Relasi

MATEMATIKA DISKRIT

Erwin Hidayat:
erwin.blog.dinus.ac.id

Mail to:
erwin@dsn.dinus.ac.id

Bahasan Materi

- Pendahuluan
- Definisi
- Representasi Relasi
- Sifat-sifat Relasi Biner
- Relasi Inversi
- Kombinasi Relasi
- Komposisi Relasi

Pendahuluan

- Jika ada dua himpunan *A* dan *B*, bagaimana menyatakan hubungan antara anggota kedua himpunan tersebut?
- Pada kondisi ini, bisa menggunakan pasangan terurut (*ordered pairs*) dalam bentuk (*a*, *b*), yang dalam hal ini *a* diambil dari *A* dan *b* diambil dari *B*
- Dapat dikatakan, *a* dihubungkan dengan *b* oleh sebuah **relasi**

Pendahuluan

- Contoh 1:
  - A = {Hasan, Tanti, Rommi, Yusuf, Aditya} adalah himpunan mahasiswa,
  - B = {Toyota, Daihatsu, Mercedes, VW} adalah himpunan kendaraan
- Misalkan R adalah relasi yang menyatakan mahasiswa dan mobil yang dikendarainya.
  - R = {(Hasan, Daihatsu), (Rommi, Toyota), (Yusuf, Mercedes), (Aditya, Toyota)}
- Ini berarti Hasan mengendarai Daihatsu, Rommi mengendarai Toyota, Yusuf mengendarai Mercedes, dan Aditya mengendarai Toyota. Yusuf tidak mengendarai mobil apapun. Mobil VW tidak dikendarai siapapun di dalam relasi itu.

Pendahuluan

- Contoh 2:
  - *A* = {Daffa, Yosef, Harkunti, Mahendra, Wayan} adalah himpunan mahasiswa,
  - *B* = {A, AB, B, BC, C, D, E} adalah himpunan nilai.
- Misalkan *R* adalah relasi yang menyatakan mahasiswa dan nilai Mata Kuliah Matematika Disrit yang diperolehnya pada semester ganjil
  - *R* = {(Daffa, BC), (Yosef, A), (Harkunti, A), (Mahendra, B)}
- Ini berarti Daffa mendapat BC, Yosef mendapat A, Harkunti mendapat A, Mahendra mendapat B. Wayan tidak mengambil Matematika Diskrit. Tidak ada mahasiswa yang mendapat C, D, dan E.

Definisi

- Hubungan antara elemen himpunan dengan elemen himpunan lain dinyatakan dengan struktur yang disebut **relasi**.
- Relasi antara himpunan *A* dan *B* disebut **relasi biner**, didefinisikan sebagai:

  "Relasi biner *R* antara *A* dan *B* adalah himpunan bagian dari *A* x *B*."
- Notasi : $R \subseteq (A \times B)$

Definisi

- *a R b* adalah notasi untuk (*a*, *b*) $\in$ *R*, yang artinya *a* dihubungkan dengan *b* oleh *R*
- *a R b* adalah notasi untuk (*a*, *b*) $\notin$ *R*, yang artinya *a* tidak dihubungkan dengan *b* oleh relasi *R*.
- Himpunan *A* disebut daerah asal (domain) dari *R*, dan himpunan B disebut daerah hasil (*range*) dari *R*.

Definisi

- Contoh 3:
  - A = {Amir, Budi, Cecep}
  - B = {A11.221, A11.251, A11.342, A11.323}
  - $A \times B$ = {(Amir, A11.221), (Amir, A11.251), (Amir, A11.342), (Amir, A11.323),
    (Budi, A11.221), (Budi, A11.251), (Budi, A11.342), (Budi, A11.323),
    (Cecep, A11.221), (Cecep, A11.251), (Cecep, A11.342), (Cecep,
    A11.323)}

Definisi

- $A \times B$ = {(Amir, A11.221), (Amir, A11.251), (Amir, A11.342), (Amir, A11.323), (Budi, A11.221), (Budi, A11.251), (Budi, A11.342), (Budi, A11.323), (Cecep, A11.221), (Cecep, A11.251), (Cecep, A11.342), (Cecep, A11.323)}

- Misalkan *R* adalah relasi yang menyatakan mata kuliah yang diambil oleh mahasiswa pada semester ganjil, yaitu:
  - *R* = {(Amir, A11.251), (Amir, A11.323), (Budi, A11.221), (Budi, A11.251), (Cecep, A11.323)}
- Dapat dilihat bahwa $R \subseteq (A \text{ x } B)$,
  - *A* adalah daerah asal *R*, dan *B* adalah daerah hasil *R*.
  - (Amir, A11.251) $\in R$ atau Amir *R* A11.251
  - (Amir, A11.342) $\notin R$ atau Amir $\cancel{R}$ A11.342.

