

Laboratorio de Métodos Numéricos - Segundo cuatrimestre 2010
Trabajo Práctico Número 3: ASCII art attack

El objetivo del trabajo práctico es implementar un generador de *ASCII art* basado en el análisis de componentes principales.

El método de análisis de componentes principales.

El análisis de componentes principales, en inglés *principal component analysis (PCA)*, es una técnica utilizada para reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos. Este análisis busca la proyección según la cual los datos queden mejor representados maximizando la varianza. De esta manera, transforma un conjunto de variables posiblemente correlacionadas en otro conjunto con menor cantidad de variables no correlacionadas denominadas las componentes principales. La primera componente principal da cuenta de la mayor variabilidad en los datos, correspondiendo a la dirección en que los datos son menos correlacionados. Cada una de las siguientes componentes dan cuenta de la mayor variabilidad remanente y corresponden a direcciones ortogonales en las cuales aumenta el grado de correlación.

Dado un conjunto de datos con m elementos, para $i = 1, \dots, m$, sea $x_i \in \mathbb{R}^n$ el vector que contiene las n variables del problema correspondientes al elemento i del conjunto de datos. Sea $\mu = (x_1 + \dots + x_m)/m$ el vector con los promedios de las variables para todos los elementos del conjunto, y definimos la *matriz de covarianza* $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ del conjunto como

$$M = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (x_i - \mu) (x_i - \mu)^T.$$

Sean $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}^n$ y $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ los autovectores y los autovalores de la matriz M , respectivamente, de manera tal que $|\lambda_i| > |\lambda_{i+1}|$, para $i = 1, \dots, n-1$.

Para $i = 1, \dots, m$, definimos la *transformación característica* del elemento i como el vector $\mathbf{tc}_k(x_i) = (v_1^T x_i, v_2^T x_i, \dots, v_k^T x_i) \in \mathbb{R}^k$, donde $k \in \{1, \dots, n\}$ es un parámetro. Este proceso corresponde a extraer las k primeras *componentes principales* de cada elemento. La intención es que $\mathbf{tc}_k(x_i)$ resuma la información más relevante.

El análisis de componentes principales puede utilizarse como técnica de identificación de la siguiente forma. Dado un elemento objetivo x , que no se encuentra en el conjunto inicial de datos, el problema consiste en determinar a qué elemento del conjunto resulta más parecido. Para esto, se calcula $\mathbf{tc}_k(x)$ y se compara con $\mathbf{tc}_k(x_i)$ para $i = 1, \dots, m$.

ASCII art

El denominado *ASCII art* consiste en representar imágenes como secuencias de caracteres. Para ello, la imagen original se divide en subimágenes más pequeñas, cada una de las cuales será asociada a un único carácter. En este caso, el conjunto de datos corresponderá a las imágenes de los $m = 95$ caracteres imprimibles definidos por el estándar ASCII de 1963 de una determinada tipografía. La dimensión de cada imagen estará dada por su resolución

y la idea es bajar esa dimensión mediante PCA. Si n es la cantidad de pixels totales de cada imagen, $x_i \in \mathbb{R}^n$ con $i = 1, \dots, m$ será la imagen del i -ésimo caracter almacenada por filas en un vector. Aplicando la técnica de PCA descrita anteriormente, la *transformación característica* de la imagen x_i resume la información más relevante de la misma, descartando los detalles o las zonas que no aportan rasgos distintivos.

Dada una imagen objetivo x , que no se encuentra en el conjunto inicial de caracteres ASCII, el problema consiste en determinar a qué caracter del conjunto resulta más parecido. Para esto, se calcula $\mathbf{tc}_k(x)$ y se compara con $\mathbf{tc}_k(x_i)$ para $i = 1, \dots, m$. El objetivo de esta comparación es analizar a la transformación característica de qué caracter ASCII se asemeja más la imagen objetivo. En la implementación de ASCII art propuesta, las imágenes objetivo serán las subimágenes de la imagen original. De esta forma, la imagen completa original resultará representada como una secuencia de caracteres.

Enunciado

Se pide implementar un programa que lea desde archivos las imágenes de entrenamiento de los caracteres ASCII y calcule los autovectores de la matriz de covarianza de estas imágenes de acuerdo con la descripción anterior. Dada una nueva imagen, el programa deberá dividirla en subimágenes y asignar un carater ASCII a cada una de éstas. La cantidad de caracteres de alto y ancho en que se divide la imagen original deben ser un parámetro de la implementación.

El formato de los archivos de entrada queda a elección del grupo. Si no usan un entorno de desarrollo que incluya bibliotecas para la lectura de archivos de imágenes, sugerimos que utilicen imágenes en formato RAW. La salida del programa será una archivo de texto con los caracteres ordenados de acuerdo a la posición de la subimagen en la imagen original. El cálculo de los autovalores y autovectores de la matriz de covarianza se debe realizar utilizando el método QR.

Las subimágenes a ser representadas deben tener el mismo tamaño que las de entrenamiento y por lo tanto puede ser necesario reducirlas usando algún método adecuado (submuestreo, promedio de bloques, etc.). Se deberá estudiar cómo afectan al resultado obtenido, el factor de reducción y la cantidad k de componentes principales utilizadas en la transformación característica.

Cada grupo deberá entregar 5 imágenes fotográficas tratadas con esta técnica, las cuales serán sometidas a la consideración de un jurado de notables. La imagen elegida por el jurado se hará acreedora al galardón *Mejor Fotografía Digital Métodos Numéricos 2010* y los autores recibirán un premio en metálico.

Objetivo Adicional/Opcional: Proponer un método de compresión de imágenes basado en la técnica utilizada en el TP.

Fecha de entrega: Lunes 6 de Diciembre