1. Eliminera -1 termerna

Räkneövning 3, se sista sidan från R2

$$\Omega(N,q) = \frac{(q+N-1)!}{q!(N-1)!} = \frac{N}{q+N}\frac{(q+N)!}{q!N!} \approx \frac{(q+N)!}{q!N!}$$

stora tal $(N, q+N)$ multiplicerat med våldsamt stora tal $((q+N)!, N!)$ gör ingen skillnad (notera: $q \ll N$ behövs ej)

2. Ta logaritmen

$$\ln\Omega(N,q) = \ln\frac{(q+N)!}{q!N!} = \ln(q+N)! - \ln q! - \ln N!$$

3. Stirlings formel (eq. 2.16): $\ln N! \approx N\ln N - N$

$$\ln\Omega(N,q) \approx (q+N)\ln(q+N) - \cancel{(q+N)} - q\ln q + \cancel{q} + - N\ln N + \cancel{N} =$$

$$= (q+N)\ln(q+N) - q\ln q - N\ln N =$$

(här viker vi av från boken s.63)

$$= (q+N)\ln\left[N\left(1+\frac{q}{N}\right)\right] - q\ln q - N\ln N =$$

$$= (q+N)\left(\ln N + \ln\left(1+\frac{q}{N}\right)\right) - q\ln q - \cancel{N\ln N} =$$

$$= q\ln\frac{N}{q} + (q+N)\ln\left(1+\frac{q}{N}\right)$$

4. Taylorutveckla: $\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \ldots \approx x$, $|x| \ll 1$

$$q \ll N \Rightarrow \frac{q}{N} \ll 1 \Rightarrow \ln\left(1+\frac{q}{N}\right) \approx \frac{q}{N}$$

$$\ln\Omega(N,q) \approx q\ln\frac{N}{q} + (q+N)\frac{q}{N} = q\ln\frac{N}{q} + q + \frac{q^2}{N}$$

5. Försumma $\frac{q^2}{N}$ eftersom $q \ll N$

$$\ln\Omega(N,q) \approx q\ln\frac{N}{q} + q$$

För godtyckligt N kan q_A ta värdena

$q_A = 0, 1, 2, \ldots, 2N$

$\Rightarrow$ $2N+1$ möjliga makrotillstånd

Detta är samma för kombinerade systemet, eftersom q_B är bestämt av q_A

b) Utgå från uttrycket

$$\Omega(N, q) \approx \frac{\left(\frac{q+N}{q}\right)^q \left(\frac{q+N}{N}\right)^N}{\sqrt{2\pi q(q+N)/N}}$$

(från upg 2.18, gäller för alla q, N) ← förkortas ofta bort

för att hitta ett approximativt uttryck för antalet mikrotillstånd för det kombinerade systemet.

Vi har $2N$ oscillatorer och $2N$ energinivåer:

$$\Omega(2N, 2N) = \frac{\left(\frac{2N+2N}{2N}\right)^{2N} \left(\frac{2N+2N}{2N}\right)^{2N}}{\sqrt{2\pi\, 2N(2N+2N)/2N}} =$$

$$= \frac{2^{4N}}{\sqrt{8\pi N}} = \Omega_{tot}$$ (antal mikrotillstånd för kombinerade systemet, oavsett fördelning)

c) Beräkna multipliciteten för makrotillståndet då energin är jämnt fördelad mellan A & B (det mest sannolika makrotillståndet)

$q_A = q_B = N$

$$\Omega_A = \Omega(N, N) = \frac{\left(\frac{N+N}{N}\right)^N \left(\frac{N+N}{N}\right)^N}{\sqrt{2\pi N(N+N)/N}} = \frac{2^{2N}}{\sqrt{4\pi N}}$$

2.30 Samma system som i 2.22.

a) För $N = 10^{23}$, beräkna entropin om alla mikrotillstånd är tillgängliga (= lång tidsskala)

