



View Details

View Grade

Help

Quit & Save

Feedback: Details Report

[\[PRINT\]](#)

2010 Matematik 2A hold 4, Prøveeksamen juni 2010
Dan Stenholt Moeller, 5/31/10 at 10:23 AM

Question 1: Score 15/15

Der er givet en diagonaliserbar 3×3 matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 10 & -35 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Besvar nedenstående to spørgsmål.

(i)

Bestem egenværdierne for A .

Svaret skal gives som tal adskilt af komma. Hvis egenværdierne er 1 , -1 , og 2 , skal svaret gives som $1, -1, 2$

Hvis 1 er egenværdi med multiplicitet 2 , og den tredje egenværdi er -4 skal svaret gives som $-4, 1, 1$
altså gentagelse svarende til multiplicitet. Rækkefølgen betyder ikke noget.



Your Answer: -3,2,2

Comment: Egenværdierne er -3 , 2 og 2 .

(ii)

Sorter de fundne egenværdier efter størrelse, og lad D betegne den 3×3 diagonalmatrix, der har den mindste egenværdi som indgang D_{11} og den største som indgang D_{33} .

Bestem en 3×3 invertibel matrix P , således at $A = PDP^{-1}$.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix, for eksempel indtastes matricen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,5],[0,0,6]])`

Pas på, at du ikke bytter om på rækker og søjler. Brug preview funktionen til at se, at du har indtastet det, du mente at indtaste.



Your Answer: Matrix([[1, -7, 2], [0, 0, 1], [0, 1, 0]])

Et muligt korrekt svar er

Comment: $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Der er mange andre korrekte svar.

Question 2: Score 15/15

Der er givet et underrum

$$H = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en basis for H .

Svaret skal angives i Maple syntax som en komma-separeret liste af vektorer, for eksempel som

`Vector([1,0,0]), Vector([2,3,0])`



Your Answer: Vector([-1,0,-1,1]),Vector([1,0,-1,-1])

Et muligt valg af basis er

Comment: $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$

Der er mange andre baser.

(ii)

Find dimensionen af H . Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2.

Question 3: Score 10/10

Der er givet et lineært ligningssystem bestående af to ligninger med fire ubekendte.

$$2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 4$$

$$-2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en løsning til dette *inhomogene* ligningssystem.

Svaret skal gives i Maple syntax, som en vektor, hvor alle indgange er tal. En vektor

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



indtastes som

`Vector([1,2,3])`

Your Answer: Vector([1, 1, 100, 100])

Et korrekt svar er

Comment: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$

Der kan være mange andre korrekte svar.

(ii)

Bestem den fuldstændige løsning til det tilsvarende *homogene* ligningssystem. Svaret skal gives på parametriseret vektorform.

Hvis svaret for eksempel er $c_1 \mathbf{a} + c_2 \mathbf{b}$, skal de to vektorer indtastes i Maple syntax, adskilt af et komma. For

eksempel

`Vector([1,1,0,1]), Vector([-3,1,1,0])`

Koefficienterne c_1 og c_2 skal ikke indtastes. Hvis den eneste løsning er nulvektoren, skal en nulvektor med det rigtige antal komponenter indtastes som svar.



Your Answer: Vector([1,0,1,0]),Vector([-1,0,0,1])

Et korrekt svar er alle linearkombinationer af vektorerne i mængden

Comment: $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

Der kan være mange andre korrekte svar.

Question 4: Score 10/10

Der er givet en 3×3 matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a+1 & -a+1 & a-1 \end{pmatrix}$$

Her er a et vilkårligt reelt tal.

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Beregn determinanten af A , $\det A$.

Svaret skal givet i Maple syntax. Et udtryk som $2a - 4$ indtastes som $2*a-4$

og et udtryk som $2a^2 - 3a + 7$ indtastes som $2*a^2-3*a+7$

Your Answer: a^2-3a+2

Comment: Determinanten er lig med $a^2 - 3a + 2$.



CORRECT

(b)

Bestem den eller de værdier af a , for hvilke matricen A ikke er invertibel (ikke er regulær).

Svaret skal gives i Maple syntax. Hvis svaret er for eksempel $a = 4$, skal tallet indtastes. Hvis svaret er for

eksempel $a = 4$ og $a = -2$, skal de to tal indtastes, separeret af et komma, som i

$4, -2$

Rækkefølgen betyder ikke noget.

Your Answer: 2,1

Comment: A er ikke invertibel for værdierne $a = 1$ og $a = 2$



CORRECT

Question 5: Score 15/15

Der er givet to invertible 3×3 matricer A og B ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Opgaven går ud på at bestemme den 3×3 matrix X , som opfylder ligningen

$$AX^{-1} = B.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Markér den korrekte formel for X .



