이학석사 학위논문

Gleason's Theorem and Quantum Logic

글리슨의 정리와 양자논리

2025년 2월

서울대학교 대학원

수 리 과 학 부

이 창 재

Gleason's Theorem and Quantum Logic

글리슨의 정리와 양자논리

지도교수 이 훈 희

이 논문을 이학석사 학위논문으로 제출함

2024년 OO월

서울대학교 대학원

수 리 과 학 부

이 창 재

이 창 재의 이학석사 학위논문을 인준함

2024년 OO월

위 원 장 _____

부위원장 _____

위 원 _____

Abstract

Abstract

Keywords: Gleason's thoerem, Quantum logic, Hidden-variable theory

Student Number: 2019-26959

Contents

Chapter 1

Preliniminaries

1.1 C*-algebras

An *involution* on a complex Banach algebra A is the map $* : A \to A$ such that

1. $\alpha x + \beta y = \bar{\alpha} x^* + \bar{b} y^*$

2. $(xy)^* = y^* x^*$

3. $(x^*)^* = x$

whenever $x, y \in A$ and $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

A *C^*-algebra* is a complex Banach algebra with an involution that satisfies the additional condition $\|x^* x\| = \|x\|^2$

If A and A' are Banach algebras with involutions, a mapping $\varphi : A \to A'$ is called *$*$-homomorphism* if it is a homomorphism of algebras such that $\varphi(x^*) = \varphi(x)^*$

1.2 The Gelfand-Naimark-Segal construction

Let φ be a positive functional on a C^*-algebra A. Then φ induces a semidefinite inner product $\langle \cdot, \cdot \rangle$ on H which is defined by

$$\langle x, y \rangle = \varphi(y^* x)$$

for all $x, y \in H$.

Theorem 1. *For any positive functional ρ on a C^*-algebra A there is a Hilbert space, H_ρ, a $*$-homomorphism, $\pi : A \to B(H_\rho)$, and a cyclic vector, $\xi_\rho \in H_\rho$, such that*

$$\rho(x) = \langle \pi_\rho(x)\xi_\rho, \xi_\rho \rangle$$

Moreover, the triple $(\pi_\rho, H_\rho, \xi_\rho)$ is unique up to a unitary transformation between the corresponding Hilbert spaces.

1.3 von Neumann algebras

Chapter 2

Gleason's Theorem

2.1 Gleason Theorem

Text

Bibliography

[1] J. Hamhalter, *Quantum measure theory*, vol. 134 of *Fundamental Theories of Physics*. Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 2003.

요 약

국문 요약 [1]

주요어: 글리슨의 정리, 양자논리, 숨은 변수 이론

학 번: 2019-26959