Definisi

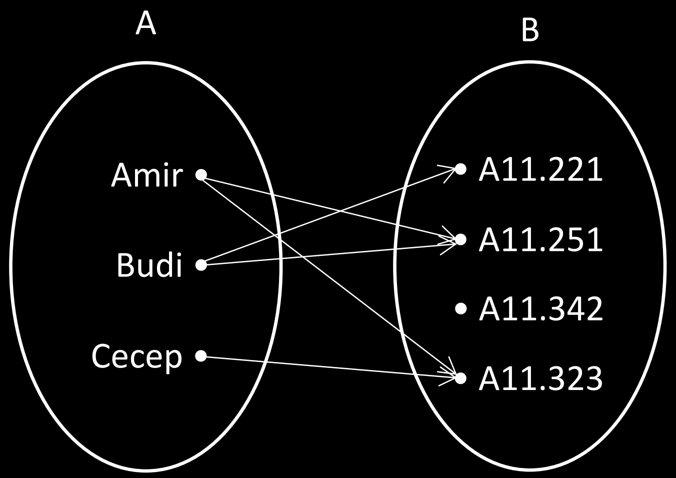
- Contoh 4:
  - Misalkan $P = \{2, 3, 4\}$ dan $Q = \{2, 4, 8, 9, 15\}$. Jika didefinisikan relasi R dari P ke Q dengan
    - $(p, q) \in R$ jika p habis membagi q
  - Maka diperoleh
    - $R = \{(2, 2), (2, 4), (4, 4), (2, 8), (4, 8), (3, 9), (3, 15)\}$

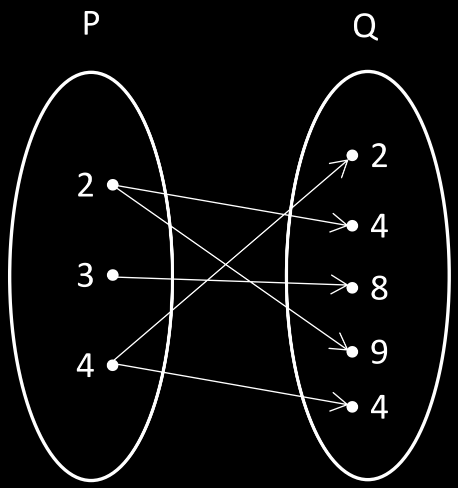
Definisi

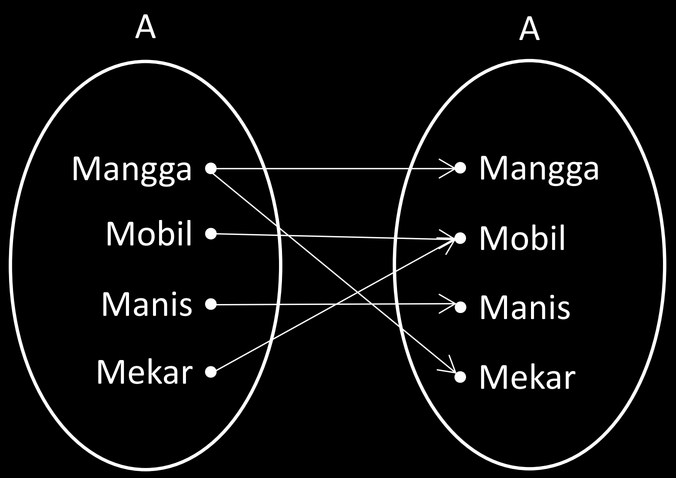
- Relasi pada sebuah himpunan adalah relasi yang khusus
- Relasi pada himpunan A adalah relasi dari $A \times A$.
- Relasi pada himpunan A tersebut dinyatakan dengan $R \subseteq (A \text{ x } A)$
- Contoh 5:
  - Misalkan R adalah relasi pada $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$ yang didefinisikan oleh
    - $(x, y) \in R$, jika x adalah faktor prima dari y
  - Maka:
    - $R = \{(2, 2), (2, 4), (2, 8), (3, 3), (3, 9)\}$

Representasi Relasi

1. Diagram Panah







Representasi Relasi

2. Tabel

- Kolom pertama tabel menyatakan daerah asal, sedangkan kolom kedua menyatakan daerah hasil.

