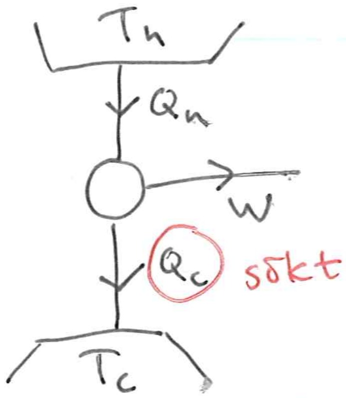
Räkneövning 5: 4.3, 4.22, 4.24

Värmemotorer

4.3 Ett kraftverk producerar 1 GW elektricitet med verkningsgrad $\eta = 40\%$.

a) Med vilken hastighet avger kraftverket avfallsvärme till omgivningen?



"Hastighet" = effekt $[\frac{J}{s}]$

$$\text{Verkningsgrad} = \frac{E_{nyttig}}{E_{tillförd}}$$

$$\begin{cases} \eta = \dfrac{W}{Q_h} & (\text{beror ej på } Q_c) \\ \text{1:a HS: } Q_h = W + Q_c \end{cases}$$

Kommentera tecken!

$$\Rightarrow \eta = \frac{W}{W+Q_c} \Rightarrow Q_c = \frac{W}{\eta} - W = \frac{W}{\eta}(1-\eta)$$

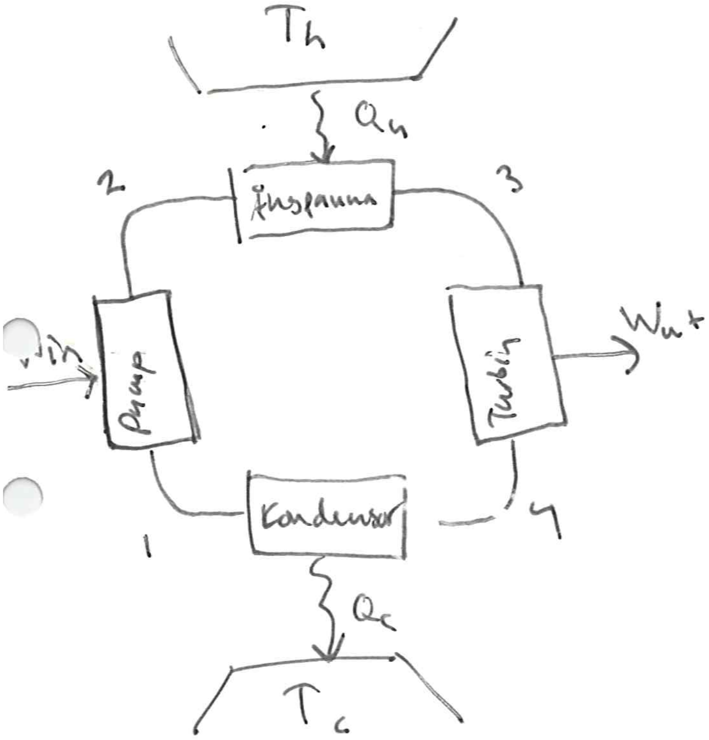
$$\Leftrightarrow \dot{Q}_c = \frac{\dot{W}}{\eta}(1-\eta) = \frac{10^9 \text{ W}}{0.4} \cdot 0.6 = 1.5 \text{ GW}$$

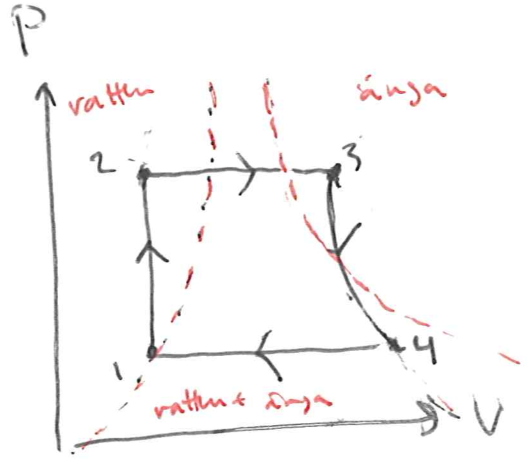
b) Antag att kallreservoaren är en flod med flödet $100 \text{ m}^3/\text{s}$. Hur mycket ökar flodens temperatur?

