

MapleT.A. 2010 Matematik 2A hold 4 : Prøveeksamen juni 2010



View Grade Quit & Save **View Details** Help

Feedback: Details Report

[PRINT]

2010 Matematik 2A hold 4, Prøveeksamen juni 2010 Mikael Midtgaard, 6/1/10 at 10:29 AM

Question 1: Score 15/15

Der er givet en $n \times n$ matrix A med den egenskab, at søjlerne i A er lineært afhængige. Markér alle sande udsagn nedenfor.

Choice	Selected	/
A er ikke invertibel.	Yes	[answer withheld]
$oldsymbol{A}$ er diagonaliserbar.	No	[answer withheld]
Ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ er konsistent for alle \mathbf{x} .	No	[answer withheld]
Nul er en egenværdi for $A.$	Yes	[answer withheld]



Number of available correct choices: 2

Partial Grading Explained

Question 2: Score 10/10

Der er givet en matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & -7 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende tre spørgsmål.

(i)

Markér den matrix nedenfor, som er den reducerede echelon form af matricen $\,A\,$



Your Answer:

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & \frac{5}{3} \\
0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} \\
0 & 0 & 1 & \frac{-1}{3} \\
0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

(ii)

Find dimensionen af søjlerummet ColA. Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 3

1 af 7 01/06/2010 11:16 Comment: Dimensionen er 3

(iii)

Find dimensionen af nulrummet NulA. Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 1

Comment: Dimensionen er 1.

Question 3: Score 15/15

Der er givet et underrum

$$H = \operatorname{Span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en basis for H.

Svaret skal angives i Maple syntax som en komma-separeret liste af vektorer, for eksempel som Vector([1,0,0]), Vector([2,3,0])



Your Answer: Vector([1,0]), Vector([0,1])

Et muligt valg af basis er

Comment:

$$\left\{ \left(\begin{array}{c} 1\\0 \end{array}\right), \left(\begin{array}{c} 0\\1 \end{array}\right) \right\}$$

Der er mange andre baser.

(ii)

Find dimensionen af H. Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2.

Question 4: Score 10/10

Der er givet en matrix A ved

$$A = \left(\begin{array}{cccc} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \end{array} \right)$$

og to elementære matricer E_1 og E_2 ved



$$E_1 = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{array}\right) \text{ og } E_2 = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Matricen B fremkommer ved at anvende først rækkeoperationen givet ved E_1 og dernæst rækkeoperationen givet ved E_2 .

Markér matricen $\,B\,$ nedenfor.

Your Answer:

$$\begin{pmatrix}
0 & 2 & 1 & -1 \\
-1 & 1 & -2 & 0 \\
1 & 9 & 2 & -2
\end{pmatrix}$$

Question 5: Score 10/10

Der er givet et lineært ligningssystem bestående af to ligninger med fire ubekendte

$$x_1 - 2 x_2 - 2 x_3 - x_4 = 0$$
$$-2 x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 9$$

Besvar følgende to spørgsmål.

CORRECT

(i)

Bestem en løsning til dette *inhomogene* ligningssystem.

Svaret skal gives i Maple syntax, som en vektor, hvor alle indgange er tal. En vektor

1 2 3



indtastes som

Vector([1,2,3])

Your Answer: Vector([-6,-3,0,0])

Et korrekt svar er

-3

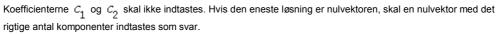
Comment:

Der kan være mange andre korrekte svar.

(ii) Bestem den fuldstændige løsning til det tilsvarende *homogene* ligningssystem. Svaret skal gives på parametriseret vektorform.

Hvis svaret for eksempel er $c_1 a + c_2 b$, skal de to vektorer indtastes i Maple syntax, adskilt af et komma. For eksempel

Vector([1,1,0,1]), Vector([-3,1,1,0])



Your Answer: Vector([0,-1,1,0]), Vector([-1,-1,0,1])

Et korrekt svar er alle linearkombinationer af vektorerne i mængden

Comment:



Der kan være mange andre korrekte svar.

Question 6: Score 15/15

Der er givet et sæt $S = \{a, b, c\}$ af vektorer i R^3 , hvor

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Er vektorerne i $\mathcal S$ lineært $\mathit{uafhængige}$?



Your Answer: Nei

(b) Bestem dimensionen af $\operatorname{Span}\mathcal{S}$. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel



Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2

Question 7: Score 10/10

Der er givet en lineær afbildning fra R^n , n=2, til R^m , m=3 ved

3 af 7

$$T(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 2 x_1 - 2 x_2 \\ x_1 \\ -x_1 + 2 x_2 \end{pmatrix}$$

(i) Bestem standardmatricen for denne lineære afbildning.

Svaret skal gives under brug af Maple syntax. En $\, \exists \, \times \, 4 \,$ matrix

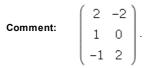


indtastes som

Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])

Your Answer: Matrix([[2, -2], [1, 0], [-1, 2]])

Det korrekte svar er



Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er injektiv (på engelsk 'one-to-one'). Hvis T er injektiv, skriv ja i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er injektiv, skriv nej i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten ja eller nej, altså små bogstaver. Svar som Ja og JA og jA vil være forkerte.



