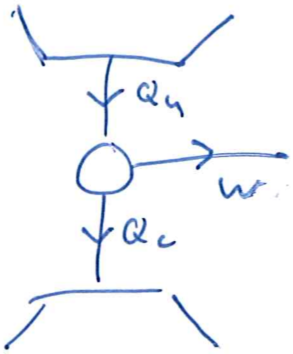
Räkneövning 6 : 4.26, 4.29, 4.34

Värmemotorer & kylning

4.26 Ett kraftverk levererar 1 GW genom Rankine-cykeln (samma parametrar som tidigare: $P_{max} = 300$ bar, $P_{min} = 0.023$ bar, $T_{max} = 600°C$).
Uppskatta hur mycket ånga som måste passera turbinen per sekund.



Utvunnet nettoarbete:

$W = Q_h - Q_c$ (1:a HS)

Förra gången visade vi

$Q_h = H_3 - H_2 \approx H_3 - H_1$

$Q_c = H_4 - H_1$

$\Rightarrow W \approx H_3 - \cancel{H_1} - H_4 + \cancel{H_1} = H_3 - H_4 =$

$= 3444 \text{ kJ} - 1824 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 1620 \text{ kJ}$ för 1 kg vatten/ånga

↑ se s.136

Kraftverkets effekt är 1 GW $= 10^6 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}$

och vi 1620 kJ per kg ånga

Massan ånga som måste passera per sekund är alltså

$m = \frac{10^6 \text{ kJ}}{1620 \text{ kJ/kg}} = 620 \text{ kg}$

vilket motsvarar massflödet $\dot{m} = 620$ kg/s

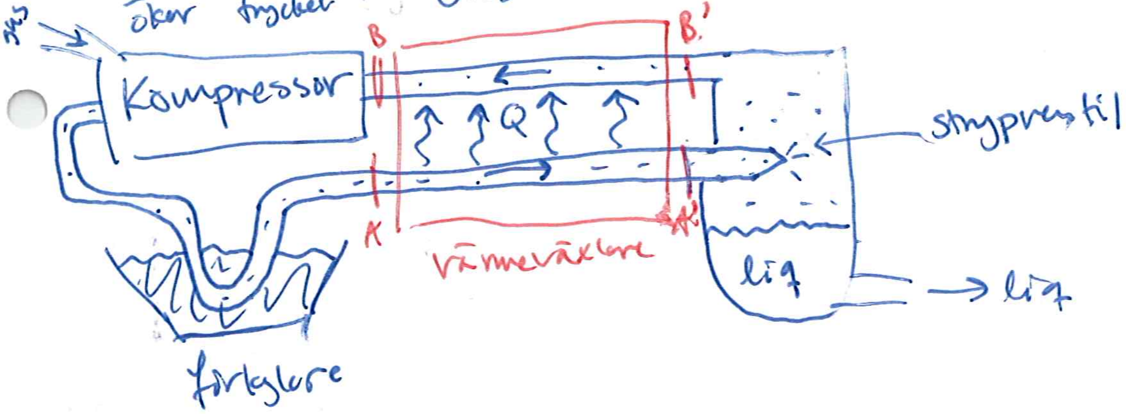
b) Hur stor andel gas?
Entalpin bevaras vid J-T process

$$\Rightarrow \quad H_1 = H_2 = x H_{2,l} + (1-x) H_{2,g}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{H_{2,g} - H_0}{H_{2,g} - H_{2,l}} = \frac{231 - 116 \text{ kJ}}{231 - 16 \text{ kJ}} = 0.53$$

Alltså: 53% vätska 47% gas!

1.34 Ideal Hampson-Linde cykel:
Gas → vätska



a) Visa att entalpin är bevarad då en mängd gas går från A → B (värmeväxlare + strypventil)

Strypventil ⟺ Joule-Thomson process

Inget värme flöde

1:a HS: $$U_i + P_i V_i = U_f + P_f V_f$$

$$\Leftrightarrow H_i = H_f \quad (\text{s. } 137)$$

Entalpin bevarad.

i) Vad blir x om vi opererar mellan 1 bar och 100 bar och temperaturen vid A är 300K

Antag att värmeväxlaren är ideal så att

$T_A = T_B$.

