

Домашняя работа №1

Сирый Р. А.

05 февраля 2023 г.

Упражнение 1

I. $\alpha \gg 1$

Пусть x_0 — корень уравнения $x - 1 = e^{-\alpha x}$, тогда,

$$\forall x \hookrightarrow e^{-\alpha x} \geq 0 \implies x_0 > 1 \implies e^{-\alpha x_0} < e^{-\alpha} \ll 1,$$

следовательно, $0 < x_0 - 1 \ll 1$, и x_0 можно представить в виде

$$x_0 = 1 + \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon \ll 1. \quad (1)$$

От полученного данной подстановкой уравнения $\varepsilon = e^{-\alpha(1+\varepsilon)}$ отбросим малый член:

$$e^{-\alpha(1+\varepsilon)} \approx e^{-\alpha}, \quad -\alpha \approx \ln \varepsilon,$$

откуда получаем $\varepsilon \approx e^{-\alpha}$, и, подставляя ε в (1), получаем ответ:

$$x_0 \approx 1 + e^{-\alpha}$$

II. $\alpha \ll 1$

Пусть x_0 — корень уравнения $x - 1 = e^{-\alpha x}$, тогда,

$$\forall x \hookrightarrow e^{-\alpha x} \geq 0 \implies x_0 > 1 \implies |-\alpha x_0| \ll 1,$$

следовательно, $0 < 1 - e^{-\alpha x_0} \ll 1$, и $e^{-\alpha x_0}$ можно представить в виде

$$e^{-\alpha x_0} = 1 - \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon \ll 1, \quad (2)$$

откуда $x_0 = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1}{1-\varepsilon}$, и, подстановкой (2) в исходное уравнение,

$$x_0 = 2 - \varepsilon, \quad (3)$$

$$\alpha(2 - \varepsilon) = \ln \frac{1}{1 - \varepsilon}.$$

Пренебрегая малой величиной, получаем

$$(2 - \varepsilon)\alpha \approx 2\alpha, \quad 2\alpha \approx \ln \frac{1}{1 - \varepsilon}, \quad \varepsilon \approx 1 - e^{-2\alpha},$$

откуда подстановкой в (3) получаем ответ:

$$x_0 \approx 2 - e^{-2\alpha}$$

Упражнение 2

I. $\alpha \gg 1$

Пусть x_0 — корень уравнения $\ln x = e^{-\alpha x}$, тогда,

$$\forall x \hookrightarrow e^{-\alpha x} \geq 0 \implies \ln x_0 > 0 \implies x_0 > 1 \implies e^{-\alpha x_0} < e^{-\alpha} \ll 1,$$

следовательно, $0 < \ln x_0 \ll 1$, и x_0 можно представить в виде

$$x_0 = 1 + \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon \ll 1. \quad (4)$$

От полученного данной подстановкой уравнения $\ln(1 + \varepsilon) = e^{-\alpha(1+\varepsilon)}$ возьмем экспоненту:

$$1 + \varepsilon = e^{e^{-\alpha(1+\varepsilon)}},$$

и, так как $\xi = e^{-\alpha(1+\varepsilon)} \ll 1$, разложим правую часть по степеням ξ :

$$1 + \varepsilon = e^\xi \approx 1 + \xi + \frac{1}{2}\xi^2.$$

Подставляя ξ и пренебрегая малыми величинами, получаем

$$\varepsilon \approx e^{-\alpha(1+\varepsilon)} + \frac{1}{2}e^{-2\alpha(1+\varepsilon)} \approx e^{-\alpha},$$

и, подставляя ε в (4), получаем ответ:

$$\boxed{x_0 \approx 1 + e^{-\alpha}}$$

II. $\alpha \ll 1$

Пусть x_0 — корень уравнения $x - 1 = e^{-\alpha x}$, тогда,

$$\forall x \hookrightarrow e^{-\alpha x} \geq 0 \implies x_0 > 1 \implies |-\alpha x_0| \ll 1,$$

следовательно, $0 < 1 - e^{-\alpha x_0} \ll 1$, и $e^{-\alpha x_0}$ можно представить в виде

$$e^{-\alpha x_0} = 1 - \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon \ll 1, \quad (5)$$

