Rakneovning 2: A.16, A.22, 1.44

Vibrationsenegi: Harmonisk oscillator

Klassiskt

MX = - KX

Har losning på formen

Den totala energin ges as

$$E = \frac{P^2}{2m} + \frac{K \times 2}{2}$$

Krant mekanisht

Energin krantisems!

$$f = (n + \frac{1}{2}) + w = (n + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$$
, $n = 0, 1, 2, --$

Vad ska nan använda?

KT KK &E => kvant

KT>> DE => Klassible

just kT = 0.025 ev vid RT

72-30: Earner =
$$\frac{hc}{295 am} - \frac{E_{0.90}}{20.26} = 0.26 \text{ eV}$$
 $2 + 31: Earner = E_{231} - E_{131} = \frac{hc}{314 am} - \frac{hc}{334 am} = 0.24 \text{ eV}$

Igen:
$$E = (n+\frac{1}{2})hw$$
, $\Delta E = hw = 0.21 eV$ (6)
Porche etvationer (klassisk metamik)

$$(1)-(2): x_1-x_2=m \left[-x_1+x_2+x_2-x_1\right]=$$

$$=\frac{2k}{m}\left(\chi_{2}-\chi_{i}\right)$$

Infor my koordinat q=x,-x2:

Harmonisk oscillator a. 1584ing w= 2K

Klassisk mekanik:

$$\begin{cases}
\Gamma_0 = \frac{RM}{m_0} \\
\Gamma_C = \frac{RM}{m_0}
\end{cases}$$
(2)

1044 Jamfor tabellvardun for Cp m. etuportition!

$$Cp = \left(\frac{Q}{\Delta T}\right)_{p} = \left(\frac{\Delta U + P\Delta V}{\Delta T}\right)_{p} = \frac{2U}{3T}|_{p} + P \frac{2V}{3T}|_{p}$$
Etvi partion: $U = \frac{f}{2}RT = \frac{2U}{2T}|_{p} = \frac{f}{2}R$
for ett mol

Ideala sarlagen: $PV = RT = \frac{2V}{2T} = \frac{R}{2T}$

$$C_{p} = \frac{f}{2}R + RR = \frac{f+2}{2}R \qquad \left(\frac{obs!}{cp \text{ ar per mol}}\right)$$

For fasta material?

Wolgmen andress mycket lite wed Tjamfort m. ideal gas, forsnuma au => Cp = \frac{1}{2}R

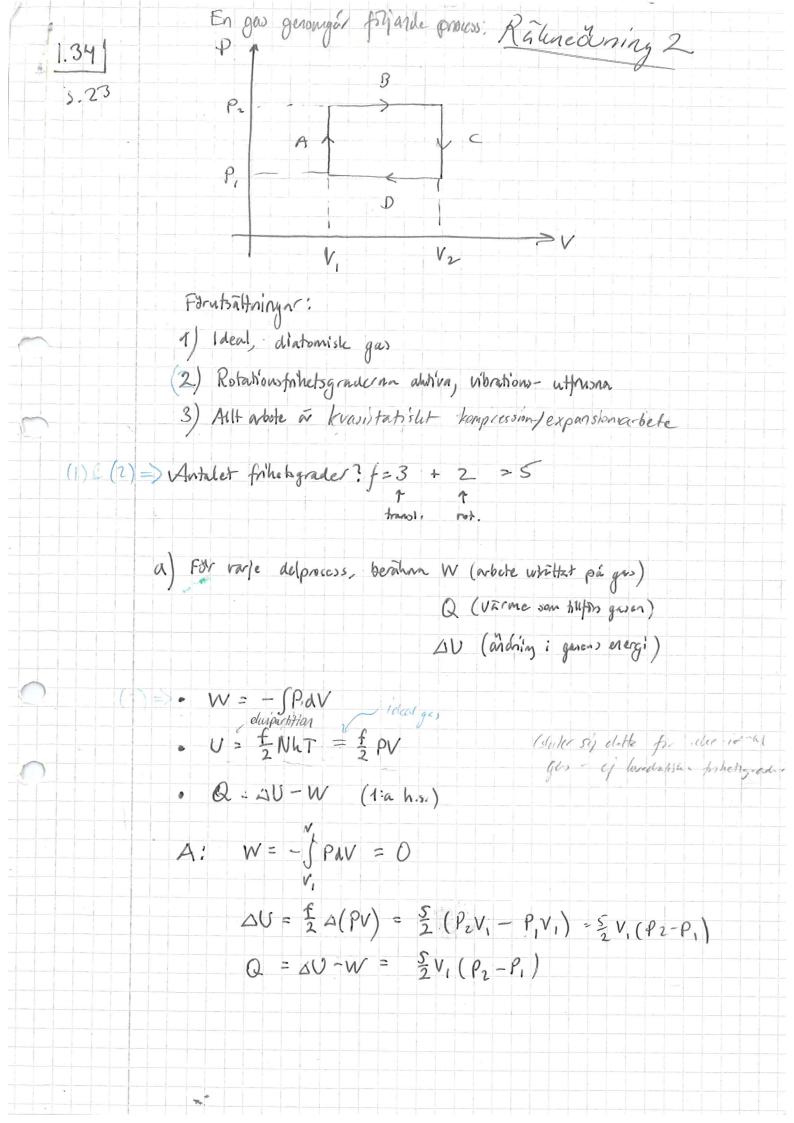
Svart att rakua frihetsgradena / inte enbrt Svart att rakua frihetsgradena / inte enbrt Svart att rakua frihetsgradena / inte enbrt body Fasta material