Från 322.5 : $\Omega_{tot} = \frac{2^{4N}}{\sqrt{8\pi N}}$

$$\Rightarrow \frac{S_{tot}}{k} = \ln \Omega_{tot} = \ln \frac{2^{4N}}{\sqrt{8\pi N}} = 4N \ln 2 - \ln \sqrt{8\pi N} =$$

$$= 2.77 \cdot 10^{23} - 28.1$$

b) –"– om systemet befinner sig i det mest sannolika makrotillståndet (= kort tidsskala)

$$\Omega_{q_A = N} = \frac{2^{4N}}{4\pi N}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{q_A = N}}{k} = \ln \Omega_{q_A = N} = 4N \ln 2 - \ln 4\pi N =$$

$$= 2.77 \cdot 10^{23} - 55.5$$

c) Är tidsskalorna verkligen relevanta?

$$\frac{\Delta S}{k} = \frac{S_{tot} - S_{q_A = N}}{k} = 55.8 - 28.1 = 27.4$$

Irrelevant jämfört m. $S \sim 10^{23}$

d) Om kontakten mellan systemen bryts då de befinner sig i mest sannolika tillståndet blir resultatet alltid som i b). Bryter vi mot termodynamikens andra lag?
Insignifikant ty så liten minskning!

Lite repetition

Tvånivå-system — varje partikel spinn upp ↑ eller ner ↓

2 partiklar:

Mikrotillstånd	Sannolikhet	Makrotillstånd	Sannolikhet
↑ ↑	25%	2↑	25%
↑ ↓	25%	0 } samma makro-tillstånd	50%
↓ ↑	25%	0	
↓ ↓	25%	2↓	25%

Mikrotillstånd/sannolikhet: grundläggande antagandet i statistisk mekanik

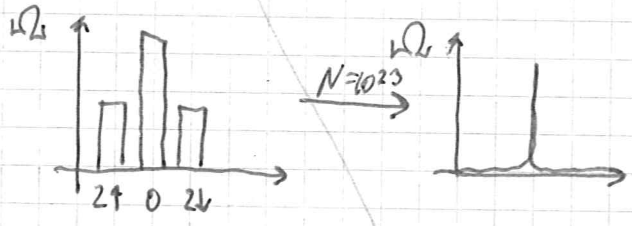
Makrotillstånd/sannolikhet: Vad vi faktiskt bryr oss om/mäter

$$S = k \ln \Omega$$

$\Omega(s = 2\uparrow) = 1$

$\Omega(s = 0) = 2$

$\Omega(s = 2\downarrow) = 1$



2:a hs: S ökar ⟷ Ω ökar ⟷ Systemet hamnar i det mest sannolika makrotillståndet

Räkneövning 3

2.17 Vad är multiplicfiteten för ett fast ämne enligt Einsteinmodellen vid låg temperatur, ($q \ll N$)

Einsteinmodellen: Ämnet är en samling av N harmoniska oscillatorer.

Kom ihåg: $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega \quad n = 0, 1, 2, \ldots$

Vi struntar i nollpunktsenergin, kallar n för q_i

$$E_i = q_i \hbar\omega \qquad \text{(per harmonisk oscillator)}$$

Antalet oscillator

$$E_{tot} = \sum_i^N q_i \hbar\omega = \hbar\omega \underbrace{\sum_i^N q_i}_{q} \qquad \text{(totalt)}$$

Låg temp: $q \ll N$

Alltså, q energienheter fördelade på N oscillatorer

Binomialkoeff.

