Algebra y Geometría Analítica Lineal

Guía Resuelta- UTN

Matrices

1-

-a

$$\begin{pmatrix} 1-1 & 2-1 \\ 1-2 & 2-2 \\ 1-3 & 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$$

-b

$$\begin{pmatrix} (1-1)^1 & (1-1)^2 & (1-1)^3 \\ (2-1)^1 & (2-1)^2 & (2-1)^3 \\ (3-1)^1 & (3-1)^2 & (3-1)^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{8} \end{pmatrix}$$

-c

$$\begin{pmatrix} 1+2 & 1+4 & 1+6 \\ 2+2 & 2+4 & 2+6 \\ 0 & 0 & 3+6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{7} \\ \mathbf{0} & \mathbf{6} & \mathbf{8} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{9} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

d-

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & -1 \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & -1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

2-

a-

$$A + 3D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{5} & \mathbf{12} \end{pmatrix}$$

b-

$$B - C^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & -5 \\ -2 & -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{-4} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

c-

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -1 & 2+3*4 & -1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-4} & \mathbf{2} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{14} & \mathbf{-4} \end{pmatrix}$$

d-

$$D + BC = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -5 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{-8} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{20} \end{pmatrix}$$

e-

$$B^T B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{20} & \mathbf{-6} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-6} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

f-

$$E(AF) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} = \mathbf{-4}$$

g-

$$FE = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

h-

$$EF = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

i-

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$$

j-

$$D^3 = D^2 D = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -7 \\ 14 & 15 \end{pmatrix}$$

3-

a-

$$Det(A) = -2 \; Admite \; Inversa \Rightarrow$$

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)}{Det(A)} = \frac{Cof^T(A)}{Det(A)} = \frac{\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^T}{-2} = \frac{\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}}{-2} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

b-

$$Det(A) = 0 \;\; No \; Admite \; Inversa$$

4-

a-

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = AA + AB + BA + BB \;\Rightarrow \mathbf{F}$$

b-

$$(A+B)(A-B) = AA + AB - BA + BB \;\Rightarrow \mathbf{F}$$

c-

$$(A+I)(A-I) = AA - IA + AI - II = A^2 - I \Rightarrow \mathbf{V}$$

d-

F

e-

$$AB = AC$$
$$A^{-1}AB = A^{-1}AC$$
$$B = C \;\Rightarrow \mathbf{V}$$

f-

$$AB = A^T B^T = (BA)^T \neq (AB)^T \Rightarrow \mathbf{F}$$

g-

$$kA + B = kA^T + B^T = (kA+B)^T \;\Rightarrow \mathbf{V}$$

h-

$$(B^T AB)^T = B^T A^T B = B^T AB \;\Rightarrow \mathbf{V}$$

i-

$$(AB)^T = \left(-A(-B)\right)^T = (AB)^T = B^T A^T = BA = AB \Rightarrow \mathbf{V}$$

j-

A es Ortogonal si $A^T = A^{-1}$

$$(AB)^T = B^T A^T = B^{-1} A^{-1} = (AB)^{-1} \Rightarrow \mathbf{V}$$

5-

a-

Fila 2 de ceros → **Det(A)=0**

b-

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -3+2 & -1+1 & -4+5 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

c-

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ -2 & 4 & 6 & -8 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ 2(-1) & 2*2 & 2*3 & 2*(-4) \\ 0 & -1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

d-

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & -5 & 2 \\ 2 & -4 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0+2 & -1-3 & 2-5 & 0+2 \\ 2 & -3 & -5 & 2 \\ 2 & -4 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Son LD

