Aufgabe 1

(a) Nein, z.B. $n = 2, A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, A \cdot B$ ist nicht in S.
(b) nein ($E_n, -E_n \in S$; $E_n - E_n = 0$; Die Nullmatrix ist aber nicht regulär).
(c) $E_n \in S'$.
Überprüfe das Untergruppenkriterium. Seien also $A, B \in S'$.
$(A \cdot B^{-1})^T$ | Kommutativität
$= (B^{-1} \cdot A)^T$ | Regeln beim Transponieren
$= A^T \cdot (B^{-1})^T$ | A,B symmetrisch
$= A \cdot B^{-1} \Rightarrow$ Behauptung (Mithilfe des UGK)

Aufgabe 2

$\Rightarrow$: Falls H Normalteiler ist, ist H auch Untergruppe $\rightarrow$ trivial
$\Leftarrow$: H ist nicht leer und (ii) $\Rightarrow$ H ist UG von G. Zeige mit (i), dass G abelsch ist: $y \circ x = y \circ x \circ e = y \circ x \circ (x \circ y)^{-1} \circ x \circ y$ |(i)
$= y \circ x \circ x^{-1} \circ y^{-1} \circ x \circ y = y \circ y^{-1} \circ x \circ y = x \circ y$. Dann ist jede UG Normalteiler von G $\Rightarrow$ Beh.