

Aufgaben zum Lambdakalkül

Aufgabe 1

Das SKI-Kalkül verwendet die Kombinatoren $S = \lambda x. \lambda y. \lambda z. x z (y z)$, $K = \lambda x. \lambda y. x$ und $I = \lambda x. x$. Zusätzlich lassen sich die Kombinatoren $C = \lambda f. \lambda x. \lambda y. f y x$ und $B = \lambda f. \lambda g. \lambda x. f (g x)$ definieren.

1. Zeigen Sie $S K \stackrel{\eta, \beta}{=} K I$, indem Sie zeigen:
 $S K x y \Rightarrow^* Z$ und $K I x y \Rightarrow^* Z$ für den gleichen Term Z .
2. Der Kombinator Ψ ist wie folgt definiert: $\Psi = \lambda f. \lambda g. \lambda x. \lambda y. f (g x) (g y)$.
 - (a) Geben Sie den allgemeinsten Typ von Ψ an.
 - (b) Zeigen Sie $C I x y \Rightarrow^* y x$.
 - (c) Der Kombinator C' sei definiert durch $C' = B (B C) C$.
Zeigen Sie: $C' f x y z \Rightarrow^* f z x y$.
 - (d) Der Kombinator S kann dargestellt werden als $C' (B (\Psi I) (C I))$.
Zeigen Sie, dass tatsächlich $C' (B (\Psi I) (C I)) x y z \Rightarrow^* x z (y z)$.