$$L_1 = (1+01)^* \, 00 \, (10+1)^*$$

$$L_2 = b^* + b^* a b^* + b^* a b^* a b^* + b^* a b^* a b^* a b^*$$

$$= b^* (a+\lambda) \, b^* (a+\lambda) \, b^* (a+\lambda) \, b^*$$

$$L_3 = (\Sigma^4)^* (\Sigma \cup \Sigma^2 \cup \Sigma^3) \quad ; \quad \Sigma = \{0,1\}$$

$$L_4 = \{0^n 1^m ; n \geq 1, m \geq 3\} \cup \{0^n 1^m ; n \geq 3, m \geq 1\} \cup \{0^n 1^m ; n, m \geq 2\}$$

$$= 0 0^* 1^3 1^* + 0^3 0^* 1 1^* + 0^2 0^* 1^2 1^*$$

$$= 0 0^* (1^2 + 0^2 + 01) \, 1 1^*$$

$L_5 =$ جمع دو عدد در صورتی زوج است که یا هردو زوج باشند یا هردو فرد

$$= (00)^* (11)^* + (00)^* 0 \, (11)^* 1$$

$$L_6 = \Sigma^+ \, 00 \, \Sigma^+ + \Sigma^+ \, 11 \, \Sigma^+ \quad ; \quad \Sigma = \{0,1\}$$

اما: چون $L_a$ زبانی منظم است ← یک NFA برای آن وجود دارد: $N_a$

طبق خواص بستاری زبان‌های منظم، $\overline{L_a}$ نیز منظم است ← $N_{\bar{a}}$

$L_a$ و $\overline{L_a}$ دو زبان منظم هستند ← $\overline{L_a} L_a$ نیز منظم است ← $N$

← برای زبان گفته‌شده توانستیم یک NFA بسازیم ← زبان $L_1$ منظم است.

$L_2$: $L_a$ و $L_b$ منظم هستند ← DFA دارند ← $D_a$ و $D_b$

به ازای هر گره $q \in Q$ در $D_1$ تعیین می‌کنیم که آیا مسیری مثل $v$ از

گره $q$ به یکی از حالات نهایی وجود دارد یا خیر به طوری که $v \in L_b$.

اگر گره $q$ با همچین خاصیتی پیدا شود ← هر $u$ ای که به ازای آن

$\delta(q_0, u) = q$ باشد به زبان $L_2$ تعلق دارد. لذا کافیست گره‌های

دارای ویژگی فوق را به استیت نهایی تبدیل کنیم.

* به زبان $L_2$ اصطلاحاً خارج قسمت راست $L_a$ بر $L_b$ نیز می‌گویند

و آن را با نماد $L_a/L_b$ نمایش می‌دهند.

$L_3$ : چون $L_a$ منظم است پس دارای یک NFA مانند $N$ است.
اگر در $N$ جای استیت شروع و استیت نهایی را عوض کنیم و جهت
تمامی یال ها را عوض کنیم NFA پذیرنده $L_a^R$ بدست می آید.

$L_4$ : در قسمت $L_2$ ثابت کردیم که خارج قسمت دو زبان منظم
نسبت به هم باز زبانی منظم خواهد بود. لذا زبان $L_4$ را می توان
خارج قسمت زبان $L_a$ با رشته ها به طول 1 در نظر گرفت یعنی :
$L_4 = L_a / \Sigma$ . حال چون $L_a$ منظم است ، همچنین $\Sigma$ منظم است
← طبق قسمت $L_3$ ← $L_4$ منظم خواهد بود

* به زبان $L_4$ اصطلاحاً Delete first ($L_a$) می گویند :

Delete first $(L_a) = L_a / \Sigma$

خارج قسمت راست

$L_1$: رشته $w = 0^{n!}$ را در نظر می‌گیریم. واضح است که $|w| \geq n$ و همچنین $w \in L_1$

