

Maple T.A. 2010 Matematik 2A hold 4 : Prøveeksamen juni 2010



View Grade **Quit & Save** View Details Help

Feedback: Details Report

[PRINT]

2010 Matematik 2A hold 4, Prøveeksamen juni 2010 Alex Bondo Andersen, 6/8/10 at 10:58 AM

Question 1: Score 15/15

Der er givet to invertible $\exists \times \exists$ matricer A og B ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Opgaven går ud på at bestemme den $\exists \ \mathsf{x} \ \exists \ \mathsf{matrix} \ X$, som opfylder ligningen

$$A^{-1}X^{-1} = B^{-1}$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Markér den korrekte formel for X.



Your Answer:
$$X = BA^{-1}$$

(b) Bestem løsningen
$$X$$
.

Svaret skal gives i Maple syntax. En $\exists \chi \exists$ matrix



indtastes som

Your Answer: Matrix([[1, 1, 4], [-1, 0, -3], [-1, -1, -3]])

Løsningen er

$$X = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -3 \\ -1 & -1 & -3 \end{array}\right)$$

Question 2: Score 10/10

Der er givet en 3×3 matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & a & 0 \\ -1 & -2 - a & a \end{pmatrix}$$

Her er a et vilkårligt reelt tal. Besvar følgende to spørgsmål. (a) Beregn determinanten af A, $\det A$.

Svaret skal givet i Maple syntax. Et udtryk som 2a-4 indtastes som



og et udtryk som $2a^2 - 3a + 7$ indtastes som $2*a^2-3*a+7$

Your Answer: a^2+a

Comment: Determinanten er lig med $a^2 + a$.

Bestem den eller de værdier af a, for hvilke matricen A ikke er invertibel (ikke er regulær). Svaret skal gives i Maple syntax. Hvis svaret er for eksempel a=4, skal tallet indtastes. Hvis svaret er for eksempel a=4 og a=-2, skal de to tal indtastes, separeret af et komma, som i



Rækkefølgen betyder ikke noget.

Your Answer: 0,-1

a = -1 og a = 0

Question 3: Score 6.66/10

Der er givet en lineær afbildning fra \mathbf{R}^n , n=3, til \mathbf{R}^m , m=2 ved

$$T(x) = \left(\begin{array}{c} 2 \ x_1 + 2 \ x_3 \\ x_1 - x_3 \end{array} \right)$$

(i) Bestem standardmatricen for denne lineære afbildning.

Svaret skal gives under brug af Maple syntax. En $\exists \times 4$ matrix



indtastes som

Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])

Your Answer: Matrix([[2,0,2],[1,0,-1]])

Det korrekte svar er

(ii) Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er injektiv (på engelsk 'one-to-one'). Hvis T er injektiv, skriv ja i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er injektiv, skriv nej i svarfeltet. Bemærk, at svaret skal skrives som enten ja eller nej , altså små bogstaver. Svar som Ja og JA og jA vil være



forkerte.

Your Answer: ja

Comment: No feedback provided with this question

(iii) Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er surjektiv (på engelsk 'onto'). Hvis T er surjektiv, skriv ja i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er surjektiv, skriv nej i svarfeltet. Bemærk, at svaret skal skrives som enten ja eller nej , altså små bogstaver. Svar som Ja og JA og jA vil være



forkerte.

Your Answer: ja

Comment: No feedback provided with this question

Comments:

Den reducerede echelonform af standardmatricen for $\,T\,$ er

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$

Question 4: Score 10/10

Der er givet et lineært ligningssystem bestående af to ligninger med tre ubekendte.

$$-x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 7$$

 $-2 x_1 + x_2 - 2 x_3 = 2$ Besvar følgende to spørgsmål.

(i) Bestem en løsning til dette *inhomogene* ligningssystem. Svaret skal gives i Maple syntax, som en vektor, hvor alle indgange er tal. En vektor

> 1 2 3



indtastes som

Vector([1,2,3])

Your Answer: Vector([1,4,0])

Et korrekt svar er

Comment: (3 2 -3

Der kan være mange andre korrekte svar.

(ii) Bestem den fuldstændige løsning til det tilsvarende *homogene* ligningssystem. Svaret skal gives på parametriseret vektorform.

Hvis svaret for eksempel er $c_1 a + c_2 b$, skal de to vektorer indtastes i Maple syntax, adskilt af et komma. For eksempel

Vector([1,1,0,1]), Vector([-3,1,1,0])



Koefficienterne c_1 og c_2 skal ikke indtastes. Hvis den eneste løsning er nulvektoren, skal en nulvektor med det rigtige antal komponenter indtastes som svar.

Your Answer: Vector([-2/3,2/3,1])

Et korrekt svar er alle linearkombinationer af vektorerne i mængden

Comment:

Der kan være mange andre korrekte svar.

Question 5: Score 15/15

Der er givet et sæt $S = \{a, b, c\}$ af vektorer i R^2 , hvor

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a) Er vektorerne i S lineært *uafhængige*?



