyse

Opsamling