



View Details

View Grade

Help

Quit & Save

Feedback: Details Report

[\[PRINT\]](#)

2010 Matematik 2A hold 4, Prøveeksamen juni 2010
Dan Stenholt Moeller, 6/8/10 at 9:56 AM

Question 1: Score 15/15

Der er givet en $n \times n$ matrix A med den egenskab, at der findes et b , så at ligningssystemet $Ax = b$ er inkonsistent. Markér alle sande udsagn nedenfor.

| Choice | Selected | | |
|---|----------|--|--|
| Det homogene ligningssystem $Ax = 0$ har en ikke-triviel løsning. | Yes | | |
| Nul er ikke en egenværdi for A . | No | | |
| A er ikke invertibel. | Yes | | |
| A er aldrig diagonaliserbar. | No | | |



Number of available correct choices: 2

[Partial Grading Explained](#)

Question 2: Score 15/15

Der er givet to invertible 3×3 matricer A og B ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Opgaven går ud på at bestemme den 3×3 matrix X , som opfylder ligningen

$$X^{-1}A = B.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Markér den korrekte formel for X .



Your Answer: $X = AB^{-1}$

(b)

Bestem løsningen X .

Svaret skal gives i Maple syntax. En 3×3 matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$



indtastes som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,0],[5,0,6]])`

Your Answer: `Matrix([[0,-1,-3],[4,4,3],[1,1,1]])`

Løsningen er

Comment: $X = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 4 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Question 3: Score 15/15

Der er givet en 3×3 matrix A med den egenskab, at der findes et b , så at ligningssystemet $Ax = b$ er inkonsistent. Besvar følgende to spørgsmål.

- (a) Angiv den største værdi, som dimensionen af søjlerummet for A , $\dim \text{Col}A$, kan antage.
Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel
3



Your Answer: 2

Comment: Svaret er 2.

- (b) Angiv den mindste værdi, som dimensionen af nulrummet for A , $\dim \text{Nul}A$, kan antage.
Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel
3



Your Answer: 1

Comment: Svaret er 1.

Question 4: Score 10/10

Der er givet følgende lineære ligningssystem, bestående af fire ligninger i tre variable.

$$2x_1 - 2x_2 - x_3 = -4$$

$$x_1 - x_2 - 2x_3 = 5$$

$$x_2 - x_3 = 3$$

$$2x_3 = -1$$

Find den udvidede koefficientmatrix (totalmatricen) for dette system.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix. Et eksempel er

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

Tryk på [preview](#) for at se matricen du har tastet ind.

Your Answer: `Matrix([[2,-2,-1,-4],[1,-1,-2,5],[0,1,-1,3],[0,0,2,-1]])`



Comment: Den udvidede koefficientmatrix er $\begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 & -4 \\ 1 & -1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Question 5: Score 10/10

Der er givet en lineær afbildning fra \mathbf{R}^n , $n=3$, til \mathbf{R}^m , $m=4$ ved

$$T(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 - 2x_3 \\ -2x_1 + 2x_2 \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 \\ -x_1 + x_2 \end{pmatrix}$$

- (i) Bestem standardmatricen for denne lineære afbildning.
Svaret skal gives under brug af Maple syntax. En 3×4 matrix



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

indtastes som

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

Your Answer: `Matrix([[1,-1,-2],[-2,2,0],[-2,-2,1],[-1,1,0]])`

Det korrekte svar er

Comment: $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(ii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er injektiv (på engelsk 'one-to-one'). Hvis T er injektiv, skriv *ja* i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er injektiv, skriv *nej* i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten *ja* eller *nej*, altså små bogstaver. Svar som *Ja* og *JA* og *ja* vil være forkerte.

Your Answer: *ja*

Comment: No feedback provided with this question



(iii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er surjektiv (på engelsk 'onto'). Hvis T er surjektiv, skriv *ja* i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er surjektiv, skriv *nej* i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten *ja* eller *nej*, altså små bogstaver. Svar som *Ja* og *JA* og *ja* vil være forkerte.

Your Answer: *nej*

Comment: No feedback provided with this question



Comments:

Den reducerede echelonform af standardmatricen for T er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Question 6: Score 10/10

Der er givet et lineært ligningssystem bestående af to ligninger med fire ubekendte.

$$-x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -2$$

$$-2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 14$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en løsning til dette *inhomogene* ligningssystem.

Svaret skal gives i Maple syntax, som en vektor, hvor alle indgange er tal. En vektor

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

indtastes som

`Vector([1,2,3])`

Your Answer: `Vector([-5/2,9/2,0,0])`

Et korrekt svar er

Comment:



$$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Der kan være mange andre korrekte svar.

(ii)

Bestem den fuldstændige løsning til det tilsvarende *homogene* ligningssystem. Svaret skal gives på parametriseret vektorform.