Betrakta systemet under $\Delta t = 1\text{s}$, under denna tid dumpas $Q = 1.5 \text{ J}$ värme i 100 m^3 vatten.

4:23-24: Rankine-cykeln!

Snabb genomgång, hänvisa till fredagens föreläsning





1:a HS: $W_{in} + Q_h = W_{ut} + Q_c$ — Kommentera tecken!

$\Rightarrow W_{ut} - W_{in}^{*} = Q_h - Q_c$

Verkningsgrad: $\eta = \dfrac{W_{ut} - W_{in}}{Q_h} = \dfrac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \dfrac{Q_c}{Q_h}$

Processerna 2→3 och 4→1 sker över tvåfasregion (vatten + ånga), komplicerat att räkna ut Q med metoder vi använt tidigare i kursen.

Studera entalpin!

$H = U + pV$ (inre energi + arbetet som krävs för att ge plats åt systemet)

$dH = dU + VdP + pdV = \left\{ \begin{array}{l} \text{termodynamiska identiteten} \\ dU = TdS - pdV + \mu \underbrace{dN}_{=0} \end{array} \right\} =$

$= TdS - \cancel{pdV} + VdP + \cancel{pdV} =$

$= TdS + VdP$

Eq 4.13 (4.12): $\eta_{approx} = 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_1} \simeq 1 - \frac{(1824-84)\,kJ}{(3444-84)\,kJ} = 48\%$

utan approx:

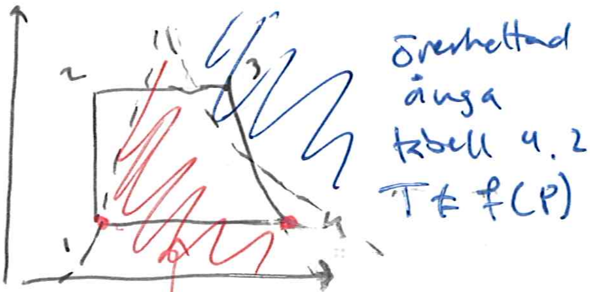
$$\eta = 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_2} = 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_1 - \Delta H_{1\to 2}} =$$

$$= 1 - \frac{(1824-84)\,kJ}{(3444-84-30)\,kJ} = 0{,}477$$ (väldigt nära η_{approx})

4.24 Beräkna verkningsgraden med modifierade parametrar jm.f. med $\begin{cases} P_{min} = 0{,}023 \text{ bar} \\ P_{max} = 300 \text{ bar} \\ T_{max} = 600°C \end{cases} \rightarrow \eta = 48\%$

a) $T_{max} = 500°C$

Vi behöver entalpin vid punkterna 1, 3 & 4!



Punkt 1

- Mättat vatten → Tabell 4.1
- $P_1 = 0{,}023$ bar

$\Rightarrow H_1 = 84$ kJ

Punkt 3

- Överhettad ånga → Tabell 4.2
- $P_3 = 300$ bar
- $T_3 = 500°C$

$\Rightarrow H_3 = 3081$ kJ

$S_3 = 5{,}791$ kJ

b) $P_{max} = 100$ bar

Behöver räkna om punkt 3 & 4

Gör själv!