$$\Omega = \binom{q+N-1}{q} = \frac{(q+N-1)!}{q!\,(N-1)!} \approx \frac{(q+N)!/(q+N)}{q!\,N!/N}$$

$$= \frac{N}{q+N}\,\frac{(q+N)!}{q!\,N!} \simeq \frac{(q+N)!}{q!\,N!}$$

Nu: Ta logaritmen av båda led, använd Stirlings formel:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

$$\left(\ln\left(\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n\right) = \frac{1}{2}\ln 2\pi + \frac{1}{2}\ln n + n\ln n/e = \frac{1}{2}\ln 2\pi + (n+\frac{1}{2})\ln n - n\ln e\right)$$

$$\ln n! \approx n\ln n - n$$

$$\ln\Omega = \ln(q+N)! - \ln q! - \ln N!$$

$$\approx (q+N)\ln(q+N) - (q+N) - q\ln q + q - N\ln N + N$$

$$\ln N(1+\tfrac{q}{N}) = \ln N + \ln(1+\tfrac{q}{N})$$

$$= (q+N)\ln N + (q+N)\ln(1+\tfrac{q}{N}) - q\ln q - N\ln N$$

$$= q\ln N/q + (q+N)\ln(1+\tfrac{q}{N})$$

3.5 s.91

Härled ett uttryck för en Einsteinkristalls temperatur då $q \ll N$ (låg temperatur). Visa att $U = N\varepsilon e^{-\varepsilon/kT}$ där $\varepsilon = \hbar\omega$.

$$\frac{1}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{N,V}$$ (per definition)

$$S = k\ln\Omega$$

Från förra uppgiften $\Omega = \left(\frac{Ne}{q}\right)^q$

$$S = k\ln\Omega = kq\left(\ln\frac{N}{q} + \ln e\right) = kq\left(\ln\frac{N}{q} + 1\right)$$

$U = q\varepsilon$ (ty q är totala antalet energienheter, alla med storlek ε)

$q = U/\varepsilon$

$$\Rightarrow S = k\frac{U}{\varepsilon}\left(\ln\frac{N\varepsilon}{U} + 1\right)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U} = \frac{k}{\varepsilon}\left(\ln\frac{N\varepsilon}{U} + 1\right) + \frac{kU}{\varepsilon}\left(\frac{1}{\frac{N\varepsilon}{U}}\left(-\frac{N\varepsilon}{U^2}\right)\right)$$

$$= \frac{k}{\varepsilon}\left(\ln\frac{N\varepsilon}{U} + 1 - \underbrace{U\frac{U}{N\varepsilon}\frac{N\varepsilon}{U^2}}_{1}\right)$$

$$= \frac{k}{\varepsilon}\ln\frac{N\varepsilon}{U}$$

Lös ut U:

$$\frac{\varepsilon}{kT} = \ln\frac{N\varepsilon}{U}$$

$$e^{\varepsilon/kT} = \frac{N\varepsilon}{U}$$

$$U = N\varepsilon \underbrace{e^{-\varepsilon/kT}}_{\text{Boltzmannfaktor}}$$

Ej ekvipartition

$$N\,2\frac{kT}{2} \neq 3NkT$$

3.8 (s.93)

Beräkna värmekapaciteten för Einsteinkristallen vid låg temp! ($kT \ll \varepsilon$)

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{N,V} = \frac{\partial}{\partial T}\left(N\varepsilon e^{-\varepsilon/kT}\right)$$

$$= N\varepsilon e^{-\varepsilon/kT}\left(+\frac{\varepsilon}{kT^2}\right) = Nk\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right)^2 e^{-\varepsilon/kT}$$

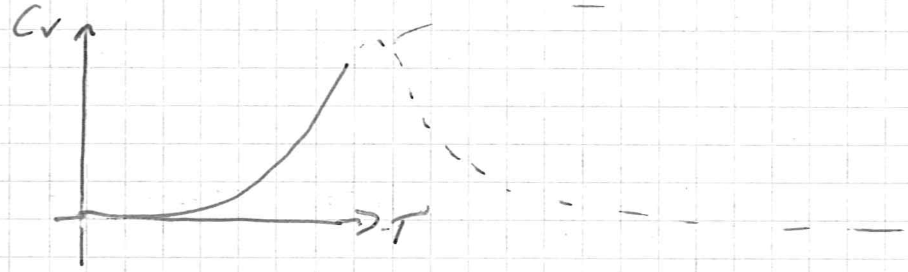
$C_V \to ?$ då $T \to 0$

sätt $x = \varepsilon/kT$

$C_V = N\varepsilon x^2 e^{-x}$

$T \to 0 \Rightarrow x \to \infty$

e^{-x} dominerar! $C_V \to 0$



$T \to \infty$ orimligt (ekvipartition $C_V = Nk$ ($U = 2N\frac{kT}{2}$) (N antal harmoniska oscillatorer, 3 per atom)

