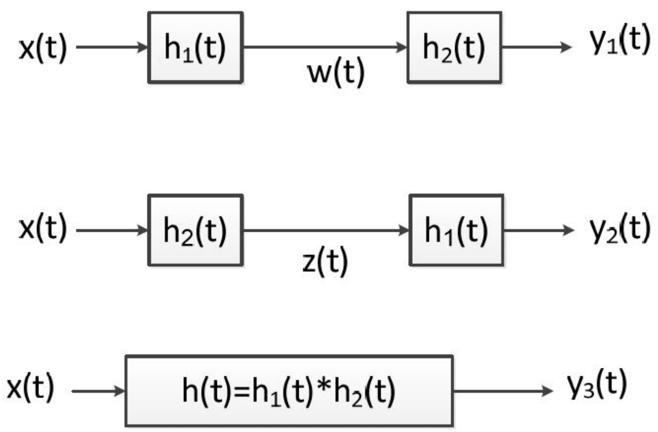
باسمه تعالی

دانشکده برق و کامپیوتر

تمرین دوم درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها

مشترک گروه های 1 و 2 | زمان تحویل : یک شنبه 7 آبان ساعت 16

۱- دو سیستم LTI با پاسخ ضربه‌های $h_1(t) = \delta(t) - e^{-2t}u(t)$ و $h_2(t) = \delta(t) - e^{t}u(-t)$ در اختیار داریم. این دو سیستم را به دو صورت مختلف با هم سری می کنیم و خروجی ها را $y_1(t)$ و $y_2(t)$ می نامیم (شکل زیر). همچنین یک سیستم LTI با پاسخ ضربه $h(t) = h_1(t) * h_2(t)$ در نظر گرفته و خروجی این سیستم را $y_3(t)$ می نامیم.



حال ورودی $x(t) = e^{-t}u(t)$ را به این سه سیستم اعمال می کنیم. مطلوب است محاسبه ی موارد زیر:

الف) $w(t) = x(t) * h_1(t)$

ب) $z(t) = x(t) * h_2(t)$

ج) $h(t) = h_1(t) * h_2(t)$

د) $y_1(t) = w(t) * h_2(t)$

ه) $y_2(t) = z(t) * h_1(t)$

و) $y_3(t) = x(t) * h(t)$

آیا تساوی های زیر برقرار است؟

$$\big(x(t) * h_1(t)\big) * h_2(t) = \big(x(t) * h_2(t)\big) * h_1(t) = x(t) * \big(h_1(t) * h_2(t)\big)$$

۲- یک سیستم خطی و تغییر ناپذیر با زمان دارای پاسخ ضربه ی $h[n] = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le 3 \\ -2 & 4 \le n \le 6 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$ است. پاسخ سیستم

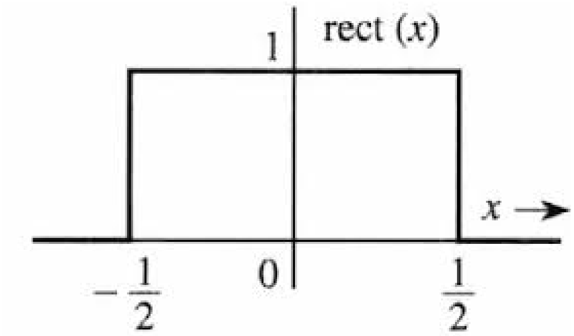
به ورودی های

الف) $x[n] = u[n-3]$

ب) $x[n] = a^{-n}u[n] \ , \ a > 0$

را محاسبه کنید.

3- الف) تابع $x_1(t) = rect(t)$ به صورت زیر تعریف میشود:

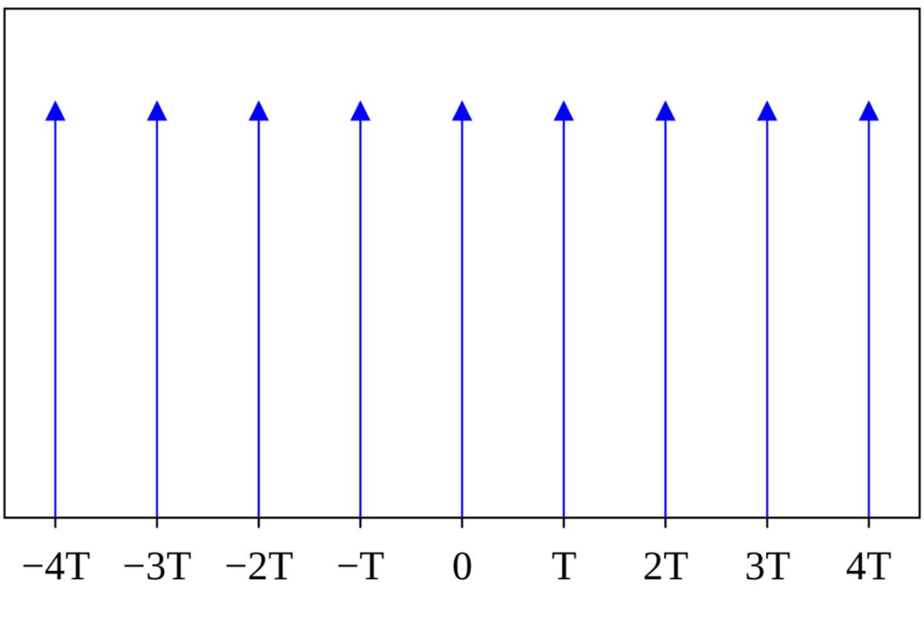


موارد زیر را محاسبه کنید و شکل تقریبی آن را رسم کنید:

$$x_2(t) = x_1(t) * x_1(t)$$
$$x_3(t) = x_2(t) * x_1(t)$$

ب) در صورتی که سیگنال $x_2(t)$ به سیستم با پاسخ $h(t)$ اعمال شود خروجی این سیستم را به دست آورید.

$$h(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$



۴- در سیستم نشان داده شده در شکل زیر با ورودی و پاسخ ضربه مشخص شده، ضریب A را طوری تعیین کنید که $y[1] = -4$ باشد.

$$x[n] = A\sin\frac{\pi n}{2}$$
$$h[n] = \left[\left(\tfrac{1}{2}\right)^n \cos\frac{\pi n}{2}\right]u[n]$$

$$x[n] \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow y[n]$$

5- اگر $x(t) = \begin{cases} 2, & -1 \le t \le 0\,, 1 \le t \le 2 \\ 0, & \text{سایر} \end{cases}$ و $y(t) = \begin{cases} t, & 0 \le t \le 1 \\ 0, & \text{سایر} \end{cases}$ به ترتیب ورودی و خروجی یک سیستم LTI باشند، پاسخ سیستم به ورودی زیر را به دست آورید:

$$x_1(t) = u(t+5) - u(t-3)$$

6- رابطه ورودی- خروجی یک سیستم در زیر داده شده است:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-2(t-\tau)} x(\tau - 1)\, d\tau$$

الف) نشان دهید سیستم LTI است.

ب) پاسخ ضربه سیستم را به دست آورید.

پ) آیا سیستم پایدار وعلی است؟ چرا؟

ت) بند های الف تا پ را برای رابطه ورودی- خروجی زیر تکرار کنید:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2(t-\tau)} x(\tau - 1)\, d\tau$$

7- پاسخ ضربه در چهار سیستم LTI به صورت زیر داده شده اند. خواص بدون حافظه بودن، علیّت، و پایداری این سیستم ها را با ذکر دلیل بررسی نمایید.

الف) $h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

ب) $h[n] = (1.01)^n u[n-3] - \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

ج) $h(t) = t^{10} e^{-t} u(t+1)$

د) $h(t) = e^{2t} u(-t+1)$

۸- در این سوال به بررسی چگونگی حل یک معادله تفاضلی می پردازیم. فرض کنید میخواهیم پاسخ ضربه برای معادله تفاضلی زیر را محاسبه کنیم، این معادله دارای شرایط آرامایش اولیه می باشد:

$$y[n] - ay[n-1] = bx[n] - x[n-1]$$

برای این کار میتوانیم این سیستم را به صورت دو سیستم *cascade* زیر بنویسیم:

$$x[n] \longrightarrow \boxed{z[n] = bx[n] - x[n-1]} \xrightarrow{z[n]} \boxed{y[n] - a\,y[n-1] = z[n]} \longrightarrow y[n]$$

همچنین میدانیم طبق تئوری سیستم های *LTI* میتوانیم جای این دو سیستم را عوض کنیم:

$$x[n] \longrightarrow \boxed{w[n] - a\,w[n-1] = x[n]} \xrightarrow{w[n]} \boxed{y[n] = b\,w[n] - w[n-1]} \longrightarrow y[n]$$

الف) پاسخ ضربه‌ی سیستم $w[n] - a\,w[n-1] = x[n]$ را به دست آورید.

ب) با جایگذاری $w[n]$ در معادله $y[n] = b\,w[n] - w[n-1]$ پاسخ ضربع کل سیستم را به دست آورید.

پ) در مورد خواص بدون حافظه بودن، علیت و پایداری سیستم بحث کنید

<u>پاسخ های خود را در سامانه یکتا قرار دهید.</u>

موفق باشید