$\eta \approx 45\%$

c) $T_{min} = 10°C$

T_{min} är kokpunkten för mättade ångan/vattnet, även trycket P_{min} måste minska ($P_{min} = 0{,}012$ bar)

Gör själv

$\eta \approx 49\%$

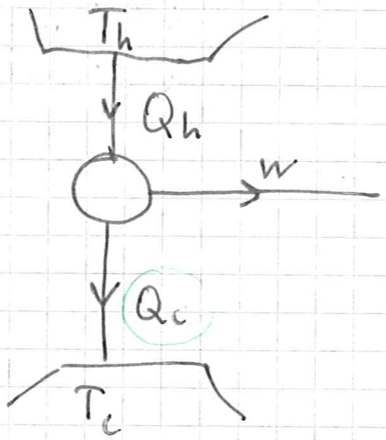
<u>Slutsats:</u>

- Öka T_{max} $\Rightarrow$ bättre η
- Öka P_{max} $\Rightarrow$ bättre η
- Minska T_{min} / P_{min} $\Rightarrow$ bättre η

4.3 Ett kraftverk producerar 1 GW elektricitet med verkningsgrad (efficiency) $\eta = 40\%$.

(~ Ringhals)

(a) Med vilken hastighet avger kraftverket värme till omgivningen?



obs! Q_c är ointressant när vi beräknar verkningsgrad

$$\begin{cases} \eta = \dfrac{W}{Q_h} \\ Q_h = W + Q_c \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} \eta = 0.4 \\ W = 1\,GW \end{pmatrix}$$

$\frac{W}{\eta} - W$

$$\eta = \frac{W}{W + Q_c} \Rightarrow Q_c = \frac{1}{\eta}(1-\eta)W = 1{,}5\,GW$$

(b) Anta att den kalla reservoaren är en flod med flödet 100 m³/s. Hur mycket ökar då flodens temp?

Betrakta systemet under $\Delta t = 1\,s$

På 1 s dumpas 1,5 GJ värme i 100 m³ vatten.

$$Q = c_v m \Delta T = c_v V \rho \Delta T$$

↖ densitet

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{c_v V \rho} = \frac{1{,}5\,GJ}{4{,}19\,\frac{J}{g} \cdot 100\,m^3 \cdot 1000\,kg/m^3} = 3{,}6\,K$$

Ringhals ~~[illegible]~~ 40 m³/s per reaktor

Göta älv 575 m³/s

Mölndalsån 4 m³/s

4.23 Använd definitionen av entalpi för att beräkna entropiförändringen mellan punkt 1 & 2.
Hur god är approximationen $H_1 \approx H_2$?

$H = U + PV$

$dH = dU + PdV + VdP$

$= \{$termodynamiska identiteten$\}$

$= TdS - \cancel{PdV} + \underbrace{\mu dN}_{dN=0} + \cancel{PdV} + VdP$

$= TdS + VdP$

$= \{$Anta att kompressionen $1 \to 2$ sker adiabatiskt & kvasistatiskt$\}$

$\approx VdP$

alltså $dH \approx VdP$

Anta att volymen $\approx$ konstant i $1 \to 2$

$\Rightarrow \Delta H_{1\to 2} \approx V \Delta P$

Anta 1 kg vatten – $10^{-3}\,m^3$ vatten

$\Delta P \approx 300 \cdot 10^5$ Pa

$\Delta H_{1\to 2} \approx 10^{-3} m^3 \cdot 300 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 30 \text{ kJ}$

$H_1 \approx 84$ kJ

$H_2 \approx 84 \text{ kJ} + 30 \text{ kJ} = 114 \text{ kJ}$

$\eta_{\text{nogrann}} = 1 - \frac{1824 - 84}{3444 - 114} = 0.477 \approx \eta_{\text{slarvig}}$

Göran Wahnström, Institutionen för Fysik, Chalmers

5. Värmemotorer och kylskåp

Ideala värmemotorer och kylskåp; Carnotverkningsgraden; verkliga värmemotorer; Otto, Diesel, och Stirlingcykeln.

Du kommer också att göra en labb T4 Varmluftsmotorn, som illustrerar Stirlingcykeln.

Avsnitt: 4.1-4.2, del av 4.3

Läs, träna och begrunda

Avsnittet 4.1 presenterar principen för den ideala värmemotorn. Motsvarande verkningsgrad

$$\eta = 1 - \frac{T_c}{T_h} \qquad \eta = \frac{W}{Q_{in}}$$

kallas för Carnotverkningsgraden och är den maximalt möjliga. I boken betecknas verkningsgrad med e. Verkliga värmemotorer har alltid en verkningsgrad som är lägre. Lär dig att härleda Carnotverkningsgraden utgående från första och andra huvudsatsen.

