Aufgabe 1

Zeilenumformungen: $(1)-(2) \to (1), (2)-(3) \to (2), \ldots, (n-1)-(n) \to (n-1)$

Vebleibende Matrix: $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ 1 & 1 & -1 & \cdots & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n \end{pmatrix}$

Spaltenumformungen: $(2)+(1) \to (2), (3)+(1) \to (3), \ldots, (n)+(1) \to (n)$

Vebleibende Matrix: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 2 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 2 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 3 & 4 & \cdots & n+1 \end{pmatrix}$

Determinante einer Dreiecksmatrix = Produkt der Diagonaleinträge

$\Rightarrow \det A_n = 2^{n-2} \cdot (n+1)$

(Beachte: die Herleitung der Formel gilt nur für $n \geq 2$, die Formel selbst für alle n. Für $n = 1$ Überprüfung der Formel durch explizites ausrechnen)