Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Лабораторная работа №5

**«Соответствия. Операции над соответствиями»**

Выполнили студенты группы 121701:

Воронцов Р., Липский Р., Протас А., Силибин С.

**Постановка задачи:**

* Даны два соответствия. Найти их объединение, пересечение, разность, симметричную разность, инверсию, композицию, дополнение, образ соответствия А, прообраз соответствия А, сужение соответствия А, продолжение соответствия А.

**Уточнение постановки задачи:**

* Используются два соответствия:
* Элементами множеств X, Y, U, V являются натуральные числа не больше 100, вводимые пользователем.
* Мощность множеств X, Y, U, V должна быть целым неотрицательным числом не больше 100.
* Элементами графиков G и F являются кортежи длины два, вводимые пользователем, первая компонента которого принадлежит множеству X или U соответственно, а вторая Y или V соответственно.
* Мощность графиков G и F должна быть целым неотрицательным числом не больше произведения мощностей множеств X и Y или U и V соответственно.
* Образ соответствия А находится для множества М.
* Элементами множества M являются числа, вводимые пользователем, принадлежащие множеству X.
* Мощность множества M должна быть целым неотрицательным числом не больше мощности множества X.
* Прообраз соответствия A находится для множества N, мощность которого задаётся пользователем.
* Прообраз соответствия А находится для множества N.
* Элементами множества N являются числа, вводимые пользователем, принадлежащие множеству Y.
* Мощность множества N должна быть целым неотрицательным числом не больше мощности множества Y.
* Cужение соответствия A находится на множестве W, элементами которого являются натуральные числа от 1 до 10;
* Продолжение соответствия А находится на множества Z, элементами которого являются натуральные числа от 1 до 120.
* Производятся только операции объединения, пересечения, разность, симметрическая разность, дополнение, инверсия, композиция, нахождение образа, нахождения прообраза, сужение, продолжение.
* Для соответствия А: .

**Определения:**

* Множество – любое собрание определённых и различимых объектов, мыслимое нами как единое целое.
* Пустое множество – множество, не содержащее ни одного элемента.
* Мощность множества – количество элементов множества.
* Объединение множеств – множество, которому принадлежат все элементы исходных множеств.
* Пересечение множеств – множество, которому принадлежат те и только те элементы, которые одновременно принадлежат обоим множествам.
* Разность множеств – множество, которому принадлежат все элементы первого множества, не принадлежащие второму множеству.
* Симметрическая разность – множество, которому принадлежат все элементы исходных множеств, не принадлежащие одновременно обоим множествам.
* Декартово произведение – множество, элементами которого являются все возможные упорядоченные пары элементов исходных множеств.
* Множество А’ называется дополнением множества А до некоторого универсального множества U, если ему принадлежат все элементы, принадлежащие множеству U и не принадлежащие множеству A.
* Кортеж – упорядоченный набор компонент (элементов).
* Пара – кортеж длины два.
* График – множество, все элементы которого являются парами.
* Пустой график – график, не содержащий ни одной пары.
* Пара называется инверсией пары , если
* Инверсия графика А – это множество инверсий всех пар из А.
* График R называется композицией двух графиков А и В, если .
* Соотношение называется объединением соотношений и , если .
* Соотношение называется пересечением соотношений и , если ,
* Соотношение называется разностью соотношений и , если ,
* Соотношение называется симметрической разностью соотношений и , если ,
* Соотношение называется инверсией соотношения , если .
* Соотношение называется композицией соотношений и , если ,
* Соотношение называется дополнением соотношения , если .
* Множество O называется образом соотношения , если .
* Множество P называется прообразом соотношения , если .
* Соотношение называется сужением соотношения на множество R, если .

