LÓGICA

I) LÓGICA SIMBÓLICA

1. Indique cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones lógicas:

a) El año 2004 tuvo 366 días
b) Los divisores positivos de 135
c) No pisar el césped
d) Los divisores positivos de 135 son 8 en total
e) 2 x + 5 = 8
f) La frase del ítem "c" es proposición lógica
g) Existe un x entero que cumple 2 x + 5 = 8
h) La ecuación 2 x + 5 = 8 tiene solución en el conjunto de Reales

2. De las siguientes proposiciones lógicas, analice cuáles son condicionales, escríbalas de forma "Si ………. entonces ……….." e indique antecedente y consecuente:

a) El cuadrado de todo número par es también par
b) Algunos números pares son también divisibles por 3
c) Para cursar Análisis II es necesario tener aprobada Análisis I
d) El resto de dividir 23456 por cuatro es cero
e) Es suficiente tener 3 ejercicios correctos para aprobar el examen

3. Analice lo pedido:

a) Sea t: (p ^ q => ¬ r) ^ ¬p Sabiendo que v(t)=V ¿se puede saber si r es Verdadera o Falsa? Justifique
b) Sea t: (¬p v q => ¬ r) ^ p Sabiendo que v(t)=F ¿se puede saber si r es Verdadera o Falsa? Justifique. ¿y se puede saber si q es Verdadera o Falsa? Justifique.

4. Haciendo las tablas de verdad de las siguientes proposiciones, indique cuáles son tautologías, contradicciones o contingencias:

a) q v (q ^ ¬p => p)
b) (p => q v r) ^ ¬q => ¬p v r
c) ¬ (p ^ q ¿> r) ^ (r v ¬p)
d) (p => q) ⇔ (q => p)
e) (p v q) ^ ¬(p ^ q) ^ (p ⇔ q)

5. Utilizando las leyes lógicas, simplifique:

a) $(p \vee q) \Rightarrow [p \vee (p \Leftrightarrow q)]$
b) $\neg[p \vee (q \Rightarrow r)] \vee \neg q$
c) $(p \Rightarrow r \vee q) \wedge (\neg q \vee r)$

6. Pruebe, mediante el uso de leyes lógicas, que las siguientes proposiciones son TAUTOLOGÍAS (Indique la ley usada en cada paso)

a) $(p \Rightarrow q) \wedge t \Leftrightarrow \neg(t \Rightarrow p) \vee (q \wedge t)$
b) $\neg(t \Rightarrow b) \vee (a \wedge t) \Leftrightarrow t \wedge (b \Rightarrow a)$
c) $[\neg(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q] \Rightarrow (\neg q \vee p)$

II) FUNCIONES PROPOSICIONALES

7. Escriba en lenguaje simbólico usando cuantificadores y funciones proposicionales, las siguientes proposiciones, indicando, asimismo, el conjunto Universal correspondiente:

a) Todos los alumnos del curso K1089 trabajan por la mañana
b) Algunos datos de los clientes están incompletos o desactualizados
c) Los libros de la biblioteca de Medrano tienen un código identificador y figuran en los archivos.
d) Existen grafos bipartitos que no son eulerianos
e) Cualquier número real elevado al cuadrado es mayor o igual a cero

8. Indique el valor de verdad, demostrando o justificando correctamente:

a) $\forall x \in Z: x + x^2$ es par
b) $\exists x \in R: x^4 + 16 = 0$
c) $\forall x \in U: \exists x$ y $U: (x < y \ \vee \ x < y^2)$ en $U = \{1, -2, 3, -4, 5, 0\}$
d) $\forall x \in R: \forall x$ y $R: (x > y \Rightarrow x^2 > y^2)$
e) $\exists x \in R: \forall y \in R: (x^2 > y^2 \Rightarrow x > y)$

9. Indique el valor de verdad, demostrando o justifique correctamente:

a) $\exists x: p(x) \wedge \exists x: q(x)$ es equivalente a $\exists x: [p(x) \wedge q(x)]$
b) $\exists x: p(x) \vee \exists x: q(x)$ es equivalente a $\exists x: [p(x) \vee q(x)]$
c) $\forall x: p(x) \vee \forall x: q(x)$ es equivalente a $\forall x: [p(x) \vee q(x)]$
d) $\forall x: p(x) \wedge \forall x: q(x)$ es equivalente a $\forall x: [p(x) \wedge q(x)]$

10. Escriba en lenguaje simbólico los siguientes razonamientos, indicando el diccionario utilizado, y luego analice la validez de los mismos, demostrando por reglas de inferencia en caso de ser válidos y justificando en caso de ser inválidos.

a) Si me pagan el aguinaldo hoy, pagaré la deuda. Si me pagan el sueldo hoy, compraré los pasajes. Me pagan el sueldo o el aguinaldo hoy. Por lo tanto pagaré la deuda o compraré los pasajes.
b) Si no llueve y no hay viento, entonces vuelo en el avión. Siempre que llueve me siento mal. Ayer no volé en el avión y me sentí bien. Por lo tanto, ayer estuvo ventoso.
c) Si llueve, Pablo va al cine. Siempre que Pablo va al cine, compra pochoclo o helado. Pablo compra pochoclo. Por lo tanto, llueve.
d) El planeta Kamino no figura en los archivos. Si un planeta no figura en los archivos es porque no existe o bien porque alguien lo borró. El planeta Kamino existe. Por lo tanto, alguien lo debe haber borrado del archivo.

11. Analice si los siguientes razonamiento son válidos o inválidos, demostrando o justificando según corresponda por el método del condicional asociado:

a) $\neg p \,;\, q \Rightarrow t \vee r \,;\, t \Rightarrow p \quad \therefore \quad q \Rightarrow r$
b) $(p \wedge q) \Rightarrow r \,;\, \neg r \vee t \,;\, \neg t \quad \therefore \quad \neg p$
c) $a \Rightarrow b \,;\, \neg b \vee \neg c \,;\, d \Rightarrow a \vee c \quad \therefore \quad \neg d$
d) $P \Rightarrow q \vee r \,;\, p \vee (\neg t \vee s) \,;\, \neg q \wedge \neg s \,;\, s \Rightarrow \neg t \quad \therefore \quad \neg t$

12. Dado el siguiente razonamiento, complete con una conclusión válida y demuestre por reglas de inferencia: “Si él iba solo y desarmado, su jefe no lo mataría. Para suplicarle perdón era necesario ir desarmado. Le suplicó pero igualmente su jefe lo mató” ¿por qué?

