UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
CENTRO REGIONAL DE VERAGUAS

CURSO PROPEDEÚTICO 2024

NÚMEROS REALES

Autora: Prof. Olga Batista
Expositor: Prof. Raúl Dutari

Objetivos

- *Identificar como están estructurado los números reales (ℝ), definiendo cada uno de sus subconjuntos.*

- *Ejemplificar la necesidad de ampliar los sistemas de numeración para la realización de operaciones en los sistemas de numeración creados.*

- *Resolver problemas de aplicación en dichos sistemas de numeración.*

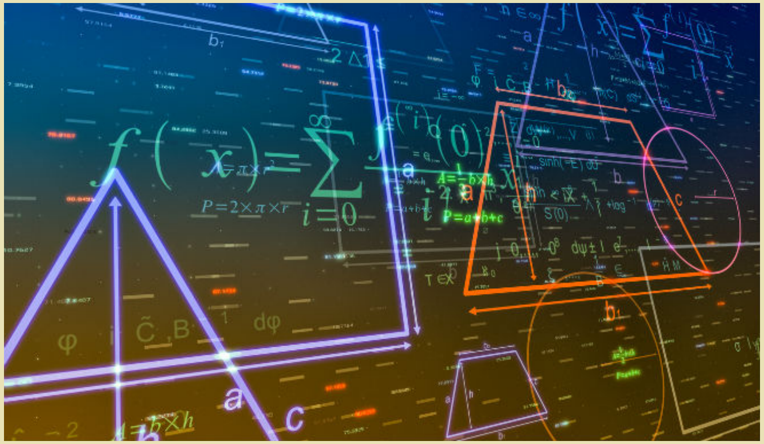
Introducción

A muchas personas la Aritmética le parece difícil de aprender, pero la mayoría podemos dominarla siempre que practiquemos lo suficiente.

Introducción

Los números son abstractos, usted nunca vio, saboreó, sintió, oyó, ni olió al número 4, pero los números están vinculados estrechamente a todas las cosas concretas del mundo que vivimos.

La aritmética es la rama más antigua de la Matemática, se ha utilizado en todo el mundo ya que es indispensable para poder hacer cualquier tipo de Matemática, la podemos utilizar para matemática básica como contar objetos, o hasta para resolver problemas científicos de ingeniería o problemas complejos propios de la matemática.



Antecedentes

La evolución histórica de los números hasta nuestros días nos ha legado el sistema de numeración con que contamos hoy "El sistema de los números **Reales**" que según cuenta la historia fueron construidos por la necesidad que sentía el hombre al tratar de resolver operaciones con los sistemas de números creados en un momento determinado.

En esta oportunidad no vamos a definir los números reales en un sentido formal de estructuras algebraicas. Se pretende identificar como están formados los números reales y, principalmente conocer como fueron surgiendo los diferentes sistemas de numeración hasta llegar a los números reales.

.

Antecedentes

Los **números reales** constituyen el conjunto numérico que abarca a los números **naturales**, los **enteros**, los **racionales** y los **irracionales**. Se denotan con el símbolo $\mathbb{R}$ y el alcance que tienen en ciencia, ingeniería y economía es tal, que al hablar de “número”, casi se da por sentado de que se trata de un **número real**.

Aplicación en la vida real

Si tenemos en un depósito 50 litros de agua, y sacamos agua con un envase que solo puede contener 8 litros de agua. ¿Qué cantidad de agua quedará en el depósito si se le ha sacado 4 veces agua con dicho envase?

Números Naturales

Los números naturales son un conjunto de números discreto que pertenece a la recta real y puede o no incluir el número cero (0).

En otras palabras, los números naturales son el primer conjunto de números que aprendemos cuando somos pequeños y utilizamos para contar.

Conjunto de los Números Naturales ($\mathbb{N}$).

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$

surgió de la necesidad que siente el hombre de contar sus pertenencias, lo cual se manifiesta en el ser humano desde sus inicios.

Números Naturales

Conjunto de los Números Cardinales ($\mathbb{N}^*$).

$\mathbb{N}^*$ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}

Al Conjunto de los números naturales se le agregó el 0 (cero) y se forma el Conjunto de los Números Cardinales. El cardinal indica el número o cantidad de elementos de un conjunto.