I avsnitt 4.2 presenteras på motsvarande sätt det ideala kylskåpet. För att beskriva ett kylskåps effektivitet inför man dess verkningskoefficient. För det ideala kylskåpet gäller att verkningskoefficienten ges av uttrycket

$$\beta = \frac{T_c}{T_h - T_c} \qquad \beta = \frac{Q_{in}}{W}$$

I boken betecknas verkningskoefficienten med COP. Om kylskåpet utnyttjas som värmepump blir motsvarande ideala verkningskoefficient

$$\beta' = \frac{T_h}{T_h - T_c}$$

Läs och begrunda avsnitten 4.1 och 4.2 samt öva på problem 4.2 och 4.8.

Avsnitt 4.3 presenterar de termodynamiska cyklerna relevanta för Otto, Diesel och Stirling-motorerna. Läs och lär dig denna typ av tillämpning av termodynamiken. "The Steam Engine" (Rankine cykeln) kan du vänta med.

Rekommenderade uppgifter

Instudering:	4.2, 4.8
Räkneövning:	~~4.3~~, T110110.3, T121027.2, T140826.2
Hemarbete:	T140115.2, T101020.2, T120109.2, T131025.1, T150102.1

7 min tidig -19

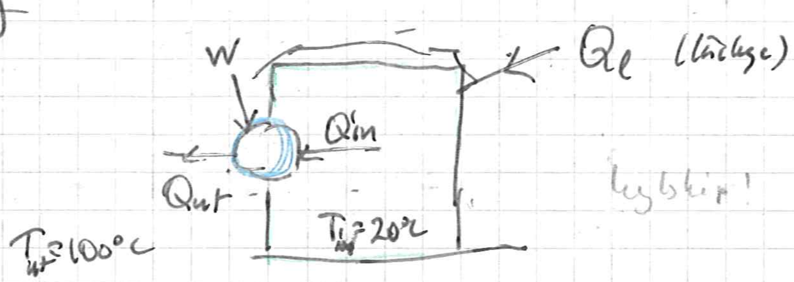
T110110

upps 3

Ett hus på månen: Vill hålla $T = 20°C$ men dagstemp är $100°C$ och nattemp $-100°C$. Värmeläckaget per grad temperaturskillnad kan antas vara $q_l = 0{,}6$ kW/K.

Installera värmepump! Vilken är minsta möjliga effekt som krävs för att driva pumpen på dag respektive natt?

Dag



För konstant temp i huset: $\dot{Q}_{in} = \dot{Q}_l = (100-20)\,K \cdot 0{,}6\,\frac{kW}{K} = 48\,kW$

1:a h.s. värmepump: $\left\{ \begin{array}{ll} Q_{in} + W = Q_{ut} & (1) \\ \Delta S_{tot} \geq 0 & (2) \end{array} \right.$

2:a h.s.

Sökt: W

(1): $W = Q_{ut} - Q_{in}$

(2): $\frac{Q_{ut}}{T_{ut}} - \frac{Q_{in}}{T_{in}} \geq 0 \Rightarrow Q_{ut} \geq \frac{T_{ut}}{T_{in}} Q_{in}$

Alltså: $W \geq \frac{T_{ut}}{T_{in}} Q_{in} - Q_{in} = \underbrace{\left(\frac{T_{ut}}{T_{in}} - 1\right)}_{} Q_{in} = \left(\frac{373}{293} - 1\right) \cdot 48\,kW$