$\propto T^3$ i verkligheten, brister på Einstein

$\Omega \longrightarrow U \longrightarrow C_V$

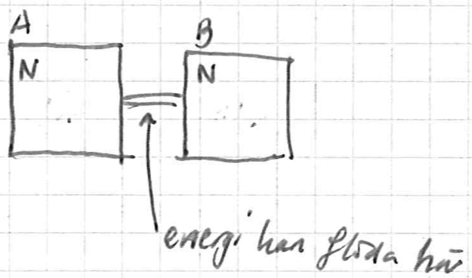
Varför skiter det sig för höga temp

Förväntar sig T^3 (?)

Antagandet!

2.22 s.66

a) Anta att vi har två identiska Einstein-kristaller i termisk jämvikt med N oscillatorer var; Anta att totala antalet energienheter är $2N$. Hur många makrotillstånd finns det?



Vad är ett makrotillstånd i det här fallet?

Ett makrotillstånd definieras av att vi har en viss mängd energi i respektive tillstånd.

T.ex

$\boxed{q_A = 2}$ — $\boxed{q_B = 4}$ Makrotillstånd 1

$\boxed{q_A = 3}$ — $\boxed{q_B = 3}$ " 2

Nu $q_{tot} = q_A + q_B = 2N$

Med q_A bestämt blir $q_B = 2N - q_A$.

Hur många q_A kan vi ha?

$q_A = 0, 1, 2, \dots 2N$

Totalt $2N+1$ olika värden.

Alltså Svar: Det finns $2N+1$ makrotillstånd.

c) Det mest troliga makrotillståndet är (förstås) det där energin har fördelats lika mellan de två systemen.
Vad är multipliciteten av det makrotillståndet?

Räkna först på ena kristallen.
För kristall A har vi N oscillatorer och $q_A = \frac{2N}{2} = N$ energienheter
Multipliciteten för system A är alltså

$$\Omega_A = \Omega(N,N) = \left(\frac{N+N}{N}\right)^N \left(\frac{N+N}{N}\right)^N \sqrt{\frac{N}{2\pi N(N+N)}}$$

$$= 2^N 2^N \sqrt{\frac{1}{4\pi N}}$$

$$= \frac{2^{2N}}{\sqrt{4\pi N}}$$

P.s.s. $\Omega_B = \frac{2^{2N}}{\sqrt{4\pi N}}$

Vad är multipliciteten för hela systemet? . . . Produkten!

$$\Omega_{tot} = \Omega_A \Omega_B = \frac{2^{4N}}{4\pi N}$$

2.30

Samma system som i 2.22

a) För $N = 10^{23}$ beräkna entropin om alla mikrotillstånd är tillgängliga

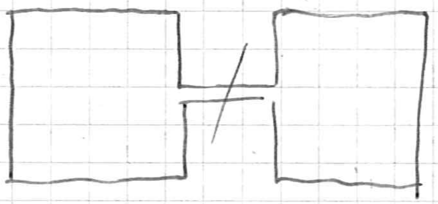
$$S = k \ln \Omega = k \ln\left(\frac{2^{4N}}{\sqrt{8\pi N}}\right) = k\left(4N\ln 2 - \frac{1}{2}\ln(8\pi N)\right)$$

$$= k\left(2.77 \cdot 10^{23} - 28.1\right)$$

b) Beräkna entropin om systemet bara får befinna sig i makrotillståndet som är mest sannolikt.

$$S = k\ln\Omega = k\ln\left(\frac{2^{4N}}{4\pi N}\right) = k\left(4N\ln 2 - \ln(4\pi N)\right)$$

$$= k\left(2.77\cdot 10^{23} - 55.5\right)$$



Skillnaden? Entropin blir 27,4k lägre när vi delar systemet! Ytterst liten del av totala entropin → insignifikant!

