



2010 Matematik 2A hold 4 : Prøveeksamen juni 2010



Welcome Jens Mohr Mortensen
[My Profile]

[View Details](#)
[View Grade](#)
[Help](#)
[Quit & Save](#)

Feedback: Details Report

[\[PRINT\]](#)

2010 Matematik 2A hold 4, Prøveeksamen juni 2010
Jens Mohr Mortensen, 5/31/10 at 12:30 PM

Question 1: Score 10/10

Der er givet en matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende tre spørgsmål.

(i)

Markér den matrix nedenfor, som er den reducerede echelon form af matricen A



Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(ii)

Find dimensionen af søjlerummet $\text{Col}A$. Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2.

(iii)

Find dimensionen af nulrummet $\text{Nul}A$. Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 1

Comment: Dimensionen er 1.

Question 2: Score 0/15

Der er givet en 4×4 matrix A med følgende egenskaber:



A har tre egenverdier, -1 , 0 og 2 .

Egenrummet hørende til egenverdierne -1 har dimension 2.

Markér alle sande udsagn nedenfor.

Choice	Selected	✓/✗	Points
Ligningssystemet $Ax = b$ er konsistent for alle b .	No		
A er invertibel	No		



Der gælder, at $\det A = 0$.	No		
A er diagonaliserbar.	No		

Number of available correct choices: 2

[Partial Grading Explained](#)**Question 3: Score 10/10**Der er givet en 3×3 matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 0 & -1 \\ 1 & a+1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Her er a et vilkårligt reelt tal.

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Beregn determinanten af A , $\det A$.Svaret skal givet i Maple syntax. Et udtryk som $2a - 4$ indtastes som $2*a-4$ og et udtryk som $2a^2 - 3a + 7$ indtastes som $2*a^2-3*a+7$ **Your Answer:** a^2+2*a **Comment:** Determinanten er lig med $a^2 + 2a$.

(b)

Bestem den eller de værdier af a , for hvilke matricen A ikke er invertibel (ikke er regulær).Svaret skal gives i Maple syntax. Hvis svaret er for eksempel $a = 4$, skal tallet indtastes. Hvis svaret er foreksempel $a = 4$ og $a = -2$, skal de to tal indtastes, separeret af et komma, som i $4,-2$

Rækkefølgen betyder ikke noget.

**Your Answer:** 0,-2**Comment:** A er ikke invertibel for værdierne
 $a = 0$ og $a = -2$ **Question 4: Score 15/15**Der er givet en diagonaliserbar 3×3 matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Besvar nedenstående to spørgsmål.

(i)

Bestem egenværdierne for A .Svaret skal gives som tal adskilt af komma. Hvis egenværdierne er 1 , -1 , og 2 , skal svaret gives som $1,-1,2$ Hvis 1 er egenværdi med multiplicitet 2 , og den tredje egenværdi er -4 skal svaret gives som $-4,1,1$

altså gentagelse svarende til multiplicitet. Rækkefølgen betyder ikke noget.

**Your Answer:** -1,-1,1**Comment:** Egenværdierne er -1 , -1 og 1 .

(ii)

Sorter de fundne egenværdier efter størrelse, og lad D betegne den 3×3 diagonalmatrix, der har den mindste egenværdi som indgang D_{11} og den største som indgang D_{33} .Bestem en 3×3 invertibel matrix P , således at $A = PDP^{-1}$.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix, for eksempel indtastes matricen



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,5],[0,0,6]])`

Pas på, at du ikke bytter om på rækker og søjler. Brug preview funktionen til at se, at du har indtastet det, du mente at indtaste.

Your Answer: `Matrix([[0,1,-1],[1,0,-1],[0,0,1]])`

Et muligt korrekt svar er

Comment: $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Der er mange andre korrekte svar.

Question 5: Score 15/15

Der er givet et sæt $\mathcal{S} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ af vektorer i \mathbb{R}^4 , hvor

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Er vektorerne i \mathcal{S} lineært *uafhængige*?



Your Answer: Ja

(b)

Bestem dimensionen af $\text{span} \mathcal{S}$. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel 2



Your Answer: 3

Comment: Dimensionen er 3

Question 6: Score 10/10

Der er givet et lineært ligningssystem bestående af to ligninger med fire ubekendte.

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 6$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -4$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en løsning til dette *inhomogene* ligningssystem.

Svaret skal gives i Maple syntax, som en vektor, hvor alle indgange er tal. En vektor

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

indtastes som

`Vector([1,2,3])`

Your Answer: `Vector([-1/3,10/3,0,0])`

Et korrekt svar er

Comment:



$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Der kan være mange andre korrekte svar.

