

## Упражнение 2

Так как  $0 \leq x \leq \pi/2 \Rightarrow \cos x > 0$ , справедлива следующая подстановка:

$$\begin{aligned}
 t &= \sin^2 x, \\
 dx &= \frac{1}{2 \sin x \cos x} dt = \frac{1}{2t^{1/2}(1-t)^{1/2}} dt, \\
 I(n, m) &= \int_0^{\pi/2} \sin^n x \cos^m x dx = \int_0^{\pi/2} (\sin^2 x)^{n/2} (1 - \sin^2 x)^{m/2} dx \\
 &= \int_0^1 \frac{t^{n/2}(1-t)^{m/2}}{2t^{1/2}(1-t)^{1/2}} dt = \frac{1}{2} \int_0^1 t^{\frac{n+1}{2}-1} (1-t)^{\frac{m+1}{2}-1} dt \\
 &= \frac{1}{2} B\left(\frac{n+1}{2}, \frac{m+1}{2}\right),
 \end{aligned}$$

ОТВЕТ:

$$\boxed{I(n, m) = \frac{1}{2} B\left(\frac{n+1}{2}, \frac{m+1}{2}\right)}$$