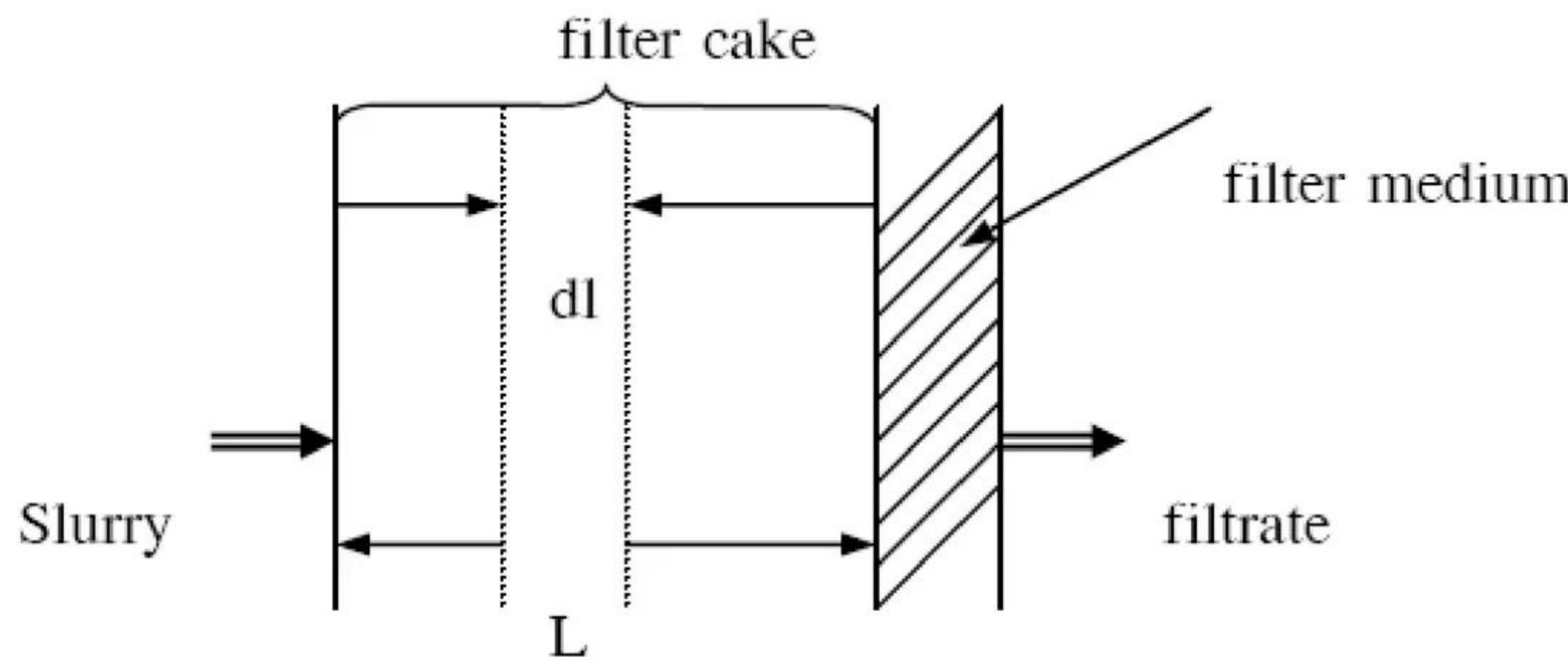


# **PERHITUNGAN FILTRASI/ PENYARINGAN**

# Factor affected on filtration

- Pressure drop (  $\Delta P$  )
- Area of filtering surface ( A )
- Viscosity of filtrate ( v )
- Resistance of filter cake (  $\alpha$  )
- Resistance of filter medium (  $R_m$  )
- Properties of slurry (  $\mu$  )

**rate of filtration = driving force/resistance**



- $(\Delta P)$  or  
Pressure drop

Filter cake ( $\alpha$ )  
Filter medium ( $R_m$ )  
Viscosity ( $\mu$ )

# Perhitungan Pressure Drop

- Aliran fluida dalam pipa (dengan asumsi: tidak ada beda elevasi, perbedaan kecepatan masuk dan keluar pipa tidak signifikan dan tidak ada kerja dari luar pada fluida) memberikan:

$$-\frac{(P_b - P_a)}{\rho g} = F \text{ atau } -\frac{(\Delta P_{cage})}{\rho g} = \frac{-(\Delta P_c)}{\rho g} = F = f \frac{Lv^2}{2gD} \quad (1)$$

Persamaan yang umum diketahui dalam aliran fluida:  $-(\Delta P_c) \propto v^2$  (2)

Untuk aliran laminar:  $f = \frac{64}{Re} = \frac{64\mu}{\rho v D}$  (3)

Substitusi persamaan (3) ke persamaan (2) menghasilkan :

