

## Feedback: Details Report

[\[PRINT\]](#)

2010 Matematik 2A hold 4, Prøveeksamen juni 2010  
Alex Bondo Andersen, 6/8/10 at 10:58 AM

## Question 1: Score 15/15

Der er givet to invertible  $3 \times 3$  matricer  $A$  og  $B$  ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Opgaven går ud på at bestemme den  $3 \times 3$  matrix  $X$ , som opfylder ligningen

$$A^{-1}X^{-1} = B^{-1}.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Markér den korrekte formel for  $X$ .



Your Answer:  $X = BA^{-1}$

(b)

Bestem løsningen  $X$ .

Svaret skal gives i Maple syntax. En  $3 \times 3$  matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$



indtastes som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,0],[5,0,6]])`

Your Answer: `Matrix([[1,1,4],[-1,0,-3],[-1,-1,-3]])`

Løsningen er

Comment:  $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -3 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

## Question 2: Score 10/10

Der er givet en  $3 \times 3$  matrix  $A$  ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & a & 0 \\ -1 & -2-a & a \end{pmatrix}$$

Her er  $a$  et vilkårligt reelt tal.

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Beregn determinanten af  $A$ ,  $\det A$ .Svaret skal givet i Maple syntax. Et udtryk som  $2a - 4$  indtastes som  $2*a-4$ og et udtryk som  $2a^2 - 3a + 7$  indtastes som  $2*a^2-3*a+7$ **Your Answer:**  $a^2+a$ **Comment:** Determinanten er lig med  $a^2 + a$ .

(b)

Bestem den eller de værdier af  $a$ , for hvilke matricen  $A$  ikke er invertibel (ikke er regulær).Svaret skal gives i Maple syntax. Hvis svaret er for eksempel  $a = 4$ , skal tallet indtastes. Hvis svaret er for eksempel  $a = 4$  og  $a = -2$ , skal de to tal indtastes, separeret af et komma, som i  $4,-2$ 

Rækkefølgen betyder ikke noget.

**Your Answer:** 0,-1**Comment:**  $A$  er ikke invertibel for værdierne  $a = -1$  og  $a = 0$ **Question 3: Score 6.66/10**Der er givet en lineær afbildning fra  $\mathbb{R}^n$ ,  $n = 3$ , til  $\mathbb{R}^m$ ,  $m = 2$  ved

$$T(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 2x_1 + 2x_3 \\ x_1 - x_3 \end{pmatrix}$$

(i)

Bestem standardmatricen for denne lineære afbildning.

Svaret skal gives under brug af Maple syntax. En  $3 \times 4$  matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

indtastes som

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`**Your Answer:** `Matrix([[2,0,2],[1,0,-1]])`

Det korrekte svar er

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(ii)

Afgør, om den lineære afbildning  $T$  ovenfor er injektiv (på engelsk 'one-to-one'). Hvis  $T$  er injektiv, skriv ja i svarfeltet nedenfor. Hvis  $T$  ikke er injektiv, skriv nej i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten ja eller nej, altså små bogstaver. Svar som Ja og JA og jA vil være forkerte.

**Your Answer:** ja**Comment:** No feedback provided with this question

(iii)

Afgør, om den lineære afbildning  $T$  ovenfor er surjektiv (på engelsk 'onto'). Hvis  $T$  er surjektiv, skriv ja i svarfeltet nedenfor. Hvis  $T$  ikke er surjektiv, skriv nej i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten ja eller nej, altså små bogstaver. Svar som Ja og JA og jA vil være forkerte.

**Your Answer:** ja**Comment:** No feedback provided with this question**Comments:**Den reducerede echelonform af standardmatricen for  $T$  er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

#### Question 4: Score 10/10

Der er givet et lineært ligningssystem bestående af to ligninger med tre ubekendte.

$$-x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 7$$

$$-2x_1 + x_2 - 2x_3 = 2$$

Besvar følgende to spørgsmål.

- (i) Bestem en løsning til dette *inhomogene* ligningssystem. Svaret skal gives i Maple syntax, som en vektor, hvor alle indgange er tal. En vektor

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



indtastes som  
`Vector([1,2,3])`

**Your Answer:** Vector([1,4,0])

Et korrekt svar er

**Comment:**  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Der kan være mange andre korrekte svar.

- (ii) Bestem den fuldstændige løsning til det tilsvarende *homogene* ligningssystem. Svaret skal gives på parametriseret vektorform. Hvis svaret for eksempel er  $c_1 \mathbf{a} + c_2 \mathbf{b}$ , skal de to vektorer indtastes i Maple syntax, adskilt af et komma. For eksempel  
`Vector([1,1,0,1]), Vector([-3,1,1,0])`  
Koefficienterne  $c_1$  og  $c_2$  skal ikke indtastes. Hvis den eneste løsning er nulvektoren, skal en nulvektor med det rigtige antal komponenter indtastes som svar.



**Your Answer:** Vector([-2/3,2/3,1])

Et korrekt svar er alle linearkombinationer af vektorerne i mængden

**Comment:**  $\left\{ \begin{pmatrix} -2/3 \\ 2/3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Der kan være mange andre korrekte svar.

#### Question 5: Score 15/15

Der er givet et sæt  $\mathcal{S} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$  af vektorer i  $\mathbb{R}^2$ , hvor

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende to spørgsmål.

