

Exercícios - Distribuição Normal

Texto Base

A variável aleatória contínua X Normal apresenta tem como função de densidade de probabilidade

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \text{ para } x \in \mathbb{R}$$

com os parâmetros $\mu, \sigma \in \mathbb{R}, \sigma > 0$, sendo denotada por $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, cujo valor esperado é $E(X) = \mu$ e a variância é $V(X) = \sigma^2$.

O R apresenta funções para geração de números aleatórios, cálculo de probabilidades ou densidades, probabilidades acumuladas e quantis. Essas funções tem os seus nomes formados no seguinte padrão rxxx, dxxx, pxxx e qxxx, respectivamente. Onde xxx é uma sigla que identifica a variável aleatoria, por exemplo: norm (Normal) , t (t-Student), F (F de Snedecor). O código R, abaixo, manipula uma variável aleatória X com distribuição Normal.

```
> # No R os parâmetros da distribuição Normal são a média e o desvio padrão.
```

```
>
```

```
> # calcula a probabilidade de uma variavel aleatória X, Normal com
```

```
> # média 5 e desvio padrão 2, assumir um valor menor ou igual a 2.
```

```
> pnorm ( 2 , mean = 5 , sd = 3)
```

```
[1] 0.1586553
```

```
>
```

```
> # calcula a probabilidade de uma variavel aleatória X, Normal com
```

```
> # média 5 e desvio padrão 2, assumir um valor maior ou igual a 2 e
```

```
> # menor ou igual a 8. Importante!!! pnorm calcula  $P(X \leq x)$ .
```

```
> pnorm ( 8 , mean = 5 , sd = 3) - pnorm (2, mean = 5, sd = 3)
```

```
[1] 0.6826895
```

```
>
```

```
> # determina o valor em uma variável aleatória X, Normal com mé-
```

```
> # dia % e desvio padrão 3, tal que 5% dos valores são menores ou
```

```
> # iguais a esse mesmo valor.
```

```
> qnorm(0.05, mean = 5, sd = 3)
```

```
[1] 0.06543912
```

Questões

- 1) Leia o help da função **pnorm()** no R (**?pnorm**) Para $X \sim N(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$, calcule:
 - a) $P(X < 0)$.
 - b) $P(X > 1.96)$.
 - c) $P(-1 < X < 1)$
- 2) Uma clínica de emagrecimento recebe pacientes adultos com peso seguindo uma distribuição normal com média 130 kg e desvio padrão 20 kg, para efeito de determinar o tratamento mais adequado, os 25% pacientes de menor peso são considerados **magros** enquanto os 25% de maior peso de **obesos**. Determine os valores que delimitam cada uma dessas classificações.
- 3) Um teste de aptidão feito por pilotos de aeronaves em um treinamento inicial requer que uma série de operações seja realizada em uma rápida sucessão. Suponha que o tempo necessário para completar o teste seja distribuído de acordo com uma Normal de média 90 minutos e desvio padrão de 20 minutos.
 - a) Para passar no teste o candidato deve completá-lo em menos de 80 minutos. Se 65 candidatos tomam o teste, quantos são esperados passar?
 - b) Se os 5% melhores candidatos são alocados para aeronaves maiores, quão rápido de ser o candidato para que obtenha essa posição?
- 4) A durabilidade de um tipo de pneu da marca *Rodobem* é descrita por uma variável aleatória Normal de média 60.000 km e desvio padrão 8.300 km.
 - a) Se a *Rodobem* garante os pneus por 48.000 km, qual a proporção dos pneus que devem ser trocados pela garantia.
 - b) O que aconteceria com proporção do item acima, se a garantia fosse para os primeiros 45.000 km?
 - c) Qual deveria ser a garantia, em Km, de tal forma a assegurar que o fabricante trocaria sob garantia no máximo 2% dos pneus?
- 5) Estudos meteorológicos indicam que a precipitação pluviométrica mensal, em períodos de seca numa certa região, pode ser considerada como seguindo a distribuição Normal de média 30mm e variância 16 mm^2 . Qual seria o valor da precipitação pluviométrica de

modo que exista apenas 10 % de probabilidade de haver uma precipitação inferior a esse valor?

- 6) Qual a probabilidade de escolher-se de forma aleatória, numa só tentativa, uma pessoa que tenha renda anual entre US\$ 4.000 e US\$ 7.000, morador de uma cidade. Sendo a renda média desta cidade US\$ 5.000 e o desvio padrão de US\$ 1.500? Sabe-se que a renda populacional possui uma distribuição Normal.
- 7) Em uma escola, as notas de um exame são normalmente distribuídas com média de 72 pontos e desvio padrão de 9. O professor atribuirá conceito A aos 8% dos melhores alunos. Qual a menor nota (valor inteiro) que um aluno pode tirar de modo a garantir um conceito A?
- 8) O tempo necessário em uma oficina para o conserto da transmissão de um tipo de carro segue distribuição normal com média de 45 minutos e desvio-padrão de 8 minutos. O mecânico comunicou a um cliente que o carro estará pronto em 50 minutos. Qual probabilidade de o mecânico atrasar o seu serviço?
- 9) Determinado atacadista efetua suas vendas por telefone. Após alguns meses, verificou-se que os pedidos se distribuem normalmente com média de 3.000 pedidos e desvio-padrão de 180 pedidos. Qual a probabilidade de que um mês selecionado ao acaso esta empresa venda menos de 2.700 pedidos?
- 10) Em uma amostra escolhida aleatoriamente de homens com idade entre 35 e 44 anos, a média do nível de colesterol total era de 210 mg/dl. Suponha que os níveis totais de colesterol sejam normalmente distribuídos com desvio padrão igual a 38,6 mg/dl. Encontre o nível total de colesterol mais alto que um homem nessa faixa etária pode ter dentre os 1% dos homens com menores níveis de colesterol.
- 11) Uma fábrica de carros sabe que os motores de sua fabricação têm duração normal com média 150.000 km e desvio-padrão de 5.000 km. Qual a probabilidade de que um carro, escolhido ao acaso, dos fabricados por essa firma, tenha um motor que dure menos de 145.000 km?