откуда $x_0 = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1}{1-\varepsilon}$, и, подстановкой (5) в исходное уравнение,

$$x_0 = e^{1-\varepsilon}, \quad (6)$$

$$\alpha e^{1-\varepsilon} = \ln \frac{1}{1-\varepsilon}.$$

Пренебрегая малой величиной, получаем

$$\alpha e^{1-\varepsilon} \approx \alpha e, \quad \alpha e \approx \ln \frac{1}{1-\varepsilon}, \quad \varepsilon = 1 - e^{-e\alpha},$$

откуда подстановкой в (6) получаем ответ:

$$\boxed{x_0 \approx e^{e^{-e\alpha}}}$$

Упражнение 3

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Упражнение 4

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetur at, consectetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

Задача 1

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consectetur a, feugiat vitae, porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consectetur. Nullam elementum, urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

Suspendisse vitae elit. Aliquam arcu neque, ornare in, ullamcorper quis, commodo eu, libero. Fusce sagittis erat at erat tristique mollis. Maecenas sapien libero, molestie et, lobortis in, sodales eget, dui. Morbi ultrices rutrum lorem. Nam elementum ullamcorper leo. Morbi dui. Aliquam sagittis. Nunc placerat. Pellentesque tristique sodales est. Maecenas imperdiet lacinia velit. Cras non urna. Morbi eros pede, suscipit ac, varius vel, egestas non, eros. Praesent malesuada, diam id pretium elementum, eros sem dictum tortor, vel consectetur odio sem sed wisi.

Задача 2

Sed feugiat. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Ut pellentesque augue sed urna. Vestibulum diam eros, fringilla et, consectetur eu, nonummy id, sapien. Nullam at lectus. In sagittis ultrices mauris. Curabitur malesuada erat sit amet massa. Fusce blandit. Aliquam erat volutpat. Aliquam euismod. Aenean vel lectus. Nunc imperdiet justo nec dolor.

Etiam euismod. Fusce facilisis lacinia dui. Suspendisse potenti. In mi erat, cursus id, nonummy sed, ullamcorper eget, sapien. Praesent pretium, magna in eleifend egestas, pede pede pretium lorem, quis consectetur tortor sapien facilisis magna. Mauris quis magna varius nulla scelerisque imperdiet. Aliquam non quam. Aliquam porttitor quam a lacus. Praesent vel arcu ut tortor cursus volutpat. In vitae pede quis diam bibendum placerat. Fusce elementum convallis neque. Sed dolor orci, scelerisque ac, dapibus nec, ultricies ut, mi. Duis nec dui quis leo sagittis commodo.