Tabell 4.5: Vid 1 bar är kokpunkten 77°C

Vid högre tryck / temp. har vi enbart gas.

$H_{in} = 8174$ kJ/mol (gas, 300 K, 100 bar)

$H_{ut} = 8717$ kJ/mol (gas, 300K, 1 bar)

$H_{liq} = -3407$ kJ/mol (vätska vid kokpunkten 77°C, 1 bar)

$$\Rightarrow \quad x = \frac{8717-8174}{8717+3407} \approx 0{,}045$$

4,5% blir till vätska

Om vi sänker T till 200°C (gör själv!)

$x \approx 15\%$

Stor fördel att förkyla ordentligt!

4.26| Ett kraftverk levererar 1 GW genom Rankine-cykeln med samma parametrar som 4.24 (förra gången). Uppskatta hur mycket ånga som måste passera turbinen per sekund.

$$1\,\mathrm{GW} = 10^6\,\mathrm{kJ/s}$$

Utvunnet netto arbete: (från förra gången)

$$W = Q_h - Q_c$$

$$= H_3 - H_2 - (H_4 - H_1) \approx H_3 - H_1 - H_4 + H_1$$

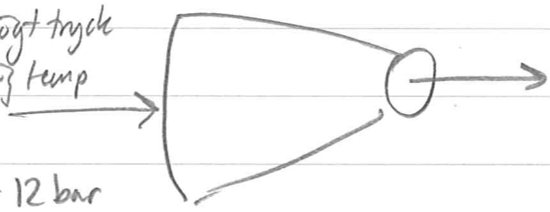
$$= H_3 - H_4 = 3444\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} - 1824\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = 1620\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$\dot{m} = \frac{10^6\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{s}}}{1620\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}} \approx \boxed{620\,\mathrm{kg/s}}$$

4.291

Joule-Thomson-process, HFC-134a

högt tryck
hög temp



lågt tryck
låg temp

P = 12 bar

flytande men vid kokpunkten

T = ?

P = 1 bar

T = ?

hur mkt vätska resp. gas?

Använd tabell.

Kokpunkten vid P = 12 bar är T = 46.3°C.

Entalpin där är 116 kJ/kg

Entalpin är bevarad i Joule-Thomson process!

$H_{in} = H_{ut}$

Vid 1 bar är kokpunkten −26.4°C och där är

$H_{vätska} = 16 \frac{kJ}{kg}$ och $H_{gas} = 231$ kJ/kg

116 kJ/kg ligger mittemellan så vi måste ha fått en "blandning" av gas & vätska.

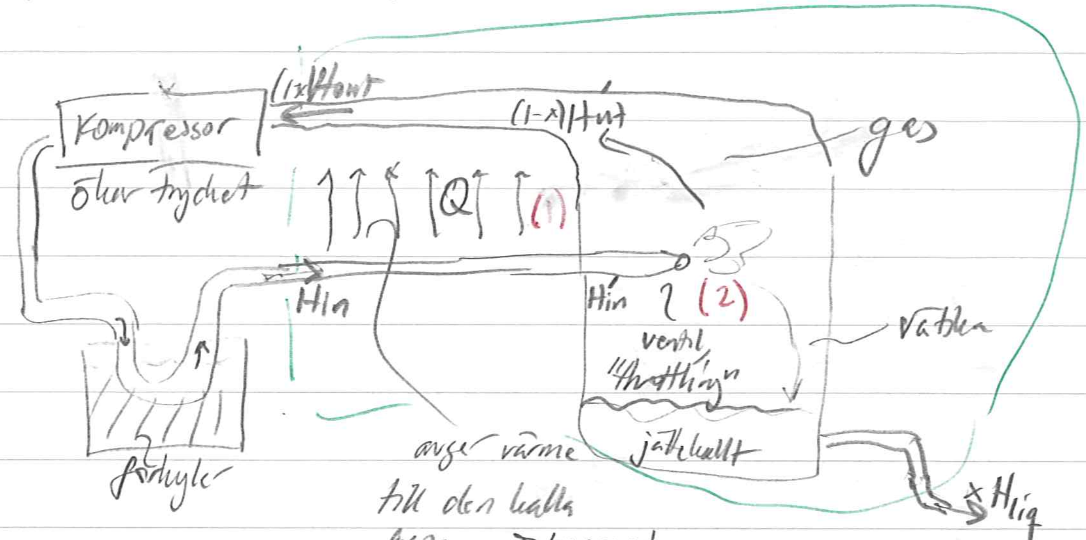
$$x\, 16\, kJ/kg + (1-x)\, 231\, kJ/kg = 116\, kJ/kg$$