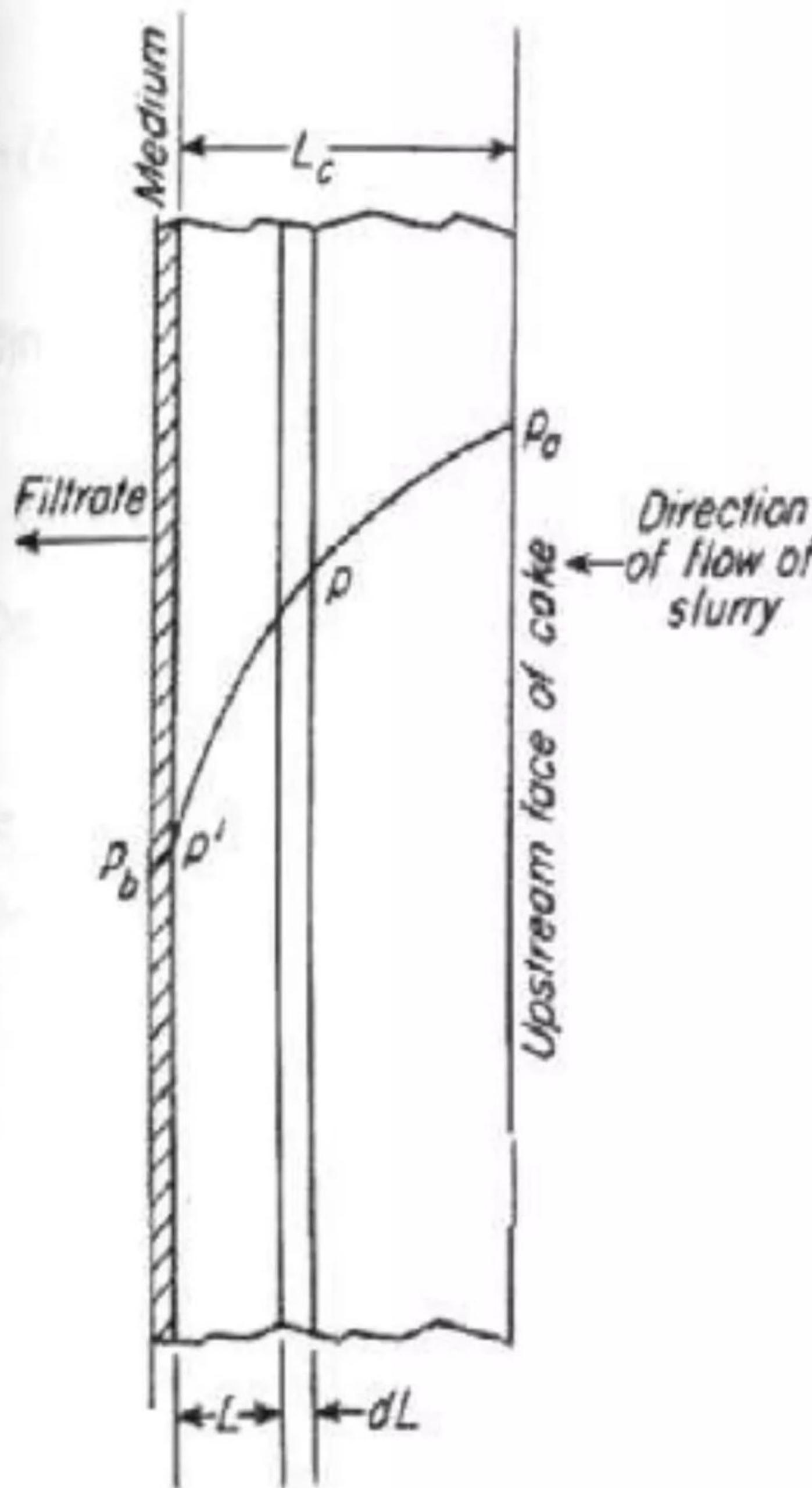
$$-(\Delta P_c) = \frac{32\mu}{D^2} Lv$$

Sehingga pada aliran LAMINER :  $-(\Delta P_c) \propto v$  (5)

# Perhitungan Pressure Drop

- Aliran melalui medium berpori pada umumnya sangat lambat, sehingga bilangan Reynold (Re) kecil (aliran laminar).
- Persamaan aliran fluida melalui medium berpori selanjutnya dapat dianalogikan dengan rumus aliran fluida laminar dalam pipa.
- Untuk aliran dalam pori padatan nilai D dinyatakan dalam  $D_p$  yaitu diameter butiran partikel.

# Perhitungan Pressure Drop



- Panjang lintasan aliran didalam kue padatan tidak identik dengan "Lc" (atau tebal kue).
- Panjang lintasan aliran (L) pada Pers 4 adalah panjang pori dimana fluida mengalir, dimana  $L > L_c$ .
- Panjang pori tidak diketahui dengan pasti (meskipun bias diestimasi dan faktor "turtuosity"nya).
- Pendekatan paling mudah adalah dengan mengambil asumsi bahwa:

Panjang pori  $\approx$  (tetapan)  $\times$  panjang  
kue padatan.

atau,

$$L_c = K' \times L_f$$

# Perhitungan Pressure Drop

- Sehingga:

$$-(\Delta P_c) = \frac{32\mu L_c}{D_p^2 K^i} v_{rill} \quad (7)$$

Dimana :

$\mu$  = viskositas fluida

$v_{rill}$  = kecepatan rill fluida mengalir dalam pori.

- Kecepatan rill dari fluida,  $v_{rill}$  = kecepatan volumetric/luas total penampang lubang pori.
- Karena luas penampang lubang pori sulit untuk diukur/diketahui, maka persamaan (7) biasanya dinyatakan dalam kecepatan supervisial fluida,  $v$ , yaitu :

$v$  = kecepatan superficial fluida = kecepatan volumetric/luas muka total aliran  
= kecepatan volumetric/luas penampang kue

# Perhitungan Pressure Drop

- Hubungan antara vrill dengan v dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{v_{rill}}{v} = \frac{\text{luas muka total}}{\text{luas lobang pori}} = \text{kons tan ta} = c'$$