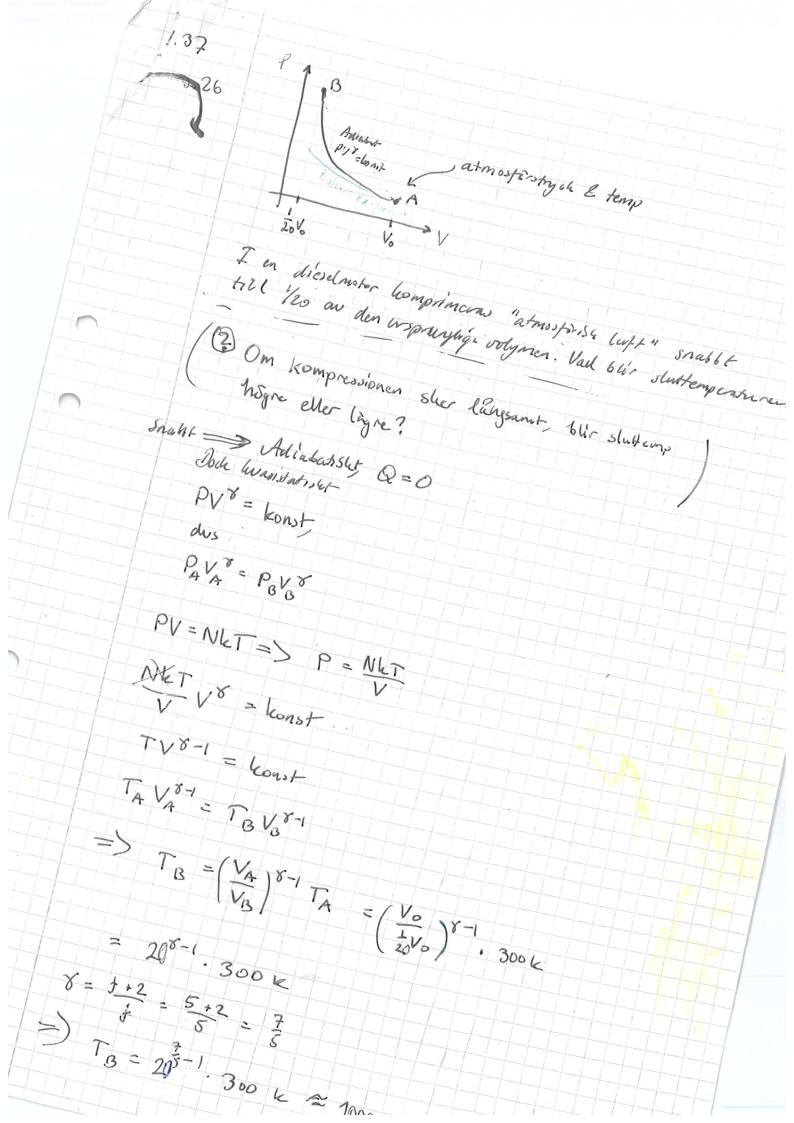
Bana vibrationer $f = 2 \times 3$ $Cp = \frac{6}{2} R = 25 \text{ J/K}$ niktninger