13. Escriba en forma simbólica, previa definición de un diccionario y de un conjunto universal, y analice la validez de los siguientes razonamientos categóricos, demostrando por reglas de inferencia o justificando correctamente:

a) Todos los grafos completos son conexos. Existen grafos simples que no son conexos. Por lo tanto, existen grafos simples que no son completos.
b) Algunos invitados son ingenieros. Algunos ingenieros dan clases en la facultad. Por lo tanto, algunos invitados dan clase en la facultad.
c) Todos los bebés de Terapia estaban en incubadora o con respirados. Los que estaban en incubadora eran prematuros y de bajo peso. Lucio, uno de los bebés de Terapia, estaba con respirador.
d) Todas las matrices que tienen dos filas iguales no son inversibles. Las matrices inversibles tienen determinante distinto de cero. El determinante de la matriz “A” es cero. Por lo tanto, la matriz “A” tiene dos filas iguales.

14. Indique un conjunto Universal y una interpretación de los esquemas proposicionales para comprobar la invalidez del siguiente razonamiento:

$$\forall x: [\ d(x) \Rightarrow c(x)\ ]\ ;\ \exists x: [\ \neg c(x) \wedge p(x)\ ] \quad \therefore\ \forall x: [\ c(x) \wedge p(x)\ ]$$

15. Complete una conclusión válida para el siguiente razonamiento y demuestre:

$$\forall x: [\ p(x) \vee q(x)\ ]\ ;\ \forall x: [\ c(x) \Rightarrow r(x)\ ]\ ;\ \neg r(a) \quad \therefore\ \exists x: \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

16. Analice la validez de los siguientes razonamientos categóricos, demostrando por reglas de inferencia o justificando correctamente:

a) $\exists x: [\ p(x) \vee q(x)\ ]\ ;\ \exists x: [\ \neg q(x) \wedge r(x)\ ] \quad \therefore \quad \exists x: [\ p(x) \wedge r(x)\ ]$
b) $\forall x: \neg[\ p(x) \vee q(x)\ ] \quad \therefore \quad \exists x: \neg q(x)$

17. Dadas las premisas: "Todas las frutas que están en la heladera están lavadas. Algunas frutas no están lavadas y son deliciosas".

Indique cuál de las siguientes conclusiones es válida y demuestre por reglas de inferencia:

C_1: Algunas frutas están en la heladera y son deliciosas
C_2: Todas las frutas que están en la heladera son deliciosas.
C_3: Algunas frutas no están en la heladera y son deliciosas.

18. Utilizando conjuntos reescriba los siguientes razonamientos categóricos y analice su validez con diagramas de Venn:

a) $\forall x: [\ p(x) \Rightarrow q(x)\ ]\ ;\ \neg q(a) \quad \therefore\ \neg p(a)$
b) $\forall x: [\ a(x)\ \vee\ b(x)\ ]\ ;\ \exists x: c(x) \wedge \neg a(x) \quad \therefore\ \exists x: c(x) \wedge b(x)$

I Lógica Simbólica

1) Indique cuáles de los sig. enunciados son proposiciones lógicas:

a) El año 2004 tuvo 366 días

b) Los divisores positivos de 135

c) No pisar el césped

d) Los divisores positivos de 135 son 8 en total.

e) $2x+5=8$

f) La frase del item "c" es proposición lógica

g) Existe un entero que cumple $2x+5=8$

h) La ecuación $2x+5=8$ tiene solución en el conjunto de Reales

a), d), f), g) y h). Son éstas las respuestas correctas pues son las que tienen algún valor de verdad

---

2) De las sig proposiciones lógicas, analice cuáles son condicionales, escríbalas de forma: "Si ... entonces..." e indique antecedente y consecuente:

a) El cuadrado de todo número par es par también

$\underbrace{\text{Si } n \text{ es par}}_{\text{antecedente}} \Rightarrow \underbrace{n^2 \text{ es par}}_{\text{consecuente}}$

b) Algunos números pares también son divisibles por 3.

No es condicional

c) Para cursar Análisis II es necesario tener aprobado Análisis I

$\underbrace{\text{Si cursás Análisis II}}_{\text{ant}} \Rightarrow \underbrace{\text{tenés aprobado Análisis I}}_{\text{consec.}}$

d) El resto de dividir 23456 por 4 es 0

No es condicional

e) Es suficiente tener 3 ejercicios correctos para aprobar el examen

$\underbrace{\text{Si tenés 3 ejercicios correctos}}_{\text{ant}} \Rightarrow \underbrace{\text{aprobás el examen}}_{\text{consecuente}}$

NOTA

③ Analice lo pedido:

a) Sea $t: (p \wedge q \Rightarrow r) \wedge \sim p$, Sabiendo que $v(t) = V$ ¿se puede saber si r es V o F? Justifique

Si $v(p \wedge q) = F \Rightarrow v(t) = V \rightarrow v(r) = F \vee v(r) = V$

Si $v(p \wedge q) = V \Rightarrow v(r) = V$

No se puede saber si $v(r) = V$ o F.

b) Sea $t: (\sim p \vee q \Rightarrow \sim r) \vee p$. Sabiendo que $v(t) = F$ ¿se puede saber si r es V o F? Justifique.
¿Se puede saber si q es V o F? → NO

Si $v(t) = F \Rightarrow v(\sim p \vee q \Rightarrow \sim r) = F$ y $v(p) = F$

$v(p) = F \Rightarrow v(\sim p) = V \Rightarrow v(\sim p \vee q) = V$ independientemente del valor de q

$v(\sim p \vee q \Rightarrow \sim r) \wedge v(\sim p \vee q) = V \Rightarrow v(\sim r) = F \Rightarrow \boxed{v(r) = V}$

Sí, se puede saber el valor de verdad de r (es V)