Dado un conjunto, el cardinal de este conjunto se simboliza card (A) o $|A|$

Por ejemplo: si $A = \{a, e, i, o, u\}$ es un conjunto que sus elementos son las vocales el cardinal es: Card (A) = 5 o $|A| = 5$, de tal suerte que si $A = \{\,\}$ entonces Card (A) = 0 o $|A| = 0$

Números Naturales

Este conjunto se caracteriza porque: Tiene un número infinito de elementos. Cada elemento tiene un sucesor.

- Si $n \in \mathbb{N}$ entonces $n+1$ es un número natural.

DEFINICIÓN (Números Pares)

- Los números pares son aquellos que son divisibles exactamente entre dos. El último dígito de un número par puede ser: 0, 2, 4, 6, 8.
- Ejemplos de números pares: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, …456, 780, etc.
- El cero es par porque se divide exactamente entre 2, $0 \div 2 = 0$

DEFINICIÓN (Números Impares)

- Los números **impares** son aquellos que no son divisibles exactamente entre dos. El último dígito de un número impar puede ser 1, 3, 5, 7, 9.

- Ejemplos de números impares: 1, 3, 5, 7 9, 11, 13…111, 567, 459…etc.

NÚMEROS PARES E IMPARES

DEFINICIÓN (Números Pares)

- Los números pares son aquellos que son divisibles exactamente entre dos. El último dígito de un número par puede ser: 0, 2, 4, 6, 8.
- Ejemplos de números pares: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, …456, 780, etc.
- El cero es par porque se divide exactamente entre 2, $0 \div 2 = 0$

DEFINICIÓN (Números Impares)

- Los números **impares** son aquellos que no son divisibles exactamente entre dos. El último dígito de un número impar puede ser 1, 3, 5, 7, 9.

- Ejemplos de números impares: 1, 3, 5, 7 9, 11, 13…111, 567, 459…etc.

NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

DEFINICIÓN

Un número natural n se llama **primo** si únicamente admite 2 divisores exactos: él mismo y la unidad (1). En caso contrario se llamará número **compuesto**.

EJEMPLOS

- El número 1, por convenio, no se considera ni **primo** ni **compuesto**
- El número 23 es **primo** ya que solamente es divisible entre 23 y el uno (1). Sin embargo, 26 es un número **compuesto** por el hecho de que él es divisible entre dos (2), trece (13), veintiséis (26) y el uno (1).

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

DEFINICIÓN

El máximo común divisor de un conjunto de números naturales es el supremo del conjunto de divisores del conjunto de números dados, el cual se convierte en el mayor número que divide exactamente acá uno de los diferentes números de este conjunto

PROCEDIMIENTO:

Se descomponen como factorización prima cada uno de los números dados, luego con el producto de las bases primas comunes de menor exponente que aparece en todas las descomposiciones primas se forma el máximo común divisor, denotado **M. C. D**.

- EJEMPLO: Determine el máximo común divisor : {450, 500, 750}

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

- EJEMPLO: Determine el máximo común divisor : {450, 500, 750}

Descomponiendo cada número, se tiene:

450	2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

$450 = (2)(3^2)(5^2)$

500	2
250	2
125	5
25	5
5	5
1	

$500 = (2^2)(5^3)$

750	2
375	3
125	5
25	5
5	5
1	

$750 = (2)(3)(5^3)$

El máximo común divisor es M. C. D. = $(2)(5^2) = (2)(25) = 50$.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

DEFINICIÓN

El mínimo común múltiplo de un conjunto de números naturales es el ínfimo del conjunto de todos los múltiplos de los números del conjunto, y éste se convierte en el menor número que es divisible exactamente a cada uno de los elementos del conjunto (ya que él tiene que pertenecer al conjunto de múltiplos comunes)

PROCEDIMIENTO:

Se descomponen simultáneamente como factorización prima cada uno de los números dados, luego con el producto de los números primos que resulten de las descomposiciones se obtiene el mínimo común múltiplo, denotado **M. C. M.**

EJEMPLO: Hallar el mínimo común múltiplo: {24, 36, 40}

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

EJEMPLO: Hallar el mínimo común múltiplo: {24, 36, 40}

Descomponiendo simultáneamente en factorización prima cada número:

24	36	40	2
12	18	20	2
6	9	10	2
3	9	5	3
1	3	5	3
	1	5	5
		1	

M. C. M. = (2)(2)(2)(3)(3)(5)

M. C. M. = 360

Número Naturales cont.