(ii)

Bestem den fuldstændige løsning til det tilsvarende *homogene* ligningssystem. Svaret skal gives på parametriseret vektorform.

Hvis svaret for eksempel er $c_1 \mathbf{a} + c_2 \mathbf{b}$, skal de to vektorer indtastes i Maple syntax, adskilt af et komma. For eksempel

`Vector([1,1,0,1]), Vector([-3,1,1,0])`

Koefficienterne c_1 og c_2 skal ikke indtastes. Hvis den eneste løsning er nulvektoren, skal en nulvektor med det rigtige antal komponenter indtastes som svar.

Your Answer: Vector([-1,0,1,0]),Vector([1/6,-2/3,0,1])

Et korrekt svar er alle linearkombinationer af vektorerne i mængden

Comment: $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{6} \\ -\frac{2}{3} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Der kan være mange andre korrekte svar.



CORRECT

Question 7: Score 15/15

Der er givet to invertible 3×3 matricer A og B ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Opgaven går ud på at bestemme den 3×3 matrix X , som opfylder ligningen $AX = B$.

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Markér den korrekte formel for X .



CORRECT

Your Answer: $X = A^{-1}B$

(b)

Bestem løsningen X .

Svaret skal gives i Maple syntax. En 3×3 matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$



CORRECT

indtastes som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,0],[5,0,6]])`

Your Answer: Matrix([[1,-5,2],[0,1,0],[0,-1,1]])

Løsningen er

Comment: $X = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Question 8: Score 10/10

Der er givet følgende lineære ligningssystem, bestående af fire ligninger i tre variable.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$2x_1 + x_2 - 2x_3 = -1$$

$$-2x_1 + x_2 = -2$$

$$-2x_2 = 0$$

Find den udvidede koefficientmatrix (totalmatricen) for dette system.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix. Et eksempel er

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

Tryk på [preview](#) for at se matricen du har tastet ind.

Your Answer: `Matrix([[1, 1, 1, 5], [2, 1, -2, -1], [-2, 1, 0, -2], [0, -2, 0, 0]])`



CORRECT

Comment: Den udvidede koefficientmatrix er
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Question 9: Score 15/15

Der er givet en 2×3 matrix A . Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Angiv den største værdi, som dimensionen af søjlerummet for A , $\dim \text{Col}A$, kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel

3

Your Answer: 2

Comment: Svaret er 2.



CORRECT

(b)

Angiv den mindste værdi, som dimensionen af nulrummet for A , $\dim \text{Nul}A$, kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel

3

Your Answer: 1

Comment: Svaret er 1.



CORRECT

Question 10: Score 10/10

Der er givet en matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \\ -5 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

og to elementære matricer E_1 og E_2 ved

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matricen B fremkommer ved at anvende først rækkeoperationen givet ved E_1 og dernæst rækkeoperationen givet ved E_2 .

Markér matricen B nedenfor.

Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 7 & -3 & 17 \\ -5 & -4 & -5 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$



CORRECT

Question 11: Score 15/15

Der er givet et underrum

$$H = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en basis for H .

Svaret skal angives i Maple syntax som en komma-separeret liste af vektorer, for eksempel som `Vector([1,0,0]), Vector([2,3,0])`



Your Answer: Vector([1,0]),Vector([0,1])

Et muligt valg af basis er

Comment: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Der er mange andre baser.

(ii)

Find dimensionen af H . Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2.

Question 12: Score 10/10

Der er givet en lineær afbildning fra \mathbf{R}^n , $n = 2$, til \mathbf{R}^m , $m = 3$ ved

$$T(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} -2x_1 - 2x_2 \\ -x_2 \\ -x_1 - 2x_2 \end{pmatrix}$$

(i)

Bestem standardmatricen for denne lineære afbildning.

Svaret skal gives under brug af Maple syntax. En 3×4 matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$



indtastes som

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

Your Answer: Matrix([[-2, -2], [0, -1], [-1, -2]])

Det korrekte svar er

Comment: $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$

(ii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er injektiv (på engelsk 'one-to-one'). Hvis T er injektiv, skriv *ja* i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er injektiv, skriv *nej* i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten *ja* eller *nej*, altså små bogstaver. Svar som *Ja* og *JÅ* og *jA* vil være forkerte.



Your Answer: ja

Comment: No feedback provided with this question

(iii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er surjektiv (på engelsk 'onto'). Hvis T er surjektiv, skriv *ja* i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er surjektiv, skriv *nej* i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten *ja* eller *nej*, altså små bogstaver. Svar som *Ja* og *JÅ* og *jA* vil være forkerte.



Your Answer: nej

Comment: No feedback provided with this question

Comments:

Den reducerede echelonform af standardmatricen for T er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