Your Answer: ja

Comment: No feedback provided with this question

(iii) Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er surjektiv (på engelsk 'onto'). Hvis T er surjektiv, skriv ja i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er surjektiv, skriv nej i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten ja eller nej, altså små bogstaver. Svar som Ja og JA og jA vil være forkerte.



Your Answer: nej

Comment: No feedback provided with this question

Comments:

Den reducerede echelonform af standardmatricen for $\ T$ er

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 \\
0 & 1 \\
0 & 0
\end{pmatrix}$$

Question 8: Score 15/15

Der er givet en diagonaliserbar 3×3 matrix

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{array}\right)$$

Besvar nedenstående to spørgsmål.

(i) Bestem egenværdierne for $\,A\,.\,$

Svaret skal gives som tal adskilt af komma. Hvis egenværdierne er 1, -1, og 2, skal svaret gives som 1, -1, 2

Hvis 1 er egenværdi med multiplicitet 2 , og den tredje egenværdi er -4 skal svaret gives som -4

altså gentagelse svarende til multiplicitet. Rækkefølgen betyder ikke noget.



Your Answer: 3,1,1

Comment: Egenværdierne er 1, 1 og 3.

Sorter de fundne egenværdier efter størrelse, og lad D betegne den 3×3 diagonalmatrix, der har den mindste egenværdi som indgang D_{11} og den største som indgang D_{33} .

Bestem en 3×3 invertibel matrix P , således at $A = PDP^{-1}$.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix, for eksempel indtastes matricen



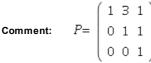
som

Matrix([[1,2,3],[0,4,5],[0,0,6]])

Pas på, at du ikke bytter om på rækker og søjler. Brug preview funktionen til at se, at du har indtastet det, du mente at indtaste.

Your Answer: Matrix([[0, 1, 1], [1, 0, 1], [0, 0, 1]])

Et muligt korrekt svar er



Der er mange andre korrekte svar.

Question 9: Score 10/10

Der er givet følgende lineære ligningssystem, bestående af tre ligninger i fire variable.

$$2 x_1 - x_2 + 2 x_4 = 0$$

$$x_1 - x_2 + 2 x_3 - x_4 = 5$$

$$-2 x_1 - 2 x_2 - 2 x_3 + 2 x_4 = 0$$



Find den udvidede koefficientmatrix (totalmatricen) for dette system. Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix. Et eksempel er

Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])

Tryk på preview for at se matricen du har tastet ind.

Your Answer: Matrix([[2, -1, 0, 2, 0], [1, -1, 2, -1, 5], [-2, -2, -2, 2, 0]])

Comment: Den udvidede koefficientmatrix er $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -1 & 5 \\ -2 & -2 & -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Question 10: Score 10/10

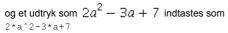
Der er givet en 3×3 matrix A ved

$$A = \left(\begin{array}{cccc} a-2 & -1 & -1 \\ -a+2 & a-2 & 0 \\ a-2 & -a+2 & 1 \end{array} \right)$$

Her er *a* et vilkårligt reelt tal. Besvar følgende to spørgsmål.

(a) Beregn determinanten af A, $\det A$.

Svaret skal givet i Maple syntax. Et udtryk som 2a-4 indtastes som $2 \cdot a - 4$





Your Answer: a^2-5*a+6

Comment: Determinanten er lig med $a^2 - 5 a + 6$.

Bestem den eller de værdier af a, for hvilke matricen A *ikke* er invertibel (*ikke* er regulær). Svaret skal gives i Maple syntax. Hvis svaret er for eksempel a=4, skal tallet indtastes. Hvis svaret er for eksempel a=4 og a=-2, skal de to tal indtastes, separeret af et komma, som i

CORRECT

Rækkefølgen betyder ikke noget.

Your Answer: 3,2

Comment: A er ikke invertibel for værdierne

a=3 og a=2

Question 11: Score 15/15

Der er givet en 4 \times 4 matrix A med den egenskab, at der findes et \boldsymbol{b} , så at ligningssystemet $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ er inkonsistent. Besvar følgende to spørgsmål.

(a) Angiv den største værdi, som dimensionen af søjlerummet for A, $\dim \operatorname{Col} A$, kan antage. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel



Your Answer: 3

Comment: Svaret er 3

(b) Angiv den mindste værdi, som dimensionen af nulrummet for A, $\dim NulA$, kan antage. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel



Your Answer: 1

Comment: Svaret er 1.

Question 12: Score 15/15

Der er givet to invertible $\exists \times \exists$ matricer A og B ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Opgaven går ud på at bestemme den $\exists \times \exists$ matrix X, som opfylder ligningen

$$X^{-1}A = B.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a) $\label{eq:Marker den korrekte formel for } \boldsymbol{X} \,.$



Your Answer:

$$X = AB^{-1}$$

(b) Bestem løsningen $\, X \, . \,$

Svaret skal gives i Maple syntax. En 3x3 matrix



indtastes som

Matrix([[1,2,3],[0,4,0],[5,0,6]])

Your Answer: Matrix([[-3, -1, 3], [5, 3, -2], [-2, -1, 1]])

Løsningen er

Comment:

$$X = \left(\begin{array}{rrr} -3 & -1 & 3 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

7 af 7