



View Details

View Grade

Help

Quit &amp; Save

## Feedback: Details Report

[\[PRINT\]](#)

2010 Matematik 2A hold 4, Prøveeksamen juni 2010  
Mikael Midtgaard, 6/1/10 at 10:29 AM

## Question 1: Score 15/15

Der er givet en  $n \times n$  matrix  $A$  med den egenskab, at søjlerne i  $A$  er lineært afhængige.  
Markér alle sande udsagn nedenfor.

Choice	Selected		
$A$ er ikke invertibel.	Yes	<a href="#">[answer withheld]</a>	
$A$ er diagonaliserbar.	No	<a href="#">[answer withheld]</a>	
Ligningssystemet $Ax = b$ er konsistent for alle $x$ .	No	<a href="#">[answer withheld]</a>	
Nul er en egen værdi for $A$ .	Yes	<a href="#">[answer withheld]</a>	



Number of available correct choices: 2

[Partial Grading Explained](#)

## Question 2: Score 10/10

Der er givet en matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & -7 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende tre spørgsmål.

(i)

Markér den matrix nedenfor, som er den reducerede echelon form af matricen  $A$ 

Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(ii)

Find dimensionen af søjlerummet  $\text{Col}A$ . Skriv svaret som et tal nedenfor.

Your Answer: 3

**Comment:** Dimensionen er 3.

(iii)

Find dimensionen af nulrummet  $\text{Nul } A$ . Skriv svaret som et tal nedenfor.



**Your Answer:** 1

**Comment:** Dimensionen er 1.

### Question 3: Score 15/15

Der er givet et underrum

$$H = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en basis for  $H$ .

Svaret skal angives i Maple syntax som en komma-separeret liste af vektorer, for eksempel som

`Vector([1,0,0]), Vector([2,3,0])`



**Your Answer:** Vector([1,0]),Vector([0,1])

Et muligt valg af basis er

**Comment:**  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Der er mange andre baser.

(ii)

Find dimensionen af  $H$ . Skriv svaret som et tal nedenfor.



**Your Answer:** 2

**Comment:** Dimensionen er 2.

### Question 4: Score 10/10

Der er givet en matrix  $A$  ved

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

og to elementære matricer  $E_1$  og  $E_2$  ved

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Matricen  $B$  fremkommer ved at anvende først rækkeoperationen givet ved  $E_1$  og dernæst rækkeoperationen givet ved  $E_2$ .

Markér matricen  $B$  nedenfor.

**Your Answer:**

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 9 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

### Question 5: Score 10/10

Der er givet et lineært ligningssystem bestående af to ligninger med fire ubekendte.

$$x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 9$$

Besvar følgende to spørgsmål.

- (i) Bestem en løsning til dette *inhomogene* ligningssystem. Svaret skal gives i Maple syntax, som en vektor, hvor alle indgange er tal. En vektor

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

indtastes som  
`Vector([1,2,3])`

**Your Answer:** Vector([-6,-3,0,0])

Et korrekt svar er

**Comment:**  $\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

Der kan være mange andre korrekte svar.



- (ii) Bestem den fuldstændige løsning til det tilsvarende *homogene* ligningssystem. Svaret skal gives på parametriseret vektorform.

Hvis svaret for eksempel er  $c_1 \mathbf{a} + c_2 \mathbf{b}$ , skal de to vektorer indtastes i Maple syntax, adskilt af et komma. For eksempel

`Vector([1,1,0,1]), Vector([-3,1,1,0])`

Koefficienterne  $c_1$  og  $c_2$  skal ikke indtastes. Hvis den eneste løsning er nulvektoren, skal en nulvektor med det rigtige antal komponenter indtastes som svar.

**Your Answer:** Vector([0,-1,1,0]), Vector([-1,-1,0,1])

Et korrekt svar er alle linearkombinationer af vektorerne i mængden

**Comment:**  $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Der kan være mange andre korrekte svar.



## Question 6: Score 15/15

Der er givet et sæt  $\mathcal{S} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$  af vektorer i  $\mathbb{R}^3$ , hvor

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende to spørgsmål.

- (a) Er vektorerne i  $\mathcal{S}$  lineært *uafhængige*?



**Your Answer:** Nej

- (b) Bestem dimensionen af  $\text{span} \mathcal{S}$ . Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel 2



**Your Answer:** 2

**Comment:** Dimensionen er 2

## Question 7: Score 10/10

Der er givet en lineær afbildning fra  $\mathbb{R}^n$ ,  $n=2$ , til  $\mathbb{R}^m$ ,  $m=3$  ved

$$T(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 2x_1 - 2x_2 \\ x_1 \\ -x_1 + 2x_2 \end{pmatrix}$$

- (i) Bestem standardmatricen for denne lineære afbildning.  
Svaret skal gives under brug af Maple syntax. En  $3 \times 4$  matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$



indtastes som

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

**Your Answer:** Matrix([[2, -2], [1, 0], [-1, 2]])

Det korrekte svar er

**Comment:**  $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

- (ii) Afgør, om den lineære afbildning  $T$  ovenfor er injektiv (på engelsk 'one-to-one'). Hvis  $T$  er injektiv, skriv *ja* i svarfeltet nedenfor. Hvis  $T$  ikke er injektiv, skriv *nej* i svarfeltet.  
Bemærk, at svaret skal skrives som enten *ja* eller *nej*, altså små bogstaver. Svar som *Ja* og *JA* og *jA* vil være forkerte.