3. Entropibegreppet

Tre modellsystem: tvånivåsystemet, Einstein modellen och klassisk idealgas; mikro- och makrotillstånd samt multiplicitet; det grundläggande antagandet i statistisk mekanik; växelverkande system och det mest sannolika makrotillståndet; definitionen av entropi; termodynamikens andra huvudsats; termisk jämvikt och definitionen av temperatur; termodynamikens tredje huvudsats.

Avsnitt: 2.1-2.4, del av 2.6, 3.1, del av 3.2

Läs, träna och begrunda

Avsnitt 2.1 presenterar tvånivåsystemet. Viktiga begrepp som introduceras i detta avsnitt är mikro- och makrotillstånd samt multipliciteten Ω.

I avsnitt 2.2 introduceras Einstein modellen, en uppsättning av harmoniska oscillatorer. Denna modell utnyttjas för att ge en förståelse för entropibegreppet, termodynamikens viktigaste begrepp. I avsnitt 2.3 formuleras det grundläggande antagandet i statistisk mekanik:

För ett isolerat system i termisk jämvikt gäller att alla tillgängliga mikrotillstånd är lika sannolika.

Väsentligen hela kursen bygger på detta enda antagande. Läs och begrunda avsnitt 2.2-2.4 samt träna på problem 2.5(a), 2.5(d), 2.5(f), 2.5(g), 2.6 och 2.8.

I avsnitt 2.6 definieras entropi och termodynamikens andra huvudsats formuleras med hjälp av entropibegreppet. Sambandet mellan entropi och sannolikhet (multiplicitet)

$$S \equiv k \ln \Omega$$

formulerades av Boltzmann i slutet av 1800-talet. Med hjälp av Boltzmanns definition kan nu entropin beräknas utgående från en mikroskopisk beskrivning av ett fysikaliskt system. Läs och begrunda avsnitt 2.6. "Entropy of an Ideal Gas", "Entropy of Mixing" och "Reversible and Irreversible Processes" kan du vänta med.

I avsnitt 3.1 behandlas system i termisk kontakt och definitionen av temperatur

$$\frac{1}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{N,V}$$

införs. Avsnitt 3.2 diskuterar relationen mellan entropi och tillfört värme och hur entropi kan uppmättas experimentellt. Termodynamikens tredje huvudsats införs och dess samband med systemets multiplicitet diskuteras. Läs och begrunda dessa avsnitt. "A Silly Analogy" kan läsas i mån av intresse och de delar som utnyttjar uttrycket för multiplicitet för en klassisk idealgas återkommer vi till.

Termodynamik och statistisk mekanik: Räkneövning 3 - Entropibegreppet

Anders Lindman

September 13, 2016

Den här räkneövningen behandlar

- Multiplicitet
- Einsteinmodellen
- Entropi

Vi får då

$$
\begin{aligned}
\ln \Omega(N, q) &= \ln \frac{(q+N)!}{q!N!} = \ln (q+N)! - \ln q! - \ln N! \\
&\approx (q+N)\ln (q+N) - (q+N) - q\ln q + q - N\ln N + N \\
&= (q+N)\ln (q+N) - q\ln q - N\ln N \\
&= (q+N)\ln \left[N\left(1+\frac{q}{N}\right)\right] - q\ln q - N\ln N \\
&= (q+N)\left(\ln N + \ln \left[1+\frac{q}{N}\right]\right) - q\ln q - N\ln N \\
&= q\ln \frac{N}{q} + (q+N)\ln \left(1+\frac{q}{N}\right)
\end{aligned}
$$