A1, Ca, Fe, PS 24 - 27 ok! 6 - 9 light!so, 50

twint CaCl 2

which St 0 2 64,64 44.43





1.49 På s. 404 finns en tabell med bl.a. Cp for många sula annen vid rumstemp. Kan vi fisti värdera? 5.31 Fort: Hw beror Cp pa applet fortograde? Varmelapaertet vid honst trych: $C_{p} = \left(\frac{Q}{\Delta T}\right)_{p} = \left(\frac{\Delta U - W}{\Delta T}\right)_{p} = \left(\frac{\Delta U + P_{\Delta}V}{\Delta T}\right)_{p}$ $= \left(\frac{\partial L}{\partial \Omega}\right)^{b} + b\left(\frac{\partial L}{\partial \Omega}\right)^{b}$ Elipatitions teoremet: U=fNET = fnRT $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{p} = \frac{f}{2}R$ (vi har n=1 mol) For Ideal gas: $V = \frac{nRT}{p} \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p} = \frac{nR}{p}$ $P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P} = R \quad (n = 1mi)$ · Ideal gas: Cp = 12R+R = (f+2)R · Fast anne! $C_p \approx \frac{1}{2} R$ (volymen andres whe war temper andres) · Vitile: ? 8 vart att rahm frihetsgrader! U loradatista frihetigade

	Fasta	Fasta material							
65	1	Vibrytion	i the nu	mingar					
AH			2 = 6						
	C	p= = 2 R	25 3/1	L					
		Al :	24,35						
		((grap))	8.53		7 21	And materia)		
		C (di aman			I had	ande inateria, de bindantaje	· ?		
		Cn							
		Fe							
		Pb					20114		
	Uolisa /r		50.50	Bra!	25,25		49.9		
	Vogsalt	Calla	72.59	é	24,20	habre a	74.8		
	1	1602	67.67		21,55		74.8		
	livers		44.43		14.81	-	74.8		
					1				
					1				
							ALCO AND		
				41					
		401	8 - Drog	000) min				

130822. 2

2019: Lagon (nagra Minuter luver) 1.3421.37 innan rast

FTF140 Termodynamik och statistisk mekanik, 2018-08-15 Göran Wahnström, Institutionen för Fysik, Chalmers

1.44 efter i lugat tempo

2. Energibegreppet, forts

Värme och arbete; termodynamikens första huvudsats (energikonservering); tryck-volym arbete; isoterma och adiabatiska processer; värmekapacitet; ångbildningsvärme och smältvärme; entalpi; bildningsentalpi.

Avsnitt: 1.4-1.6

Läs, träna och begrunda

I avsnitt 1.4 definieras värme och arbete, två olika former av energiöverföring. Denna distinktion är central inom termodynamiken. Läs och begrunda samt träna på problem 1.26 och 1.29. Termodynamikens första huvudsats

$$\Delta U = Q + W$$

uttrycker lagen om energins konservering. Notera fotnoten på sidan 18. Författaren väljer att Q och W kan beteckna både ändliga och infinitesimala energimängder som överförs som värme respektive arbete till ett system.

Den viktigaste typen av arbete i termodynamik är tryck-volym arbete, det arbete som är associerat med ändring av volymen för ett system. Detta introduceras i avsnitt 1.5. Ett centralt begrepp är kvasistatiska processer, processer där varje mellantillstånd är ett jämviktstillstånd. För denna typ av process gäller att

$$W = -\int P(V)dV$$

och processen kan åskådligöras i ett s.k. PV-diagram. Notera hur arean i ett PV-diagram är relaterat till arbetet. Avsnitt 1.5 diskuterar också isoterma och adiabatiska processer.

