



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها  
تکلیف چهارم  
مهلت تحویل: ۵ خرداد

در همه بخش‌های تمامی سؤالات (به غیر از بخش‌هایی که مشخص شده است)،  $\Sigma = \{a, b\}$  است.

۱- برای هریک از زبان‌های مستقل از متن معرفی شده یک PDA طراحی کنید.

$$\begin{aligned} L_1 &= \{ w \# x \mid w^R \text{ یک زیررشته برای } x \text{ است.} \} \\ L_2 &= \{ a^n b^m \mid n \geq m \text{ و } n - m \text{ زوج باشد.} \} \\ L_3 &= \{ w \mid w \text{ طول فرد است و عضو وسط آن سمبل } a \text{ باشد.} \} \\ L_4 &= \{ a^i b^j c^k \mid i = j \text{ یا } j = k \} \quad (\Sigma = \{a, b, c\} \text{ روی الفبای}) \\ L_5 &= \{ w_1 \# w_2 \# \dots \# w_k \mid k \geq 1, \forall i : w_i \in \Sigma^*, \exists i \neq j : w_i = w_j^R \} \end{aligned}$$

۲- اگر  $C$  یک زبان مستقل از متن و  $R$  یک زبان منظم باشد، ثابت کنید زبان‌های زیر مستقل از متن هستند.

$$\begin{aligned} L_1 &= \{ xy \mid yx \in C \} \\ L_2 &= \{ w \mid w^R \in C \} \\ L_3 &= \{ w \mid \exists x \in R : wx \in C \} \end{aligned}$$

۳- با استفاده از الگوریتم CYK بررسی کنید که رشته‌های  $aaabb$  و  $aabab$  در زبان متناظر با گرامر زیر هستند یا خیر.

$$G : \begin{cases} S \longrightarrow AP \mid AB \\ E \longrightarrow AP \mid EB \mid b \\ P \longrightarrow EB \\ A \longrightarrow a \\ B \longrightarrow b \end{cases}$$

۴- گرامرهای زیر را با حذف قواعد بی‌استفاده، اِسیلونی و یک‌ه تا حد ممکن ساده کنید.

$$G_1 : \begin{cases} S \longrightarrow aSab \mid bS \mid \epsilon \mid bA \mid aB \\ A \longrightarrow bB \mid B \\ B \longrightarrow B \mid AbB \\ C \longrightarrow A \mid aab \end{cases} \quad G_2 : \begin{cases} S \longrightarrow aCC \mid aAA \\ A \longrightarrow aCC \mid a \\ B \longrightarrow AaBc \mid ba \mid a \\ C \longrightarrow cCC \mid A \end{cases}$$

۵ - برای هر یک از موارد زیر، بررسی کنید زبان توصیف شده مستقل از متن است یا خیر.  
برای بخش‌های ۱ و ۳ روی الفبای  $\Sigma = \{a, b, c\}$  بررسی شود.

$$L_1 = \{ w \mid n_a(w) < n_b(w) \cdot n_c(w) \}$$

$$L_2 = \{ a^n b^m a^j b^k \mid n + m = j + k \}$$

$$L_3 = L(a^* b^* c^*) - \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \}$$

$$L_4 = \{ w_1 \# w_2 \mid w_1 \text{ یک زیررشته از } w_2 \text{ است} \}$$

$$L_5 = \{ w \mid \text{حداقل یکی از } n_a(w) \text{ یا } n_b(w) \text{ عددی اول است} \}$$

$$L_6 = \{ x_1 \# x_2 \# \dots \# x_k \mid \text{for } k \geq 0, \text{ each } x_i \in L(a^*), \text{ and } x_i \neq x_j \text{ for } i \neq j \} \quad (\Sigma = \{a, \#\})$$

موفق باشید :