Задача 1

$$
\begin{aligned}
I(m) &= \int\limits_0^\infty \frac{\cos x}{x^m}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\Gamma(m)}\int\limits_0^\infty t^{m-1}\,\mathrm{d}t\int\limits_0^\infty e^{-tx}\cos x\,\mathrm{d}x\\
&= \frac{1}{\Gamma(m)}\int\limits_0^\infty t^{m-1}\,\mathrm{d}t\int\limits_0^\infty \operatorname{Re}\left(e^{-tx+ix}\right)\,\mathrm{d}x\\
&= \frac{1}{\Gamma(m)}\int\limits_0^\infty \frac{t^m}{t^2+1}\,\mathrm{d}t\\
&\overset{(\textbf{УЗ})}{=} \frac{1}{2\Gamma(m)}B\left(\frac{m+1}{2}, 1-\frac{m+1}{2}\right)\\
&= \frac{\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)\Gamma\left(1-\frac{m+1}{2}\right)}{2\Gamma(m)} = \frac{\pi}{2\Gamma(m)\sin\left[\frac{\pi}{2}(m+1)\right]},
\end{aligned}
$$

ответ:

$$
\boxed{I(m) = \frac{1}{2\Gamma(m)}B\left(\frac{m+1}{2}, 1-\frac{m+1}{2}\right) = \frac{\pi}{2\Gamma(m)\sin\left[\frac{\pi}{2}(m+1)\right]}}
$$