- Sehingga persamaan (7) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$-(\Delta P_c) = \frac{32\mu L_c}{D_p^2 K} c' v; \text{ dan jika } \frac{D_p^2 K}{32 c'} = \text{konstanta} = K; \text{ maka,}$$

$$-(\Delta P_c) = \frac{\mu L_c}{K} v \quad (8)$$

Dimana : K = factor permeabilitas pori

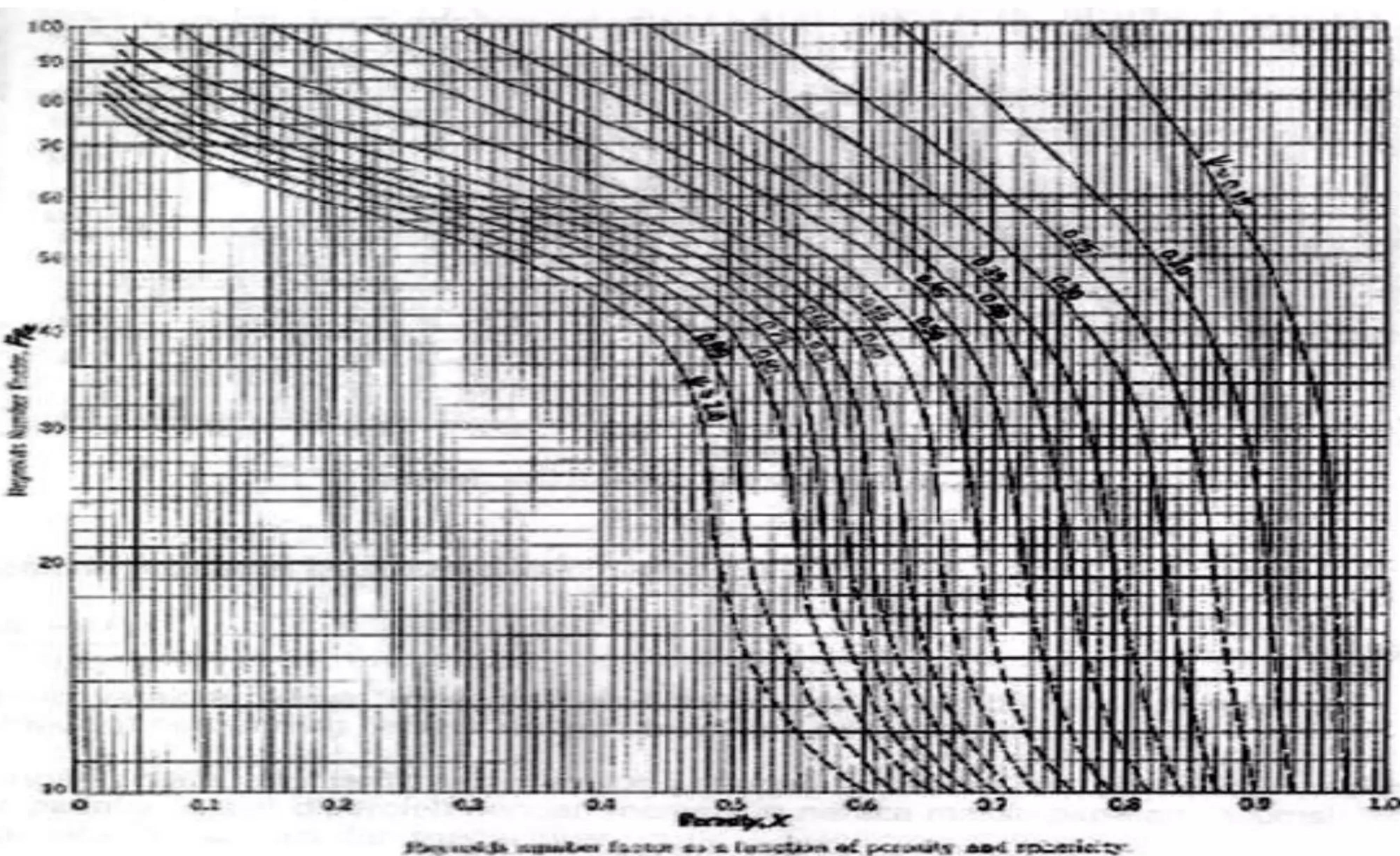
$$K = \frac{g_c D_p^2 F_{Re}}{32 F_f}$$

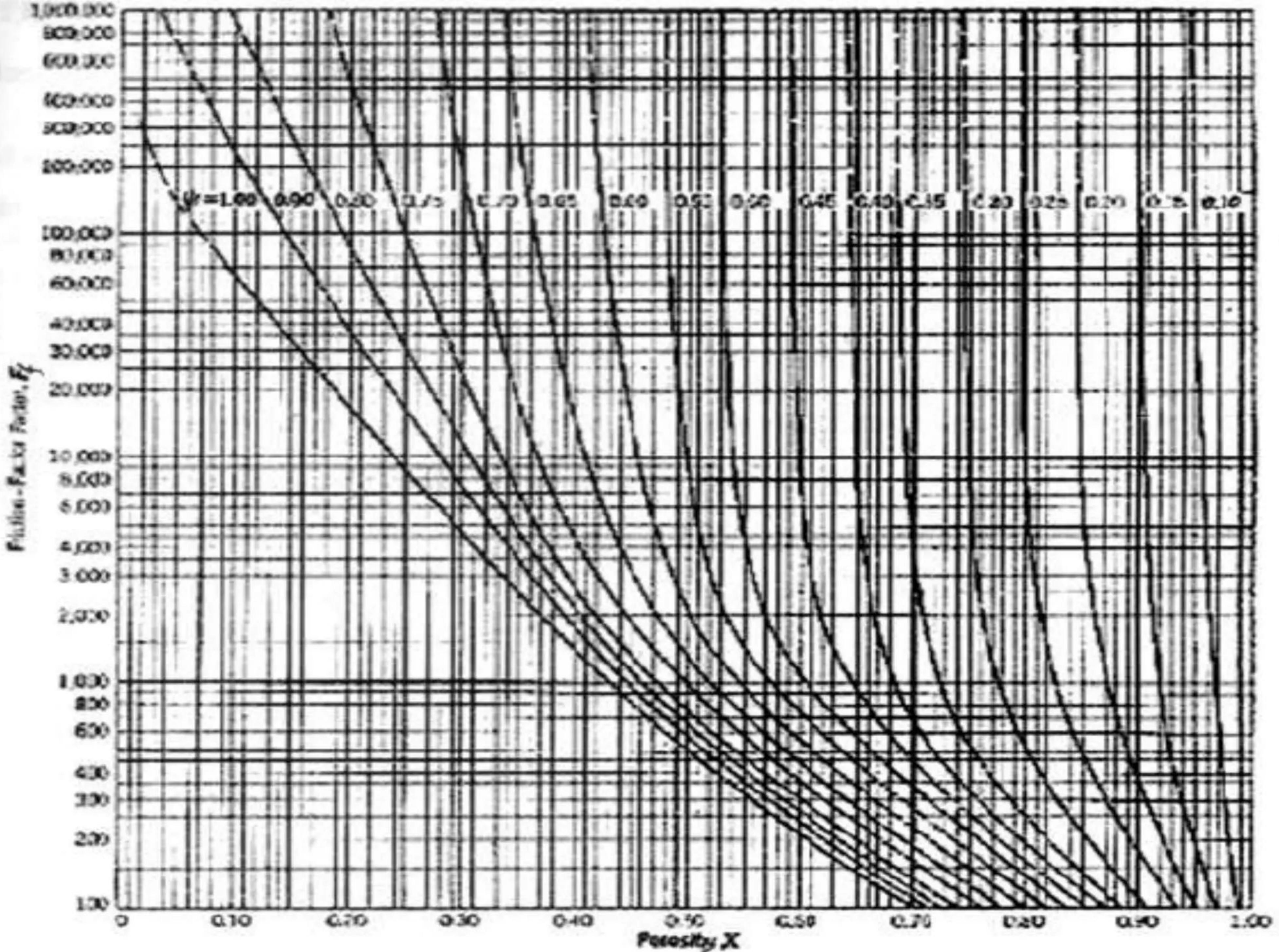
Dengan,  $F_{Re}$  = factor bilangan Reynold terhadap aliran dalam pori-pori

$F_f$  = factor koreksi terhadap faktor friksi untuk aliran dalam pori,

# Perhitungan Pressure Drop

- $F_{Re}$  dan  $F_f$  merupakan fungsi dari porositas tumpukan padatan (bed) dan sphericity partikel





Piping Factor Factor as a function of possibility and subcavity.

# Perhitungan Pressure Drop

- Persamaan (8) dapat dituliskan dalam bentuk lain,

$$v = \frac{K(-\Delta P_c)}{\mu L_c} \quad (10)$$

- yang menyatakan bahwa “kecepatan alir filtrate” (sebanding dengan volume filtrate tertampung) berbanding terbalik dengan tebal kue padatan”

# Perhitungan Filtrasi Batch

- Massa padatan pada kue = massa padatan pada slurry mula-mula:

$$A \cdot L_c (1 - X) \rho_s = (V + A \cdot L_c \cdot X) \rho \times \frac{x}{1-x} \quad (11)$$

1-x

Dimana:

A = luas penampang kue padatan

L<sub>c</sub> = tebal kue padatan

V= volum filtrate tertampung

$\rho_s$  = rapat massa padatan

$\rho$  = rapat massa cairan

X= porositas kue = (volume ruang kosong/volume total kue)

x= kadar padatan dalam slurry umpan filter = (massa padatan/massa slurry).

Penyusunan kembali persamaan (11) diatas menghasilkan:

$$V = \frac{\rho_s(1-x)(1-X) - \rho x X}{\rho x} A L_c \quad (12.a)$$