A	B
Amir	A11.251
Amir	A11.323
Budi	A11.221
Budi	A11.251
Cecep	A11.323

P	Q
2	4
2	9
3	8
4	2
4	15

A	A
Mangga	Mangga
Mangga	Mekar
Mobil	Mobil
Manis	Manis
Mekar	Mobil

Representasi Relasi

3. Matriks

- Misalkan R adalah relasi dari $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ dan $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$.
- Relasi R dapat disajikan dengan matriks $M = [m_{ij}]$,

- $$M = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} b_1 & b_2 & \cdots & b_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} m_{11} & m_{11} & \cdots & m_{11} \\ m_{11} & m_{11} & \cdots & m_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{11} & m_{11} & \cdots & m_{11} \end{bmatrix} \end{array}$$

yang dalam hal ini

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & (a_i, b_j) \in R \\ 0, & (a_i, b_j) \notin R \end{cases}$$

Representasi Relasi

- R = {(Amir, A11.251), (Amir, A11.323), (Budi, A11.221), (Budi, A11.251), (Cecep, A11.323)}

- Contoh 6:
  - Relasi R pada Contoh 3 dapat dinyatakan dengan matriks:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - dengan a_1 = Amir, a_2 = Budi, a_3 = Cecep, dan b_1 = A11.221, b_2 = A11.251, b_3 = A11.342, dan b_4 = A11.323

  - Relasi R pada Contoh 4 dapat dinyatakan dengan matriks:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

  - dengan $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_3 = 4$, dan $b_1 = 2$, $b_2 = 4$, $b_3 = 8$, dan $b_4 = 9$, dan $b_5 = 15$.

- R = {(2, 2), (2, 4), (4, 4), (2, 8), (4, 8), (3, 9), (3, 15)}

Representasi Relasi

4. Graf Berarah

- Relasi pada sebuah himpunan dapat direpresentasikan secara grafis dengan **graf berarah** (*directed graph* atau *digraph*)
- Tiap elemen himpunan dinyatakan dengan sebuah titik (disebut juga simpul atau *vertex*), dan tiap pasangan terurut dinyatakan dengan busur (*arc*)
- *Catatan*: pada kuliah ini, graf berarah tidak didefinisikan untuk merepresentasikan relasi dari suatu himpunan ke himpunan lain

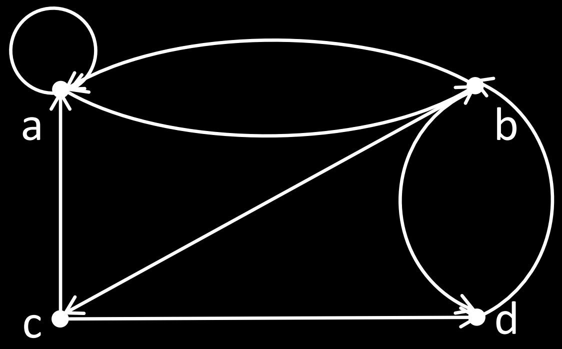
Representasi Relasi

4. Graf Berarah

- Jika $(a, b) \in R$, maka sebuah busur dibuat dari simpul *a* ke simpul *b*. Simpul *a* disebut **simpul asal** (*initial vertex*) dan simpul *b* disebut **simpul tujuan** (*terminal vertex*)
- Pasangan terurut (a, a) dinyatakan dengan busur dari simpul *a* ke simpul *a* sendiri. Busur semacam itu disebut **gelang** atau **kalang** (*loop*)

Representasi Relasi

- Contoh 7:
  - Misalkan $R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, c), (b, d), (c, a), (c, d), (d, b)\}$ adalah relasi pada himpunan $\{a, b, c, d\}$.
  - R direpresentasikan dengan graf berarah sebagai berikut:



Sifat-sifat Relasi Biner

1. Refleksif (*reflexive*)

- Relasi R pada himpunan A disebut **refleksif** jika $(a, a) \in R$ untuk setiap $a \in A$.
- Relasi R pada himpunan A tidak refleksif jika ada $a \in A$ sedemikian sehingga $(a, a) \notin R$.

