Задача 2

Сделаем замену переменных:

$$\begin{aligned}
\xi &= e^{\epsilon/T},\\
\mathrm{d}\epsilon &= Te^{-\epsilon/T}\ \mathrm{d}\xi = \frac{T}{\xi}\ \mathrm{d}\xi,\\
\alpha &= e^{V/T},\\
I(V,T) &= \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{e^{\frac{\epsilon-V}{T}}+1}-\frac{1}{e^{\epsilon/T}+1}\right)\ \mathrm{d}\epsilon = \int\limits_{0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{\xi+\alpha}-\frac{1}{\xi+1}\right)\frac{T}{\xi}\ \mathrm{d}\xi\\
&= T\int\limits_{0}^{\infty}\left(\frac{(\xi+\alpha)-\xi}{(\xi+\alpha)\xi}-\frac{(\xi+1)-\xi}{(\xi+1)\xi}\right)\ \mathrm{d}\xi = T\int\limits_{0}^{\infty}\left(\frac{1}{\xi+1}-\frac{1}{\xi+\alpha}\right)\ \mathrm{d}\xi\\
&= T\ln\frac{\xi+1}{\xi+\alpha}\bigg|_0^{\infty} = V.
\end{aligned}$$

Предлагаемое в условии разбиение интеграла на две части не работает, потому как по отдельности каждая из частей расходится:

$$\lim_{\epsilon\to-\infty} n_F(\epsilon) = 1,$$

т.е. в итоге получается неопределенность вида $\infty-\infty$. Ответ:

$$\boxed{I(V,T) = V}$$