Atau,

$$L_c = \left( \frac{\rho x}{\rho_s(1-x)(1-X) - \rho x X} \right) \frac{V}{A} \quad (12.b)$$

$$\text{Kecepatan supervisial, } v = \frac{\text{volumetric flowrate}}{A} = \frac{(dV/dt)}{A} \quad (13)$$

Kombinasi persamaan (13) dengan persamaan (12.b) :

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= A.v = \frac{A.K.(-\Delta P_c)}{V} = \frac{A.K.(-\Delta P_c)}{V} \left( \frac{\rho_s(1-x)(1-X) - \rho x X}{\rho x} \right) \frac{A}{V} \\ &= \frac{A^2.(-\Delta P_c)}{V} K \left( \frac{\rho_s(1-x)(1-X) - \rho x X}{\mu \rho x} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Jika didefinisikan tetapan filtrasi berdasarkan volume filtrate,  $C_v$  sebagai :

$$C_v = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu \rho x}{\rho_s (1-x)(1-X) - \rho x X} \right) \quad (15.a)$$

Maka :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2 \cdot (-\Delta P_c)}{2 \cdot C_v \cdot V} \quad (15.b)$$

Jika persamaan diinginkan untuk dinyatakan dalam variable  $L_c$ , maka dengan mendiferensialkan persamaan (12.a) diperoleh,

$$dV = \frac{\rho_s (1-x)(1-X) - \rho x X}{\rho x} A dL_c \quad (12.c)$$

Subtitusi persamaan (12.c) kedalam persamaan (14) diperoleh,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\rho_s (1-x)(1-X) - \rho x X}{\rho x} A \frac{dL_c}{dt} = \frac{A^2 (-\Delta P_c)}{2 C_v V}$$

$$= \frac{A^2 (-\Delta P_c)}{2 C_v} = \left( \frac{\rho x}{\rho_s (1-x)(1-X) - \rho x X} \right)^2 \frac{1}{A L}$$

# Perhitungan Filtrasi Batch

Atau,

$$\frac{dL_c}{dt} = \frac{(-\Delta P_c)}{2C_v} = \left( \frac{\rho x}{\rho_s(1-x)(1-X) - \rho x X} \right)^2 \frac{1}{L_c} \quad (16)$$