I avsnitt 1.6 definieras ett antal användbara storheter; värmekapacitet vid konstant volym C_V och konstant tryck C_P , samt ångbildnings- och smältvärme L. Den termodynamiska storheter entalpi $H \equiv U + PV$ införs. Denna storhet är användbar vid processer som sker vid konstant tryck. Bildningsentalpin för en kemisk reaktion anger hur mycket värme som erhålls då reaktionen sker vid konstant tryck. Läs, lär dig betydelsen av de olika storheterna samt träna på problem 1.42.

För idealgas gäller att

$$PV = NkT$$
$$U = Nf\frac{kT}{2}$$

där f är antal "frihetsgrader" per molekyl. Vid rumstemperatur gäller att f=3 för en enatomig gas och f=5 för en tvåatomig gas. Vidare gäller för en kvasistatisk process att

= konstant, vid isoterm process

 PV^{γ} = konstant, vid adiabatisk process, där $\gamma = (f+2)/f$

2. Energibegreppet, forts

Värme och arbete; termodynamikens första huvudsats (energikonservering); tryck-volym arbete; isoterma och adiabatiska processer; värmekapacitet; ångbildningsvärme och smältvärme; entalpi; bildningsentalpi.

Avsnitt: 1.4-1.6

Läs, träna och begrunda

I avsnitt 1.4 definieras värme och arbete, två olika former av energiöverföring. Denna distinktion är central inom termodynamiken. Läs och begrunda samt träna på problem 1.26 och 1.29. Termodynamikens första huvudsats

$$\Delta U = Q + W$$

uttrycker lagen om energins konservering. Notera fotnoten på sidan 18. Författaren väljer att Q och W kan beteckna både ändliga och infinitesimala energimängder som överförs som värme respektive arbete till ett system.

Den viktigaste typen av arbete i termodynamik är tryck-volym arbete, det arbete som är associerat med ändring av volymen för ett system. Detta introduceras i avsnitt 1.5. Ett centralt begrepp är kvasistatiska processer, processer där varje mellantillstånd är ett jämviktstillstånd. För denna typ av process gäller att

$$W = -\int P(V)dV$$

och processen kan åskådligöras i ett s.k. PV-diagram. Notera hur arean i ett PV-diagram är relaterat till arbetet. Avsnitt 1.5 diskuterar också isoterma och adiabatiska processer.

I avsnitt 1.6 definieras ett antal användbara storheter; värmekapacitet vid konstant volym C_V och konstant tryck C_P , samt ångildnings- och smältvärme L. Den termodynamiska storheter entalpi $H \equiv U + PV$ införs. Denna storhet är användbar vid processer som sker vid konstant tryck. Bildningsentalpin för en kemisk reaktion anger hur mycket värme som erhålls då reaktionen sker vid konstant tryck. Läs, lär dig betydelsen av de olika storheterna samt träna på problem 1.42.

Notera att för idealgas med temperaturoberoende värmekapacitet gäller att

$$\Delta U = C_V \Delta T$$
$$\Delta H = C_P \Delta T$$

samt att PV^{γ} =konstant vid en kvasistatisk adiabatisk process, där $\gamma=C_P/C_V=(f+2)/f$ och f är antal "frihetsgrader" per molekyl. Träna på problem 1.35.

Termodynamik och statistisk fysik: Räkneövning 2 - Energibegreppet, forts

Anders Lindman

September 3, 2015

Den här räkneövningen behandlar

- 1:a huvudsatsen
- Tryck-volym arbete
- Värmekapacitet
- Entalpi

b)

Fråga: Förklara fysikaliskt vad som sker i varje delprocess.

Lösning: (Ideala gaslagen är lämplig att studera här.)

A: Här är W=0 och Q>0. Värme tillförs, t.ex. genom att elda runt cylindern, medan kolven är fixerad eftersom volymen är konstant.

B: Här är W<0 och Q>0. Gasen expanderar och uträttar ett arbete på kolven. Värme fortsätter att tillföras för att behålla konstant tryck.

C: Här är W=0 och Q<0. Värme bortförs, t.ex. genom kyla med omgivande vatten runt cylindern, medan kolven är fixerad eftersom volymen är konstant.

D: Här är W>0 och Q<0. Gasen kontraherar och kolven uträttar ett arbete på gasen. Värme fortsätter att bortföras för att behålla konstant tryck.

c)

Fråga: Summera $W, \Delta U$ och Q för en hel cykel. Är resultaten rimliga? Förklara.