$= \underline{13{,}1\,kW}$ $1/\beta$

$\frac{1}{\frac{T_{ut}}{T_{in}} - 1} = \frac{T_{in}}{T_{ut} - T_{in}}$

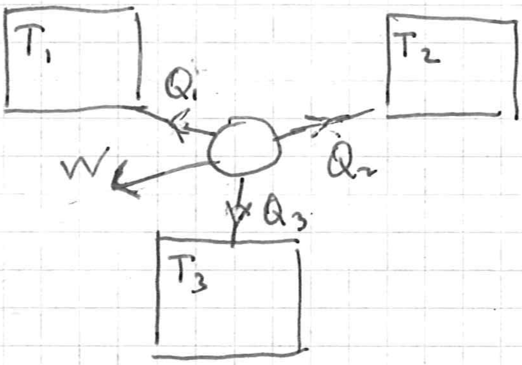
TI21027.2

Betrakta 3 identiska system med (begynnelse)temperatur T_1, T_2, T_3.
De har temperaturoberoende värmekapaciteter $C = a$.
Vi utnyttjar systemen för att utvinna arbete med hjälp av värmemotorer.

(i) Hur mycket arbete kan maximalt utvinnas fram till dess att systemen antagit gemensam temp?

(ii) Vad blir sluttemperaturen T_f?

(iii) Vad blir sluttemperaturen om man inte tar ut nyt arbete?



1:a h.s. $\quad Q_1 + Q_2 + Q_3 + W = 0$

$$\left(Q = C\Delta T = a\Delta T = a(T_f - T_i) \quad \text{(OBS tecknet!)} \right)$$

$$a(T_f - T_1) + a(T_f - T_2) + a(T_f - T_3) = -W$$

$$3aT_f - a(T_1 + T_2 + T_3) = -W$$

$W = 0 \Rightarrow T_f = \dfrac{a(T_1+T_2+T_3)}{3a} = \dfrac{T_1 + T_2 + T_3}{3}$ svar på (iii)!

W max

Hur kan vi beräkna T_f?

2:a h.s. $\quad \dfrac{Q_1}{T} + \dfrac{Q_2}{T} + \dfrac{Q_3}{T} = 0$

T varierar $\quad S_1 = \displaystyle\int_{T_1}^{T_f} \frac{Q_1}{T} = \int_{T_1}^{T_f} \frac{C\,dT}{T} = a\int_{T_1}^{T_f} \frac{1}{T}\,dT = a \ln T_f/T_1$

$$a \ln \frac{T_f}{T_1} + a \ln \frac{T_f}{T_2} + a \ln \frac{T_f}{T_3} = 0$$

$$a \ln \frac{T_f^3}{T_1T_2T_3} = 0 \Rightarrow T_f = (T_1T_2T_3)^{1/3}$$

140826.2)

Betrakta värmemaskin som arbetar cykliskt med två isobarer och två isotermer. Arbetsmediet är ideal gas med konst. värmekapac. Beräkna verkningsgraden η som funktion av

P_H, P_L, T_H, T_L och γ

högre resp lägre tryck

$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

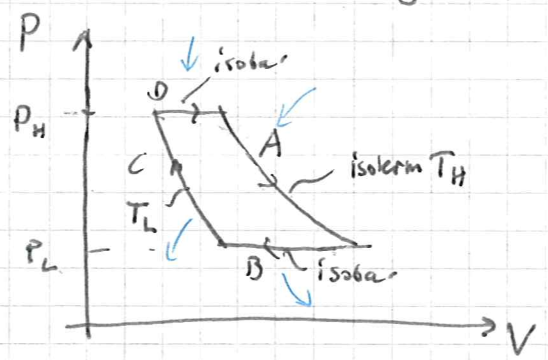
[Ericsson cykel. John Ericsson, 70 staty på avenyn]

& Manhattan & Washington, när Lincoln memorial 4.2 "at least he made nice phones"

Arbete på omgivningen. Ideal gas $C_P = C_V + Nk$

$$\eta = \frac{-W_{tot}}{Q_{in}}$$

Bryr oss inte om Q_{ut}, "spillvärme" $\neq Q_{tot}$



Isoterm

$\Delta U = 0$ (ideal gas)