**Алгоритм**

1. **Задание соответствия А:**
   1. Пользователь вводит мощность областиотправления Х соответствия А.
   2. Пользователь вводит элементы области отправления Х.
   3. Пользователь задаёт мощность области прибытия У соответствия А.
   4. Пользователь вводит элементы области прибытия У.
   5. Пользователь задаёт мощность графика G соответствия А.
   6. Пользователь вводит график G.
2. **Пользователь задает соответствие В:**
   1. Пользователь задаёт мощность области отправления U соответствия B.
   2. Пользователь вводит элементы области отправления U.
   3. Пользователь задаёт мощность области прибытия V соответствия B.
   4. Пользователь вводит элементы области прибытия V.
   5. Пользователь задаёт мощность графика F соответствия B.
   6. Пользователь вводит график F.
3. **Пользователь задаёт операцию над соответствиями А и В:** 
   1. Объединение соответствий A и B
   2. Пересечение соответствий А и В
   3. Разность соответствий A и B
   4. Разность соответствий B и A
   5. Симметрическая разность соответствий A и B
   6. Инверсия соответствия A
   7. Инверсия соответствия B
   8. Композиция соответствий A и B
   9. Композиция соответствий B и A
   10. Дополнение соответствия А
   11. Дополнение соответствия В
   12. Образ множества M при соответствии A
   13. Прообраз множества N при соответствии A
   14. Сужение соответствия A на множестве W
   15. Продолжение соответствия А на множестве Z
   16. Если пользователь хочет найти объединение соответствий А и В, то переходим к пункту 4.
   17. Если пользователь хочет найти пересечение соответствий А и В, то переходим к пункту 5.
   18. Если пользователь хочет найти разность соответствий А и В, то переходим к пункту 6.
   19. Если пользователь хочет найти разность соответствий В и А, то переходим к пункту 7.
   20. Если пользователь хочет найти симметрическую разность соответствий А и В, то переходим к пункту 8.
   21. Если пользователь хочет найти инверсию соответствия А, то переходим к пункту 9.
   22. Если пользователь хочет найти инверсию соответствия В, то переходим к пункту 10.
   23. Если пользователь хочет найти композицию соответствий А и В, то переходим к пункту 11.
   24. Если пользователь хочет найти композицию соответствий В и А, то переходим к пункту 12.
   25. Если пользователь хочет найти дополнение соответствия А, то переходим к пункту 13.
   26. Если пользователь хочет найти дополнение соответствия В, то переходим к пункту 14.
   27. Если пользователь хочет найти образ множества М при соответствии А, переходим к пункту 15.
   28. Если пользователь хочет найти прообраз множества N при соответствии А, переходим к пункту 16.
   29. Если пользователь хочет найти сужение соответствия А на множестве W, переходим к пункту 17.
   30. Если пользователь хочет найти продолжение соответствия А на множестве Z, переходим к пункту 18.
4. **Объединение соответствий А и В**
   1. Объединение множеств X и U
      1. Создаём новое пустое множество D.
      2. Каждый элемент множества X переносим в множество D.
      3. Возьмём первый элемент множества U.
      4. Возьмём первый элемент множества D.
      5. Если взятый элемент множества U не равен взятому элементу D, то переходим к пункту 4.1.7.
      6. Если взятый элемент множества U равен выбранному элементу множества D, то переходим к пункту 4.1.11.
      7. Если взятый элемент множества D – последний, переходим к пункту 4.10.
      8. Если взятый элемент множества D – не последний, то возьмём следующий элемент множества D.
      9. Перейдём к пункту 4.1.5.
      10. Добавляем взятый элемент множества U во множество D.
      11. Если взятый элемент множества U – последний, то переходим к пункту 4.1.14.
      12. Если взятый элемент множества U – не последний, то возьмём следующий элемент множества U.
      13. Перейдём к пункту 4.1.4.
      14. D – объединение множеств X и U.
   2. Объединение множеств Y и V
      1. Создаём новое пустое множество J.
      2. Каждый элемент множества Y переносим в множество J.
      3. Возьмём первый элемент множества V.
      4. Возьмём первый элемент множества J.