Sifat-sifat Relasi Biner

- Contoh 8:
  - Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$, dan relasi R di bawah ini didefinisikan pada himpunan A, maka:
    - Relasi $R = \{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ bersifat refleksif karena terdapat elemen relasi yang berbentuk (a, a), yaitu (1, 1), (2, 2), (3, 3), dan (4, 4).
    - Relasi $R = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ tidak bersifat refleksif karena $(3, 3) \notin R$.
- Contoh 9:
  - Relasi “habis membagi” pada himpunan bilangan bulat positif bersifat refleksif karena setiap bilangan bulat positif habis dibagi dengan dirinya sendiri, sehingga $(a, a) \in R$ untuk setiap $a \in A$.

Sifat-sifat Relasi Biner

- Ciri-ciri:
  - Relasi yang bersifat refleksif mempunyai matriks yang elemen diagonal utamanya semua bernilai 1

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

  - Memiliki gelang pada setiap simpul graf berarah

Sifat-sifat Relasi Biner

2. Menghantar (*transitive*)

- Relasi *R* pada himpunan *A* disebut **menghantar** jika (a, b) ∈ R dan (b, c) ∈ R, maka (a, c) ∈ R, untuk $a, b, c \in A$.

Sifat-sifat Relasi Biner

- Contoh 10:
  - Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$, dan relasi R di bawah ini didefinisikan pada himpunan A, maka:
    - $R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$ bersifat menghantar. Lihat tabel berikut:

(a, b)	(b, c)	(a, c)
(3, 2)	(2, 1)	(3, 1)
(4, 2)	(2, 1)	(4, 1)
(4, 3)	(3, 1)	(4, 1)
(4, 3)	(3, 2)	(4, 2)

- $R = \{(1, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2)\}$ tidak manghantar karena (2, 4) dan (4, 2) $\in R$, tetapi (2, 2) $\notin R$, begitu juga (4, 2) dan (2, 3) $\in R$, tetapi (4, 3) $\notin R$
- $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ jelas menghantar
- $R = \{(1, 2), (3, 4)\}$ menghantar karena tidak ada $(a, b) \in R$ dan $(b, c) \in R$ sedemikian sehingga $(a, c) \in R$
- Relasi yang hanya berisi satu elemen seperti $R = \{(4, 5)\}$ selalu menghantar

Sifat-sifat Relasi Biner

- Relasi yang bersifat menghantar tidak mempunyai ciri khusus pada matriks representasinya
- Sifat menghantar pada graf berarah ditunjukkan oleh: jika ada busur dari *a* ke *b* dan dari *b* ke *c*, maka juga terdapat busur berarah dari *a* ke *c*.

Sifat-sifat Relasi Biner

3. Setangkup (*symmetric*) dan Tolak setangkup (*antisymmetric*)

- Relasi R pada himpunan A disebut **setangkup** jika $(a, b) \in R$, maka $(b, a) \in R$ untuk $a, b \in A$
- Relasi R pada himpunan A tidak setangkup jika $(a, b) \in R$ sedemikian sehingga $(b, a) \notin R$
- Relasi R pada himpunan A sedemikian sehingga $(a, b) \in R$ dan $(b, a) \in R$ hanya jika $a = b$ untuk $a, b \in A$ disebut **tolak-setangkup**
- Relasi R pada himpunan A tidak tolak-setangkup jika ada elemen berbeda a dan b sedemikian sehingga $(a, b) \in R$ dan $(b, a) \in R$.

Sifat-sifat Relasi Biner

- Contoh 11:
  - Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$, dan relasi R di bawah ini didefinisikan pada himpunan A, maka:
    - Relasi $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (4, 2), (4, 4)\}$ bersifat setangkup karena jika $(a, b) \in R$ maka (b, a) juga $\in R$. Di sini (1, 2) dan $(2, 1) \in R$, begitu juga (2, 4) dan $(4, 2) \in R$.
    - Relasi $R = \{(1, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2) \}$ tidak setangkup karena $(2, 3) \in R$, tetapi $(3, 2) \notin R$
    - Relasi $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3) \}$ tolak-setangkup karena $1 = 1$ dan $(1, 1) \in R$, $2 = 2$ dan $(2, 2) \in R$, dan $3 = 3$ dan $(3, 3) \in R$. Perhatikan bahwa R juga setangkup.
    - Relasi $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3) \}$ tolak-setangkup karena $(1, 1) \in R$ dan $1 = 1$ dan, $(2, 2) \in R$ dan $2 = 2$. Perhatikan bahwa R tidak setangkup.