Hvis svaret for eksempel er $c_1 \mathbf{a} + c_2 \mathbf{b}$, skal de to vektorer indtastes i Maple syntax, adskilt af et komma. For eksempel

`Vector([1,1,0,1]), Vector([-3,1,1,0])`

Koefficienterne c_1 og c_2 skal ikke indtastes. Hvis den eneste løsning er nulvektoren, skal en nulvektor med det rigtige antal komponenter indtastes som svar.

Your Answer: Vector([0, -1, 1, 0]), Vector([-1/4, -3/4, 0, 1])

Et korrekt svar er alle linearkombinationer af vektorerne i mængden

Comment: $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ -\frac{3}{4} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Der kan være mange andre korrekte svar.



Question 7: Score 10/10

Der er givet en matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -5 \\ 4 & 2 & 4 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

og to elementære matricer E_1 og E_2 ved

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ og } E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matricen B fremkommer ved at anvende først rækkeoperationen givet ved E_1 og dernæst rækkeoperationen givet ved E_2 .

Markér matricen B nedenfor.

Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & -5 \\ 8 & -6 & 10 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$



Question 8: Score 10/10

Der er givet en matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -4 & -7 & -2 & -1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende tre spørgsmål.

(i)

Markér den matrix nedenfor, som er den reducerede echelon form af matricen A



Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{-1}{5} & \frac{-4}{5} & 0 & \frac{-2}{5} \\ 0 & 1 & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(ii)

Find dimensionen af søjlerummet $\text{Col}A$. Skriv svaret som et tal nedenfor.

Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2.

(iii)

Find dimensionen af nulrummet $\text{Nul}A$. Skriv svaret som et tal nedenfor.

Your Answer: 4

Comment: Dimensionen er 4.

Question 9: Score 15/15

Der er givet et sæt $S = \{a, b, c\}$ af vektorer i \mathbb{R}^4 , hvor

$$a = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Er vektorerne i S lineært uafhængige?

Your Answer: Ja

(b)

Bestem dimensionen af $\text{Span}S$. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel 2

Your Answer: 3

Comment: Dimensionen er 3

Question 10: Score 15/15

Der er givet et underrum

$$H = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en basis for H .Svaret skal angives i Maple syntax som en komma-separeret liste af vektorer, for eksempel som `Vector([1,0,0]), Vector([2,3,0])`

Your Answer: Vector([0,1]),Vector([1,0])

Et muligt valg af basis er

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Comment:

Der er mange andre baser.

(ii)

Find dimensionen af H . Skriv svaret som et tal nedenfor.**Your Answer:** 2**Comment:** Dimensionen er 2.**Question 11: Score 15/15**Der er givet en diagonaliserbar 3×3 matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 10 \\ 0 & -2 & -15 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Besvar nedenstående to spørgsmål.

(i)

Bestem egenverdierne for A .Svaret skal gives som tal adskilt af komma. Hvis egenverdierne er 1 , -1 , og 2 , skal svaret gives som $1, -1, 2$ Hvis 1 er egenverdi med multiplicitet 2 , og den tredje egenverdi er -4 skal svaret gives som $-4, 1, 1$

altså gentagelse svarende til multiplicitet. Rækkefølgen betyder ikke noget.

**Your Answer:** -2,-2,3**Comment:** Egenverdierne er -2 , -2 og 3 .

(ii)

Sorter de fundne egenverdier efter størrelse, og lad D betegne den 3×3 diagonalmatrix, der har den mindste egenverdi som indgang D_{11} og den største som indgang D_{33} .Bestem en 3×3 invertibel matrix P , således at $A = PDP^{-1}$.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix, for eksempel indtastes matricen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

som

Matrix([[1,2,3],[0,4,5],[0,0,6]])

Pas på, at du ikke bytter om på rækker og søjler. Brug preview funktionen til at se, at du har indtastet det, du mente at indtaste.

**Your Answer:** Matrix([[0, 1, 2], [1, 0, -3], [0, 0, 1]])

Et muligt korrekt svar er

$$\text{Comment: } P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Der er mange andre korrekte svar.

Question 12: Score 10/10Der er givet en 3×3 matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} a+2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ a+2 & 0 & a+3 \end{pmatrix}$$

Her er a et vilkårligt reelt tal.

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Beregn determinanten af A , $\det A$.Svaret skal givet i Maple syntax. Et udtryk som $2a - 4$ indtastes som $2*a-4$ 

og et udtryk som $2a^2 - 3a + 7$ indtastes som
 $2*a^2-3*a+7$

Your Answer: $(a+2)*(a+3)$

Comment: Determinanten er lig med $a^2 + 5a + 6$.

(b)

Bestem den eller de værdier af a , for hvilke matricen A ikke er invertibel (ikke er regulær).

Svaret skal gives i Maple syntax. Hvis svaret er for eksempel $a = 4$, skal tallet indtastes. Hvis svaret er for eksempel $a = 4$ og $a = -2$, skal de to tal indtastes, separeret af et komma, som i

$4, -2$

Rækkefølgen betyder ikke noget.

Your Answer: -2,-3

Comment: A er ikke invertibel for værdierne
 $a = -3$ og $a = -2$