- (a) Er vektorerne i  $\mathcal{S}$  lineært *uafhængige*?



**Your Answer:** Nej

- (b) Bestem dimensionen af  $\text{Span} \mathcal{S}$ . Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel





Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2

**Question 6: Score 0/10**

Der er givet følgende lineære ligningssystem, bestående af tre ligninger i tre variable.

$$-x_1 - x_2 + x_3 = 5$$

$$2x_2 - x_3 = -3$$

$$-x_2 = 1$$

Find koefficientmatricen for dette system.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix. Et eksempel er

Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])

Tryk på preview for at se matricen du har tastet ind.



Your Answer: Matrix([[-1,-1-1,5],[0,2,-1,-3],[0,-2,0,1]])

Comment: Koefficientmatricen er  $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**Question 7: Score 10/10**Der er givet en matrix  $A$  ved

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

og to elementære matricer  $E_1$  og  $E_2$  ved

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \text{ og } E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matricen  $B$  fremkommer ved at anvende først rækkeoperationen givet ved  $E_1$  og dernæst rækkeoperationen givet ved  $E_2$ .Markér matricen  $B$  nedenfor.

Your Answer:

$$\begin{pmatrix} -32 & 47 & 37 \\ 2 & 4 & -2 \\ 9 & -12 & -9 \end{pmatrix}$$

**Question 8: Score 15/15**Der er givet en  $5 \times 5$  matrix  $A$  med den egenskab, at der findes et  $b$ , så at ligningssystemet  $Ax = b$  er inkonsistent. Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Angiv den største værdi, som dimensionen af søjlerummet for  $A$ ,  $\dim \text{Col}A$ , kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel

3



Your Answer: 4

Comment: Svaret er 4.

(b)

Angiv den mindste værdi, som dimensionen af nulrummet for  $A$ ,  $\dim \text{Nul}A$ , kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel

3



Your Answer: 1

Comment: Svaret er 1.

**Question 9: Score 10/10**

Der er givet en matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende tre spørgsmål.

(i)

Markér den matrix nedenfor, som er den reducerede echelon form af matricen  $A$ .



Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(ii)

Find dimensionen af søjlerummet  $\text{Col}A$ . Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2.

(iii)

Find dimensionen af nulrummet  $\text{Nul}A$ . Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 1

Comment: Dimensionen er 1.

**Question 10: Score 15/15**

Der er givet en diagonaliserbar  $3 \times 3$  matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Besvar nedenstående to spørgsmål.

(i)

Bestem egenværdierne for  $A$ .

Svaret skal gives som tal adskilt af komma. Hvis egenværdierne er  $1$ ,  $-1$ , og  $2$ , skal svaret gives som  $1, -1, 2$ .

Hvis  $1$  er egenværdi med multiplicitet  $2$ , og den tredje egenværdi er  $-4$  skal svaret gives som  $-4, 1, 1$ .

altså gentagelse svarende til multiplicitet. Rækkefølgen betyder ikke noget.

Your Answer: -3,1,1

Comment: Egenværdierne er  $-3$ ,  $1$  og  $1$ .



(ii)

Sorter de fundne egenværdier efter størrelse, og lad  $D$  betegne den  $3 \times 3$  diagonalmatrix, der har den mindste egenværdi som indgang  $D_{11}$  og den største som indgang  $D_{33}$ .

Bestem en  $3 \times 3$  invertibel matrix  $P$ , således at  $A = PDP^{-1}$ .

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix, for eksempel indtastes matricen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

som



`Matrix([[1,2,3],[0,4,5],[0,0,6]])`

Pas på, at du ikke bytter om på rækker og søjler. Brug preview funktionen til at se, at du har indtastet det, du mente at indtaste.

**Your Answer:** `Matrix([[1, 1, -1], [0, 0, 1], [0, 1, 0]])`

Et muligt korrekt svar er

**Comment:** 
$$P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Der er mange andre korrekte svar.

### Question 11: Score 15/15

Der er givet et underrum

$$H = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en basis for  $H$ .

Svaret skal angives i Maple syntax som en komma-separeret liste af vektorer, for eksempel som `Vector([1,0,0]), Vector([2,3,0])`



**Your Answer:** `Vector([1,0])`

Et muligt valg af basis er

**Comment:** 
$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Der er mange andre baser.

(ii)

Find dimensionen af  $H$ . Skriv svaret som et tal nedenfor.



**Your Answer:** 1

**Comment:** Dimensionen er 1.

### Question 12: Score 15/15

Der er givet en  $n \times n$  matrix  $A$  med den egenskab, at søjlerne i  $A$  udspænder  $\mathbb{R}^n$ .  
Markér alle sande udsagn nedenfor.

Choice	Selected		
Ligningssystemet $Ax = 0$ har en ikke-triviel løsning.	No	<a href="#">[answer withheld]</a>	
$A$ er invertibel.	Yes	<a href="#">[answer withheld]</a>	
Nul er ikke en egen værdi for $A$ .	Yes	<a href="#">[answer withheld]</a>	
$A$ er diagonaliserbar.	No	<a href="#">[answer withheld]</a>	



Number of available correct choices: 2

[Partial Grading Explained](#)