Sifat-sifat Relasi Biner

- Contoh 11:
  - Misalkan A = {1, 2, 3, 4}, dan relasi R di bawah ini didefinisikan pada himpunan A, maka:
    - Relasi R = {(1, 1), (2, 4), (3, 3), (4, 2) } tidak tolak-setangkup karena $2 \neq 4$ tetapi (2, 4) dan (4, 2) anggota R. Relasi R pada butir pertama dan kedua di atas juga tidak tolak-setangkup
    - Relasi R = {(1, 2), (2, 3), (1, 3)} tidak setangkup tetapi tolak-setangkup
    - Relasi R = {(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 2), (4, 4)} tidak setangkup dan tidak tolak-setangkup. R tidak setangkup karena $(4, 2) \in R$ tetapi $(2, 4) \notin R$. R tidak tolak-setangkup karena $(2, 3) \in R$ dan $(3, 2) \in R$ tetapi $2 \neq 3$

Sifat-sifat Relasi Biner

- Relasi yang bersifat setangkup mempunyai matriks yang elemen-elemen di bawah diagonal utama merupakan pencerminan dari elemen-elemen di atas diagonal utama, atau $m_{ij} = m_{ji} = 1$, untuk $i = 1, 2, \ldots, n$:

$$\begin{bmatrix} & 1 & & 1 & \\ 1 & & & & \\ & & & & 0 \\ 1 & & & & \\ & & 0 & & \end{bmatrix}$$

- Sedangkan graf berarah dari relasi yang bersifat setangkup dicirikan oleh: jika ada busur dari *a* ke *b*, maka juga ada busur dari *b* ke *a*.

Sifat-sifat Relasi Biner

- Matriks dari relasi tolak-setangkup mempunyai sifat yaitu jika $m_{ij} = 1$ dengan $i \neq j$, maka $m_{ji} = 0$. Dengan kata lain, matriks dari relasi tolak-setangkup adalah jika salah satu dari $m_{ij} = 0$ atau $m_{ji} = 0$ bila $i \neq j$:

$$\begin{bmatrix} & 1 & & 0 & \\ 0 & & & & \\ & & & & 1 \\ 1 & & & & \\ & & 0 & & \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat Relasi Biner

- Sedangkan graf berarah dari relasi yang bersifat tolak-setangkup dicirikan oleh: jika dan hanya jika tidak pernah ada dua busur dalam arah berlawanan antara dua simpul berbeda.

Relasi Inversi

- Misalkan R adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B. Invers dari relasi R, dilambangkan dengan R^{-1}, adalah relasi dari B ke A yang didefinisikan oleh

$$R^{-1} = \{(b, a) \mid (a, b) \in R\}$$

Relasi Inversi

- Contoh 12:
- Misalkan $P = \{2, 3, 4\}$ dan $Q = \{2, 4, 8, 9, 15\}$. Jika didefinisikan relasi R dari P ke Q dengan

  $(p, q) \in R$ jika p habis membagi q

  maka diperoleh

  $R = \{(2, 2), (2, 4), (4, 4), (2, 8), (4, 8), (3, 9), (3, 15)\}$

- R^{-1} adalah *invers* dari relasi R, yaitu relasi dari Q ke P dengan

  $(q, p) \in R^{-1}$ jika q adalah kelipatan dari p

  maka diperoleh

  $R^{-1} = \{(2, 2), (4, 2), (4, 4), (8, 2), (8, 4), (9, 3), (15, 3)\}$

Relasi Inversi

- Contoh 13:
- Jika M adalah matriks yang merepresentasikan relasi R,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- maka matriks yang merepresentasikan relasi R^{-1}, misalkan N, diperoleh dengan melakukan *transpose* terhadap matriks M,

$$N = M^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Kombinasi Relasi

- Karena relasi biner merupakan himpunan pasangan terurut, maka operasi himpunan seperti irisan, gabungan, selisih, dan beda setangkup antara dua relasi atau lebih juga berlaku.
- Jika R_1 dan R_2 masing-masing adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B, maka $R_1 \cap R_2$, $R_1 \cup R_2$, $R_1 - R_2$, dan $R_1 \oplus R_2$ juga adalah relasi dari A ke B.