Jika didefinisikan kembali,  $C_L$  = tetapan filtrasi berdasarkan tebal kue, sebagai :

$$C_L = C_v \left( \frac{\rho_s(1-x)(1-X) - \rho x X}{\rho x} \right)^2 = \frac{\mu [\rho_s(1-x)(1-X) - \rho x X]}{2.K\rho x} \quad (17.a)$$

Maka,

$$\frac{dL_c}{dt} = \frac{(-\Delta P_c)}{2C_L \cdot L} \quad (17.b)$$

Integrasi persamaan (15.b) dari  $t=0$  sampai  $t$ , menghasilkan hubungan antara volume filtrate tertampung terhadap waktu,

$$t = \frac{C_v}{A^2(-\Delta P_c)} V^2 \quad (18.a)$$

Integrasi persamaan (17.b) dari  $t=0$  sampai  $t$ , menghasilkan hubungan antara tebal kue padatan tertampung terhadap waktu,

$$t = \frac{C_L}{(-\Delta P_c)} L_c^2 \quad (18.b)$$

- Persamaan (18.a) dan (18.b) tidak praktis, karena nilai  $(-Pc)$  diukur antara dua permukaan kue padatan yang pada prakteknya sulit sekali untuk diukur.
- Pengukuran beda tekanan yang paling memungkinkan adalah antara beda tekanan antara dua sisi alat filtrasi, yang meliputi beda tekanan antara dua permukaan kue padatan + beda tekanan pada media filter + beda tekanan pada saluran-saluran dalam filter, yang secara keseluruhan dituliskan sebagai  $(-\Delta P)$ .

Jika digunakan  $(-\Delta P)$ , maka persamaan (15.b) menjadi :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\text{daya dorong}}{\text{tahanan kue} + \text{tahanan kain saring dan saluran}^2}$$
$$= \frac{(-\Delta P_c)}{(2.C_v.V/A^2) + (2.C_v.V_e/A^2)}$$

Atau,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2(-\Delta P)}{2.C_v(V+V_e)} \quad (19.a)$$

Dimana :

$V_e$  = volum filtrate ekivalen

= volum filtrat tertampung yang memberikan kue yang ekivalen dengan tahanan aliran sebesar tahanan kain saring dan saluran-saluran filter.

Integrasi Persamaan (19.a) :  $\int_0^t dt = \frac{2C_v}{A^2(-\Delta P)} \int_0^v (V + V_e) dV$

memberikan hasil:  $t = \frac{C_v}{A^2 - (-\Delta P)} [V^2 + 2V \cdot V_e]$  (19.b)

Analog dengan persamaan (19.a), jika dinyatakan dalam ketebalan kue,

$$\frac{dL_c}{dt} = \frac{(-\Delta P)}{2 \cdot C_L (L + L_e)} \quad (20.a)$$

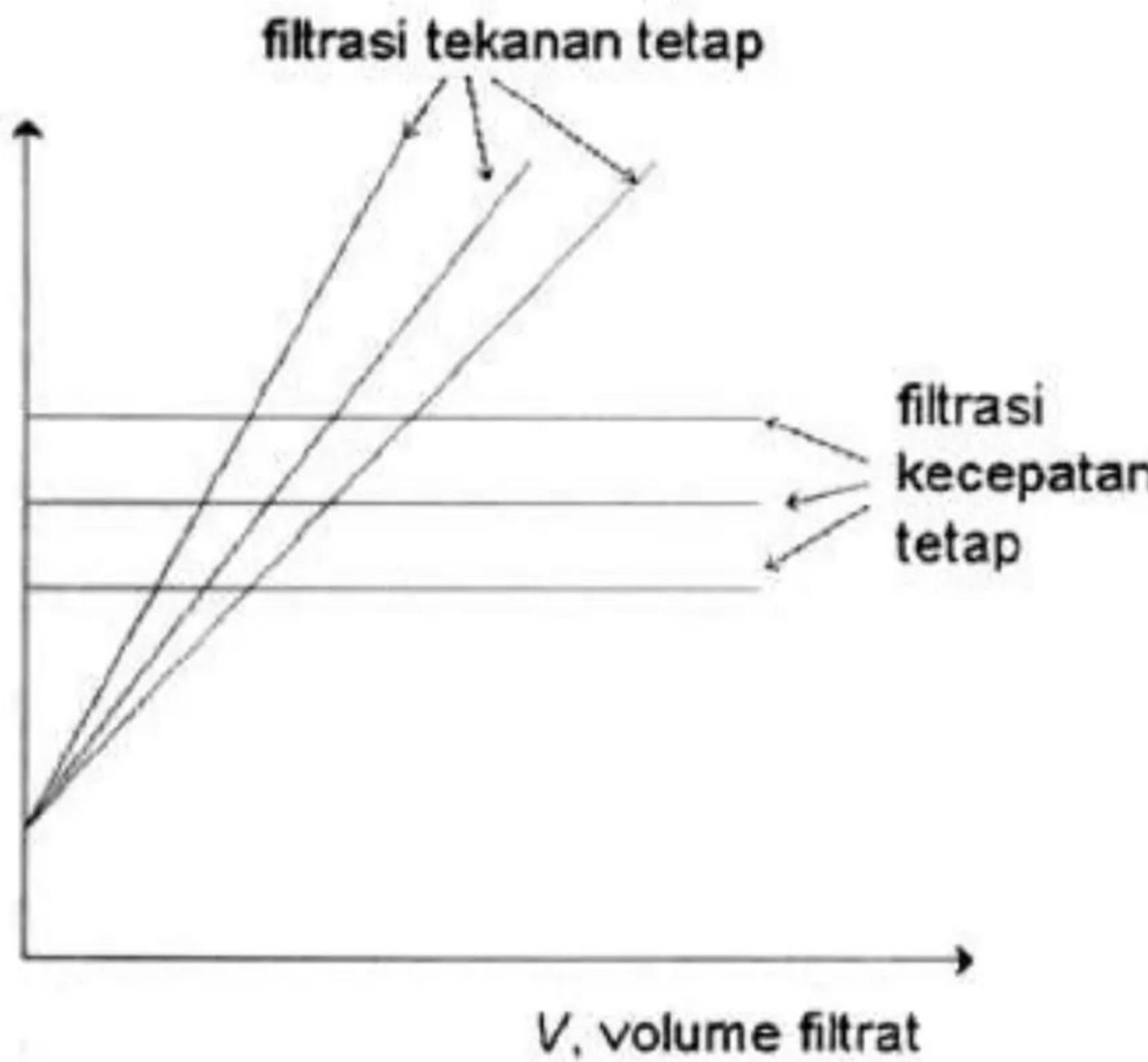
dimana integrasinya memberikan:  $t = \frac{C_L}{(-\Delta P)} [L_c^2 + 2L_e \cdot L_c]$  (20.b)