$\Leftarrow$ $w = xyz = 0^m 0^k 0^{n!-(n+m)}$

$\Leftarrow$ $x = 0^m$ و $y = 0^k$ ، $|xy| \leq n$ و $|y| \geq 1$ و $z = 0^{n!-(n+m)}$

حال داریم: $w_i = xy^iz = 0^m (0^k)^i 0^{n!-(n+m)}$

با انتخاب: $i = \frac{n!}{k}+1$ : $w_i = 0^{n!+k(\frac{n!}{k}+1-1)} = 0^{2n!}$

برای $n \geq 2$ : $n! < 2n! < (n+1)!$ . پس $2n!$ فاکتوریل هیچ عددی نیست پس $\{0^{n!} : n \geq 2\}$ نامنظم است و اگر تعداد متناهی رشته به یک زبان نامنظم اضافه کنیم باز نامنظم خواهد ماند پس اگر $\{0\}$ را نیز به زبان فوق اضافه کنیم $\Leftarrow$ $\{0^{n!} : n \geq 0\}$ نامنظم خواهد بود

---

$L_2$: $P$ اولین عدد اول بزرگتر از $n$ می‌باشد و $w = 0^P$

$|w| \geq n$ و $w \in L_2$ $\Rightarrow w = xyz = 0^P$ ، $|xy| \leq n$ و $|y| \geq 1$

$\Rightarrow w_i = xy^iz = 0^m (0^k)^i 0^{P-(k+m)} = 0^{P+k(i-1)}$

اگر $i = P+1$ را در نظر بگیریم: $w_i = 0^{P+Pk} = 0^{P(k+1)}$

$1 \leq k \leq n \Leftarrow$ $P(k+1)$ عددی غیر اول است $\Leftarrow$ $w_i \notin L_2$

$\Leftarrow$ زبان $L_2$ نامنظم است.

$L_3$ : $w = 0^P 1^{(P+1)(P+2)\dots(P+n)}$ : $P$ اولین عدد اول بعد از $n$ می باشد
ثابت پامپینگ

$|w| \geq n$ ← ونیز چون $P$ اول است ←

نسبت به $(P+1)(P+2)\dots(P+n)$ اول می باشد ← $w \in L_3$

حال داریم : $w = xyz$ و $|xy| \leq n$ و $|y| = k \geq 1$

$$\Rightarrow w_i = xy^iz \xrightarrow{i=2} 0^{P+k} 1^{(P+1)(P+2)\dots(P+n)}$$

چون $1 \leq k \leq n$ ←

$$\gcd(P+k, (P+1)(P+2)\dots(P+n)) = P+k$$

چون $k \geq 1$ و $P \geq 2$ ← $P+k \geq 3$ ← $L_3$ نامنظم است

$L_4$ : تکته : اگر یک زبان منظم باشد آنگاه آن زبان تحت هر تابع همریختی $h$ نیز منظم خواهد بود .

$h$ را بصورت مقابل تعریف می کنیم : $h(0) = 0$ , $h(1) = 0$ و $h(2) = 1$

$$\Rightarrow h(L_4) = \{0^{n+k} 1^{n+k} ; n+k \geq 0\} = \{0^n 1^n ; n \geq 0\}$$

واضح است که $0^n 1^n$ نامنظم است پس $L_4$ تحت تابع همریختی $h$ منظم نماند ← $L_4$ نامنظم می باشد

$L_5$ :

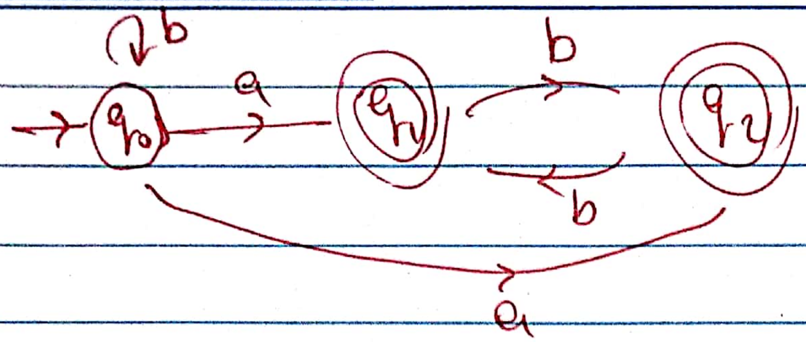
زبان $L_5$ منظم است ← مکمل آن نیز زبانی منظم خواهد بود:

$\overline{L_5} = \{w \mid n_0(w) = n_1(w)\}$ → منظم است

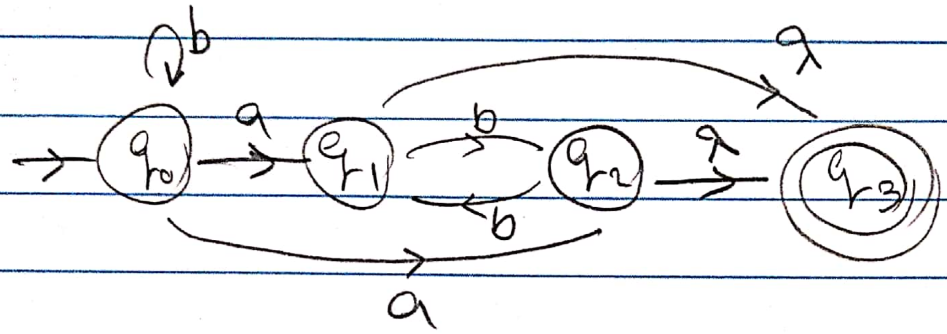
پس اشتراک آن با زبان منظم $0^*1^*$ منظم خواهد بود:

$\overline{L_5} \cap (0^*1^*) = \{0^n1^n ; n \geq 0\}$

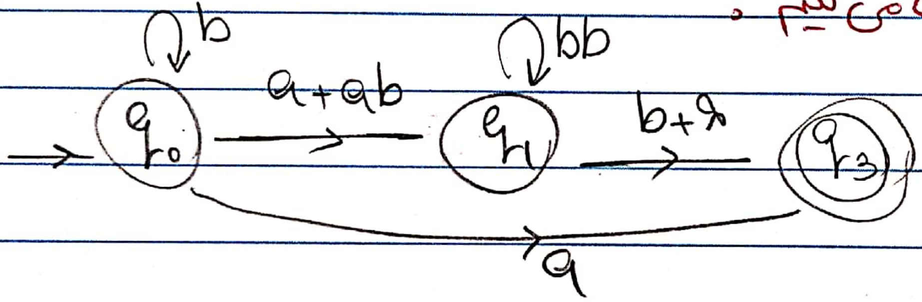
واضح است که زبان حاصل منظم نمی باشد ← فرض اولیه غلط ← $L_5$ نامنظم



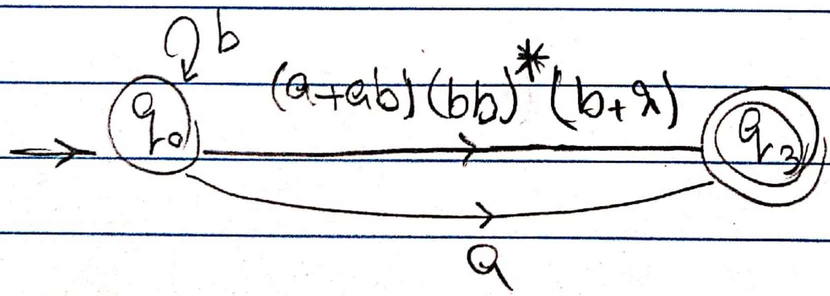
در ابتدا یک حالت نهایی جدید می‌سازیم :



حال که $q_2$ را حذف می‌کنیم :



حذف کرده $q_1$ :



پس عبارت منظم معادل NFA صورت سوال :

$$R = b^*[a + (a+ab)(bb)^*(b+\lambda)]$$

Scanned by CamScanner