Kombinasi Relasi

- Contoh 14:
  - Misalkan $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$
  - Relasi $R_1 = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$
  - Relasi $R_2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d)\}$

  - $R_1 \cap R_2 = \{(a, a)\}$
  - $R_1 \cup R_2 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (a, c), (a, d)\}$
  - $R_1 - R_2 = \{(b, b), (c, c)\}$
  - $R_2 - R_1 = \{(a, b), (a, c), (a, d)\}$
  - $R_1 \oplus R_2 = \{(b, b), (c, c), (a, b), (a, c), (a, d)\}$

Kombinasi Relasi

- Jika relasi R_1 dan R_2 masing-masing dinyatakan dengan matriks M_{R1} dan M_{R2}, maka matriks yang menyatakan gabungan dan irisan dari kedua relasi tersebut adalah

$$M_{R1 \cup R2} = M_{R1} \vee M_{R2}$$

dan

$$M_{R1 \cap R2} = M_{R1} \wedge M_{R2}$$

Kombinasi Relasi

- Contoh 15:
  - Misalkan bahwa relasi R_1 dan R_2 pada himpunan A dinyatakan oleh matriks

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

dan

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- maka

$$M_{R1 \cup R2} = M_{R1} \vee M_{R2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{R1 \cap R2} = M_{R1} \wedge M_{R2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Komposisi Relasi

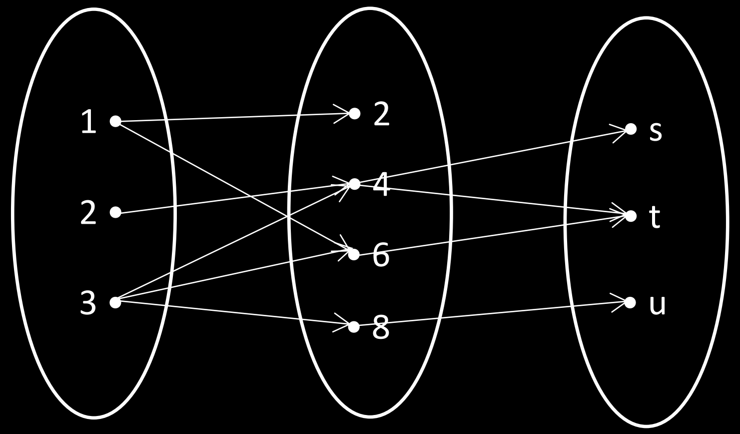
- Misalkan R adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B, dan S adalah relasi dari himpunan B ke himpunan C. Komposisi R dan S, dinotasikan dengan $S \circ R$, adalah relasi dari A ke C yang didefinisikan oleh:
- $S \circ R = \{(a, c) \mid a \in A, c \in C,$ dan untuk beberapa $b \in B, (a, b) \in R$ dan $(b, c) \in S\}$

Komposisi Relasi

- Contoh 16:
  - Misalkan
    - R = {(1, 2), (1, 6), (2, 4), (3, 4), (3, 6), (3, 8)} adalah relasi dari himpunan {1, 2, 3} ke himpunan {2, 4, 6, 8} dan
    - S = {(2, u), (4, s), (4, t), (6, t), (8, u)} adalah relasi dari himpunan {2, 4, 6, 8} ke himpunan {s, t, u}.
  - Maka komposisi relasi R dan S adalah
    - $S \circ R$ = {(1, u), (1, t), (2, s), (2, t), (3, s), (3, t), (3, u)}

Komposisi Relasi

- Komposisi relasi *R* dan *S* lebih jelas jika diperagakan dengan diagram panah:



Komposisi Relasi

- Jika relasi R_1 dan R_2 masing-masing dinyatakan dengan matriks M_{R1} dan M_{R2}, maka matriks yang menyatakan komposisi dari kedua relasi tersebut adalah

$$M_{R2 \circ R1} = M_{R1} \cdot M_{R2}$$

  yang dalam hal ini operator "." sama seperti pada perkalian matriks biasa, tetapi dengan mengganti tanda kali dengan "$\wedge$" dan tanda tambah dengan "$\vee$".