④ Haciendo las tablas de verdad de las sig. proposiciones, indique cuáles son tautologías, contradicciones o contingencias:

a) $q \vee (q \wedge \sim p \Rightarrow p)$

p	q	∼p	q ∧ ∼p	q ∧ ∼p ⇒ p	q ∨ (q ∧ ∼p ⇒ p)
V	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	V	F	V
F	F	V	F	V	V

tautología

b) $(p \Rightarrow q \vee r) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p \vee r$

p	q	r	q ∨ r	p ⇒ q ∨ r	∼q	(p ⇒ q ∨ r) ∧ ∼q ①	∼p ∨ r ②	① ⇒ ②
V	V	V	V	V	F	F	V	V
V	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	F	F	V	V
F	V	F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V

tautología

NOTA

Mat. Discreta

c) $\sim(p \wedge q \Rightarrow r) \wedge (r \vee \sim p)$

$\sim p$	p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow r$	① $\sim(p \wedge q \Rightarrow r)$	② $r \vee \sim p$	① $\wedge$ ②
F	V	V	V	V	V	F	V	F
F	V	V	F	V	F	V	F	F
F	V	F	V	F	V	F	V	F
F	V	F	F	F	V	F	F	F
V	F	V	V	F	V	F	V	F
V	F	V	F	F	V	F	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	F	V	F	V	F

CONTRADICCIÓN

d) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p) \equiv \overbrace{(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)}^{A} \wedge \overbrace{(q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow q)}^{B}$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	A	B	A $\wedge$ B
V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	V	V

CONTINGENCIA

e) $(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q) \wedge (p \Leftrightarrow q)$

C: $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

p	q	A $p \vee q$	$p \wedge q$	B $\sim(p \wedge q)$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	C $p \Leftrightarrow q$	A $\wedge$ B $\wedge$ C
V	V	V	V	F	V	V	V	F
V	F	V	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F	F	F
F	F	F	F	V	V	V	V	F

CONTRADICCIÓN

EJ 5 Utilizando las leyes lógicas, simplifique:

a) $(p \vee q) \Rightarrow [p \vee (p \Leftrightarrow q)]$

Bicondicional: $(p \vee q) \Rightarrow p \vee [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$

Condicional y distributiva: $(\sim p \vee q) \Rightarrow p \vee [(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)]$

Condicional: $\sim(\sim p \vee q) \vee [p \vee (\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(\sim p \wedge p)}_{F} \vee \overbrace{(q \wedge \sim q)}^{F} \vee (q \wedge p)]$

De Morgan y conmutativa: $(\sim\sim p \wedge \sim q) \vee [\underbrace{p \vee (p \wedge q)}_{abs} \vee (\sim p \wedge \sim q)]$

involución absorción: $(p \wedge \sim q) \vee [p \vee (\sim p \wedge \sim q)]$

asociativa: $(p \wedge \sim q) \vee p \vee (\sim p \wedge \sim q)$

conmutativa asociat.: $[p \vee (p \wedge \sim q)] \vee (\sim p \wedge \sim q)$

absorción: $p \vee (\sim p \wedge \sim q)$

distributiva: $\underbrace{(p \vee \sim p)}_{V} \wedge (p \vee \sim q) \overset{conmut.}{\equiv} \underbrace{(p \vee \sim p)}_{V} \wedge (\sim q \vee p)$

3° excluido y condicional: $\boxed{q \Rightarrow p} \equiv \boxed{\sim q \vee p}$

b) $\sim[p \vee (q \Rightarrow r)] \vee \sim q$

condicional: $\sim[p \vee \sim q \vee r] \vee \sim q \equiv$

$\equiv$ De Morgan: $[(\sim p) \wedge (\sim\sim q) \wedge (\sim r)] \vee (\sim q) \equiv$

$\equiv$ involución: $(\sim p \wedge q \wedge \sim r) \vee \sim q \equiv$

$\equiv$ distributiva: $(\sim p \vee \sim q) \wedge \underbrace{(q \vee \sim q)}_{V} \wedge (\sim r \vee \sim q) \equiv$

$\equiv$ 3° excluido, De Morgan: $[\sim(p \wedge q)] \wedge [\sim(r \wedge q)] \equiv$

$\equiv$ De Morgan: $\sim[(p \wedge q) \vee (r \wedge q)] \equiv$

$\equiv$ Distributiva: $\sim[(p \vee r) \wedge (p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge \overbrace{(q \vee q)}^{q}] \equiv$

$\equiv$ Idemp., conmut.: $\sim[\underbrace{q \wedge (q \vee p)}_{q \text{ absorción}} \wedge (q \vee r) \wedge (p \vee r)] \equiv$

asosc.

$\equiv \boxed{\sim[q \wedge (p \vee r)]}$

NOTA

c) $(p \Rightarrow r \vee q) \wedge (\sim q \vee r) \equiv$

condicional $\equiv [\sim p \vee (r \vee q)] \wedge (\sim q \vee r) \equiv$

conmut. y distrib. $\equiv [\sim p \wedge (\sim q \vee r)] \vee [r \wedge (r \vee \sim q)] \vee [q \wedge (\sim q \vee r)] \equiv$

distrib. absorción identidad $\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge r) \vee \overset{abs.}{r} \vee [\underbrace{\overset{F}{(q \wedge \sim q)} \vee (q \wedge r)}_{identidad}] \equiv$

asoc. conmut. $\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee [r \vee (r \wedge \sim p)] \vee (q \wedge r) \equiv$

absorción conmut. $\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee [r \vee (r \wedge q)]$

asoc. absorción De Morgan $\equiv \boxed{\sim (p \vee q) \vee r}$ ✓

---

(6) Pruebe, mediante el uso de leyes lógicas, que las sig. proposiciones son tautologías (indicar la ley usada en cada caso)

a) $(p \Rightarrow q) \wedge t \Leftrightarrow \sim (t \Rightarrow p) \vee (q \wedge t) \equiv$

condicional $\equiv (\sim p \vee q) \wedge t \Leftrightarrow \underbrace{\sim (\sim t \vee p)}_{de\ Morgan} \vee \underbrace{(q \wedge t)}_{conmut.} \equiv$

$\equiv [(\sim p \vee q) \wedge t] \Leftrightarrow (\underbrace{\sim\sim t}_{involución} \wedge \sim p) \vee (t \wedge q) \equiv$

$\equiv [\underbrace{(\sim p \vee q) \wedge t}_{conm}] \Leftrightarrow \underbrace{(t \wedge \sim p) \vee (t \wedge q)}_{distributiva} \equiv$

$\equiv [t \wedge (\sim p \vee q)] \Leftrightarrow t \wedge (\sim p \vee q) \equiv$

bicond. $\equiv \{[t \wedge (\sim p \vee q)] \Rightarrow [t \wedge (\sim p \vee q)]\} \wedge \{[t \wedge (\sim p \vee q)] \Rightarrow [t \wedge (\sim p \vee q)]\} \equiv$

idemp. $\equiv [t \wedge (\sim p \vee q)] \Rightarrow [t \wedge (\sim p \vee q)] \equiv$

condic. $\equiv \sim [\underbrace{t \wedge (\sim p \vee q)}_{A}] \vee [\underbrace{t \wedge (\sim p \vee q)}_{A}] \equiv \overbrace{\sim A \vee A}^{3° excluido\ V} \equiv V$

