39 - $\int_{-1}^{2} |x|\, dx$

De -1 a 0: $y = -x$, triângulo com base 1, altura 1

$\rightarrow$ área $= 0{,}5$

De 0 a 2: $y = x$, triângulo com base 2, altura 2

$\rightarrow$ área $= 2$

Integral $= \boxed{0{,}5 + 2 = 2{,}5}$

40 - $\int_{0}^{10} |x - 5|\, dx$

De 0 a 5: $y = 5 - x$, triângulo base 5, altura 5

$\rightarrow$ área $= 12{,}5$

De 5 a 10: $y = x - 5$, triângulo base 5, altura 5

$\rightarrow$ área $= 12{,}5$

Integral $= \boxed{12{,}5 + 12{,}5 = 25}$

36 - $\int_0^9 \left(\frac{1}{3}x - 2\right) dx$ * reta $y = \frac{x}{3} - 2$, raiz em $x = 6$.

De 0 a 6: trapézio com alturas $y(0) = 2$, $y(6) = 0$, base 6 → área $= \frac{2+0}{2} \cdot 6 = 6$ → contribuição -6

De 6 a 9: Trapézio com alturas 0 e 1, base 3

→ área $= \frac{0+1}{2} \cdot 3 = 1{,}5$ → contribuição $+1{,}5$.

* Integral $= -6 + 1{,}5 = -4{,}5$. $\boxed{-\frac{9}{2}}$ //

---

37 - $\int_{-3}^{0} (1 + \sqrt{9 - x^2}) \, dx$

$\Rightarrow \int_{-3}^{0} 1 \, dx + \int_{-3}^{0} \sqrt{9 - x^2} \, dx$ → * semicírculo raio $3 = \frac{1}{2}\pi \cdot 9$

$\Rightarrow 1 \cdot (0 - (-3)) + \frac{9\pi}{4}$.

O intervalo $[-3, 0]$ corresponde a $\frac{1}{4}$ do círculo completo

$9 = \frac{9\pi}{4}$

$\boxed{= 3 + \frac{9\pi}{4}}$ //

---

38 - $\int_{-5}^{5} (x - \sqrt{25 - x^2}) \, dx$

$\Rightarrow \int_{-5}^{5} x \, dx - \int_{-5}^{5} \sqrt{25 - x^2} \, dx$

↳ ímpar em intervalos simétricos

↳ Semicírculo superior, raio 5, área $= \frac{1}{2}\pi \cdot 25 = \frac{25\pi}{2}$

$\Rightarrow$ integral $= \boxed{0 - \frac{25\pi}{2}}$ //

35 - $\int_{-1}^{2} (1 - x)\,dx$

* A reta $y = 1 - x$ cruza o eixo x em $x = 1$.

De -1 a 1: triângulo com base 2 e alturas $y(-1) = 2$,

$y(1) = 0 \rightarrow$ área $= \frac{2 \cdot 2}{2}$.

$2 = 2$.

De 1 a 2: triângulo com base 1 e alturas 0 e -1

$\rightarrow$ área $= \frac{1 \cdot 1}{2} = 1/2$

Sendo assim,

$$\boxed{2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}}$$

* Integral = área de cima − área de baixo.