6-

a-

$$Det(AB) = Det(A)Det(B) = Det(B)Det(A) = Det(BA)$$

b-

$$Det(AB) = Det(A)Det(B) = 0 \Rightarrow Det(A) = 0 \vee Det(B) = 0$$

c-

$$Det(AB) = Det(I)$$
$$Det(A)Det(B) = 1 \Rightarrow Det(A) \neq 0 \wedge Det(B) \neq 0$$

d-

$$AA^{-1} = I$$
$$Det(A)Det(A^{-1}) = Det(I)$$
$$Det(A)Det(A^{-1}) = 1$$
$$Det(A^{-1}) = \frac{1}{Det(A)}$$

e-

$$Det(AB) = Det(I)$$
$$Det(B^{-1}AB) = Det(B^{-1})Det(A)Det(B) = \frac{Det(B)Det(A)}{Det(B)} = Det(A)$$

7-

a-

$$\left|\frac{3}{4}A^{-1}(A_1 - 3A_3\ A_3 - A_2)^T\right| = \left(\frac{3}{4}\right)^3 |A^{-1}||(A_1\ A_3 - A_2)| = \frac{27}{64} * \frac{1}{|A|} * (-|(A_1 -\ A_2\ A_3)|) = \mathbf{\frac{27}{64}}$$

b-

$$\left|\frac{2}{3}B^{-1}A^2\right| = \left(\frac{2}{3}\right)^4 * \frac{1}{|B|}|A|^2 = \frac{16}{81} * \frac{1}{|(A_1 - A_2\ \ A_3 - 2A_4\ \ A_3\ A_2)|} * k^2 = \frac{16}{81} * \frac{1}{|-(A_1\ \ A_2\ \ \ A_3 - 2A_4)|} * k^2 = \frac{16}{81} * \frac{k^2}{2k}$$

$$\mathbf{\frac{8k}{81}}$$

8-

a-

Por tratarse de una Matriz Triangular, el det de A es el producto de la diagonal:

$$Det(A) = (k-1)(k+2)(3-k) \Rightarrow$$

$$\mathbf{k = 1\ \vee k = -2 \vee k = 3}$$

b-

Desarrollo por columna A_1:

$$Det(A) = k\big((k+1)(k-1)+8\big) + k\big(-k-3*(k+1)\big) = k(k^2+7) + k(-4k-3) =$$

$$k^3 + 7k - 4k^2 - 3k = k^3 - 4k^2 + 4k = k(k^2 - 4k + 4) = k(k-2)^2 \Rightarrow$$

$$\mathbf{k = 0\ \vee k = 2}$$

9-

$$A^T - \alpha I = \begin{pmatrix} 2-\alpha & 0 & 2 \\ 0 & 2-\alpha & 2 \\ 2 & 2 & -\alpha \end{pmatrix} = (2-\alpha)((2-\alpha).(-\alpha) - 4) + 2\big(-2(2-\alpha)\big) =$$

$$(2-\alpha)^2(-\alpha) - 4(2-\alpha) = (2-\alpha)(-a(2-\alpha) - 4 - 4) = (2-\alpha)(a^2 - 2a - 8) \neq 0 \Rightarrow$$

$$\mathbf{\alpha \neq 2\ \wedge \alpha \neq -2 \wedge \alpha \neq 4}$$

10-

$$Det(A) = -10 \wedge\ Adj(A) = Cof^T(A) = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{Adj(A)}{Det(A)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{5} \\ \frac{3}{10} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

$$Det(B) = -2 \wedge\ Adj(B) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{Adj(B)}{Det(B)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$Det(C) = 0 \Rightarrow \nexists C^{-1} \Rightarrow\ Adj(C) = \begin{pmatrix} -4 & 4 & 4 \\ 4 & -4 & -4 \\ 4 & -4 & -4 \end{pmatrix}$$

$$Det(D) = a^3 \Rightarrow\ Adj(D) = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & -a \\ 0 & 0 & a^2 \end{pmatrix}^T \Rightarrow\ D^{-1} = \frac{Adj(D)}{Det(D)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{a^2} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$$