Eftersom $q \ll N$ så kan vi Taylorutveckla den andra termen i högerledet enligt

$$
\ln (1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \ldots \approx x\,, \quad |x| \ll 1
$$

Vi får då att

$$
\ln \Omega(N, q) \approx q\ln \frac{N}{q} + (q+N)\frac{q}{N} = q\ln \frac{N}{q} + q + \frac{q^2}{N} \approx q\ln \frac{N}{q} + q
$$

Om vi nu löser ut $\Omega(N, q)$ får vi

$$
\Omega(N, q) = e^{q\ln \frac{N}{q} + q} = e^{\ln \left(\frac{N}{q}\right)^q} e^q = \left(\frac{N}{q}\right)^q e^q = \left(\frac{Ne}{q}\right)^q
$$

Detta uttryck har q i exponenten vilket betyder att Ω kommer minska snabbt då energi/temperaturen minskar.

Uppgift 3.8

Beräkna värmekapaciteten (vid konstant volym) för en Einsteinkristall då $q \ll N$ genom att använda resultatet från uppgift 3.5.
Plotta värmekapaciteten som funktion av temperatur (studera gränserna $T \to 0$ och $T \to \infty$)

Lösning:
Värmekapaciteten ges av

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{N,V}$$

Från uppgift 3.5 har vi att Einsteinkristallens energi då $q \ll N$ ges av

$$U = N\varepsilon e^{-\varepsilon/kT}$$

Därmed blir

$$C_V = \frac{\partial}{\partial T}(N\varepsilon e^{-\varepsilon/kT}) = N\varepsilon\frac{\varepsilon}{kT^2}e^{-\varepsilon/kT} = Nk\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right)^2 e^{-\varepsilon/kT}$$

Nu kan vi studera gränserna $T \to 0$ och $T \to \infty$.
Sätt $x = \varepsilon/kT$ vilket ger

$$C_V = Nk\frac{x^2}{e^x}.$$

Då $T \to 0$ går $x \to \infty$.
L'Hopitals regel:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x\to\infty}\frac{f''(x)}{g''(x)} = \dots$$

vilket för C_V ger

$$\lim_{x\to\infty} C_V = \lim_{x\to\infty}\frac{2}{e^x} = 0$$

vilket stämmer överens med 3:e huvudsatsen.

Då $T \to \infty$ går $x \to 0$ vilket också ger $C_V \to 0$.
Detta stämmer inte då vi kan använda en klassisk beskrivning och ekvipartitionsteoremet som ger $C_V = Nk$.
Detta beror på att uttrycket vi härledde gäller enbart vid låga temperaturer.

b)

Fråga:

Härled ett approximativt uttryck för det totala antalet mikrotillstånd för det kombinerade systemet. (Betrakta det kombinerade systemet som en Einsteinkristall.)

Lösning:

Vi har ett multipliciteten för en Einsteinkristall med N oscillatorer och q energienheter ges av

$$\Omega(N,q) = \binom{q+N-1}{q} = \frac{(q+N-1)!}{q!(N-1)!} = \frac{N}{q+N}\frac{(q+N)!}{q!N!}$$

(Vi förkortar inte bort något då vi inte antagit något om N och q)

Använder vi nu Stirlings formel inklusive $\sqrt{2\pi n}$-termen får vi

$$\begin{aligned}
\ln\Omega(N,q) &= \ln\frac{N}{q+N} + \ln(q+N)! - \ln q! - \ln N! \\
&\approx \ln\frac{N}{q+N} + (q+N)\ln(q+N) - (q+N) + \ln\sqrt{2\pi(q+N)} \\
&- q\ln q + q - \ln\sqrt{2\pi q} - N\ln N + N - \ln\sqrt{2\pi N} \\
&= \ln\frac{(q+N)^{q+N}}{q^q N^N} + \ln\frac{\sqrt{2\pi(q+N)}N}{\sqrt{2\pi N}\sqrt{2\pi q}(q+N)} \\
&= \ln\left[\left(\frac{q+N}{q}\right)^q\left(\frac{q+N}{N}\right)^N\sqrt{\frac{N}{2\pi q(q+N)}}\right]
\end{aligned}$$