Lösning: (Resultaten finns i tabellen på föregående sida.)

För arbetet så gäller att $W_{\rm tot} < 0$ vilket betyder att gasen har uträttat ett nettoarbete på kolven. Detta är rimligt då trycket är högre när gasen expanderar jämfört med när den kontraherar.

För energin så gäller $\Delta U_{\rm tot}=0$. Detta är rimligt då gasen återgår till sitt ursprungliga tillstånd efter en cykel.

För arbetet så gäller att $Q_{\text{tot}} > 0$ ($Q_{\text{tot}} = -W_{\text{tot}}$) vilket betyder att ett nettovärme har tillförts under processen. Detta är rimligt då energin är bevarad och arbete tagits ut ($Q_{\text{tot}} = -W_{\text{tot}}$).

Uppgift 1.39

Genom att tillämpa Newtons lagar till oscillationer av ett kontinuerligt medium kan man visa att ljudhastigheten ges av

 $c_{
m s}=\sqrt{rac{B}{
ho}}$

där ρ är mediets densitet (massa per volymsenhet) och B är bulkmodulen som är ett mått på mediets styvhet. B definieras som

$$B = -V \frac{\Delta P}{\Delta V} = -V \frac{\partial P}{\partial V}$$

 $d\ddot{a}r \Delta V \ddot{a}r den$ (negativa) förändringen i volymen vid en ökning av trycket med ΔP . Definitionen är tvetydigt då den inte säger något om tryckets karaktär (ex. adiabatiskt eller isotermiskt).

a)

Fråga: Beräkna bulkmodulen för en idealgas i termer av P, både för isotermisk och adiabatisk kompression.

Lösning: För en isotermisk process så gäller för en idealgas att

$$PV = NkT = \text{konstant} \implies P = \frac{1}{V}NkT$$

där $\gamma = (f+2)/f$ är den adiabatiska exponenten. Detta ger

$$\frac{\partial P}{\partial V} = -\frac{1}{V^2}NkT = -\frac{1}{V} \cdot \frac{NkT}{V} = -\frac{P}{V}.$$

Bulkmodulen blir då

$$B = -V \frac{\partial P}{\partial V} = V \frac{P}{V} = P.$$

För en adiabatisk process så gäller för en idealgas att

$$PV^{\gamma} = \text{konstant} \implies P = \frac{1}{V^{\gamma}} \cdot \text{konstant}$$

vilket ger

$$\frac{\partial P}{\partial V} = -\frac{\gamma}{V^{\gamma+1}} \cdot \text{konstant} = -\gamma \frac{1}{V} \cdot \frac{\text{konstant}}{V^{\gamma}} = -\gamma \frac{P}{V}.$$

Bulkmodulen blir då

$$B = -V \frac{\partial P}{\partial V} = V \gamma \frac{P}{V} = \gamma P.$$

d)

Fråga: När en skotsk orkester spelade på hög höjd anmärkte en av säckpipemusikanterna att den höga höjden gjorde instrumenten ostämda. Skulle du förvänta dig att höjden skulle påverka ljudhastigheten (och därav frekvensen för stående våg i piporna)? Om så är fallet, skulle den öka eller minska? Om inte, varför då?

Lösning: På hög höjd minskar trycket men det påverkar inte ljudhastigheten. Temperaturen påverkar däremot så om den höga höjden motsvarar en förändringen i temperaturen så kan det påverka.

Ämne	$C_P(J/K)$
Ar	20.79
He	20.79
Н	20.78
Ne	20.79

Diatomig idealgas

Fråga hur många frihetsgrader.

En diatomig idealgas har generellt fem aktiva frihetsgrader, f=5: tre translationsfrihetsgrader samt två rotationsfrihetsgrader. Vibrationsfrihetsgraderna är infrusna vid rumstemperatur. Värmekapaciteten blir således

$$C_P = \frac{7}{2}R = 29.10 \,\mathrm{J/K}.$$

I tabellen har vi följande diatomiga gaser och dess värmekapaciteter.

