## 양자 현상의 논리: Kochen-Specker 정리

이창재

October 9, 2024

## 1 고전적인해석시도

양자역학에서 정규헬륨(orthohelium)의 스핀은 다음 성질들은 측정가능하다.

- (a) t 순간 스핀의  $\alpha \in S^2$  방향 사영  $s(\alpha, t)$
- (b) 직교기준틀  $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}\subset S^2$ 가 주어졌을때 t 순간의 사영의 길이  $|s|(\alpha_i,t)$
- (c)  $s(\alpha, t)$ 는 값을 오직 -1,0,1을 갖는 확률변수이다.
- (d) 어느 순간 t에서든  $\sum_{i=1}^{3} |s|(\alpha_i, t) = 2$

가설 A  $\Omega$ 라는 내부상태들의 공간이 존재하고 각 내부상태  $\omega \in \Omega$ 에 의해 시간 t에서 스핀의  $\alpha$ -축 사영의 참값  $s(\alpha,t;\omega)$ 가 정해진다.

가설 B  $\,$  (c)의 확률적인 측면은  $\omega=\omega(t)$ 의 정확한 값을 몰라서 발생한다. 따라서,

$$(s(\alpha,t)$$
의 수학적 기댓값) =  $\int_{\Omega} s(\alpha,t;\omega) \, d\mu(\omega)$ 

명제 1. 임의의 기준틀  $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$  마다 정확히 한 축에 대해서 영값을 가지는 사상  $S^2 \to \{0,1\}$ 은 존재하지 않는다. 나아가, 다음 성질을 가진 117개의 점으로 구성된 유한계를 만들 수 있다.

## 2 비상대론적 양자역학의 언어