dengan:

$L_e$  = tebal kue ekivalen

- = tebal kue yang memberikan tahanan aliran sebesar tahanan kain saring dan salurean-saluran filter.

- Perlu diperhatikan bahwa persamaan-persamaan (19.b) dan (20.b) mengambil asumsi bahwa beda tekanan selama proses filtrasi adalah tetap. Jadi persamaan (19.b) dan (20.b) berlaku untuk filtrasi dengan  $(-\Delta P)$  tetap.
- Pada dasarnya proses filtrasi dapat dijalankan dengan:
  - Beda tekanan  $(-\Delta P)$ , tetap; atau
  - Kecepatan,  $dV/dt$ , tetap.



Pada proses filtrasi dengan  $(dV/dt)$  tetap,  $(-\Delta P)$ , akan berubah selama proses persamaan (19.a) menjadi :

$$(-\Delta P) = \underbrace{\left( \frac{2 \cdot C_v}{A^2} \frac{dV}{dt} \right)}_{tetap} (V + V_e) \quad (21)$$

Sehingga untuk menjaga  $(dv/dt)$  tetap, maka  $(-\Delta P)$  harus dinaikkan secara linier terhadap  $V$ .

Dengan cara yang sama, persamaan (20.a) menjadi :

$$(-\Delta P) = \underbrace{\left( 2C_L \frac{dL_c}{dt} \right)}_{tetap} (L_c + L_e) \quad (22)$$

Terlihat bahwa  $(-\Delta P)$  juga harus dinaikkan secara linier terhadap  $L_c$ ,

# Siklus Operasi Filter Batch

- Pada feilter batch, satu siklus operasi terdiri dari :
  - Filtrasi
  - Pencucian (washing)
  - Bongkar pasang
- Jika kue tidak perlu dicuci, maka siklus hanya terdiri atas 2 tahap, yaitu filtrasi dan bongkar pasang.
- Kadang-kadang, diinginkan kue agak kering sehingga diperlukan proses dewatering dengan cara pemvakuman disisi belakang kue atau dengan mengalirkan udara kering tekan disisi muka kue.

# CONTOH KASUS

Sebuah filter batch dengan luas  $10 \text{ ft}^2$  beroperasi pada beda tekanan tetap 40 psig.

Filter dijalankan untuk menyaring slurry  $\text{CaCO}_3$  dalam air. Data volum filtrat tertampung

|                               |     |     |     |     |     |
|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Waktu, menit                  | 10  | 20  | 30  | 45  | 60  |
| Volume filtrat, $\text{ft}^3$ | 141 | 215 | 270 | 340 | 400 |

- Slurry mengandung sedikit garam, sehingga kue harus dicuci

Jika filtrasi dihentikan setelah 70 menit, berapa volum filtrate yang tertampung?