11-

a-

$$Si\ \exists\ A^{-1} \Rightarrow Det(A) \neq 0 \Rightarrow$$

$$\left|\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & k-1 & 2 \\ 0 & 3 & k \end{pmatrix}\right| = (k-1)k - 6 - (-2k) = k^2 + k - 6 \neq 0$$

$$\mathbf{k \neq -3 \wedge k \neq 2}$$

b-

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$Det(P) = -4 \Rightarrow P^{-1} = \frac{Adj(P)}{Det(P)} = \frac{\begin{pmatrix} -6 & 2 & -6 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}^T}{Det(P)} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

12-

a-

$$Det(A^{-1}) = Det(A) \Rightarrow \mathbf{Det(A) = \pm 1}$$

b-

$$Det(A^2) - Det(A) = 0 \Rightarrow \mathbf{Det(A) = 0 \vee Det(A) = 1}$$

c-

$$Det(A) = Det(-A) = -Det(A) \Rightarrow \mathbf{Det(A) = 0}$$

13-

a-

$$Det(A_1\ A_2 - \alpha A_1\ A_3) = Det(A_1\ A_2\ A_3) = Det(A) \neq -Det(A) \Rightarrow \mathbf{F}$$

b-

$$Det(-A_1\ 2\alpha A_1 - A_2 - A_3) = Det(-A_1\ \ -A_2 - A_3) = -Det(A) \Rightarrow \mathbf{V}$$

c-

$$Det(A_1 + \beta A_2\ A_2 + \alpha A_1\ A_3) = Det(A_{Res}\ A_2 + \alpha A_1\ A_1) \neq Det(A) \Rightarrow \mathbf{F}$$

d-

$$Det(A_1 + \beta A_2\ A_2 + \beta^{-1}\ A_1\ A_3) = Det(A_{Res}\ \ \beta A_{Res}\ A_3) = 0 \Rightarrow \mathbf{V}$$

15-

a-

$$\begin{pmatrix}1 & -3 & 5\\ 2 & 15 & -4\\ 1 & 0 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\ 0\\ -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-5\\ 4+4\\ 2-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\ 8\\ -1\end{pmatrix}\Rightarrow \mathbf{V}$$

b-

$$\begin{pmatrix}1 & -3 & 5\\ 2 & 15 & -4\\ 1 & 0 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-7\\ 2\\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7-6+10\\ -14+30-8\\ -7+6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\ 8\\ -1\end{pmatrix}\Rightarrow \mathbf{V}$$

c-

$$Det\begin{pmatrix}1 & -3 & 5\\ 2 & 15 & -4\\ 1 & 0 & 3\end{pmatrix}=12-15*5-12+3*(15+6)=0\Rightarrow \mathbf{F}$$

d-

$$Det(A)=0\ y\ hay\ una\ Solución\ hayada\Rightarrow SCI\Rightarrow \mathbf{V}$$

16-

a-

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1 & 2\\ 3 & -3 & 2 & 16\\ 2 & -1 & 1 & 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 5 & 10\\ 0 & 1 & 3 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1 & 2\\ 0 & 1 & 3 & 5\\ 0 & 0 & 5 & 10\end{pmatrix}\Rightarrow SCD\ \Rightarrow \mathbf{Sol=\{(3;-1;2)^T\}}$$

b-

$$\begin{pmatrix}2 & 1 & -1 & 2\\ -4 & -2 & 2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 8\end{pmatrix}\Rightarrow SInc\ \Rightarrow \mathbf{Sol=\emptyset}$$

c-

$$\begin{pmatrix}3 & -1 & 1 & 2\\ 1 & -1 & 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -1 & 1 & 2\\ 0 & -2 & 5 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow SInd\ \Rightarrow$$

3 variables 2 ecuaciones LI queda en función de 1, si Elegimos z

$$Sol=\left\{\left(\frac{2-z+\frac{5}{2}z-\frac{1}{2}}{3},\frac{5}{2}z-\frac{1}{2},z\right)^T\right\}=\left\{\left(\mathbf{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}z},\quad \mathbf{\frac{5}{2}z-\frac{1}{2}},\quad \mathbf{z}\right)^T,\mathbf{z}\in\mathbb{R}\right\}$$

d-

$$\begin{pmatrix}3 & -1 & 0 & 0 & 6\\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4\\ 1 & 3 & -2 & 6 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -1 & 0 & 0 & 6\\ 0 & 5 & -3 & 9 & 0\\ 0 & 10 & -6 & 18 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -1 & 0 & 0 & 6\\ 0 & 5 & -3 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}SInd$$

