

Упражнение 4

Пусть \tilde{x} — корень данного уравнения, а $\lambda = -\frac{1}{e} + \delta$, $0 < \delta \ll 1$, тогда \tilde{x} можно представить в виде

$$\tilde{x} = -1 + \varepsilon, \quad |\varepsilon| \ll 1. \quad (1)$$

Домножим обе части уравнения на e и разложим левую часть по степеням ε :

$$(-1 + \varepsilon)e^\varepsilon \approx (-1 + \varepsilon)\left(1 + \varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon^2\right) \approx -1 + \delta e,$$

$$\frac{1}{2}\varepsilon^2 = \delta e, \quad \varepsilon = \pm\sqrt{2\delta e} = \pm\sqrt{2(\lambda e + 1)},$$

отсюда, подставляя в (9) и учитывая, что $\tilde{x}_1(\lambda) > \tilde{x}_2(\lambda)$, ответ:

$$\boxed{\tilde{x}_1(\lambda) = -1 + \sqrt{2(\lambda e + 1)}, \quad \tilde{x}_2(\lambda) = -1 - \sqrt{2(\lambda e + 1)}}$$