↑
Andelen vätska

$$x = \frac{231-116}{231-16} = 0{,}53$$

Svar: 53% vätska, 47% gas, temperatur −26,4°C

21.34 | Hampson-Linde cykel:



avger värme till den kalla gasen → temperaturen för inkommande gasen sjunker → mer blir vätska

(a) Argumentera för att entalpin är oförändrad för det som kommer in/ut ur "den gröna boxen", dvs att $H_{in} = H_{liq} + H_{ut}$

Ingen nettoförändring i entalpi i värmeväxlaren, ingen entalpiförändring i strypventilen.

(b) (2) Joule-Thomson process – entalpin oförändrad $H_{in}' = (1-x)H_{ut}' + xH_{liq}$

(1) Vid konstant tryck är $\Delta H = Q$

Inkommande gas avger Q, dvs $H_{in}' = H_{in} - Q$

Utgående gas tar upp Q, dvs $(1-x)H_{ut}' + Q = (1-x)H_{ut}$

$$\Rightarrow (1-x)H_{ut}' = (1-x)H_{ut} - Q$$

$$H_{in} - Q = (1-x)H_{ut} - Q + xH_{liq}$$

$$\rightarrow x = \frac{H_{ut} - H_{in}}{H_{ut} - H_{liq}}$$

(b) Visa att andelen x som blir vätska i varje varv i cykeln är $x = \frac{h_{ut} - h_{in}}{h_{ut} - h_{liq}}$ (h är H per mol här)

Entalpin bevarad:

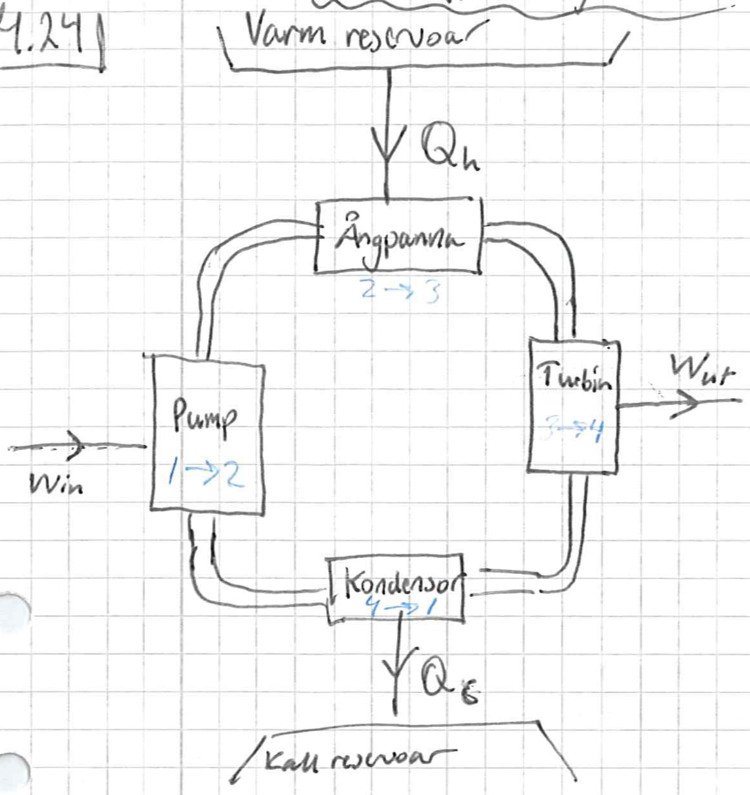
$$h_{in} = xh_{liq} + (1-x)h_{ut}$$

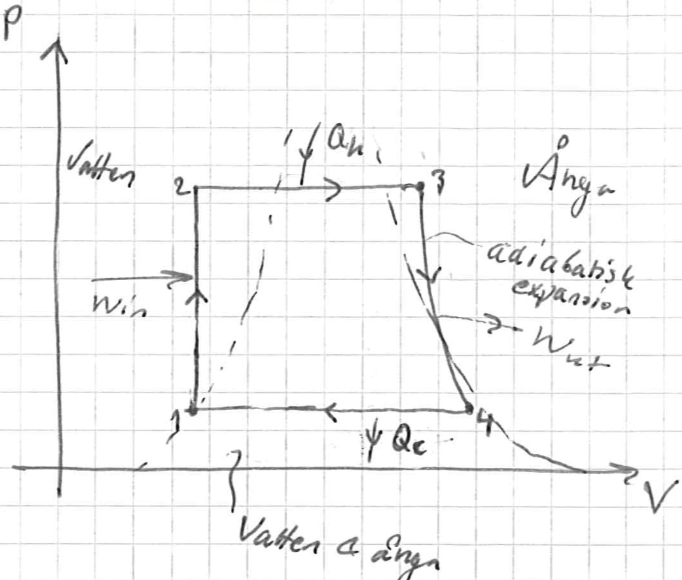
$$\Rightarrow x = \frac{h_{ut} - h_{in}}{h_{ut} - h_{liq}}$$

4.24

Rankine-cykeln

Gjorde (a) fvg 45 min Usch





1:a h.s. $W_{in} + Q_h = W_{ut} + Q_c$

$\Rightarrow W_{ut} - W_{in} = Q_h - Q_c$

Verkningsgrad $\eta = \frac{W_{ut} - W_{in}}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h}$

Q_c och Q_h avges/upptas vid konstant tryck → $Q = \Delta H$

$Q_c = H_4 - H_1$

$Q_h = H_3 - H_2 \approx H_3 - H_1$ ($H_1 \approx H_2$ ty pumpen tillför väldigt lite energi och PV-termen är mkt liten i vätskor jämfört med gaser) 4.23

Alltså: $\boxed{\eta = 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_1}}$

Tänk igenom förklaring av isoterm/trefasområdet

$$\eta = 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_1} = 0.48 = 48\%$$ (Carnot i samma temp-reg ~ 66%)

b) Beräkna η om maxtemperaturen sänks till 500°C.

Punkt 1 Oförändrad

Punkt 3 $T = 500°C$, $p = 300$ bar, överhettad ånga

$H_2 = 3081$ kJ

$S_2 = 5{,}791$ kJ/K

Punkt 4 T och p som innan. Nytt x!

$$x \underset{\text{samma}}{S_{vatten}} + (1-x) \underset{\text{samma}}{S_{ånga}} = \underset{\text{ny}}{S_3}$$

$\Rightarrow x = 0.34$

$\Rightarrow H_4 = 1704$ kJ

$$\eta = 1 - \frac{1704 - 84}{3081 - 84} \approx 46\%$$

c) Beräkna η om maxtrycket sänks till 100 bar. (i övrigt som a)

Gör själv! $(x = 0.21)$

$\eta = 45\%$

d) η om mintemp sänks till 10°C (i övrigt som a)

Gör själv $(x = 0.30)$

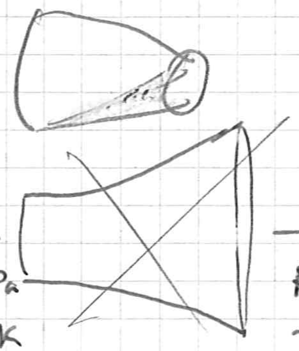
$\eta = 49\%$

Bang!

T 110110-4

Kvävgas expanderar reversibelt & adiabatiskt genom en dysa.