CORRECT

Your Answer: $X = B^{-1}A$

(b)

Bestem løsningen X .

Svaret skal gives i Maple syntax. En 3×3 matrix



CORRECT

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

indtastes som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,0],[5,0,6]])`

Your Answer: `Matrix([[1,-3,2],[0,1,-1],[0,0,1]])`

Løsningen er

Comment: $X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question 6: Score 15/15

Der er givet en 5×7 matrix A . Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Angiv den største værdi, som dimensionen af søjlerummet for A , $\dim \text{Col}A$, kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel

3

Your Answer: 5

Comment: Svaret er 5.



(b)

Angiv den mindste værdi, som dimensionen af nulrummet for A , $\dim \text{Nul}A$, kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel

3

Your Answer: 2

Comment: Svaret er 2.



Question 7: Score 10/10

Der er givet en matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende tre spørgsmål.

(i)

Markér den matrix nedenfor, som er den reducerede echelon form af matricen A .

Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



(ii)

Find dimensionen af søjlerummet $\text{Col}A$. Skriv svaret som et tal nedenfor.

Your Answer: 3

Comment: Dimensionen er 3.



(iii)

Find dimensionen af nulrummet $\text{Nul } A$. Skriv svaret som et tal nedenfor.**Your Answer:** 1**Comment:** Dimensionen er 1.**Question 8: Score 10/10**Der er givet en lineær afbildning fra \mathbb{R}^n , $n = 4$, til \mathbb{R}^m , $m = 2$ ved

$$T(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} -x_1 + x_2 - 2x_4 \\ -2x_1 - x_3 + 2x_4 \end{pmatrix}$$

(i)

Bestem standardmatricen for denne lineære afbildning.

Svaret skal gives under brug af Maple syntax. En 3×4 matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$



indtastes som

Matrix([[1, 2, 3, 4], [5, 6, 7, 8], [9, 10, 11, 12]])

Your Answer: Matrix([[-1, 1, 0, -2], [-2, 0, -1, 2]])

Det korrekte svar er

$$\text{Comment: } \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(ii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er injektiv (på engelsk 'one-to-one'). Hvis T er injektiv, skriv ja i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er injektiv, skriv nej i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten ja eller nej, altså små bogstaver. Svar som Ja og JA og jA vil være forkerte.

**Your Answer:** nej**Comment:** No feedback provided with this question

(iii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er surjektiv (på engelsk 'onto'). Hvis T er surjektiv, skriv ja i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er surjektiv, skriv nej i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten ja eller nej, altså små bogstaver. Svar som Ja og JA og jA vil være forkerte.

**Your Answer:** ja**Comment:** No feedback provided with this question**Comments:**Den reducerede echelonform af standardmatricen for T er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -3 \end{pmatrix}$$

Question 9: Score 10/10Der er givet en matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

og to elementære matricer E_1 og E_2 ved

$$E_1 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matricen B fremkommer ved at anvende først rækkeoperationen givet ved E_1 og dernæst rækkeoperationen givet ved E_2 .

Markér matricen B nedenfor.

Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 & 1 \\ 4 & 4 & 0 & -8 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Question 10: Score 10/10

Der er givet følgende lineære ligningssystem, bestående af tre ligninger i fire variable.

$$x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$-2x_1 + x_2 = -2$$

$$2x_3 = -1$$

Find den udvidede koefficientmatrix (totalmatricen) for dette system.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix. Et eksempel er

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

Tryk på [preview](#) for at se matricen du har tastet ind.

Your Answer: `Matrix([[0, 1, 1, 1, 1], [-2, 1, 0, 0, -2], [0, 0, 2, 0, -1]])`

Comment: Den udvidede koefficientmatrix er $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.



CORRECT

Question 11: Score 15/15

Der er givet et sæt $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$ af vektorer i \mathbb{R}^4 , hvor

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix},$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Er vektorerne i S lineært uafhængige?



CORRECT

Your Answer: Ja

(b)

Bestem dimensionen af $\text{span} S$. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel 2



CORRECT

Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2


Question 12: Score 0/15

Der er givet en $n \times n$ matrix A med den egenskab, at ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ er konsistent for alle \mathbf{b} . Markér alle sande udsagn nedenfor.

Choice	Selected	✓/✗	Points
Den eneste løsning til det homogene ligningssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ er $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.	No	✗	
Nul er en egenværdi for A .	No		



INCORRECT

A er diagonaliserbar.	No		
A er invertibel.	No		

Number of available correct choices: 2

[Partial Grading Explained](#)