Si se adicionan o multiplica dos naturales nos da por resultado otro natural, esto indica que el conjunto de los números naturales es ley de composición interna o es cerrado para estas operaciones, ya que al realizar las mismas su resultado pertenece a dicho conjunto ($\mathbb{N}$ es cerrado para las operaciones de adición y multiplicación)

Sin embargo si aplicamos la sustracción de naturales no siempre el resultado es número natural. Esta limitación llevó a la necesidad de crear otro conjunto numérico que atendiera este problema.

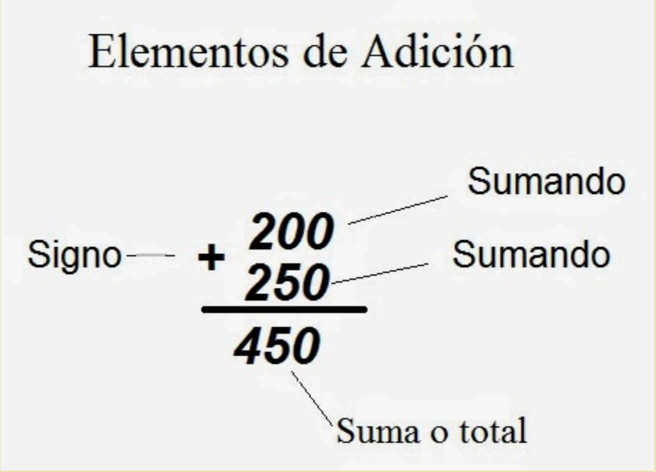
- Observe que cuando el sustraendo es mayor que el minuendo, esta sustracción no tiene solución en los Conjuntos Naturales, por ejemplo:

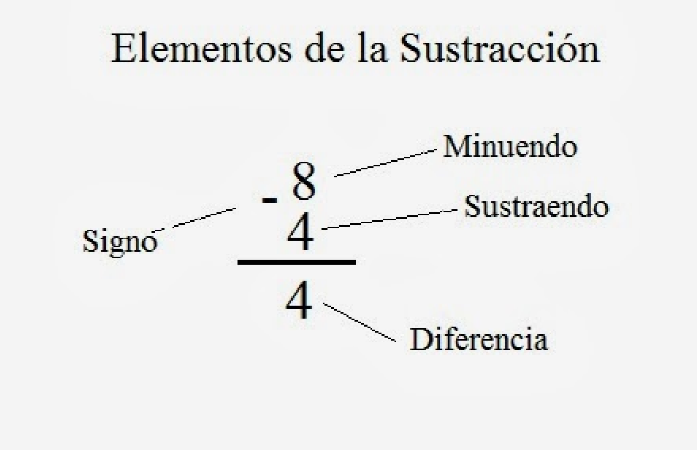
$$5 - 8 = ¿\_\_\_\_\_?$$

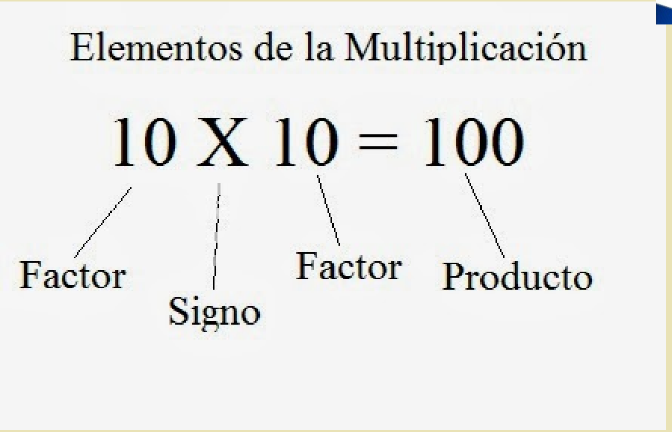
Número Naturales cont.

