Estatística Básica II - Probabilidade I

Texto de base

O espaço amostral S é o conjunto de todos os resultados possíveis de um **experimento** aleatório. Os subconjuntos de S são denominados **eventos** e denotados por letras latinas maiúsculas, o conjunto vazio é representado por \emptyset . A união dos eventos A e B, escrito como $A \cup B$, representa a ocorrência do evento A ou B. A ocorrência simultânea de A e B, denotada por $A \cap B$ é chamada de intersecção desses eventos. Os eventos A e B são mutuamente exclusivos quando $A \cap B = \emptyset$. Os eventos A e B são complementares se união é o espaço amostral, S, e a intersecção é vazia. O complementar de A é representado por \overline{A} , assim $A \cup \overline{A} = S$ e $A \cap \overline{A} = \emptyset$.

Dado um experimento aleatório, seu espaço amostral S e um evento $E \subseteq S$. A probabilidade de E, P(E), é uma função que associa um evento a um número real, que satisfaz os seguintes axiomas:

i)
$$P(E) \geq 0, \forall E \subseteq S$$

ii)
$$P(S) = 1$$

iii) Sejam os eventos E_1 e E_2 , mutuamente exclusivos, então $P\left(E_1 \cup E_2\right) = P\left(E_1\right) + P\left(E_2\right)$.

A função de probabilidade apresenta as seguintes propriedades:

i)
$$P(\emptyset) = 0$$
.

ii)
$$P(\overline{E}) = 1 - P(E)$$
.

iii) Se E_1 e E_2 eventos quaisquer, então $P\left(E_1 \cup E_2\right) = P\left(E_1\right) + P\left(E_2\right) - P\left(E_1 \cap E_2\right)$.

Exercícios

Exercício 1 - Considere os eventos A, B e C de um espaço amostral S, mutuamente exclusivos e com $(A \cup B \cup C) = S$, qual a atribuição de probabilidade correta a esses eventos.

(1)
$$P(A) = 1$$
, $P(B) = -1$ e $P(C) = 0.5$

(2)
$$P(A) = 0.25$$
, $P(B) = 0.25$ e $P(C) = 0.25$

(3)
$$P(A) = 0.32$$
, $P(B) = 0.33$ e $P(C) = 0.35$

(4)
$$P(A) = -0.5$$
, $P(B) = 0$ e $P(C) = 0.5$

Exercício 2 - Um experimento aleatório com $S = \{1, 2, a, e, b, 7\}$, cujos resultados são **equi- prováveis**. Responda:

- (1) Para $A = \{1, 2, 7\}$, determine P(A).
- (2) Para $B = \{ é \text{ letra} \}.$
- (3) Sejam $A = \{1, a\}, B = \{e, a\},$ calcule $A = \{A \cap B\}.$
- (4) Sejam $A = \{1, a\}, B = \{e, a\}, \text{ calcule } A = \{A \cup B\}.$

Exercício 3 - Sejam A e B dois eventos em um espaço amostral S, tais que P(A) = 0.2, $P(A \cup B) = 0.5$ e $P(A \cap B) = 0.1$. Determine P(B) e $P(\overline{B})$.

Exercício 4 - Sejam A e B dois eventos em um espaço amostral S, tais que P(A) = 0.2, $P(A \cup B) = 0.5$ e $P(A \cap B) = 0.1$. Determine P(B) e $P(\overline{B})$.

Exercício 5 - Sejam A e B dois eventos em um espaço amostral S, escreva por meio de operações de conjuntos (união, intersecção, complementar e etc.), as seguintes situações:

- (1) Pelo menos A ou B ocorrem.
- (2) Ocorre $A \in B$.
- (3) Não ocorrem nem A e nem B.
- (4) Ocorre A e não ocorre B.

Exercício 6 - *Uma universidade tem 10 mil alunos dos quais 4 mil são esportistas. Tem-se que 500 alunos são do curso de estatística diurno, 700 são da estatística noturno, 100 esportistas e da estatística diurno e 200 são esportista da estatística noturno. Um aluno é escolhido ao acaso, qual a probabilidade de

- (1) Ser esportista.
- (2) Ser esportista e aluno da estatística noturno.
- (3) São ser da estatística.
- (4) Ser esportista e aluno da estatística.
- Exercício 7 Um uma aplicação de dinheiro em um fundo de risco, pode se ter ou lucro ou ter perda ou empatar, com as respectivas probabilidades 1/6, 2/6 e 3/6. Calcule as probabilidades:
 - (1) Ter lucro ou empatar.
 - (2) Ter perda ou empatar.
 - (3) Não ter lucro.
 - (4) Não empatar.
- Exercício 8 São jogados 2 dados. Qual a probabilidade da soma dos pontos seja 5?
- Exercício 9 Sorteia-se um número entre 1 e 99, todos com a mesma probabilidade. Qual a probabilidade de escolher um múltiplo de 10?
- Exercício 10 Um aluno prestou vestibular em apenas 2 universidade, com probabilidades de aprovação de 30% e 40%. Qual a probabilidade de passar ao menos em um vestibular?
- **Exercício** 11 Em uma cidade, 28% da população fumam cigarro, 7% fumam charuto e 5% fumam ambos. Calcule as probabilidades de uma pessoa ao acaso
 - (1) Não fumar nem cigarro e nem charuto.
 - (2) Fumar charuto e não fumar cigarro.
- **Exercício** 12 Em um baralho com 52 cartas, retiram-se duas cartas ao acaso. Qual a probabilidade da primeira ser um "rei de paus" e a segunda "ás de paus"?
- **Exercício** 13 Um dado é lançado 2 vezes. Calcule a probabilidade de não sair 6 em nenhum lançamento.