4 variables 2 ecuaciones LI queda en función de 2, si Elegimos z y t

$$\mathbf{Sol}=\left\{\left(\mathbf{2+\frac{1}{5}z-\frac{3}{5}t},,\quad \mathbf{z},\quad \mathbf{t}\right)^{\mathbf{T}},\mathbf{z;t}\in\mathbb{R}\right\}$$

e-

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 0 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -3 & 1 & 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow SInd\ \Rightarrow$$

5 variables 2 ecuaciones LI queda en función de 3, si Elegimos z, t y w

$$\mathbf{Sol=\{(w-3t+6z++2,\quad 1-t+3z,\quad z,\quad t,\quad w)^T,z;t,w}\in\mathbb{R}\}$$

f-

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 2 & 1\\ 1 & -1 & -1 & -1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 2 & 0 & 2 & 1\\ 0 & -2 & 0 & -2 & -1\\ 0 & -2 & -2 & -2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 2 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -4 & 0 & 6\end{pmatrix}SInd$$

4 variables 3 ecuaciones LI queda en función de 1, si Elegimos z y t

$$Sol=\left\{\left(1-t-\frac{1}{2}+t+\frac{3}{2},\quad \frac{1}{2}-t,-\frac{3}{2},\quad t\right),t\in\mathbb{R}\right\}=\left\{\left(\mathbf{1-t-\frac{1}{2}+t+\frac{3}{2}},\quad \mathbf{\frac{1}{2}-t,-\frac{3}{2}},\quad \mathbf{t}\right)^{\mathbf{T}},\mathbf{t}\in\mathbb{R}\right\}$$

17-

a-

$$\begin{pmatrix}-1 & 1 & 3\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}-1 & 1 & 3\\ 0 & -3 & -8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}SCInd\Rightarrow$$

3 variables 2 ecuaciones LI queda en función de 1, si Elegimos z

$$\mathbf{Sol}=\left\{\left(\mathbf{\frac{1}{3}z},\quad \mathbf{-\frac{8}{3}z},\quad \mathbf{z}\right)^{\mathbf{T}},\mathbf{z}\in\mathbb{R}\right\}$$

b-

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}SCD\Rightarrow \mathbf{Sol=\{(0,0,0)^T\}}$$

c-

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & -1 & -2\\ -2 & -1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -3 & -5\\ 0 & 3 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -3 & -5\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}SCInd\Rightarrow$$

3 variables 2 ecuaciones LI queda en función de 1, si Elegimos z

$$\mathbf{Sol}=\left\{\left(\mathbf{\frac{1}{3}z},\quad \mathbf{-\frac{5}{3}z},\quad \mathbf{z}\right)^{\mathbf{T}},\mathbf{z}\in\mathbb{R}\right\}$$

d-

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1 & 2\\ 2 & -2 & -1 & 3\\ -1 & 1 & -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & -2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}SCInd\Rightarrow$$

4 variables 2 ecuaciones LI queda en función de 2, si Elegimos y y t

$$\mathbf{Sol=\{(y-t\ ,y,\quad t,\quad t)^T,z:t}\in\mathbb{R}\}$$

18-

$$\begin{pmatrix}-2 & -4 & 6 & 4\\ -3 & -3 & 8 & 4\\ 0 & 3 & -1 & k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & -4 & 6 & 4\\ 0 & -6 & 2 & 4\\ 0 & 3 & -1 & k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & -4 & 6 & 4\\ 0 & -6 & 2 & 4\\ 0 & 0 & 0 & -6k-12\end{pmatrix}SCInd\Rightarrow$$

a-

No existe k posible porque finalmente siempre es 0z=-6k-12
es SCI O SI

b-

$$0=-6k-12\Rightarrow \mathbf{k=-2}$$

c-

$$\mathbf{k\neq -2}$$

c-

$$\begin{pmatrix} -2 & -4 & 6 \\ -3 & -3 & 8 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 6 \\ 0 & -6 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 6 \\ 0 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} SCInd \Rightarrow$$

