


[View Details](#)
[View Grade](#)
[Help](#)
[Quit & Save](#)

Feedback: Details Report

[\[PRINT\]](#)

2010 Matematik 2A hold 4, Prøveeksamen juni 2010
Alex Bondo Andersen, 6/1/10 at 1:20 PM

Question 1: Score 15/15

Der er givet et sæt $S = \{a, b, c\}$ af vektorer i \mathbb{R}^2 , hvor

$$a = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Er vektorerne i S lineært uafhængige?



Your Answer: Nej

(b)

Bestem dimensionen af $\text{Span} S$. Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel 2



Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2

Question 2: Score 15/15

Der er givet en 8×11 matrix A . Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Angiv den største værdi, som dimensionen af søjlerummet for A , $\dim \text{Col} A$, kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel 3



Your Answer: 8

Comment: Svaret er 8.

(b)

Angiv den mindste værdi, som dimensionen af nulrummet for A , $\dim \text{Nul} A$, kan antage.

Skriv svaret som et tal nedenfor, for eksempel 3



Your Answer: 3

Comment: Svaret er 3.

Question 3: Score 10/10

Der er givet en 3×3 matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} a-2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ a-2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

Her er a et vilkårligt reelt tal.
Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Beregn determinanten af A , $\det A$.

Svaret skal gives i Maple syntax. Et udtryk som $2a - 4$ indtastes som $2*a-4$

og et udtryk som $2a^2 - 3a + 7$ indtastes som $2*a^2-3*a+7$



Your Answer: (a-2)*a-(a-2)*(-1)

Comment: Determinanten er lig med $a^2 - a - 2$.

(b)

Bestem den eller de værdier af a , for hvilke matricen A ikke er invertibel (ikke er regulær).

Svaret skal gives i Maple syntax. Hvis svaret er for eksempel $a = 4$, skal tallet indtastes. Hvis svaret er for eksempel $a = 4$ og $a = -2$, skal de to tal indtastes, separeret af et komma, som i $4, -2$

Rækkefølgen betyder ikke noget.



Your Answer: 2,-1

Comment: A er ikke invertibel for værdierne $a = -1$ og $a = 2$

Question 4: Score 10/10

Der er givet en lineær afbildning fra \mathbb{R}^n , $n = 3$, til \mathbb{R}^m , $m = 4$ ved

$$T(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 \end{pmatrix}$$

(i)

Bestem standardmatricen for denne lineære afbildning.

Svaret skal gives under brug af Maple syntax. En 3×4 matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$



indtastes som

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

Your Answer: Matrix([[1,0,-1],[-2,2,-2],[1,-2,2],[2,2,1]])

Det korrekte svar er

Comment: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

(ii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er injektiv (på engelsk 'one-to-one'). Hvis T er injektiv, skriv ja i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er injektiv, skriv nej i svarfeltet.

Bemærk, at svaret skal skrives som enten ja eller nej, altså små bogstaver. Svar som Ja og JA og jA vil være forkerte.



Your Answer: ja

Comment: No feedback provided with this question

(iii)

Afgør, om den lineære afbildning T ovenfor er surjektiv (på engelsk 'onto'). Hvis T er surjektiv, skriv *ja* i svarfeltet nedenfor. Hvis T ikke er surjektiv, skriv *nej* i svarfeltet.
Bemærk, at svaret skal skrives som enten *ja* eller *nej*, altså små bogstaver. Svar som *Ja* og *JÅ* og *jA* vil være forkerte.



Your Answer: nej

Comment: No feedback provided with this question

Comments:

Den reducerede echelonform af standardmatricen for T er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Question 5: Score 10/10

Der er givet en matrix A ved

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

og to elementære matricer E_1 og E_2 ved

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ og } E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Matricen B fremkommer ved at anvende først rækkeoperationen givet ved E_1 og dernæst rækkeoperationen givet ved E_2 .

Markér matricen B nedenfor.

Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 17 & 6 & 3 \\ 3 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

Question 6: Score 10/10

Der er givet en matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Besvar følgende tre spørgsmål.

(i)

Markér den matrix nedenfor, som er den reducerede echelon form af matricen A .



Your Answer:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(ii)

Find dimensionen af søjlerummet $\text{Col}A$. Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 2**Comment:** Dimensionen er 2.

(iii)

Find dimensionen af nulrummet $\text{Nul } A$. Skriv svaret som et tal nedenfor.**Your Answer:** 3**Comment:** Dimensionen er 3.**Question 7: Score 15/15**Der er givet en diagonaliserbar 3×3 matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -6 & -3 \\ 0 & -1 & -9 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Besvar nedenstående to spørgsmål.

(i)

Bestem egenværdierne for A .