# PENYELESAIAN

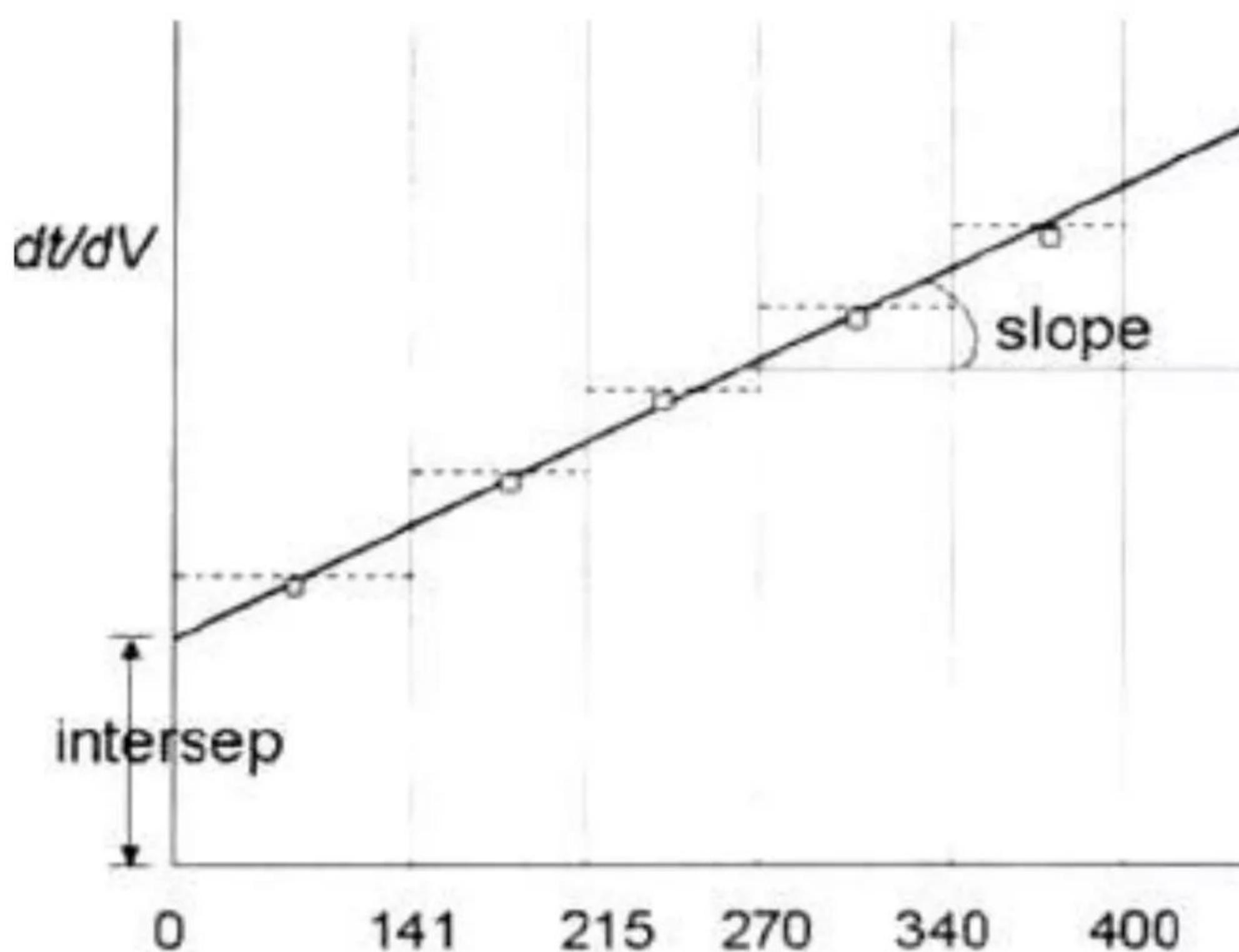
- Untuk mengetahui volume filtrate setelah 70 menit, dapat digunakan persamaan (19.b),  
$$t = \frac{C_v}{A^2 - (-\Delta P)} [V^2 + 2V \cdot V_e]$$
- Pertama kali harus diestimasi dulu nilai parameter-parameter  $Cv$  dan  $V_e$  dari data percobaan

Dari persamaan (19.a) yang dimodifikasi, diperoleh :

$$\frac{dt}{dV} \approx \frac{t_{i+1} - t_i}{\Delta V} = \frac{2 \cdot C_v}{A^2 (-\Delta P)} (V + V_e) = \underbrace{\frac{2 \cdot C_v}{A^2 (-\Delta P)}}_{slope} V + \underbrace{\frac{2 \cdot C_v}{A^2 (-\Delta P)} V_e}_{intersep}$$

- Data percobaan diplotkan antara  $(dt/dV \approx t_{i+1}-t_i)/\Delta V$  versus rata-rata volum filtrate tertampung pada rentang waktu tsb ( $V_{avg}$ )

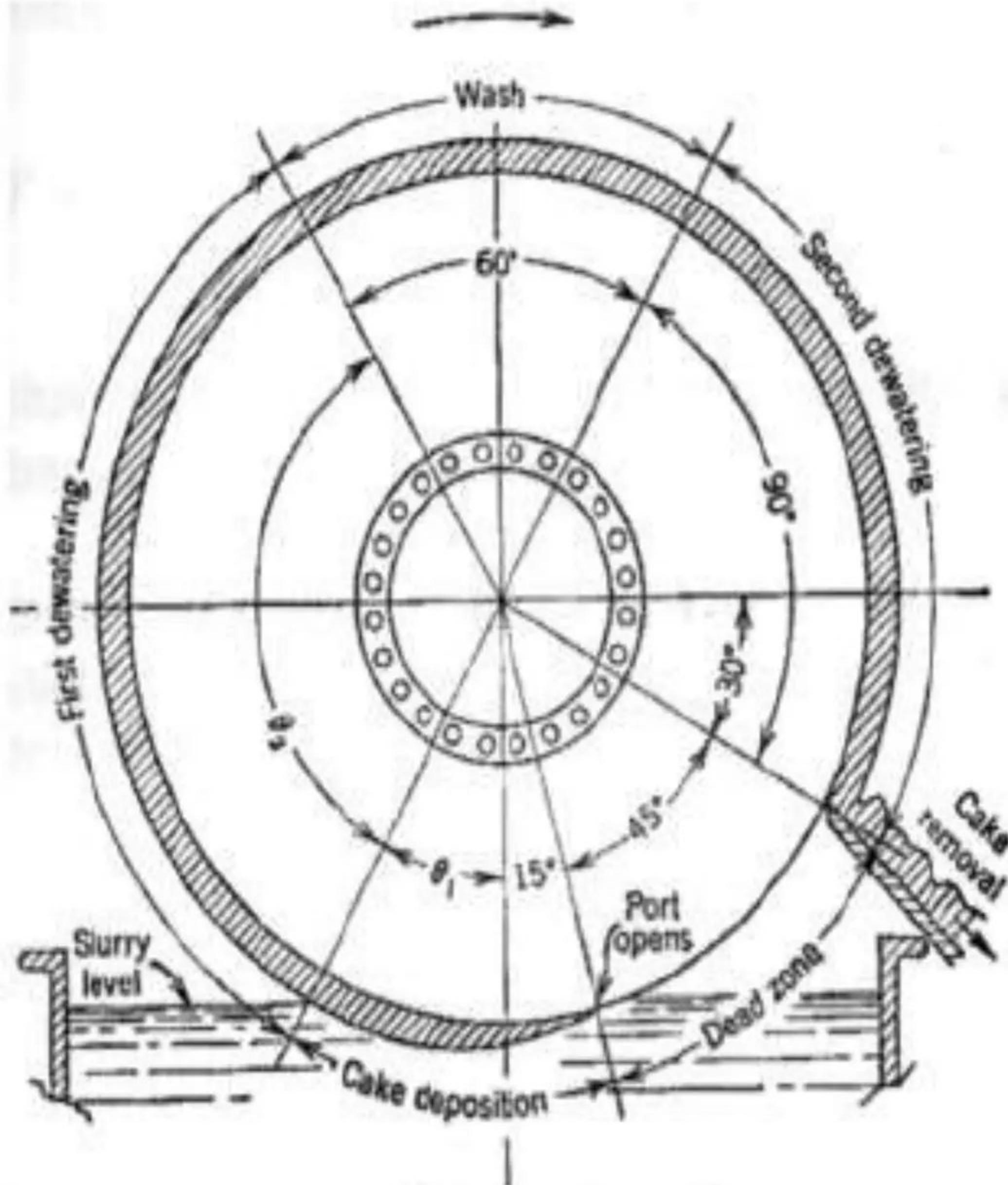
| $t$ , menit               | 10                           | 20                          | 30                          | 45                          | 60  |
|---------------------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----|
| $V$ , $\text{ft}^3$       | 141                          | 215                         | 270                         | 340                         | 400 |
| $(t_{i+1}-t_i)/\Delta V$  | $(20-10)/(215-141)$<br>= ... | $(30-20)/(270-215)=$<br>... | $(45-30)/(340-270)=$<br>... | $(60-45)/(400-340)=$<br>... | -   |
| $V_{avg}$ , $\text{ft}^3$ | $\frac{1}{2}(215+141)$       | $\frac{1}{2}(270+215)$      | $\frac{1}{2}(340+270)$      | $\frac{1}{2}(340+400)$      |     |