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P\,dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{NkT}{V}\,dV = -NkT \ln\frac{V_2}{V_1} = \left\{ \begin{matrix} PV = \text{konst} \\ (= NkT) \\ P_1V_1 = P_2V_2 \end{matrix} \right\} = NkT \ln\frac{P_1}{P_2}$$

$$Q = \Delta U - W = NkT \ln\frac{P_1}{P_2} \quad \begin{cases} > 0 & \text{om } P_1 > P_2 \\ < 0 & \text{om } P_1 < P_2 \end{cases}$$

Isobar

$$W = -P\Delta V = -P(V_2 - V_1) = -P\left(\frac{NkT_2}{P} - \frac{NkT_1}{P}\right) = -Nk(T_2 - T_1)$$

$$Q = C_P \Delta T = C_P(T_2 - T_1)$$

$$\left(\Delta U = Q + W = C_P(T_2 - T_1) - Nk(T_2 - T_1) = (C_P - Nk)(T_2 - T_1) = C_V(T_2 - T_1) \right)$$

ideal gas endast! gäller alla processer

5. Värmemotorer och kylskåp

Ideala värmemotorer och kylskåp; Carnotverkningsgraden; verkliga värmemotorer; Otto, Diesel, och Stirlingcykeln.

Du kommer också att göra en labb T4 Varmluftsmotorn, som illustrerar Stirlingcykeln.

Avsnitt: 4.1-4.2, del av 4.3

Läs, träna och begrunda

Avsnittet 4.1 presenterar principen för den ideala värmemotorn. Motsvarande verkningsgrad

$$\eta = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

kallas för Carnotverkningsgraden och är den maximalt möjliga. I boken betecknas verkningsgrad med e. Verkliga värmemotorer har alltid en verkningsgrad som är lägre. Lär dig att härleda Carnotverkningsgraden utgående från första och andra huvudsatsen.

I avsnitt 4.2 presenteras på motsvarande sätt det ideala kylskåpet. För att beskriva ett kylskåps effektivitet inför man dess verkningskoefficient. För det ideala kylskåpet gäller att verkningskoefficienten ges av uttrycket

$$\beta = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

I boken betecknas verkningskoefficienten med COP. Om kylskåpet utnyttjas som värmepump blir motsvarande ideala verkningskoefficient

$$\beta' = \frac{T_h}{T_h - T_c}$$

Läs och begrunda avsnitten 4.1 och 4.2 samt öva på problem 4.2 och 4.8.

Avsnitt 4.3 presenterar de termodynamiska cyklerna relevanta för Otto, Diesel och Stirling-motorerna. Läs och lär dig denna typ av tillämpning av termodynamiken. "The Steam Engine" (Rankine cykeln) kan du vänta med.

Rekommenderade uppgifter

Instudering:	4.2, 4.8
Räkneövning:	4.3, T110110.3, T121027.2, T140826.2
Hemarbete:	T140115.2, T101020.2, T120109.2, T131025.1, T150102.1

Termodynamik och statistisk fysik: Räkneövning 5 - Värmemotorer och kylskåp

Anders Lindman

September 13, 2016

Den här räkneövningen behandlar

- Värmemotorer (Omvandla värme till arbete).
- Kylskåp/värmepump (Flytta värme med hjälp av arbete).
- Teckenkonventionen på värme och arbete varierar lite från uppgift till uppgift.

b)

Fråga:
Om vi antar att den kalla reservoaren för kraftverket är en flod med ett flöde på $100\,\mathrm{m^3/s}$*, hur mycket ökar då flodens temperatur?*

Lösning:
Låt oss betrakta systemet under en sekund.
Då har vi värme med en energimängd på 1.5 GJ som dumpas i $100\,\mathrm{m^3}$.
1 liter ($0.001\,\mathrm{m^3}$) vatten väger 1 kg vilket betyder att $100\,\mathrm{m^3}$ vatten väger 10^5 kg.
Den mängd energi som krävs för att öka ett ämnes temperatur ges av den specifika värmekapaciteten som för vatten är $c_V = 4.19\,\mathrm{kJ/kg\,K}$ (Physics Handbook).
Värmekapaciteten för $100\,\mathrm{m^3}$ är således

$$C_V = c_V \cdot 10^5\,\mathrm{kg} = 0.419\,\mathrm{GJ/K}$$

Vi kan nu beräkna temperaturökningen enligt

$$\Delta T = \frac{Q_c}{C_V} = \frac{1.5 \cdot 10^9}{0.4186 \cdot 10^9}\,^\circ\mathrm{C} = 3.6\,^\circ\mathrm{C}$$

c)

Fråga:
För att undvika den termiska föroreningen så kan kraftverket istället kyla sig genom avdunstning av flodvatten.
Med vilken hastighet måste vattnet avdunsta?
Hur stor del av flodvattnet måste avdunsta?