Tautología

b) $\sim(\underbrace{t \Rightarrow b}_{\text{condicional}}) \vee (a \wedge t) \Leftrightarrow t \wedge (\underbrace{b \Rightarrow a}_{\text{condicional}}) \equiv$

$\equiv \underbrace{\sim(\sim t \vee b)}_{\text{De Morgan}} \vee (a \wedge t) \Leftrightarrow t \wedge (\sim b \vee a) \equiv$

$\equiv [\underbrace{\sim\sim t}_{\text{involución}} \wedge (\sim b)] \vee (a \wedge t) \Leftrightarrow t \wedge (\sim b \vee a) \equiv$

$\equiv \underbrace{(t \wedge \sim b) \vee (a \wedge t)}_{\text{distributiva}} \Leftrightarrow t \wedge (\sim b \vee a) \equiv$

$\equiv (t \vee a) \wedge (\underbrace{t \vee t}_{\text{idemp.}}) \wedge (\sim b \vee a) \wedge (\sim b \vee t) \Leftrightarrow t \wedge (\sim b \vee a) \equiv$

asociativa y conmut.

$\equiv [\underbrace{t \wedge (t \vee a)}_{\text{absorción}}] \wedge \underbrace{(\sim b \vee a) \wedge (\overbrace{\sim b \vee t}^{\text{conmut}})}_{\text{conmut.}} \Leftrightarrow t \wedge (\sim b \vee a) \equiv$

$\equiv \underbrace{t \wedge (t \vee \sim b)}_{\text{absorción}} \wedge (\sim b \vee a) \Leftrightarrow t \wedge (\sim b \vee a) \equiv$

$\equiv t \wedge (\sim b \vee a) \Leftrightarrow t \wedge (\sim b \vee a) \equiv$

bicondic.

$\equiv [t \wedge (\sim b \vee a) \Rightarrow t \wedge (\sim b \vee a)] \wedge [t \wedge (\sim b \vee a) \Rightarrow t \wedge (\sim b \vee a)] \equiv$

idemp.

$\equiv t \wedge (\sim b \vee a) \Rightarrow t \wedge (\sim b \vee a) \equiv$

cond.

$\equiv \sim(\underbrace{t \wedge (\sim b \vee a)}_{A}) \vee (\underbrace{t \wedge (\sim b \vee a)}_{A}) \equiv$

$\equiv \sim A \vee A \overset{3^\circ\text{exc}}{\equiv} V \to \boxed{\text{tautología}}$

NOTA

HOJA N° 4

FECHA 2020

c) $[\sim(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q] \Rightarrow \sim q \vee p \equiv$

condic.

$\equiv [\sim(\sim p \vee q) \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q] \Rightarrow \sim q \vee p \equiv$

De Morgan

$\equiv [(\sim\sim p) \wedge (\sim q)] \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q] \Rightarrow \sim q \vee p \equiv$

involución

$\equiv \{[p \wedge (\sim q)] \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q\} \Rightarrow \sim q \vee p \equiv$

distrib.

$\equiv \{[p \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_{3^{\circ}\text{ excluido}}] \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q\} \Rightarrow \sim q \vee p \equiv$

$\equiv \{[\underbrace{p \quad \vee \quad (p \wedge q)}_{\text{absorción}}] \Leftrightarrow q\} \Rightarrow \sim q \vee p \equiv$

$\equiv \quad (p \Leftrightarrow q) \Rightarrow \underbrace{\sim q \vee p}_{\text{condicional}} \equiv$

bicond.

$\equiv (\underbrace{p \Rightarrow q}_{A} \wedge \underbrace{q \Rightarrow p}_{B}) \Rightarrow (\underbrace{q \Rightarrow p}_{B}) \equiv A \wedge B \Rightarrow B \equiv V$ simplificación

NOTA

II Funciones Proposicionales

7) Escriba en lenguaje simbólico usando cuantificadores y funciones proposicionales, las sig. proposiciones, indicando el conjunto Universal correspondiente:

a) todos los alumnos del curso K 1089 trabajan por la mañana.

$\mathcal{U} = \{ x / x \in$ "alumnos del curso" K 1089$\}$

$f(x)$: "x trabaja por la mañana"

$\boxed{\forall x \in \mathcal{U} ; f(x)}$

b) Algunos datos de los clientes están incompletos o desactualizados

$\mathcal{U} = \{ x / x$ es un dato de los clientes$\}$

$i(x)$: "x está incompleto"

$d(x)$: "x está desactualizado"

$\boxed{\exists x \in \mathcal{U} : i(x) \vee d(x)}$.

c) Los libros de la biblioteca de Medrano tienen un código identificador y figuran en los archivos.

$\mathcal{U} = \{ x / x$ es un libro de la biblioteca de Medrano$\}$

$c(x)$: "x tiene un código identificador"

$a(x)$: "x figura en los archivos"

$\boxed{\forall x \in \mathcal{U} : c(x) \wedge a(x)}$

d) Existen grafos bipartitos que no son eulerianos

$\mathcal{U} = \{ x / x$ es un grafo bipartito$\}$

$e(x)$: "x es euleriano" $\rightarrow$ $\boxed{\exists x \in \mathcal{U} : \sim e(x)}$

e) Cualquier número real elevado al cuadrado es mayor o igual a cero.