      5. Если взятый элемент множества V не равен взятому элементу J, то переходим к пункту 4.2.7.
      6. Если взятый элемент множества V равен выбранному элементу множества J, то переходим к пункту 4.2.11.
      7. Если взятый элемент множества J – последний, переходим к пункту 4.2.10.
      8. Если взятый элемент множества J – не последний, то возьмём следующий элемент множества J.
      9. Перейдём к пункту 4.2.5.
      10. Добавляем взятый элемент множества V во множество J.
      11. Если взятый элемент множества V – последний, то переходим к пункту 4.2.14.
      12. Если взятый элемент множества V – не последний, то возьмём следующий элемент множества V.
      13. Перейдём к пункту 4.2.4.
      14. J – объединение множеств Y и V.
   3. Объединение графиков G и F
      1. Создаём пустой график L.
      2. Каждый элемент графика G переносим в график L.
      3. Возьмём первую пару графика F.
      4. Возьмём первую пару графика L.
      5. Проверим, неравны ли пары:
      6. Если первый элемент взятой пары графика F не равен первому элементу взятой пары графика L, переходим к пункту 4.3.7.
      7. Если второй элемент взятой пары графика F не равен второму элементу взятой пары графика L, переходим к пункту 4.3.7.
      8. Переходим к пункту 4.3.12.
      9. Если взятая пара графика L – последняя, переходим к пункту 4.3.10.
      10. Если взятая пара графика L – не последняя, то возьмём следующую пару графика L.
      11. Перейдём к пункту 4.3.5.
      12. Добавим взятую пару графика F в график L.
      13. Если взятая пара графика F – последняя, то переходим, то переходим к пункту 4.3.16.
      14. Если взятая пара графика F – не последняя, то возьмём следующую пару графика F.
      15. Перейдём к пункту 4.3.4.
      16. L – объединение графиков G и F.
   4. Создадим новое соответствие S = .
   5. Выведем полученное соответствие S на экран.
   6. Завершаем алгоритм.
5. **Пересечение соответствий А и В**
   1. Пересечение множеств X и U
      1. Создадим новое пустое множество D.
      2. Возьмём первый элемент множества X.
      3. Возьмём первый элемент множества U.
      4. Если взятый элемент X равен взятому элементу U, то переходим к пункту 5.1.6.
      5. Если взятый элемент X не равен взятому элементу U, то переходим к пункту 5.1.7.
      6. Добавляем взятый элемент множества X во множество D и переходим к пункту 5.1.10.
      7. Если взятый элемент множества U – последний, то переходим к пункту 5.1.10.
      8. Если взятый элемент множества U – не последний, то возьмём следующий элемент множества U.
      9. Перейдём к пункту 5.1.4.
      10. Если взятый элемент множества X – последний, то переходим к пункту 5.1.13.
      11. Если взятый элемент множества X – не последний, то возьмём следующий элемент множества X.
      12. Перейдём к пункту 5.1.3.
      13. D – пересечение множеств X и U.
   2. Пересечение множеств Y и V
      1. Создадим новое пустое множество J.
      2. Возьмём первый элемент множества Y.
      3. Возьмём первый элемент множества V.
      4. Если взятый элемент Y равен взятому элементу V, то переходим к пункту 5.2.6.
      5. Если взятый элемент Y не равен взятому элементу V, то переходим к пункту 5.2.7.
      6. Добавляем взятый элемент множества Y во множество J и переходим к пункту 5.2.10.
      7. Если взятый элемент множества V – последний, то переходим к пункту 5.2.10.
      8. Если взятый элемент множества V – не последний, то возьмём следующий элемент множества V.
      9. Перейдём к пункту 5.2.4.
      10. Если взятый элемент множества Y – последний, то переходим к пункту 5.2.13.
      11. Если взятый элемент множества Y – не последний, то возьмём следующий элемент множества Y.
      12. Перейдём к пункту 5.2.3.
      13. J – пересечение множеств Y и V.
   3. Пересечение графиков G и F
      1. Создадим новый пустой график L.
      2. Возьмём первую пару графика G.
      3. Возьмём первую пару графика F.
      4. Проверим неравны ли пары:
      5. Если первый элемент взятой пары графика G неравен первому элементу взятой пары графика F, то переходим к пункту 5.3.6.
      6. Если второй элемент взятой пары графика G неравен второму элементу взятой пары графика F, то переходим к пункту 5.3.6.
