



## تمرین هفتم درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها نمونه برداری و تبدیل Z

استاد: دکتر نقش

زمان تحویل: پنج شنبه 1401/10/15

1- سیگنال زمان گسسته  $x[n] = (-1)^n$  را می‌توان با نمونه برداری از سیگنال زمان پیوسته  $x(t) = \cos(\omega_0 t)$  با  $T_s = 10^{-3}$  به دست آورد. سه مقدار متفاوت برای  $\omega_0$  بیابید.

2- از سیگنال زمان پیوسته  $x(t)$  با تبدیل فوریه  $X(\omega)$  با  $T_s = 10^{-4}$  نمونه برداری می‌شود. برای هر یک از موارد زیر، با توجه به قیدی که روی  $x(t)$  یا  $X(\omega)$  گذاشته شده است، مشخص کنید که طبق قضیه نمونه برداری می‌توان تضمین نمود که سیگنال  $x(t)$  قابل بازیابی است یا خیر (با بیان استدلال).

الف)  $X(\omega) = 0 \text{ for } |\omega| > 5000\pi$

ب)  $X(\omega) = 0 \text{ for } |\omega| > 15000\pi$

ج)  $\text{Re}\{X(\omega)\} = 0 \text{ for } |\omega| > 5000\pi$

د)  $X(\omega) = 0 \text{ for } \omega > 5000\pi$  و  $x(t)$  حقیقی

و)  $X(\omega) = 0 \text{ for } \omega < -15000\pi$  و  $x(t)$  حقیقی

ه)  $X(\omega) * X(\omega) = 0 \text{ for } |\omega| > 15000\pi$

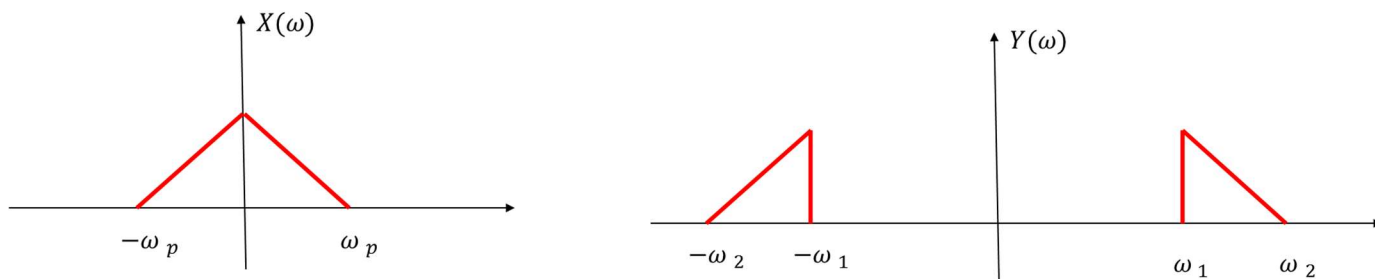
ی)  $|X(\omega)| = 0 \text{ for } \omega > 5000\pi$

3- اگر نرخ نایکوییست سیگنال  $x(t)$  برابر  $\omega_s$  باشد، نرخ نایکوییست برای سیگنال‌های زیر چقدر است؟

الف)  $x(2t)$       ب)  $x^2(t)$       ج)  $x(t) * x(t)$       د)  $\frac{dx(t)}{dt}$       و)  $x(t) - x(t+2)$

4- فرض کنید سیگنال  $y(t)$  با استفاده از سیگنال  $x(t)$  ساخته شده باشد. طیف این دو سیگنال در زیر نشان داده شده است. از سیگنال  $y(t)$  با نرخ  $T$  نمونه برداری می کنیم و سیگنال بدست آمده را از یک فیلتر پایین گذر با فرکانس قطع  $\omega_c$  عبور می دهیم. مقادیر  $T$  و  $\omega_c$  چقدر باشد تا بتوان سیگنال  $x(t)$  را بازیابی کرد؟

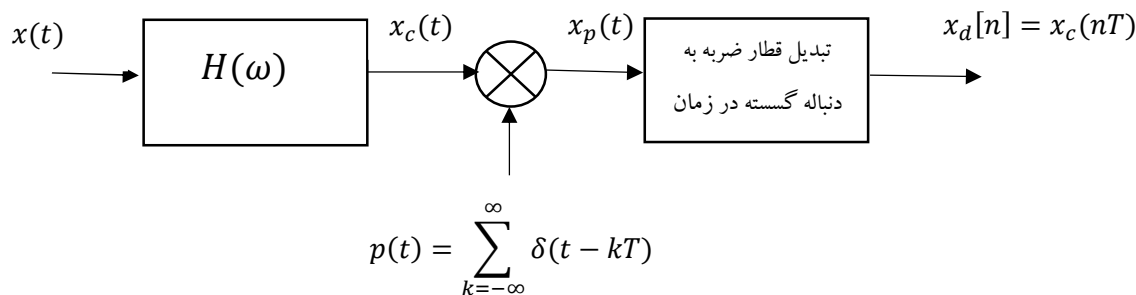
توجه:  $(\omega_p = \omega_2 - \omega_1)$



5- سیستم شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن  $x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k \cos(20k\pi t)$  و یک فیلتر پایین گذر ایده آل با فرکانس قطع  $\omega_c = 41\pi$  و بهره ی واحد است. دوره تناوب نمونه برداری  $T = 5 \times 10^{-3}$  ثانیه می باشد.

الف)  $X(\omega)$ ،  $X_c(\omega)$ ،  $X_p(\omega)$  و  $X_d(e^{j\Omega})$  را رسم نمایید.

ب)  $x_d[n]$  را بیابید.



6- تبدیل Z سیگنال زیر را با ناحیه ی همگرایی آن بیابید.

$$x[n] = (a)^n \cos(\omega_0 n) u[n], \quad 0 < a < 1$$

7- برای تبدیل  $Z$  زیر، عکس تبدیل  $Z$  را برای تمامی نواحی همگرایی ممکن به دست آورید.

$$X(z) = \frac{6 - 13z^{-1}}{3z^{-2} - 7z^{-1} + 2}$$

---

8- یک سیستم  $LTI$  علی دارای معادله تفاضلی زیر است:

$$y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = x[n]$$

الف) تابع تبدیل  $Z$  این سیستم را به دست آورید.

ب) محل صفر و قطب‌های تابع تبدیل و ناحیه‌ی همگرایی آن را در صفحه‌ی  $Z$  مشخص نمایید.

ج) پاسخ این سیستم به ورودی  $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$  را به دست آورید.