$\mathcal{U} = \{ x / x$ es un número real$\}$

$\forall x \in \mathcal{U} : x^2 \geq 0$

NOTA

HOJA N° 5

FECHA 2020

⑧ Indique el valor de verdad, demostrando o justificando correctamente:

a) $\forall x \in \mathbb{Z}: x + x^2$ es par $\boxed{V}$

x par $\rightarrow x = 2t$: $x + x^2 = 2t + (2t)^2 = 2t + 4t^2 = 2\underbrace{(t + 2t^2)}_{\in \mathbb{R}}$ par ✓

x impar $\rightarrow x = 2t+1$: $x + x^2 = 2t+1 + (2t+1)^2 = 2t+1+4t^2+4t+1 =$

$= 4t^2 + 6t + 2 = 2\underbrace{(2t^2 + 3t + 1)}_{\in \mathbb{R} \text{ par}}$ ✓

b) $\exists x \in \mathbb{R}: x^4 + 16 = 0$ $\boxed{F}$

$x^4 = -16 \rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}: x^4 < 0$

c) $\forall x \in \mathcal{U}: \exists y \in \mathcal{U}: (x < y \lor x < y^2)$ en $\mathcal{U} = \{1, -2, 3, -4, 5, 0\}$

$x = 1$: $1 < y$, con $y = 5$ se cumple ✓

$x = -2$: $-2 < y$, con $y = 1$ se cumple ✓

$x = 3$: $3 < y^2$, con $y = -2$ se cumple ✓

$x = -4$: $-4 < y^2$, con $y = 0$ se cumple ✓

$x = 5$: $5 < y^2$, con $y = 5$ se cumple ✓

$x = 0$: $0 < y$, con $y = 3$ se cumple ✓

$\boxed{V}$

d) $\forall x \in \mathbb{R}: \forall y \in \mathbb{R}: (x > y \Rightarrow x^2 > y^2)$ $\boxed{F}$

$\left.\begin{matrix} x = 2 \\ y = -3 \end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix} 2 > -3 ✓ & \Rightarrow & 4 > 9 \\ V & \Rightarrow & F \end{matrix}$

e) $\exists x \in \mathbb{R}: \forall y \in \mathbb{R}: (x^2 > y^2 \Rightarrow x > y)$ $\boxed{V}$

tomo $x = 0 \rightarrow$ $0 > y^2$ es F para todo 'y'

entonces F $\Rightarrow$ lo que sea es $\boxed{V}$

NOTA

⑨ Indique el valor de verdad, demostrando o justificando correctamente:

a) $\exists x : p(x) \wedge \exists(x) : q(x)$ es equivalente a $\exists x : [p(x) \wedge q(x)]$ $\boxed{F}$

$\mathcal{U} = \{x \mid x$ es una prenda de vestir$\}$

$p(x)$: "x es un pantalón"

$q(x)$: "x es una prenda rosa"

puede ser una camisa

- $\exists x : p(x) \wedge \exists x : q(x)$ $\rightsquigarrow$ hay un pantalón y una prenda rosa

$\neq$

- $\exists x : [p(x) \wedge q(x)]$ $\rightsquigarrow$ hay una prenda que es pantalón rosa

b) $\exists x : p(x) \vee \exists x : q(x)$ es equivalente a $\exists x : [p(x) \vee q(x)]$ $\boxed{V}$

- $\exists x : p(x) \vee \exists x : q(x)$ $\rightsquigarrow$ la prenda es pantalón o la prenda es rosa

$=$

- $\exists x : [p(x) \vee q(x)]$ $\rightsquigarrow$ la prenda es pantalón o es rosa

c) $\forall x : p(x) \vee \forall x : q(x)$ es equivalente a $\forall x : [p(x) \vee q(x)]$ $\boxed{F}$

d) $\forall x : p(x) \wedge \forall x : q(x)$ es equivalente a $\forall x : [p(x) \wedge q(x)]$ $\boxed{V}$

$\forall x : p(x) \wedge \forall x : q(x)$: todos los prendas son pantalones y todos los prendas son rosas

$=$

$\forall x : [p(x) \wedge q(x)]$: todos los prendas son pantalones y son de color rosa

NOTA

Mat. Discreta

HOJA N° 6

FECHA 2020

III Razonamientos

10 Escriba en lenguaje simbólico los siguientes razonamientos, indicando el diccionario utilizado, y luego analice la validez de los mismos, demostrando por reglas de inferencias en caso de ser válidos y justificando en caso de ser inválido:

a) Si me pagan el aguinaldo hoy, pagaré la deuda. Si me pagan el sueldo hoy, compraré los pasajes. Me pagan el sueldo o el aguinaldo hoy. Por lo tanto pagaré la deuda o compraré los pasajes.

Dicc:

A : me pagan el aguinaldo
D : pagaré la deuda
S : me pagan el sueldo
P : compraré pasajes

Premisas

1) $A \Rightarrow D$
2) $S \Rightarrow P$
3) $S \vee A$

$\therefore D \vee P$

Dem:

1	$A \Rightarrow D$	Premisa
2	$S \vee A$	Premisa
3	$\sim S \Rightarrow A$	Condicional 2
4	$\sim S \Rightarrow D$	SH 3 y 1
5	$S \vee D$	condicional 4
6	$D \vee S$	conmutatividad 5
7	$\sim D \Rightarrow S$	condicional 6
8	$S \Rightarrow P$	Premisa
9	$\sim D \Rightarrow P$	S.H 7 y 8
10	$\boxed{D \vee P}$	Condic. 9

$\boxed{\text{Raz. VÁLIDO}}$

b) Si no llueve y no hay viento entonces vuelo en el avión. Siempre que llueve me siento mal. Ayer no volé en el avión y me sentí bien. Por lo tanto ayer estuvo ventoso.

Diccionario:

L: "llueve"
V: "hay viento"
A: "vuelo en el avión"
M: "me siento mal"

Premisas:

$\sim L \wedge \sim V \Rightarrow A$
$L \Rightarrow M$
$\sim A \wedge \sim M$

$\boxed{\therefore V}$

Demostración:

1.	$\sim L \wedge \sim V \Rightarrow A$	Premisa
2.	$\sim A \wedge \sim M$	Premisa
3.	$\sim A$	Simplificación 2
4.	$\sim M$	Simplificación 2
5.	$\sim(\sim L \wedge \sim V)$	M.T. 1 y 3
6.	$\sim\sim L \vee \sim\sim V$	De Morgan 5
7.	$L \vee V$	involución 6
8.	$L \Rightarrow M$	Premisa
9.	$\sim L$	M.T. 8 y 4
10.	$\boxed{V}$	S.D. 7 y 9

$\boxed{\text{Razonamiento VÁLIDO}}$

NOTA

c) Si llueve, Pablo va al cine. Siempre que Pablo va al cine, compra pochoclo o helado. Pablo compra pochoclo. Por lo tanto, llueve.