      7. Добавляем взятую пару графика G во множество L и переходим к пункту 5.3.9.
      8. Если взятая пара графика F – последняя, то переходим к пункту 5.3.9.
      9. Если взятая пара графика F – не последняя, то возьмём следующий элемент графика F.
      10. Перейдём к пункту 5.3.4.
      11. Если взятая пара графика G – последняя, то переходим к пункту 5.3.14.
      12. Если взятая пара графика G – не последний, то возьмём следующую пару графика G.
      13. Перейдём к пункту 5.3.3.
      14. L – пересечение графиков G и F.
   4. Создадим новое соответствие S = .
   5. Выведем полученное соответствие S на экран.
   6. Завершаем алгоритм.
6. Разность соответствий А и В
   1. Разность множеств X и U
      1. Создадим пустое множество D.
      2. Возьмём первый элемент множества X.
      3. Возьмём первый элемент множества U.
      4. Если взятый элемент множества X равен взятому элементу множества U, то переходим к пункту 6.1.9.
      5. Если взятый элемент множества U является последним, перейдём к пункту 6.1.8.
      6. Если взятый элемент множества U не является последним, возьмём следующий элемент множества U.
      7. Перейдём к пункту 6.1.4.
      8. Добавляем взятый элемент множества X в множество D.
      9. Если взятый элемент множества X является последним, перейдём к пункту 6.1.12.
      10. Если взятый элемент множества X не является последним, возьмём следующий элемент множества X.
      11. Перейдём к пункту 6.1.3.
      12. D – разность множеств X и U.
   2. Разность множеств Y и V
      1. Создадим пустое множество J.
      2. Возьмём первый элемент множества Y.
      3. Возьмём первый элемент множества V.
      4. Если взятый элемент множества Y равен взятому элементу множества V, то переходим к пункту 6.2.9.
      5. Если взятый элемент множества V является последним, перейдём к пункту 6.2.8.
      6. Если взятый элемент множества V не является последним, возьмём следующий элемент множества V.
      7. Перейдём к пункту 6.2.4.
      8. Добавляем взятый элемент множества Y в множество D.
      9. Если взятый элемент множества Y является последним, перейдём к пункту 6.2.12.
      10. Если взятый элемент множества Y не является последним, возьмём следующий элемент множества Y.
      11. Перейдём к пункту 6.2.3.
      12. J – разность множеств Y и V.
   3. Разность графиков G и F
      1. Создадим пустой график L.
      2. Возьмём первую пару графика G.
      3. Возьмём первую пару графика F.
      4. Проверим равны ли графики:
      5. Если первый элемент взятой пары графика G неравен первому элементу взятой пары графика F, перейдём к пункту 6.3.5.
      6. Если второй элемент взятой пары графика G равен второму элементу взятой пары графика F, перейдём к пункту 6.3.9.
      7. Если взятая пара графика F является последней, перейдём к пункту 6.3.8.
      8. Если взятая пара графика F не является последней, возьмём следующую пару графика F.
      9. Перейдём к пункту 6.3.4.
      10. Добавляем взятую пару графика G в график L.
      11. Если взятая пара графика G является последней, перейдём к пункту 6.3.14.
      12. Если взятая пара графика G не является последней, возьмём следующую пару графика G.
      13. Перейдём к пункту 6.3.3.
      14. L – разность графиков G и F.
   4. Создадим новое соответствие S = .
   5. Выведем полученное соответствие S на экран.
   6. Завершаем алгоритм.
7. **Разность соответствий B и A**
8. **Симметрическая разность соответствий A и B**
   1. Симметрическая разность множеств X и U
      1. См. пункт 6.1., где
      2. См. пункт 7.1., где
      3. См. пункт 4.1., где
      4. O – симметрическая разность множеств X и U.
   2. Симметрическая разность множеств U и V
      1. См. пункт 6.2., где
      2. См. пункт 7.2., где
      3. См. пункт 4.2., где
      4. H – симметрическая разность множеств U и V
   3. Симметрическая разность графиков G и F
      1. См. пункт. 6.3., где
      2. См. пункт. 7.3., где
      3. См. пункт. 4.3., где
      4. Q – симметрическая разность графиков G и F
   4. Создадим новое соответствие
   5. Выведем полученное соответствие S на экран.