Ämne	C_P (J/K)
CO	29.14
Cl ₂	33.91
H_2	28.82
N_2	29.12
O_2	29.38

Fleratomig idealgas

Fråga hur många frihetsgrader.

En fleratomig idealgas har generellt fem eller sex aktiva frihetsgrader, f=, 56: tre translationsfrihetsgrader samt två eller tre rotationsfrihetsgrader. $\mathrm{CO_2}$ är en linjär molekyl och har endast två rotationsfrihetsgrader medan t.ex. vatten inte är det och har drämed tre. Vibrationsfrihetsgraderna är generellt infrusna vid rumstemperatur. Värmekapaciteten blir således som i föregående fall eller

$$C_P = \frac{8}{2}R = 33.26 \,\mathrm{J/K}.$$

I tabellen har vi följande fleratomiga gaser och dess värmekapaciteter.

Då vi kan försumma vätskans volym så ges ΔV av gasernas totala volym. Vi får då att

$$\Delta V = 0 - V_{\text{H}_2} - V_{\text{O}_2} = -\frac{RT}{P} - \frac{RT}{2P} = -\frac{3RT}{2P}$$

och således är arbetet

$$W = -P\Delta V = P\frac{3RT}{2P} = \frac{3RT}{2} = 3.71 \,\text{kJ}.$$

Med dessa värden för ΔH och Wkan vi nu beräkna ΔH enligt

$$\Delta U = \Delta H + W = -285.83 \,\mathrm{kJ} + 3.71 \,\mathrm{kJ} = -282.12 \,\mathrm{kJ}.$$

FTF140 Termodynamik och statistisk mekanik, 2018-08-15 Göran Wahnström, Institutionen för Fysik, Chalmers

3. Entropibegreppet

Tre modellsystem: tvånivåsystemet, Einstein modellen och klassisk idealgas; mikro- och makrotillstånd samt multiplicitet; det grundläggande antagandet i statistisk mekanik; växelverkande system och det mest sannolika makrotillståndet; definitionen av entropi; termodynamikens andra huvudsats; termisk jämvikt och definitionen av temperatur; termodynamikens tredje huvudsats.

Avsnitt: 2.1-2.4, del av 2.6, 3.1, del av 3.2

Läs, träna och begrunda

Avsnitt 2.1 presenterar tvånivåsystemet. Viktiga begrepp som introduceras i detta avsnitt är mikro- och makrotillstånd samt multipliciteten Ω .

I avsnitt 2.2 introduceras Einstein modellen, en uppsättning av harmoniska oscillatorer. Denna modell utnyttjas för att ge en förståelse för entropibegreppet, termodynamikens viktigaste begrepp. I avsnitt 2.3 formuleras det grundläggande antagandet i statistisk mekanik:

För ett isolerat system i termisk jämvikt gäller att alla tillgängliga mikrotillstånd är lika sannolika.

Väsentligen hela kursen bygger på detta enda antagande. Läs och begrunda avsnitt 2.2-2.4 samt träna på problem 2.5(a), 2.5(d), 2.5(f), 2.5(g), 2.6 och 2.8.

I avsnitt 2.6 definieras entropi och termodynamikens andra huvudsats formuleras med hjälp av entropibegreppet. Sambandet mellan entropi och sannolikhet (multiplicitet)

$$S \equiv k \ln \Omega$$

formulerades av Boltzmann i slutet av 1800-talet. Med hjälp av Boltzmanns definition kan nu entropin beräknas utgående från en mikroskopisk beskrivning av ett fysikaliskt system. Läs och begrunda avsnitt 2.6. "Entropy of an Ideal Gas", "Entropy of Mixing" och "Reversible and Irreversible Processes" kan du vänta med.

I avsnitt 3.1 behandlas system i termisk kontakt och definitionen av temperatur

$$\frac{1}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{N,V}$$

införs. Avsnitt 3.2 diskuterar relationen mellan entropi och tillfört värme och hur entropi kan uppmättas experimentellt. Termodynamikens tredje huvudsats införs och dess samband med systemets multiplicitet diskuteras. Läs och begrunda dessa avsnitt. "A Silly Analogy" kan läsas i mån av intresse och de delar som utnyttjar uttrycket för multiplicitet för en klassisk idealgas återkommer vi till.