Your Answer: Nej

(b) Bestem dimensionen af $\operatorname{Span}\mathcal{S}$. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel



2

Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2



Question 6: Score 0/10

Der er givet følgende lineære lignings system, bestående af tre ligninger i tre variable.

$$-x_1 - x_2 + x_3 = 5$$

 $2x_2 - x_3 = -3$
 $-x_2 = 1$

Find koefficientmatricen for dette system.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix. Et eksempel er

Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])

Tryk på preview for at se matricen du har tastet ind.

Your Answer: Matrix([[-1,-1-1,5],[0,2,-1,-3],[0,-2,0,1]])



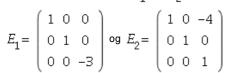


Question 7: Score 10/10

Der er givet en matrix A ved

$$A = \left(\begin{array}{rrr} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & 3 \end{array}\right)$$

og to elementære matricer E_{1} og E_{2} ved





Matricen B fremkommer ved at anvende først rækkeoperationen givet ved E_1 og dernæst rækkeoperationen givet ved E_2

Markér matricen B nedenfor.

Your Answer:

$$\begin{pmatrix}
-32 & 47 & 37 \\
2 & 4 & -2 \\
9 & -12 & -9
\end{pmatrix}$$

Question 8: Score 15/15

Der er givet en 5 \times 5 matrix A med den egenskab, at der findes et b, så at ligningssystemet Ax = b er inkonsistent. Besvar følgende to spørgsmål.

Angiv den største værdi, som dimensionen af søjlerummet for A, $\dim \operatorname{Col} A$, kan antage. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel



Your Answer: 4

Comment: Svaret er 4.

Angiv den mindste værdi, som dimensionen af nulrummet for A, $\dim NulA$, kan antage. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel



Your Answer: 1

Comment: Svaret er 1.

Question 9: Score 10/10

Der er givet en matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende tre spørgsmål.

(i)

Markér den matrix nedenfor, som er den reducerede echelon form af matricen $\,A\,$



Your Answer:

$$\begin{pmatrix}
 1 & \frac{-1}{2} & 0 \\
 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

(ii)

Find dimensionen af søjlerummet ColA. Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2.

(iii)

Find dimensionen af nulrummet NulA. Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 1

Comment: Dimensionen er 1.

Question 10: Score 15/15

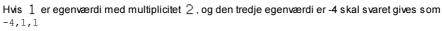
Der er givet en diagonaliserbar $\exists \times \exists$ matrix

$$A = \left(\begin{array}{cccc} -3 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Besvar nedenstående to spørgsmål.

(i) Bestem egenværdierne for $\,A\,$.

Svaret skal gives som tal adskilt af komma. Hvis egenværdierne er $\,1\,$, $\,-\,1\,$, og $\,2\,$, skal svaret gives som $\,^1$, $\,^-1$, $\,^2$



altså gentagelse svarende til multiplicitet. Rækkefølgen betyder ikke noget.



Your Answer: -3,1,1

Sorter de fundne egenværdier efter størrelse, og lad D betegne den $\exists \times \exists$ diagonalmatrix, der har den mindste egenværdi som indgang D_{11} og den største som indgang D_{33} .

Bestem en $\exists x \exists$ invertibel matrix P, således at $A = PDP^{-1}$. Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix, for eksempel indtastes matricen





son

Matrix([[1,2,3],[0,4,5],[0,0,6]])

Pas på, at du ikke bytter om på rækker og søjler. Brug preview funktionen til at se, at du har indtastet det, du mente at indtaste.

Your Answer: Matrix([[1, 1, -1], [0, 0, 1], [0, 1, 0]])

Et muligt korrekt svar er

Comment:

$$P = \left(\begin{array}{ccc} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Der er mange andre korrekte svar.

Question 11: Score 15/15

Der er givet et underrum

$$H = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en basis for H.

Svaret skal angives i Maple syntax som en komma-separeret liste af vektorer, for eksempel som Vector([1,0,0]), Vector([2,3,0])



Your Answer: Vector([1,0])

Et muligt valg af basis er

Comment:

$$\left\{ \left(\begin{array}{c} 1\\ 0 \end{array}\right) \right\}$$

Der er mange andre baser.

(ii)

Find dimensionen af H. Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 1

Comment: Dimensionen er 1.

Question 12: Score 15/15

Der er givet en $n \times n$ matrix A med den egenskab, at søjlerne i A udspænder R^n . Markér alle sande udsagn nedenfor.

Choice	Selected	V / X
Lignings systemet $A\mathbf{x} = 0$ har en ikke-triviel løsning.	No	[answer withheld]
A er invertibel.	Yes	[answer withheld]
Nul er ikke en egenværdi for A .	Yes	[answer withheld]
A er diagonaliserbar.	No	[answer withheld]



Number of available correct choices: 2

Partial Grading Explained