**Your Answer:** ja

**Comment:** No feedback provided with this question

- (iii) Afgør, om den lineære afbildning  $T$  ovenfor er surjektiv (på engelsk 'onto'). Hvis  $T$  er surjektiv, skriv *ja* i svarfeltet nedenfor. Hvis  $T$  ikke er surjektiv, skriv *nej* i svarfeltet.  
Bemærk, at svaret skal skrives som enten *ja* eller *nej*, altså små bogstaver. Svar som *Ja* og *JA* og *jA* vil være forkerte.



**Your Answer:** nej

**Comment:** No feedback provided with this question

#### Comments:

Den reducerede echelonform af standardmatricen for  $T$  er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## Question 8: Score 15/15

Der er givet en diagonaliserbar  $3 \times 3$  matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Besvar nedenstående to spørgsmål.

- (i) Bestem egenverdierne for  $A$ .  
Svaret skal gives som tal adskilt af komma. Hvis egenverdierne er  $1$ ,  $-1$ , og  $2$ , skal svaret gives som  $1, -1, 2$   
Hvis  $1$  er egenverdi med multiplicitet  $2$ , og den tredje egenverdi er  $-4$  skal svaret gives som  $-4, 1, 1$   
altså gentagelse svarende til multiplicitet. Rækkefølgen betyder ikke noget.



**Your Answer:** 3,1,1

**Comment:** Egenverdierne er 1, 1 og 3.

(ii)

Sorter de fundne egenverdier efter størrelse, og lad  $D$  betegne den  $3 \times 3$  diagonalmatrix, der har den mindste egenverdi som indgang  $D_{11}$  og den største som indgang  $D_{33}$ .

Bestem en  $3 \times 3$  invertibel matrix  $P$ , således at  $A = PDP^{-1}$ .

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix, for eksempel indtastes matricen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,5],[0,0,6]])`

Pas på, at du ikke bytter om på rækker og søjler. Brug preview funktionen til at se, at du har indtastet det, du mente at indtaste.

**Your Answer:** Matrix([[0, 1, 1], [1, 0, 1], [0, 0, 1]])

Et muligt korrekt svar er

**Comment:**  $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Der er mange andre korrekte svar.



## Question 9: Score 10/10

Der er givet følgende lineære ligningssystem, bestående af tre ligninger i fire variable.

$$2x_1 - x_2 + 2x_4 = 0$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 5$$

$$-2x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0$$

Find den udvidede koefficientmatrix (totalmatricen) for dette system.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix. Et eksempel er

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

Tryk på preview for at se matricen du har tastet ind.

**Your Answer:** Matrix([[2, -1, 0, 2, 0], [1, -1, 2, -1, 5], [-2, -2, -2, 2, 0]])

**Comment:** Den udvidede koefficientmatrix er  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -1 & 5 \\ -2 & -2 & -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ .



## Question 10: Score 10/10

Der er givet en  $3 \times 3$  matrix  $A$  ved

$$A = \begin{pmatrix} a-2 & -1 & -1 \\ -a+2 & a-2 & 0 \\ a-2 & -a+2 & 1 \end{pmatrix}$$

Her er  $a$  et vilkårligt reelt tal.

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Beregn determinanten af  $A$ ,  $\det A$ .

Svaret skal gives i Maple syntax. Et udtryk som  $2a - 4$  indtastes som `2*a-4`

og et udtryk som  $2a^2 - 3a + 7$  indtastes som `2*a^2-3*a+7`

**Your Answer:** a^2-5\*a+6

**Comment:** Determinanten er lig med  $a^2 - 5a + 6$ .



(b)

Bestem den eller de værdier af  $a$ , for hvilke matricen  $A$  ikke er invertibel (ikke er regulær).

Svaret skal gives i Maple syntax. Hvis svaret er for eksempel  $a = 4$ , skal tallet indtastes. Hvis svaret er for eksempel  $a = 4$  og  $a = -2$ , skal de to tal indtastes, separeret af et komma, som i  $4, -2$

Rækkefølgen betyder ikke noget.

**Your Answer:** 3,2

**Comment:**  $A$  er ikke invertibel for værdierne  $a=3$  og  $a=2$



## Question 11: Score 15/15

Der er givet en  $4 \times 4$  matrix  $A$  med den egenskab, at der findes et  $b$ , så at ligningssystemet  $Ax = b$  er inkonsistent. Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Angiv den største værdi, som dimensionen af søjlerummet for  $A$ ,  $\dim \text{Col}A$ , kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel 3

**Your Answer:** 3

**Comment:** Svaret er 3.



(b)

Angiv den mindste værdi, som dimensionen af nulrummet for  $A$ ,  $\dim \text{Nul}A$ , kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel 3

**Your Answer:** 1

**Comment:** Svaret er 1.



## Question 12: Score 15/15

Der er givet to invertible  $3 \times 3$  matricer  $A$  og  $B$  ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Opgaven går ud på at bestemme den  $3 \times 3$  matrix  $X$ , som opfylder ligningen

$$X^{-1}A = B.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Markér den korrekte formel for  $X$ .



**Your Answer:**  $X = AB^{-1}$

(b)

Bestem løsningen  $X$ .

Svaret skal gives i Maple syntax. En  $3 \times 3$  matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$



indtastes som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,0],[5,0,6]])`

**Your Answer:** `Matrix([[-3,-1,3],[5,3,-2],[-2,-1,1]])`

Løsningen er

**Comment:**

$$X = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

---