Svaret skal gives som tal adskilt af komma. Hvis egenværdierne er 1, -1, og 2, skal svaret gives som 1,-1,2

Hvis 1 er egenværdi med multiplicitet 2, og den tredje egenværdi er -4 skal svaret gives som -4,1,1

altså gentagelse svarende til multiplicitet. Rækkefølgen betyder ikke noget.

**Your Answer:** 2,-1,-3**Comment:** Egenværdierne er -3, -1 og 2.

(ii)

Sorter de fundne egenværdier efter størrelse, og lad D betegne den 3×3 diagonalmatrix, der har den mindste egenværdi som indgang D_{11} og den største som indgang D_{33} .Bestem en 3×3 invertibel matrix P , således at $A = PDP^{-1}$.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix, for eksempel indtastes matricen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,5],[0,0,6]])`

Pas på, at du ikke bytter om på rækker og søjler. Brug preview funktionen til at se, at du har indtastet det, du mente at indtaste.

**Your Answer:** Matrix([[1,-3,-3],[0,1,-3],[0,0,1]])

Et muligt korrekt svar er

$$\text{Comment: } P = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Der er mange andre korrekte svar.

Question 8: Score 10/10

Der er givet følgende lineære ligningssystem, bestående af to ligninger i fire variable.

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 1$$

$$-2x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -3$$

Find den udvidede koefficientmatrix (totalmatricen) for dette system.

Svaret skal gives i Maple syntax for en matrix. Et eksempel er

`Matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]])`

Tryk på preview for at se matricen du har tastet ind.

**Your Answer:** Matrix([[2,1,2,-1,1],[-2,-2,-2,2,-3]])

Comment: Den udvidede koefficientmatrix er $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

Question 9: Score 15/15

Der er givet et underrum

$$H = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en basis for H .

Svaret skal angives i Maple syntax som en komma-separeret liste af vektorer, for eksempel som `Vector([1,0,0]), Vector([2,3,0])`



Your Answer: `Vector([0,1,1,0]), Vector([-1,-1,-1,1])`

Et muligt valg af basis er

Comment: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

Der er mange andre baser.

(ii)

Find dimensionen af H . Skriv svaret som et tal nedenfor.



Your Answer: 2

Comment: Dimensionen er 2.

Question 10: Score 15/15

Der er givet to invertible 3×3 matrixer A og B ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Opgaven går ud på at bestemme den 3×3 matrix X , som opfylder ligningen $XA = B$.

Besvar følgende to spørgsmål.

(a)

Markér den korrekte formel for X .



Your Answer: $X = BA^{-1}$

(b)

Bestem løsningen X .

Svaret skal gives i Maple syntax. En 3×3 matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$



indtastes som

`Matrix([[1,2,3],[0,4,0],[5,0,6]])`

Your Answer: `Matrix([[1,3,3],[-1,-2,-3],[1,3,4]])`

Løsningen er

Comment:
$$X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Question 11: Score 10/10

Der er givet et lineært ligningssystem bestående af tre ligninger med tre ubekendte.

$$-2x_1 - 2x_2 - x_3 = -1$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 = 11$$

$$-x_1 - 2x_2 - x_3 = -4$$

Besvar følgende to spørgsmål.

(i)

Bestem en løsning til dette *inhomogene* ligningssystem.

Svaret skal gives i Maple syntax, som en vektor, hvor alle indgange er tal. En vektor

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



indtastes som
Vector([1,2,3])

Your Answer: Vector([-3,2,3])

Et korrekt svar er

Comment:
$$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Der kan være mange andre korrekte svar.

(ii)

Bestem den fuldstændige løsning til det tilsvarende *homogene* ligningssystem. Svaret skal gives på parametriseret vektorform.

Hvis svaret for eksempel er $c_1 \mathbf{a} + c_2 \mathbf{b}$, skal de to vektorer indtastes i Maple syntax, adskilt af et komma. For eksempel

Vector([1,1,0,1]), Vector([-3,1,1,0])

Koefficienterne c_1 og c_2 skal ikke indtastes. Hvis den eneste løsning er nulvektoren, skal en nulvektor med det rigtige antal komponenter indtastes som svar.

Your Answer: Vector([0,0,0])


Et korrekt svar er alle linearkombinationer af vektorerne i mængden

Comment: $\{\}$

Der kan være mange andre korrekte svar.

**Question 12: Score 15/15**

Der er givet en $n \times n$ matrix A med den egenskab, at der findes et \mathbf{b} , så at ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ er inkonsistent. Markér alle sande udsagn nedenfor.

Choice	Selected	
A er aldrig diagonaliserbar.	No	[answer withheld]
Nul er ikke en egen værdi for A .	No	[answer withheld]
Det homogene ligningssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har en ikke-triviel løsning.	Yes	[answer withheld]
A er ikke invertibel.	Yes	[answer withheld]



Number of available correct choices: 2

[Partial Grading Explained](#)