Lösning: Vi betraktar systemet under en sekund.
Ångbildningsvärmet är den mängd värme som krävs för att vatten ska övergå från flytande form till gasform.
Ångbildningsvärmet vid $100\,^\circ\mathrm{C}$ är $L = 2.26\,\mathrm{MJ/kg}$.
Vid rumstemperatur är det ungefär 8% (se uppgift 1.54 och figur 5.11 på sidan 167) högre vilket ger $L = 2.44\,\mathrm{MJ/kg}$.
Den mängd vatten som kan avdunsta med hjälp av avfallsvärmet vid rumstemperatur är då

$$m = \frac{Q_c}{L} = \frac{1.5 \cdot 10^9}{2.44 \cdot 10^6}\,\mathrm{kg} \approx 600\,\mathrm{kg}$$

Den totala mängden flodvatten väger 10^5 kg vilket betyder att det är 0.6% som behöver avdunsta per sekund.

Natt

Lösning:
Rita upp ny figur med värme som läcker ut ur huset (Q_l), värme som pumpas in i huset Q_{in}, arbete som förs in i pumpen W och värme som tas ut från omgivningen Q_{ut}.
Enligt första huvudsatsen måste energin vara bevarad vilket ger

$$Q_{ut} + W = Q_{in}$$

samt att

$$Q_{in} = Q_l = (T_{in} - T_{ut})q_l.$$

Återigen så gäller att

$$\Delta S_{tot} \geq 0$$

vilket ger

$$\Delta S_{in} - \Delta S_{ut} \geq 0 \implies \frac{Q_{in}}{T_{in}} - \frac{Q_{ut}}{T_{ut}} \geq 0$$

vilket i sin tur ger

$$-Q_{ut} \geq -\frac{T_{ut}}{T_{in}} Q_{in}.$$

Vi kan nu beräkna arbetet enligt

$$W = Q_{in} - Q_{ut} \geq Q_{in} - \frac{T_{ut}}{T_{in}} Q_{in} = \left(1 - \frac{T_{ut}}{T_{in}}\right)(T_{in} - T_{ut})q_l = \frac{(T_{in} - T_{ut})^2}{T_{in}} q_l.$$

Under nattetid är utomhustemperaturen $T_{ut} = -100\,^\circ\mathrm{C}$ vilket tillsammans med $T_{in} = 20\,^\circ\mathrm{C}$ ger

$$W \geq 29.5\,\mathrm{kW}.$$

Från detta uttryck kan sluttemperaturen bestämmas till

$$T_\mathrm{f} = (T_1 T_2 T_3)^{1/3}.$$

Med detta värde för temperaturen blir det maximala arbetet

$$W_\mathrm{ut} = -Q_\mathrm{tot} = -3a\left[(T_1 T_2 T_3)^{1/3} - \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3}\right] = 3a\left[\frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} - (T_1 T_2 T_3)^{1/3}\right].$$

Den första termen är ett aritmetisk medelvärde av temperaturen medan den andra termen är ett geometrisk medelvärde.
Ett aritmetisk medelvärde är alltid större än ett geometrisk förutom då alla temperaturer är lika stora vilket ger

$$W_\mathrm{ut} \geq 0.$$

Om man inte tar ut något arbete är så ger energikonservering att

$$0 = Q_\mathrm{tot} = 3a\left(T_\mathrm{f} - \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3}\right)$$

och sluttemperaturen blir i detta fall

$$T_\mathrm{f} = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3}$$

vilket är högre än sluttemperaturen då maximalt arbete tas ut.