Komposisi Relasi

- Contoh 17:
  - Misalkan bahwa relasi R_1 dan R_2 pada himpunan A dinyatakan oleh matriks

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

maka matriks yang menyatakan $R_2 \circ R_1$ adalah

- $M_{R2 \circ R1} = M_{R1} \,.\, M_{R2}$

$$= \begin{bmatrix} (1\wedge0)\vee(0\wedge0)\vee(1\wedge1) & (1\wedge1)\vee(0\wedge0)\vee(1\wedge0) & (1\wedge0)\vee(0\wedge1)\vee(1\wedge1) \\ (1\wedge0)\vee(1\wedge0)\vee(0\wedge1) & (1\wedge1)\vee(1\wedge0)\vee(0\wedge0) & (1\wedge0)\vee(1\wedge1)\vee(0\wedge1) \\ (0\wedge0)\vee(0\wedge0)\vee(0\wedge1) & (0\wedge1)\vee(0\wedge0)\vee(0\wedge0) & (0\wedge0)\vee(0\wedge1)\vee(0\wedge1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Relasi *n-ary*

- Relasi biner hanya menghubungkan antara dua buah himpunan.
- Relasi yang lebih umum menghubungkan lebih dari dua buah himpunan. Relasi tersebut dinamakan relasi *n-ary* (baca: ener).
- Jika n = 2, maka relasinya dinamakan relasi biner (bi = 2). Relasi *n-ary* mempunyai terapan penting di dalam basisdata.
- Misalkan A_1, A_2, …, A_n adalah himpunan. Relasi *n-ary* R pada himpunan-himpunan tersebut adalah himpunan bagian dari $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$, atau dengan notasi $R \subseteq A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$. Himpunan A_1, A_2, …, A_n disebut daerah asal relasi dan n disebut **derajat**.

Relasi *n-ary*

- Contoh 18:
- Misalkan:
  - *NIM* = {13598011, 13598014, 13598015, 13598019, 13598021, 13598025}
  - *Nama* = {Amir, Santi, Irwan, Ahmad, Cecep, Hamdan}
  - *MatKul* = {Matematika Diskrit, Algoritma, Struktur Data, Arsitektur Komputer}
  - *Nilai* = {A, B, C, D, E}
  - Relasi *MHS* terdiri dari 5-tupel (*NIM*, *Nama*, *MatKul*, *Nilai*):

$$MHS \subseteq NIM \times Nama \times MatKul \times Nilai$$

Relasi *n-ary*

- Satu contoh relasi yang bernama MHS adalah:
  - *MHS* = {(13598011, Amir, Matematika Diskrit, A),
    (13598011, Amir, Arsitektur Komputer, B),
    (13598014, Santi, Arsitektur Komputer, D),
    (13598015, Irwan, Algoritma, C),
    (13598015, Irwan, Struktur Data C),
    (13598015, Irwan, Arsitektur Komputer, B),
    (13598019, Ahmad, Algoritma, E),

Relasi *n-ary*

(13598021, Cecep, Algoritma, A),
(13598021, Cecep, Arsitektur Komputer, B),
(13598025, Hamdan, Matematika Diskrit, B),
(13598025, Hamdan, Algoritma, A, B),
(13598025, Hamdan, Struktur Data, C),
(13598025, Hamdan, Ars. Komputer, B)
}

Relasi *n-ary*

- Basisdata (*database*) adalah kumpulan tabel
- Salah satu model basisdata adalah model basisdata relasional (relational database). Model basisdata ini didasarkan pada konsep relasi *n-ary*
- Pada basisdata relasional, satu tabel menyatakan satu relasi. Setiap kolom pada tabel disebut **atribut**. Daerah asal dari atribut adalah himpunan tempat semua anggota atribut tersebut berada.
- Setiap tabel pada basisdata diimplementasikan secara fisik sebagai sebuah *file*.

Relasi *n-ary*

- Satu baris data pada tabel menyatakan sebuah *record*, dan setiap atribut menyatakan sebuah *field*.
- Secara fisik basisdata adalah kumpulan *file*, sedangkan *file* adalah kumpulan *record*, setiap *record* terdiri atas sejumlah *field*.
- Atribut khusus pada tabel yang mengidentifikasikan secara unik elemen relasi disebut **kunci** (*key*).