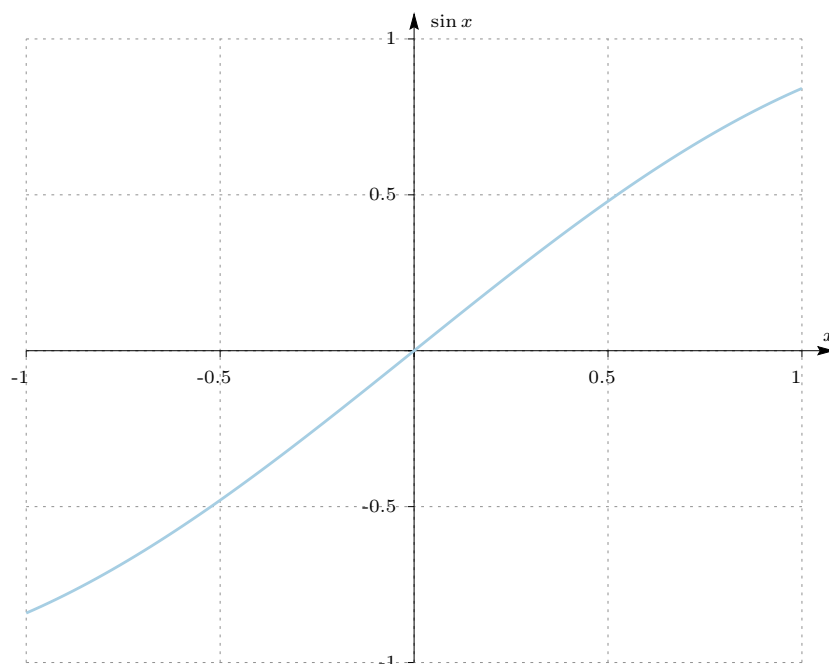


Рис. 1: Sample Text

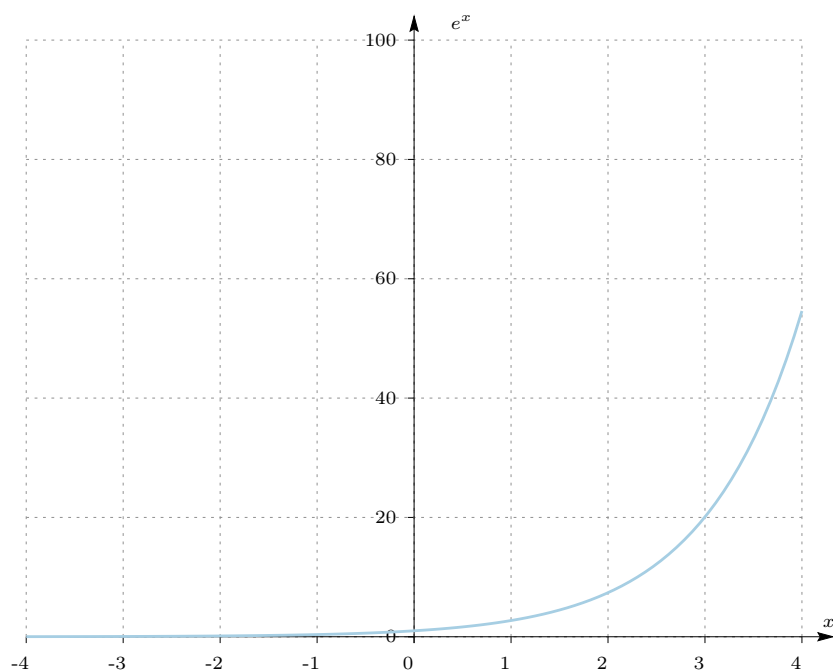


Рис. 2: Sample Text

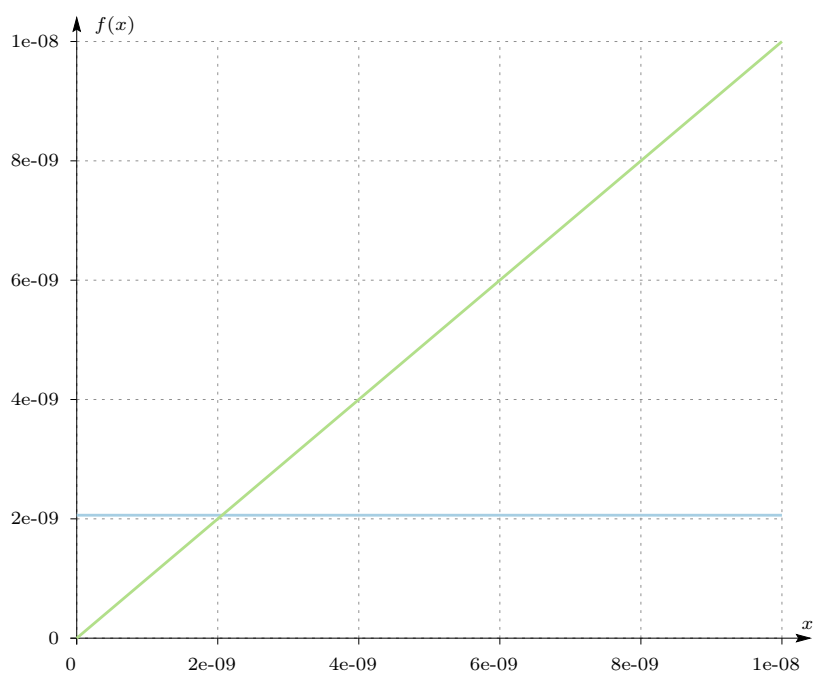


Рис. 3: Sample Text