Uppgift 2, från tenta 140826

Fråga:
Den svenske uppfinnaren John Ericsson konstruerade en värmemaskin som arbetar cykliskt med två isobarer och två isotermer.
Beteckna det högre trycket med P_H och det lägre med P_L och på motsvarande sätt för temperaturerna, T_H respektive T_L.
Antag att arbetsmediet är en fix mängd gas som kan behandlas som en idealgas med konstant värmekapacitet.
Antag att alla processer är reversibla.

Bestäm anordningens verkningsgrad e som funktion av P_H, P_L, T_H, T_L och γ, där $\gamma = C_P/C_V$ är den adiabatiska koefficienten för gasen!
Verkningsgraden definieras som kvoten mellan det utförda nettoarbetet och det tillförda värmet.
Jämför den erhållna verkningsgraden med motsvarande Carnotverkningsgrad och kommentera ditt resultat.

Lösning:
Rita upp PV-diagram med P_L och P_H.
Fråga klassen hur volymen för en idealgas måste ändras vid en isoterm process från P_L till P_H (använd ideala gaslagen, $P \sim V^{-1}$).
Döp delprocesserna till $A - D$ där A är den vänstra processen och cykeln går medurs.
Vi utgår från standarddefinitionen där tillfört arbete och värme definieras som positivt.
Vi vill beräkna verkningsgraden som ges av

$$e = \frac{-W_{\text{tot}}}{Q_{\text{in}}}$$

där W_{tot} är nettoarbetet och Q_{in} är summan av $Q_i > 0$.
Vi behöver således bestämma Q_i och W_i för varje delprocess.
Vi har två typer av processer: isotermisk och isobarisk.

För en **isoterm** process för en idealgas så ger ekvipartionsteoremet

$$\Delta U = \frac{f}{2}Nk\Delta T = 0 \implies Q = -W.$$

Arbetet kan beräknas enligt

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} PdV = -NkT\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -NkT\ln\frac{V_2}{V_1}$$

Med ideala gaslagen kan arbetet istället uttryckas i trycket vilket ger

$$W = NkT\ln\frac{P_2}{P_1}$$

	W	Q
A	$(C_P - C_V)\, T_L \ln \frac{P_H}{P_L}$	$-(C_P - C_V)\, T_L \ln \frac{P_H}{P_L} < 0$
B	$-(C_P - C_V)(T_H - T_L)$	$C_P(T_H - T_L) > 0$
C	$-(C_P - C_V)\, T_H \ln \frac{P_H}{P_L}$	$(C_P - C_V)\, T_H \ln \frac{P_H}{P_L} > 0$
D	$(C_P - C_V)(T_H - T_L)$	$-C_P(T_H - T_L) < 0$

Med $\gamma = C_P/C_V$ får vi följande uttryck för verkningsgraden

$$e = \frac{(\gamma - 1)\,(T_H - T_L) \ln \frac{P_H}{P_L}}{\gamma(T_H - T_L) + (\gamma - 1)\, T_H \ln \frac{P_H}{P_L}} = \frac{T_H - T_L}{T_H + (T_H - T_L)\frac{\gamma/(\gamma-1)}{\ln (P_H/P_L)}}$$

Vi kan nu jämföra med verkningsgraden för Carnot-cykeln

$$e_C = 1 - \frac{T_L}{T_H} \implies e_C T_H = (T_H - T_L)$$

Insättning av detta uttryck i uttrycket för verkningsgraden ger

$$e = \frac{e_C T_H}{T_H + e_C T_H \frac{\gamma/(\gamma-1)}{\ln (P_H/P_L)}} = e_C \frac{1}{1 + e_C \frac{\gamma/(\gamma-1)}{\ln (P_H/P_L)}}.$$

Kvoten är mindre än 1 då den andra termen i nämnaren är större än 0 (då $\gamma > 1$ och $P_H > P_L$) och således är verkningsgraden för cykeln mindre än för Carnot-cykeln vilket är rimligt.