Relasi *n-ary*

- Operasi yang dilakukan terhadap basisdata dilakukan dengan perintah pertanyaan yang disebut *query*.
- Contoh *query*:
    - “tampilkan semua mahasiswa yang mengambil mata kuliah Matematika Diskrit”
    - “tampilkan daftar nilai mahasiswa dengan NIM = 13598015”
    - “tampilkan daftar mahasiswa yang terdiri atas NIM dan mata kuliah yang diambil”

Relasi *n-ary*

- *Query* terhadap basisdata relasional dapat dinyatakan secara abstrak dengan operasi pada relasi *n-ary*.
- Ada beberapa operasi yang dapat digunakan, diantaranya adalah seleksi, proyeksi, dan join.

Relasi *n-ary*

- **Seleksi**
- Operasi seleksi memilih baris tertentu dari suatu tabel yang memenuhi persyaratan tertentu
- Operator: σ

Relasi *n-ary*

- Contoh 19:
- Misalkan untuk relasi MHS, ingin ditampilkan daftar mahasiswa yang mengambil mata kuliah Matematik Diskrit. Operasi seleksinya adalah

$$\sigma_{\text{Matkul} = \text{“Matematika Diskrit”}}(\text{MHS})$$

- Hasil: (13598011, Amir, Matematika Diskrit, A) dan (13598025, Hamdan, Matematika Diskrit, B)
- Operator: σ

Relasi *n-ary*

- **Proyeksi**
- Operasi proyeksi memilih kolom tertentu dari suatu tabel. Jika ada beberapa baris yang sama nilainya, maka hanya diambil satu kali
- Operator: π

Relasi *n-ary*

- Contoh 20:
- $\pi_{\text{Nama, MatKul, Nilai}}(\text{MHS})$

NIM	Nama
13598011	Amir
13598014	Santi
13598015	Irwan
13598019	Ahmad
13598021	Cecep
13598025	Hamdan

- $\pi_{\text{NIM, Nama}}(\text{MHS})$

Nama	MatKul	Nilai
Amir	Matematika Diskrit	A
Amir	Arsitektur Komputer	B
Santi	Algoritma	D
Irwan	Algoritma	C
Irwan	Struktur Data	C
Irwan	Arsitektur Komputer	B
Ahmad	Algoritma	E
Cecep	Algoritma	B
Cecep	Arsitektur Komputer	B
Hamdan	Matematika Diskrit	B
Hamdan	Algoritma	A
Hamdan	Struktur Data	C
Hamdan	Arsitektur Komputer	B

Relasi *n-ary*

- ***Join***
- Operasi *join* menggabungkan dua buah tabel menjadi satu bila kedua tabel mempunyai atribut yang sama.
- Operator: τ

Relasi *n-ary*

- Contoh 21:
- Misalkan relasi *MHS1* dinyatakan dengan Tabel 1 berikut:

NIM	Nama	JK
13598001	Hananto	L
13598002	Guntur	L
13598004	Heidi	P
13598006	Harman	L
13598007	Karim	L

- Dan relasi *MHS2* dinyatakan dengan Tabel 2 berikut:

NIM	Nama	MatKul	Nilai
13598001	Hananto	Algoritma	A
13598001	Hananto	Basisdata	B
13598004	Heidi	Kalkulus I	B
13598006	Harman	Teori Bahasa	C
13598006	Harman	Agama	A
13598009	Junaidi	Statisitik	B
13598010	Farizka	Otomata	C

Relasi *n-ary*

- Tabel 1

NIM	Nama	JK
13598001	Hananto	L
13598002	Guntur	L
13598004	Heidi	P
13598006	Harman	L
13598007	Karim	L

- Tabel 2

NIM	Nama	MatKul	Nilai
13598001	Hananto	Algoritma	A
13598001	Hananto	Basisdata	B
13598004	Heidi	Kalkulus I	B
13598006	Harman	Teori Bahasa	C
13598006	Harman	Agama	A
13598009	Junaidi	Statisitik	B
13598010	Farizka	Otomata	C

- $\tau_{\text{NIM, Nama}}(\text{MHS1, MHS2})$

NIM	Nama	JK	MatKul	Nilai
13598001	Hananto	L	Algoritma	A
13598001	Hananto	L	Basisdata	B
13598004	Heidi	P	Kalkulus I	B
13598006	Harman	L	Teori Bahasa	C
13598006	Harman	L	Agama	A

Terimakasih.

Adab di atas ilmu.