Detta betyder att

$$\Omega(N,q) = \left(\frac{q+N}{q}\right)^q\left(\frac{q+N}{N}\right)^N\sqrt{\frac{N}{2\pi q(q+N)}}$$

Den sista termen förkortas ofta bort men då vi kommer att använda oss av kvoter senare i uppgiften så måste den behållas.

Vi kan nu använda detta uttryck för att beräkna det totala antalet mikrotillstånd för det kombinerade systemet med $q_{\text{tot}} = 2N$.

Vi får då

$$\Omega_{\text{tot}} = \Omega(2N,2N) = \left(\frac{2N+2N}{2N}\right)^{2N}\left(\frac{2N+2N}{2N}\right)^{2N}\sqrt{\frac{2N}{2\pi 2N(2N+2N)}} = \frac{2^{4N}}{\sqrt{8\pi N}}$$

d)

Fråga:
Vi kan nu grovt uppskatta hur "skarp" multiplicitetsfunktionens topp är genom att jämföra resultaten från de två föregående uppgifterna.
Ω_{prob} motsvaras av den maximala höjden av funktionen medan Ω_{tot} motsvaras av den totala arean under kurvan.
Bestäm hur bred toppen av funktionen är om vi antar att toppens höjd är rektangulär.
Hur stor del av alla makrotillstånd har signifikant sannolikhet?
Utvärdera den andelen med $N = 10^{23}$.

Lösning:
(Rita kurvan $\Omega(q_\mathrm{A})$)
Om toppen approximeras med en rektangel där höjden och arean ges av Ω_prob respektive Ω_tot så ges toppen bredd av

$$w = \frac{\Omega_\mathrm{tot}}{\Omega_\mathrm{prob}} = \frac{2^{4N}}{\sqrt{8\pi N}} \cdot \frac{4\pi N}{2^{4N}} = \sqrt{2\pi N}$$

(Vi ser här varför det var viktigt att vi behöll $\sqrt{2\pi N}$-termen i Stirlings formel.)
Då N är stort blir detta tal också stor. Dock så är längden av funktionen $(2N+1)$.
Den andel av alla makrotillstånd som w tar upp är således

$$\frac{w}{2N+1} = \frac{\sqrt{2\pi N}}{2N+1} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$$

Om vi har $N = 10^{23}$ utgör toppens bredd en andel tillstånd som mindre än 1 på 100 miljarder (10^{-11}).

c)

Fråga:
Är problemet med tidsskalorna relevant för entropin av det här systemet?

Lösning:
Då bägge entropinerna innehåller termen $4N\ln 2 = 2.77 \cdot 10^{23}$ blir skillnaden i entropin enbart

$$\frac{\Delta S}{k} = \frac{S_{\text{tot}}}{k} - \frac{S_{\text{prob}}}{k} = 55.5 - 28.1 = 27.4$$

Denna skillnad är väldigt lite jämfört med den totala entropin för varje system ($\sim 10^{23}$) och därav är problemet med tidsskalorna irrelevant för så här stora system.

d)

Fråga:
Antag nu att vi sätter in en platta som delar upp systemet då det befinner sig i det mest sannolika makrotillståndet på ett sådant sätt så att de två nya systemen ej kan byta energi med varandra. Nu kommer entropin i systemet ges av resultatet i b) även under långa tidsskalor.
Eftersom detta värde är lägre än det i a) så har vi brutit mot termodynamikens andra lag. Är detta ett problem?

Lösning: Då denna uppdelning minskar entropin med enbart $27.1k$ medan den totala entropin är $2.77 \cdot 10^{23} k$ så är detta inte ett problem.