Aufgabe 1

(a) Individuelle Antwort, am einfachsten ist jedoch $B := (x_1, x_2, x_3, \dots)$ mit $x_1 = (0,1,0,0,\dots)+U, x_2 = (0,0,1,0,0,0,\dots)+U, x_3 = (0,0,0,1,0,\dots)+U, x_n = X^n+U, \dots$
(b) $f\colon {}^{K[X]}/_{U} \to K[X], f((a_0, a_1, a_2, a_3, \dots) + U) = (a_1, a_2, a_3, ...)$.
Beachte: Vertreter einer Äquivalenzklasse unterscheiden sich nur in a_0. Der Funktionswert hängt aber NICHT von a_0 ab $\Rightarrow$ Wohldefiniertheit.
Zeige noch, dass f Isomorphismus ist.
(c) Antwort abhängig von der Antwort zu (a), hier: Sei $v = (a_0, a_1, a_2, \dots) + U$. Dann ist $g_n(v) = a_n$. Wohldefiniert, da keine der Funktionen von a_0 abhängt.
(d) Antwort abhängig von der Antwort zu (a) und (c), hier: $g_1(v) = 5, g_2(v) = 3, g_3(v) = 6, g_4(v) = 7, g_n(v) = 0 (n \in \mathbb{N}, n \geq 5)$

Aufgabe 2

Hier nur die Ansätze und Lösungen:
(a) Gaußscher Algorithmus.
(b) $b_1^*(x) = \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} x$. Es gilt: $b_1^*(b_1) = 1, b_1^*(b_2) = b_1^*(b_3) = 0$. Gleichermaßen mit b_2^* und b_3^*.
Der Ansatz führt auf 3 LGS; lösen ergibt: $b_1^*(x) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} x$, $b_2^*(x) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} x$ und $b_3^*(x) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} x$.
(c) Stelle x als Linearkomb. der Basisvektoren dar $\Rightarrow x = 2b_1 + 2b_2 + 2b_3$.
Daraus folgt $\varphi = 2b_1^* + 2b_2^* + 2b_3^* \Rightarrow \varphi(y) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} y \Rightarrow \varphi(x) = 0$.