Diccionario

L: "llueve"
C: "Pablo va al cine"
P: "Pablo compra pochoclo"
H: "Pablo compra helado"

Premisas

$L \Rightarrow C$
$C \Rightarrow (P \vee H)$
$\underline{P}$
$\therefore L$

$$\Big[\underbrace{(\underset{F}{L} \Rightarrow C)}_{V} \wedge \underbrace{(C \Rightarrow P \vee H)}_{V} \wedge \underset{V}{P}\Big] \Rightarrow \underset{F}{L}$$

$$\underbrace{\sim(C) = F}_{V}$$

Si $\sim(L) = F$, $\sim(C) = F$ y $\sim(P) = V \Longrightarrow V \Rightarrow F$

$\therefore$ $\boxed{\text{INVALIDO}}$

d) El planeta Kamino no figura en los archivos. Si un planeta no figura en los Archivos, es porque no existe o bien porque alguien lo borró. El planeta Kamino ~~no~~ existe. Por lo tanto alguien lo debe haber borrado del Archivo.

Diccionario

$\mathcal{U} = \{x / x \text{ es un planeta}\}$

$p(x)$: "x figura en los archivos"

$b(x)$: "x fue borrado de los archivos"

$e(x)$: "x existe"

Premisas

$\sim p(\text{Kamino})$
$\forall x \in \mathcal{U}: \sim p(x) \Rightarrow \sim e(x) \vee b(x)$
$\underline{e(\text{Kamino})}$
$\therefore b(\text{Kamino})$

Demostr.:

①	$\forall x \in \mathcal{U}: \sim p(x) \Rightarrow \sim e(x) \vee b(x)$	Premisa
②	$\sim p(\text{Kamino}) \Rightarrow \sim e(\text{Kamino}) \vee b(\text{Kamino})$	P.U. ①
③	$\sim p(\text{Kamino})$	Premisa
④	$\sim e(\text{Kamino}) \vee b(\text{Kamino})$	MP ② y ③
⑤	$e(\text{Kamino})$	Premisa
⑥	$\boxed{b(\text{Kamino})}$	S.D. ④, ⑤

$\boxed{\text{Razonam. VÁLIDO}}$

NOTA

M.D.

HOJA N° 7

FECHA 2020

[1] Analice si los sig. razonamientos son válidos o inválidos, demostrando o justificando según corresponda por el método del condicional asociado $\rightsquigarrow$ $\boxed{V \Rightarrow F}$

a) $\sim p \; ; \; q \Rightarrow t \vee r \; ; \; t \Rightarrow p \quad \therefore \; q \Rightarrow r$

$$\underbrace{\left[(\sim p) \wedge (q \Rightarrow t \vee r) \wedge (t \Rightarrow p)\right]}_{V} \Rightarrow \underbrace{q \Rightarrow r}_{F}$$

$V \wedge V \wedge V$

$\underbrace{v(\sim p) = V}$ $\qquad V \Rightarrow \underbrace{t \vee r}_{V}$ $\qquad V \Rightarrow F$ $\quad \neq V$

$\boxed{v(p) = F}$

$V \Rightarrow F \} \Rightarrow \boxed{v(q) = V} \wedge \boxed{v(r) = F}$

$v(r) = F \Rightarrow \boxed{v(t) = V}$

$\therefore \; \cancel{\exists} \; p, q, r, t$ que hagan que $V \Rightarrow F$ $\quad \boxed{\text{Raz. VÁLIDO}}$

b) $\left\{\underbrace{\left[(p \wedge q) \Rightarrow r\right]}_{V} \wedge \underbrace{(\sim r \vee t)}_{V} \wedge \underbrace{(\sim t)}_{V}\right\} \Rightarrow \underbrace{\sim p}_{F} \Rightarrow \boxed{v(p) = V}$

$V \Rightarrow \boxed{v(t) = F}$

$v(t) = F \leftarrow$

$\Rightarrow F \quad \Rightarrow \boxed{v(r) = F}$

$\hookrightarrow v(p \wedge q) = F \longrightarrow \boxed{v(q) = F}$

$\exists \; p, q, r, t$ tal que $V \Rightarrow F$

$\therefore \boxed{\text{Raz. INVÁLIDO}}$

c) $\left[(a \Rightarrow b) \wedge (\sim b \vee \underbrace{\sim c}_{F}) \wedge (d \Rightarrow a \vee c)\right] \Rightarrow \underbrace{\sim d}_{F} \Rightarrow \boxed{v(d) = V}$

lo supongo $\boxed{v(a) = F}$ $\qquad \boxed{v(b) = F}$

$\Rightarrow v(a) \text{ o } v(c)$

$V \Rightarrow \boxed{v(c) = V}$

analizo el resto

$\exists \; a, b, c, d$ tal que $V \Rightarrow F$ $\therefore \boxed{\text{Raz INVÁLIDO}}$

d) $\left[(p \Rightarrow q \vee r) \wedge (p \vee (\underbrace{\sim t}_{F} \vee \underbrace{s}_{F})) \wedge (\underbrace{\sim q}_{V} \wedge \underbrace{\sim s}_{V}) \wedge (S \Rightarrow \sim t)\right] \Rightarrow \underbrace{\sim t}_{F}$

$V \Rightarrow V$ $\qquad F \Rightarrow F$

$F \Rightarrow \boxed{v(r) = V} \Rightarrow \boxed{v(p) = V} \qquad \boxed{v(q) = F} \qquad \boxed{v(s) = F} \qquad \boxed{v(t) = V}$

$\exists \; r, p, q, s, t$ tal que $V \Rightarrow F \Rightarrow \boxed{\text{Raz. INVÁLIDO}}$

NOTA

(12) Dado el sig. razonamiento complete con una conclusión válida y demuestre, por reglas de inferencias:

"Si él iba solo y desarmado, su jefe no lo mataría. Para suplicarle perdón era necesario ir desarmado. Le suplicó pero igualmente su jefe lo mató" ¿Por qué?

S : "él fue solo"

D : "él estaba desarmado"

M : "Su jefe lo mató"

P : "le pidió perdón"

Premisas : $S \wedge D \Rightarrow \sim M$

$P \Rightarrow D$

P

M

$\therefore \sim S$

Dem : (1) $S \wedge D \Rightarrow \sim M$ Premisa

(2) M Premisa

(3) $\sim (S \wedge D)$ MT (1) y (2)

(4) $P \Rightarrow D$ Premisa

(5) P Premisa

(6) D MP (4) y (5)

(7) $\sim S \vee \sim D$ De Morgan (3)

(8) $\sim S$ SD (7), (6)

→ No iba solo

NOTA

HOJA N° 8

Mat. Discreta

FECHA 2020

(13) Escriba en forma simbólica, previa definición de un diccionario y de un conjunto universal, y analice la validez de los siguientes razonamientos:

a) Todos los grafos completos son conexos. Existen grafos simples que no son conexos. Por lo tanto, existen grafos simples que no son completos.