"munstycke"



$P_i = 500\,kPa$ $P_u = 100\,kPa$

$T_i = 473\,K$ T_u ?

$v_i = 10\,m/s$ v_u ? ← Bestäm!

Adiabatisk, $Q = 0$

Inget yttre arbete, $W_{\text{yttre}} = 0$

Energi konservering:

$$H_i + \frac{m v_i^2}{2} = H_u + \frac{m v_u^2}{2}$$

Lös ut v_u, $v_u = \sqrt{v_i^2 - \frac{2}{m}(H_u - H_i)} = \left\{ \begin{matrix} \Delta H = C_p \Delta T \\ \text{för ideal gas} \end{matrix} \right\} =$

$$= \sqrt{v_i^2 - \frac{2}{m} C_p (T_u - T_i)}$$

T_u ?

Adiabatisk process: $P_i V_i^{\gamma} = P_u V_u^{\gamma}$

Sätt $V = \frac{NkT}{P}$

$\vdots$

$$T_i P_i^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_u P_u^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$\gamma = 1.404$ (PH s. 39 $\frac{C_p}{C_v}$)

$\gamma = \frac{f+2}{f} = \frac{5+2}{5} = 1.4$

$$\Rightarrow T_u = \left(\frac{P_i}{P_u}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_i = 5^{\frac{1-1.404}{1.404}} T_i = 0{,}63\, T_i = 299\,K$$

P.H. s. 39, $c_p = 1.04 \frac{kJ}{kg\,K}$

$$v_u = \sqrt{v_i^2 - \frac{2}{\cancel{m}} \cancel{m} c_p (T_u - T_i)} = \sqrt{10^2 - 2 \cdot 1{,}04 (299 - 473)}\ \frac{m}{s} \approx 600\,m/s$$

Högre, intuition?

TI20109 - 2

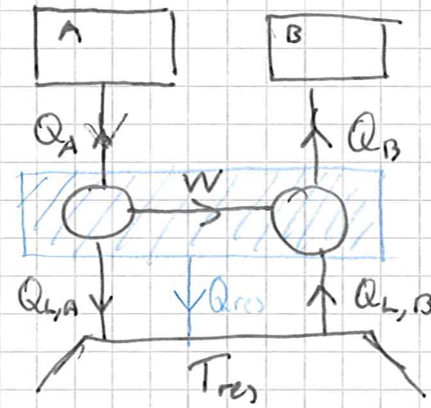
A: $T_0 = 100°C$, C konst

B: $T_0 = 100°C$, C konst

$T_{res} = 20°C$

Med hjälp av värmemotorer och värmepumpar kan man värma upp den ena kroppen medan den andra avkyls.

Vilken är högsta temperaturen T_f som den kropp som värms kan uppnå om inget arbete utifrån tillförs?



$Q_{res} = Q_{L,A} - Q_{L,B}$

A går från $T_0 \to T_{res}$, $Q_A = C(T_r - T_0)$

B —"— $T_0 \to T_f$ $\quad Q_B = C(T_f - T_0)$

1:a h.s. $Q_A + Q_B + Q_{res} = 0$

$$C(T_{res} - T_0) + C(T_f - T_0) + Q_{res} \overset{=0}{} \Rightarrow Q_{res} = C(2T_0 - T_{res} - T_f)$$

2:a h.s. $\frac{Q_A}{T} + \frac{Q_B}{T} + \frac{Q_{res}}{T_{res}} = 0$

$$\int_{T_0}^{T_{res}} \frac{C\,dT}{T} + \int_{T_0}^{T_f} \frac{C\,dT}{T} + \frac{Q_{res}}{T_{res}} = 0$$

$$C\ln\frac{T_{res}}{T_0} + C\ln\frac{T_f}{T_0} + \frac{Q_{res}}{T_{res}} = 0$$

Termodynamik och statistisk fysik: Räkneövning 6 - Värmemotorer och kylskåp, forts

Anders Lindman

September 14, 2016

Den här räkneövningen behandlar

- Stationära flödesprocesser
- Rankinecykeln (Ångmotorn)