Dari slope dan intersep kurva  $(dt/dV)$  vs  $V_{avg}$  maka parameter-parameter:  $C_v$  dan  $V_e$  dapat dihitung.

Volum filtrat tertampung pada waktu 70 menit dapat dihitung dengan persamaan (19.b) diatas.

# PERHITUNGAN UNTUK FILTER KONTINYU



Filter cycle for illustrative example.

Perhitungan filter kontinyu akan dibatasi pada *rotary drum filter* (RDF). Meskipun demikian, pendekatan pada RDF dapat diterapkan dengan cara analog pada filter kontinyu yang lain.

Gambar disamping merupakan ilustrasi dari suatu RDF.

Jika:

$A$  = luas permukaan filter  
 $(-\Delta P)$  = beda tekanan pada dua sisi filter.

$N$  = kecepatan putar filter,  
putaran/menit.

$\psi$  = fraksi tercelup,  
luas filter tercelup/luas filter total.

# PERHITUNGAN UNTUK FILTER KONTINYU

Ingin dicari: volume filtrat yang diperoleh setiap saat.

Perhitungan RDF pada dasarnya dapat dicari dengan mengembangkan perhitungan pada filter batch. Persamaan waktu filtrasi untuk filter batch:

$$t_f = \frac{C_v}{A^2(-\Delta P)} [V^2 + 2V \cdot V_e]$$

Persamaan diatas dapat dituliskan dalam bentuk,

$$t_f = \frac{C_v}{A^2(-\Delta P)} \left[ \left( \frac{V}{A} \right)^2 + 2 \left( \frac{V}{A} \right) \left( \frac{V_e}{A} \right) \right]$$

Jika didefinisikan :

$V/A = v$  = volume filtrate tertampung per satuan luas filter, selama waktu t

$V_e/A = v_e$  = volume ekivalen per satuan luas filter.

$$\text{Sehingga : } t_f = \frac{C_v}{(-\Delta P)} [v^2 + 2vv_e] \quad (27)$$

# PERHITUNGAN UNTUK FILTER KONTINYU

Misalnya ditinjau 1 satuan luasan filter,  $\psi$  adalah luasan filter tercelup per satuan total filter (ekivalen dengan luasan filtrasi/luas total). Jika  $T$  (= perioda putaran) adalah waktu yang dibutuhkan untuk 1 putaran penuh, maka selama waktu  $T$  tersebut fraksi luasan filter yang tercelup akan tercelup dalam slurry selama  $\psi T$  dengan volum filtrat sebanyak  $v$ . Sehingga persamaan (27) menjadi:

$$\psi T = \frac{C_v}{(-\Delta P)} [v^2 + 2vv_e] \quad (27.a)$$

Untuk setiap satuan waktu, setiap luasan filter akan menghasilkan volume filtrat sebanyak  $v' = v/T = (v/(1/N)) = N \cdot v$ .

# PERHITUNGAN UNTUK FILTER KONTINYU

Jika luas total filter adalah  $A$ , maka total volum filtrat yang dihasilkan persatuan waktu adalah:  $V = A \cdot v' = A \cdot N \cdot v$ , sehingga  $v = (V/(AN))$ . Substitusi ke persamaan (27.a) menghasilkan,

$$\psi T = \frac{C_v}{(-\Delta P)} \left[ \left( \frac{V'}{A \cdot N} \right) + 2v_e \left( \frac{V'}{A \cdot N} \right) \right] \rightarrow \psi \left( \frac{1}{N} \right) = \frac{C_v}{A^2 (-\Delta P)} \left[ \left( \frac{V'}{N} \right) + 2v_e A \left( \frac{V'}{N} \right) \right]$$

Sehingga diperoleh persamaan perancangan untuk RDF,

$$\frac{\psi}{N} = \frac{C_v}{A^2 (-\Delta P)} \left[ \left( \frac{V'}{N} \right) + 2v_e \left( \frac{V'}{N} \right) \right] \quad (28)$$