



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها  
تکلیف سری دوم  
مهلت تحویل: جمعه ۲۰ فروردین

در همه بخش‌های تمامی سؤالات (به غیر از بخش‌هایی که مشخص شده است)،  $\Sigma = \{0, 1\}$  است. منظور از  $n_a(w)$  تعداد تکرارهای سمبل  $a$  در رشته‌ی  $w$  می‌باشد.

۱ - برای هریک از زبان‌های منظم توصیف‌شده، عبارت منظم معادل آن را بنویسید. (نوشتن ۵ مورد الزامی می‌باشد)

$$\begin{aligned} L_1 &= \{ w \mid w \text{ دقیقاً یک جفت صفر متوالی داشته باشد} \} \\ L_2 &= \{ w \mid w \text{ حداکثر سه تا صفر داشته باشد} \} \\ L_3 &= \{ w \mid |w| \bmod 4 > 0 \} \\ L_4 &= \{ 0^n 1^m : n, m \geq 1, mn \geq 3 \} \\ L_5 &= \{ 0^n 1^m : (n + m) \bmod 2 = 0 \} \\ L_6 &= \{ uww^Rv : u, v, w \in \{0, 1\}^+ \} \end{aligned}$$

۲ - اگر زبان‌های  $L_a$  و  $L_b$  منظم باشند، ثابت کنید زبان‌های زیر هم منظم هستند.

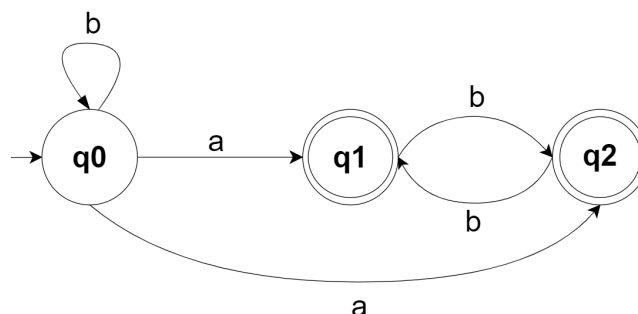
$$\begin{aligned} L_1 &= \{ uv \mid v \in L_a \text{ and } u \notin L_a \} \\ L_2 &= \{ u \mid uv \in L_a \text{ and } v \in L_b \} \\ L_3 &= \{ w \mid w^R \in L_a \} \\ L_4 &= \{ w \mid w \in \Sigma^* : aw \in L_a, \exists a \in \Sigma \} \end{aligned}$$

توضیحات زبان  $L_4$ : به عنوان مثال اگر زبان  $L_a = \{01, 111, 00\}$  باشد، زبان  $L_4$  برابر مجموعه  $\{1, 11, 0\}$  خواهد بود.

۳ - برای هریک از موارد زیر، ثابت کنید زبان توصیف‌شده، منظم نیست. (برای اثبات نامنظم بودن می‌توانید از لم تزریق و یا خواص بستاری زبان‌های منظم استفاده کنید)

$$\begin{aligned} L_1 &= \{ 0^n 1 \mid n > 0 \} \quad \Sigma = \{0\} \\ L_2 &= \{ 0^p \mid p \text{ عددی اول است} \} \quad \Sigma = \{0\} \\ L_3 &= \{ 0^n 1^m \mid \gcd(n, m) = 1 \} \\ L_4 &= \{ 0^n 1^k 2^{n+k} : n, k \geq 0 \} \quad \Sigma = \{0, 1, 2\} \\ L_5 &= \{ w \mid n_0(w) \neq n_1(w) \} \end{aligned}$$

۴ - ماشین متناهی زیر را به عبارت منظم معادل تبدیل کنید. (رسم مرحله به مرحله  $GNFA$ ها الزامی می‌باشد)



موفق باشید :