Uppgift 2, från tenta 120109

Fråga:

Två identiska kroppar (A & B) har från början temperaturen $T_0 = 100$ ℃ och befinner sig i en omgivning som håller den konstanta temperaturen $T_{res} = 20$ ℃.
Med hjälp av värmemotorer och värmepumpar kan man värma upp den ena kroppen ytterligare samtidigt som den andra kroppen avkyls.
Vilken är den högsta temperatur T_f som den kropp som värms upp kan uppnå, om inget arbete tillförs utifrån?
De två kropparnas värmekapacitet C får antas vara konstanta och lika stora och omgivningens temperatur är hela tiden $T_{res} = 20$ ℃.

Lösning:

Rita upp figur med två system och en reservoar.
Värmemotor för ena systemet (A) och reservoar samt värmepump för det andra systemet (B) och reservoar, där arbetet från motorn är det som driver pumpen.
Man kan behandla motorn och pumpen separat men vad det egentligen handlar om är värmeöverföring så vi kan betrakta allt som ett system.
För att lösa uppgiften kommer vi att använda 1:a och 2:a huvudsatsen.
Vi definierar all tillförd värme som positiv.
Energikonservering (1:a huvudsatsen) ger att

$$Q_A + Q_B + Q_{\text{res}} = 0.$$

För de två första systemen så gäller

$$Q_A = C\int_{T_0}^{T_{\text{res}}} dT = C(T_{\text{res}} - T_0)$$

$$Q_B = C\int_{T_0}^{T_{\text{f}}} dT = C(T_{\text{f}} - T_0)$$

vilket ger

$$Q_{\text{res}} = -Q_A - Q_B = C(2T_0 - T_{\text{res}} - T_{\text{f}}).$$

2:a huvudsatsen ger

$$\Delta S_A + \Delta S_B + \Delta S_{\text{res}} = 0$$

där vi har likhetstecken för att få ut högsta möjliga temperatur T_{f}.
För de två första systemen så gäller

$$\Delta S_A = C\int_{T_0}^{T_{\text{res}}} \frac{dT}{T} = C\ln\frac{T_{\text{res}}}{T_0}$$

$$\Delta S_B = C\int_{T_0}^{T_{\text{f}}} \frac{dT}{T} = C\ln\frac{T_{\text{f}}}{T_0}$$

Uppgift 4.24

I den här uppgiften ska vi studera Rankinecykeln som den ideala cykeln för en ångmaskin. Vi kommer att undersöka hur förändringen i olika förhållanden påverkar verkningsgraden.
Rita upp och förklara Rankinecykeln (figur 4.8 på sidan 135).

- $1 \to 2$: Vatten pumpas till högt tryck.
  Arbete krävs för att driva pumpen (W_{in}) men pumpen bidrar inte med mycket energi till vattnet i sammanhanget och arbetet kan försummas (då vi sätter $H_2 \approx H_1$).
- $2 \to 3$: Vattnet förs genom en förbrännare där värme tillförs under konstant tryck så att ånga bildas. Q_h
- $3 \to 4$: Adiabatisk expansion genom turbinen ($Q = 0$) och arbete utvinns.
  En del av ångan kondenserar till vätska. W_{ut}
- $4 \to 1$: Resterande gas kondenseras till vätska. Q_c
- Alla processer är kvasistatiska.
  Vid konstant tryck:
  $\Delta U = Q - P\Delta V \Rightarrow Q = \Delta U + P\Delta V = \Delta H.$

a)

Fråga:
Beräkna verkningsgraden för en cykel som opererar mellan temperaturerna 20 ℃ och 600 ℃ och trycken 0.023 bar och 300 bar.