$\mathcal{U} = \{x / x \text{ es un grafo}\}$

$p(x)$: "x es completo"

$q(x)$: "x es conexo"

$s(x)$: "x es simple"

$\forall x \in \mathcal{U}: p(x) \Rightarrow q(x)$ Premisa

$\exists x \in \mathcal{U}: s(x) \wedge \sim q(x)$ Premisa

$\therefore \exists x \in \mathcal{U}: s(x) \wedge \sim p(x)$

Demostración:

1	$\forall x: p(x) \Rightarrow q(x)$	Premisa
2	$\exists x: s(x) \wedge \sim q(x)$	Premisa
3	$s(a) \wedge \sim q(a)$	PE 2
4	$p(a) \Rightarrow q(a)$	PU 1
5	$\sim q(a)$	LS 3
6	$\sim p(a)$	M.T. 4 y 5
7	$s(a)$	LS 3
8	$s(a) \wedge \sim p(a)$	L.C. 7 y 6
9	$\boxed{\exists x: s(x) \wedge \sim p(x)}$	GE 8

Razonam. VÁLIDO

b) Algunos invitados son ingenieros. Algunos ingenieros dan clase en la facultad. Por lo tanto, algunos invitados dan clases en la facultad

Invitados: Pedro, Marta, José, Juana. (algunos invitados son ing)

Ingenieros: Marta, José, Roberto, Mónica

Docentes: Roberto, Mónica (algunos ing. dan clases)

Marta y José son ingenieros pero no son docentes

Ningún invitado da clases en la facultad

Razon. INVÁLIDO

NOTA

c) Todos los bebés de terapia estaban en incubadora o con respirador. Los que estaban en incubadora eran prematuros y de bajo peso. Lucio, uno de los bebés de terapia, tenía buen peso. Por lo tanto al menos un bebé en terapia estaba con respirador.

$\mathcal{U} = \{x \mid x \text{ es un bebé que está en terapia}\}$

$i(x)$: "x está en incubadora"
$r(x)$: "x está con respirador"
$b(x)$: "x tiene bajo peso"
$p(x)$: "x es prematuro"

$$\begin{array}{l} \forall x \in \mathcal{U}: i(x) \vee r(x) \\ \forall x \in \mathcal{U}: i(x) \Rightarrow p(x) \wedge b(x) \\ \sim b(\text{lucio}) \\ \hline \therefore \exists x \in \mathcal{U}: r(x) \end{array}$$

Demostración:

①	$\forall x: i(x) \vee r(x)$	Premisa
②	$i(\text{lucio}) \vee r(\text{lucio})$	P.U. ①
③	$\forall x: i(x) \Rightarrow p(x) \wedge b(x)$	Premisa
④	$i(\text{lucio}) \Rightarrow p(\text{lucio}) \wedge b(\text{lucio})$	PU. ③
⑤	$[i(\text{lucio}) \Rightarrow p(\text{lucio})] \wedge [i(\text{lucio}) \Rightarrow b(\text{lucio})]$	distrib. ④
⑥	$i(\text{lucio}) \Rightarrow b(\text{lucio})$	LS ⑤
⑦	$\sim b(\text{lucio})$	Premisa
⑧	$\sim i(\text{lucio})$	MT ⑥ y ⑦
⑨	$r(\text{lucio})$	SD ② y ⑧
$\therefore$ ⑩	$\exists x: r(x)$	G.E ⑨

Razonam. VÁLIDO

d) Todas las matrices que tienen dos filas iguales no son inversibles. Las matrices inversibles tienen determinante $\neq 0$. El det de la matriz A es 0. Por lo tanto la matriz A tiene dos filas iguales.

Razonam INVÁLIDO

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \det(A) = 0 \text{ pero } f_1 \neq f_2 \neq f_3$$

NOTA

HOJA N° 9

FECHA 2020

Mat. Discreta UTN

(14) Indique un conjunto Universal y una interpretación de los esquemas proposicionales para comprobar la invalidez del sig. razonamiento:

$\forall x: [d(x) \Rightarrow c(x)]$; $\exists x: [\sim c(x) \wedge p(x)]$ $\therefore$ $\forall x: [c(x) \vee p(x)]$

$\mathcal{U} = \{1, 2, 3\}$

d(x): "x es múltiplo de 2"

c(x): "x es par"

p(x): "x es múltiplo de 3"

• d(1) es F, F ⇒ cualquier cosa, es V ✓

d(2) es V ✓

d(3) es F, F ⇒ cualquier cosa es V ✓

$\forall x: [d(x) \Rightarrow c(x)]$ ✓

• $x = 3 \rightarrow \sim c(3)$ es V ✓

$p(3)$ es V

$\exists x: [\sim c(x) \wedge p(x)]$ ✓

$\therefore$ • $\overbrace{c(1)}^{F} \vee \overbrace{p(1)}^{F} \rightarrow$ no se cumple la conclusión

(15) Complete una conclusión válida para el siguiente razonamiento y demuestre:

$\forall x: [p(x) \vee q(x)]$; $\forall x: [p(x) \Rightarrow r(x)]$; $\sim r(a)$ $\therefore \exists x: \ldots$

Demostración:

1	$\forall x: [p(x) \vee q(x)]$	Premisa
2	$\forall x: [p(x) \Rightarrow r(x)]$	Premisa
3	$\sim r(a)$	Premisa
4	$p(a) \Rightarrow r(a)$	P.U. 2
5	$\sim p(a)$	M.T. 4 y 3
6	$p(a) \vee q(a)$	P.U. 1
7	$q(a)$	S.D 6 y 5
8	$\exists x: q(x)$	G.E 7

$\boxed{\ldots \therefore q(x)}$ ✓

NOTA

(16) Analice la validez de los siguientes razonamientos categóricos, demostrando por reglas de inferencia o justificando correctamente:

a) $\exists x : [p(x) \vee q(x)]$; $\exists x : [\sim q(x) \wedge r(x)]$ $\therefore$ $\exists x : [p(x) \wedge r(x)]$

$\mathcal{U} = \{x \mid x$ es un número entero$\}$

$p(x)$: "x es par"

$q(x)$: "x es múltiplo de 3"

$r(x)$: "x es impar"