3 variables 2 ecuaciones LI queda en función de 1, si Elegimos z

$$\mathbf{Sol} = \left\{ \left(\frac{7}{3}\mathbf{z}, \quad \frac{1}{3}\mathbf{z}, \quad \mathbf{z} \right)^{\mathbf{T}}, \mathbf{z} \in \mathbb{R} \right\}$$

d-

$$\begin{pmatrix} -2 & -4 & 6 & 4 \\ 0 & -6 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} SCInd \Rightarrow$$

3 variables 2 ecuaciones LI queda en función de 1, si Elegimos z

$$\mathbf{Sol} = \left\{ \left(-\frac{2}{3} + \frac{7}{3}\mathbf{z}, -\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\mathbf{z}, \quad \mathbf{z} \right)^{\mathbf{T}}, \mathbf{z} \in \mathbb{R} \right\}$$

f-

Son tres planos

- **Para a) la intercepción de dos de sus planos genera una recta que es paralela al plano restante y alejado una distancia de él, para ello:**

$$\begin{cases} \begin{cases} \vec{n}_{\pi_1} \perp \vec{u} \\ \vec{n}_{\pi_2} \perp \vec{u} \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{\pi_1} x \vec{n}_{\pi_2} = \vec{u} \\ \quad \vec{u} \perp \vec{n}_{\pi_3} \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{\pi_3}(\vec{n}_{\pi_1} x \vec{n}_{\pi_2}) = \begin{vmatrix} -2 & -4 & 6 \\ -3 & -3 & 8 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -2(3-24) + 4(3) + 6(-9) = 0$$

el hecho de ser paralela una Recta a un Plano, hace o que este incluida (SCI) o esté alejado una distancia (SI).

- **Para b) En este caso la recta obtenida de la intercepción de dos de sus planos se encuentra incluida en el plano restante.**
- **Para c) En este caso la recta obtenida de la intercepción de dos de sus planos se encuentra alejada una distancia d del plano restante.**
- **Para d) Manteniendo la misma dirección de los planos, desplazados de manera que contengan el Origen de coordenadas. Al contener el punto (0,0,0) y en la no desplazada, la intercepción de dos de sus planos resultar una recta paralela al plano restante, no queda otra, que sea indeterminada, porque mínimo debe estar la trivial.**

ACLARACION DE DETERMINANTES, Y PERMUTACIÓN DE FILAS O COLUMNAS:

1. Para cualquier A, se verifica: $|A| = |{}^tA|$
2. Si una matriz *A* tiene <u>una fila o columna formada por ceros</u>, entonces $|A| = 0$.
3. Si a los elementos de una fila o columna de la matriz A se multiplica (o divide) por un número *k*, entonces su determinante queda multiplicado (o dividido) por *k*.
4. Si en una matriz cuadrada <u>se intercambian entre sí dos filas</u> (o dos columnas), su determinante cambia de signo.
5. Si una matriz cuadrada tiene dos filas (o dos columnas) iguales, su determinante es nulo.
6. Si una matriz cuadrada tiene dos filas (o dos columnas) proporcionales, su determinante es nulo.
7. Si a los elementos de la fila (o columna) i-ésima de un determinante la descomponemos en una suma de *h* sumandos, el determinante es igual a la suma de los *h* determinantes que se obtienen como se ve en el ejemplo siguiente:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+b_{21}+c_{21} & a_{22}+b_{22}+c_{22} & a_{23}+b_{23}+c_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

8. Si a una fila (o columna) de una matriz dada se le suma una combinación lineal del resto de sus filas (o columnas), su determinante no varía.
9. Para el producto de matrices se tiene:

$$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$$