   6. Завершаем алгоритм.
9. **Инверсия соответствия А**
   1. Инверсия графика G.
      1. Создадим пустой график D.
      2. Возьмём первую пару графика G.
      3. Создадим пару f, где первая компонента будет равна второй компоненте взятой пары графика G, а вторая компонента будет равна первой компоненте взятой пары графика G.
      4. Добавим пару f в график D.
      5. Если взятая пара графика G является последней, переходим к пункту 9.1.8.
      6. Выбираем следующую пару графика G.
      7. Переходим к пункту 9.1.3.
      8. D – инверсия графика G.
   2. Создадим новое соответствие
   3. Выведем полученное соответствие S на экран.
   4. Завершаем алгоритм.
10. **Инверсия соответствия B**
    1. См. пункт 9, заменяя A на B, X на U, Y на V.
11. **Композиция соответствий А и В** 
    1. Композиция графиков G и F
       1. Создадим пустой график D.
       2. Возьмём первую пару графика G.
       3. Возьмём первую пару графика F.
       4. Если вторая компонента взятой пары графика G не равна первой компоненте взятой пары графика F, переходим к пункту 11.1.7.
       5. Создадим пару f, где первая компонента будет равна первой компоненте взятой пары графика G, а вторая компонента будет равна второй компоненте взятой пары графика F.
       6. F
          1. Если график D – пустой, переходим к пункту 11.1.6.9.
          2. Пусть r – первая пара графика D.
          3. Если первая компонента пары r не равна первой компоненте пары f, переходим к пункту 11.1.6.6.
          4. Если вторая компонента пары r не равна второй компоненте пары f, переходим к пункту 11.1.6.6.
          5. Переходим к пункту 11.1.7.
          6. Если r является последней парой графика D, переходим к пункту 11.1.6.8.
          7. Если r не является последней парой графика D, то пусть r – следующая пара графика D.
          8. Переходим к пункту 11.1.6.3.
          9. Добавим пару f в график D.
       7. Если выбранная пара графика F является последней, переходим к пункту 11.1.10.
       8. Если выбранная пара графика F не является последней, выбираем следующую пару графика F.
       9. Переходим к пункту 11.1.4.
       10. Если выбранная пара графика G является последней, переходим к пункту 11.1.13.
       11. Если выбранная пара графика G не является последней, выбираем следующую пару графика G.
       12. Переходим к пункту 11.1.3.
       13. D – композиция графиков G и F
    2. Создадим новое соответствие
    3. Выведем полученное соответствие S на экран.
    4. Завершаем алгоритм.
12. Композиция соответствий B и А.
    1. См. пункт 11., заменяя A на В, В на А, G на F, F на G, X на U, V на Y.
13. Дополнение соответствия А.
    1. Отвлекитесь и выполните пару физических упражнений.
       1. Зададим график
          1. Создаём пустое множество
          2. Возьмём первый элемент множества X.
          3. Возьмём первый элемент множества Y.
          4. Создаём кортеж, состоящий из двух элементов:
             1. Первому элементу кортежа присвоим значение взятого элемента X.
             2. Второму элементу кортежа присвоим значения взятого элемента Y.
          5. Добавим созданный кортеж во множество .
          6. Если взятый элемент множества Y является последним, перейдём к пункту 13.1.1.9.
          7. Если взятый элемент множества Y не является последним, возьмём следующий элемент множества Y.
          8. Перейдём к пункту 13.1.1.4.
          9. Если взятый элемент множества X является последним, то перейдём к пункту 13.1.1.12.
          10. Если взятый элемент множества X не является последним, возьмём следующий элемент множества X.
          11. Перейдём к пункту 13.1.1.3.
          12. – декартово произведение X на Y.
    2. Дополнение G до
       1. Разность графиков и G.
          1. См. пункт 6.3. заменяя G на , F на G.
          2. L – разность графиков и G.
       2. L – дополнение G до .
       3. Создадим новое соответствие
       4. Выведем полученное соответствие S на экран.
       5. Завершаем алгоритм.
14. Дополнение соответствия В.
    1. См. пункт 13., заменяя A на B, на , X на U, Y на V, G на F.
15. Образ множества M при соответствии A.