- $x_1 = 3 \rightarrow \overbrace{p(3)}^{F} \vee \overbrace{q(3)}^{V} \rightarrow V$ ✓
  $\rightarrow \exists x : [p(x) \vee q(x)]$
- $x_2 = 5 \rightarrow \underbrace{\sim q(5)}_{V} \wedge \underbrace{r(5)}_{V} \rightarrow V$ ✓
  $\rightarrow \exists x : [\sim q(x) \wedge r(x)]$

Premisas Verdaderas

Pero $\nexists x$: sea par e impar al mismo tiempo. $\rightarrow$ conclusión FALSA

$\boxed{\text{Razonamiento INVÁLIDO}}$

b) $\forall x : \sim [p(x) \vee q(x)]$ $\therefore$ $\exists x : \sim q(x)$

Demostración:

1	$\forall(x) : \sim [p(x) \vee q(x)]$	Premisa
2	$\sim [p(a) \vee q(a)]$	P.U. 1
3	$(\sim p(a)) \wedge (\sim q(a))$	De Morgen 2
4	$\sim q(a)$	L.S. 3
5	$\boxed{\exists x : \sim q(x)}$	G.E. 4

$\boxed{\text{Razonamiento VÁLIDO}}$

NOTA

HOJA N° 10

Mat. Discreta UTN

FECHA 2020

(17) Dadas las premisas: "todas las frutas que están en la heladera están lavadas. Algunas frutas no están lavadas y son deliciosas"

Indique cuál de las sig. conclusiones es válida y demuestre por reglas de inferencias:

c_1: "Algunas frutas están en la heladera y son deliciosas"

c_2: "todas las frutas que están en la heladera son deliciosas"

c_3: "Algunas frutas no están en la heladera y son deliciosas"

$\mathcal{U} = \{x : x \text{ es una fruta}\}$

$h(x)$: "x está en la heladera"

$d(x)$: "x es deliciosa"

$l(x)$: "x está lavada"

$$\left.\begin{array}{l} \forall x : [h(x) \Rightarrow l(x)] \\ \exists x : [\sim l(x) \wedge d(x)] \\ \therefore \ \ldots \end{array}\right.$$

<u>Dem</u>:

1	$\forall x : [h(x) \Rightarrow l(x)]$	Premisa
2	$\exists x : [\sim l(x) \wedge d(x)]$	Premisa
3	$\sim l(a) \wedge d(a)$	P.E. 2
4	$h(a) \Rightarrow l(a)$	P.U. 1
5	$\sim l(a)$	L.S. 3
6	$\sim h(a)$	M.T. 4 y 5
7	$d(a)$	L.S. 3
8	$\sim h(a) \wedge d(a)$	LC 6 y 7
9	$\boxed{\exists x : \sim h(x) \wedge d(x)}$	G.E 8

alguna fruta no está en la heladera y es deliciosa

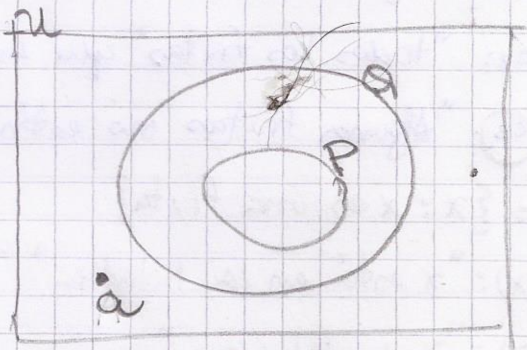
NOTA

(18) Utilizando conjuntos reescriba los sig. razonamientos categóricos y analice su validez con diagramas de Venn:

a) $\forall x : [p(x) \Rightarrow q(x)] ; \sim q(a) \therefore \sim p(a)$

$P = \{x : p(x)\}$; $Q = \{x : q(x)\}$, $a \in \mathcal{U}$ → conj. universal

$\forall x \in \mathcal{U} : \underbrace{[x \in P \Rightarrow x \in Q]}_{P \subseteq Q} ; a \notin Q \therefore a \notin P$



Raz. VÁLIDO

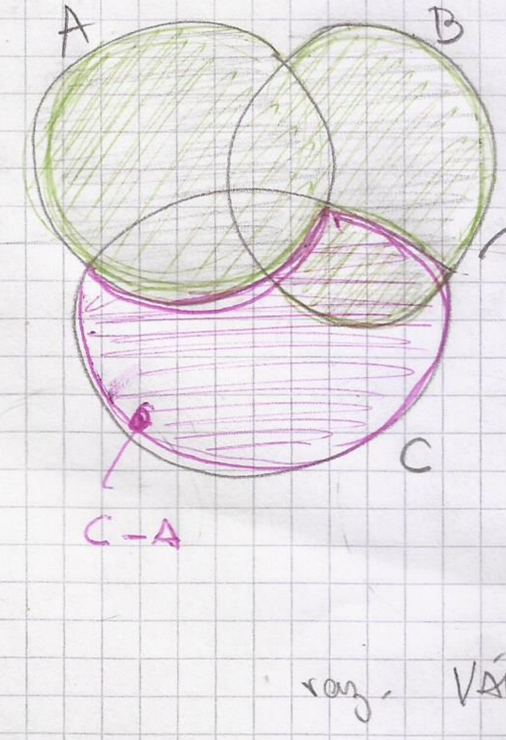
b) $\forall x : [a(x) \vee b(x)] ; \exists x : c(x) \wedge \sim a(x) \therefore \exists x : c(x) \wedge b(x)$

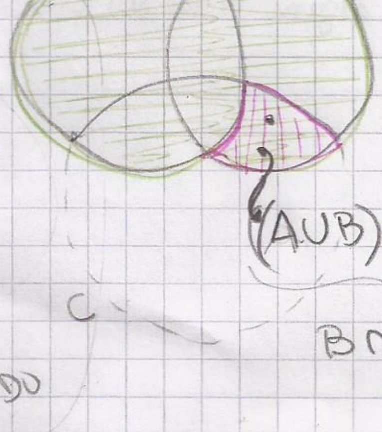
$A = \{x : a(x)\}$; $B = \{x : b(x)\}$; $C = \{x : c(x)\}$

$\forall x : x \in A \vee x \in B ; \exists x : x \in C \wedge x \notin A ; \therefore \exists x : x \in C \wedge x \in B$

$\forall x : x \in (A \cup B) ; \exists x : x \in (C - A) ; \exists x : x \in (C \cap B)$

$\forall x : x \in A \cup B$; $C - A \neq \emptyset$; $C \cap B \neq \emptyset$





$(A \cup B) \cap (C - A)$

$B \cap C \neq \emptyset$

raz. VÁLIDO

NOTA