Lösning:
Verkningsgraden för Rankinecykeln definieras som

$$e = \frac{W_{\text{ut}} - W_{\text{in}}}{Q_h}.$$

Energikonservering ger

$$W_{\text{in}} + Q_h = W_{\text{ut}} + Q_c$$

vilket ger

$$e = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = \{\text{konstant tryck}\} = 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_2} \approx 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_1}$$

Spara uttryck.
Det sista steget är möjligt då pumpens arbete inte tillför speciellt mycket energi och kan försummas samt att storleken på PV för vätskefasen är liten jämfört med gasfaser och således är

b)

Fråga:
Beräkna verkningsgraden om maxtemperaturen sänks till 500 ℃*.*

Lösning:
Då förhållandena i steg 1 är oförändrade så gäller samma H_1 som i föregående uppgift.
I steg 3 är temperaturen nu förändrad till 500 ℃. I tabell 4.2 ser vi att

$$H_3 = 3081\,\mathrm{kJ}\ ,\ S_3 = 5.791\,\mathrm{kJ/K}$$

Förhållandena för steg 4 är också oförändrade så vi kan använda samma värden för entalpin och entropin.
På samma sätt som i föregående uppgiftbestäms $x = 0.34$.
Med detta värde blir

$$H_4 = 1704\,\mathrm{kJ}$$

Vi kan nu beräkna verkningsgraden enligt

$$e = 1 - \frac{1704 - 84}{3081 - 84} \approx 0.46 = 46\%$$

Detta är lägre än i föregående uppgift.

c)

Fråga:
Beräkna verkningsgraden om maxtrycket sänks till 100 bar.
Övriga storheter är samma som i uppgift a).

Lösning:
Återigen är steg 1 och 4 oförändrade.
I steg 3 är nu trycket 100 bar.
I tabell 4.2 ser vi att

$$H_3 = 3625\,\mathrm{kJ}\ ,\ S_3 = 6.903\,\mathrm{kJ/K}$$

På samma sätt som i föregående uppgift bestäms $x = 0.21$.
Med detta värde blir

$$H_4 = 2023\,\mathrm{kJ}$$

Vi kan nu beräkna verkningsgraden enligt

$$e = 1 - \frac{2023 - 84}{3625 - 84} \approx 0.45 = 45\%$$

Detta är lägre än i uppgift a).

6. Värmemotorer och kylskåp, forts

Ångmaskinen; kompressorkylskåpet; Joule-Thomson ventilen (strypning).

Avsnitt: del av 4.3, 4.4

Läs, träna och begrunda

Notera att för stationära flödesprocesser (t.ex. Joule-Thomson processen) gäller att

$$H_i = H_f$$

där H_i och H_f är entalpin vid inlopp respektive utlopp. Detta är ett viktigt samband. Övertyga dig om varför entalpin H inte ändrar sig vid denna process. Om värmet Q_{in} tillförs och nyttigt arbete W_{ut} uträttas mellan inlopp och utlopp gäller att

$$H_i + Q_{in} = H_f + W_{ut}$$

och om strömningshastigheten inte kan försummas gäller att

$$H_i + Q_{in} + \frac{mv_i^2}{2} = H_f + W_{ut} + \frac{mv_f^2}{2}$$

där v_i och v_f är strömningshastigheten vid inlopp respektive utlopp och m är massan av det som strömmar igenom anordningen.

Senare delen av avsnitt 4.3 presenterar Rankinecykeln, relevant för ångmaskinen. Arbetsmediet är i detta fall vatten och i processen kondenserar vattenånga till flytande vatten. Ideala gaslagen kan därför inte användas och tabellerade värden måste utnyttjas. Avsnitt 4.4 presenterar den termodynamiska principen för ett vanligt kompressorkylskåp. I detta fall gäller också att tabellerade värden behöver utnyttjas. Vidare presenteras principen för kondensering av gaser baserat på Hampson-Linde cykeln. Läs och begrunda samt öva på problem 4.29. Avsnittet "Towards Absolute Zero" kan du vänta med. Vi återkommer till det i slutet av kursen.

Rekommenderade uppgifter

Instudering:	4.29
Räkneövning:	T110110.4, T120109.2, 4.24
Hemarbete:	4.22, 4.26, T130822.2, T130116.2, T140115.3, 4.34

Facit

4.22 33 %

4.24 (a) 46 % (b) 45 % (c) 49 %

4.26 617 kg/s