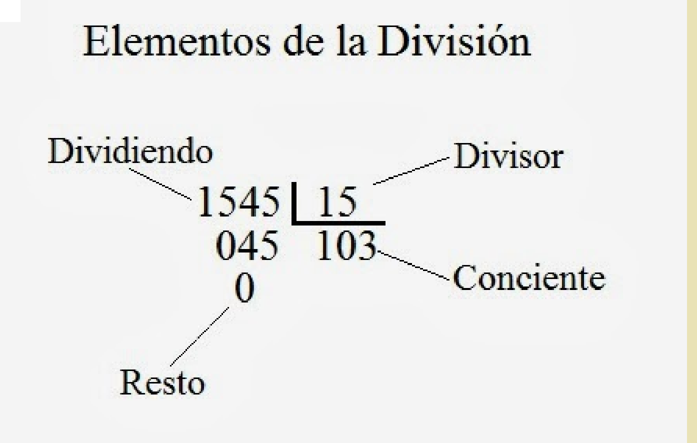
OPERACIÓN	ELEMENTOS	RESULTADO
ADICIÓN	SUMANDO	SUMA
SUATRACCIÓN	MINUENDO SUSTRAENDO	RESTA O DIFERENCIA
DIVISIÓN	DIVIDENDO DIVISOR	COCIENTE
MULTIPLICACIÓN	FACTORES	PRODUCTO

Número Naturales cont.









Números enteros

La sustracción entre números naturales sólo es posible si el sustraendo es menor o igual al minuendo. Así, se hizo necesario crear un nuevo conjunto numérico, que se llamó números enteros. Ellos comprenden a los enteros positivos, el cero y los enteros negativos.

$\mathbb{Z} = \{ \ldots.. -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots \}$

Representación de los números enteros en la recta numérica:

Punto simétrico es aquel que está ubicado a igual distancia del cero, Ejemplo; el 2 y el -2 llamados números opuestos.

Números enteros

Deseo resaltar algo muy importante, es el hecho de que entre dos números enteros consecutivos no hay ningún otro número entero, por lo tanto, los números enteros serán como puntos aislados, que no llenan a la recta totalmente.

ORDEN EN LA RECTA NUMÉRICA

A medida que el número se encuentra más hacia la derecha será más grande o mayor que el que aparece a la izquierda.

La ubicación de los números en la recta numérica nos ofrece un orden de "menor que", es decir, si p es un número entero que está ubicado a la izquerda del número q, entonces se deduce que "p es menor que q" lo que se escribe como $p < q$, esto se debe leer "p es estrictamente menor que q.

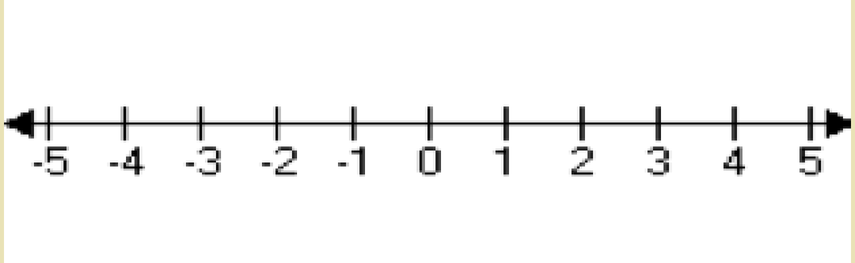
Números enteros

ORDEN EN LA RECTA NUMÉRICA

Por ejemplo, se tiene:

- (a) $1 < 2$
- (b) $0 < 1$
- (c) $-2 < 0$
- (d) $-4 < -1$.

$1 < 2$, que es lo mismo que $2 > 1$



Todas estas desigualdades se visualizan en la recta numérica.

Siendo el número entero p menor que el número q, pero con la esperanza de que p podría ser igual a q, entonces se escribiría "$p \leq q$ que se lee "p es menor o igual que q".

Números enteros

ORDEN EN LA RECTA NUMÉRICA Escriba el símbolo (<), (=) ó (>) para comparar los números:

N°	En el rectángulo vacío coloca el símbolo <,= ó >		
1	$\mathbf{2}$		$\mathbf{5}$
2	$\mathbf{-1}$		4
3	$\mathbf{6}$		2
4	$\mathbf{-5}$		-3
5	$\mathbf{-2}$		-8
6	$\mathbf{4}$		-2
7	$\mathbf{-8}$		0
8	$\sqrt{\mathbf{25}}$		5
9	$\mathbf{-100}$		-14
10	$\mathbf{1}$		0

Números enteros

ORDEN EN LA RECTA NUMÉRICA Escriba el símbolo (<), (=) ó (>) para comparar los números:

N°	En el rectángulo vacío coloca el símbolo <,= ó >		
1	$\mathbf{2}$	$<$	$\mathbf{5}$
2	$\mathbf{-1}$	$<$	4
3	$\mathbf{6}$	$>$	2
4	$\mathbf{-5}$	$<$	-3
5	$\mathbf{-2}$	$>$	-8
6	$\mathbf{4}$	$>$	-2
7	$\mathbf{-8}$	$<$	0
8	$\sqrt{\mathbf{25}}$	$=$	5
9	$\mathbf{-100}$	$<$	-14
10	$\mathbf{1}$	$>$	0

Números enteros

Resuelva el siguiente Problema.

Un bus colegial que salió del colegio instituto Urracá cargado con 30 estudiantes realizó tres paradas, una en la Soledad donde se bajaron 4 estudiantes y subieron 3, otra en Piedras del Sol donde se bajaron 8 estudiantes y subieron 6, y la tercera en la Terminal donde se bajaron 23 estudiantes y subieron 10; luego, el bus regresó al colegio, ¿Con cuántos estudiantes llegó el bus al colegio?

REGLA DE TRABAJO: Tómense unos minutos para presentar la solución de esta situación de aprendizaje.

Números enteros

Solución.

Una solución más ajustada a la forma de tratar los números enteros, es la siguiente:

Sea N la cantidad de estudiantes en el autobús, al final del recorrido:

$$N = (Estudiantes\ iniciales) + (Pimera\ parada) + (Segunda\ parada) + (Tercera\ parada)$$

$$N = 30 - 4 + 3 - 8 + 6 - 23 + 10$$

$$N = 30 + 3 + 6 + 10 - 4 - 8 - 23$$

$$N = (30 + 3 + 6 + 10) + (-4 - 8 - 23)$$

$$N = 49 - 35$$

$$N = 14$$

El autobús llegó a la escuela con 14 estudiantes

Números enteros

Si bien la creación del conjunto de los números enteros permite la **sustracción** entre cualesquiera de ellos, no sucede lo mismo con la **división**. Por ejemplo, si 6 dividido 2 es igual a 3 y el resultado es un número entero, sin embargo, no hay ningún número entero que sea el resultado de 8 dividido 5

$$8 \div 5 = ? \qquad \frac{7}{6} = ?$$

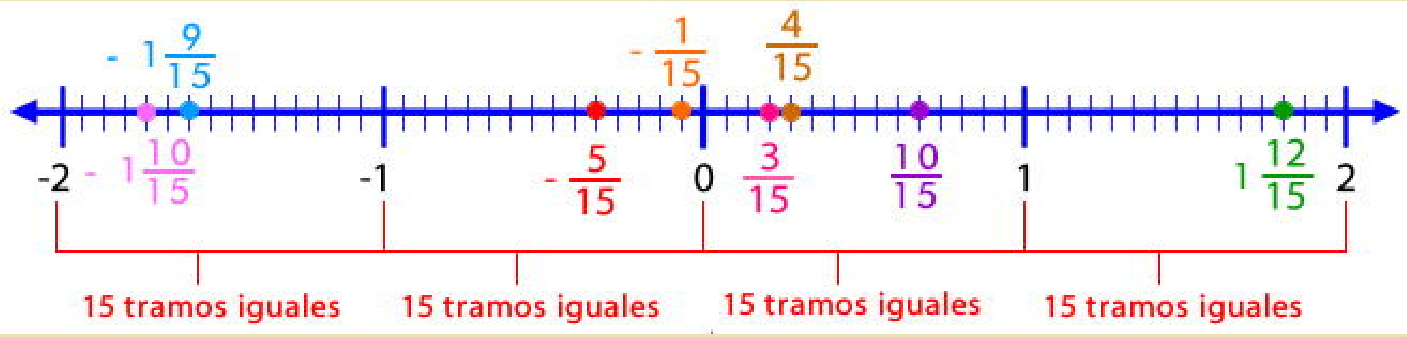
En conclusión, sólo se puede dividir en el conjunto de los números enteros si y sólo si el dividendo es múltiplo, distinto de cero, del divisor. Así se tiene que en el conjunto $\mathbb{Z}$ es cerrado para las operaciones de adición, sustracción y multiplicación, pero no para la operación de división.

Números racionales

El conjunto de los números racionales se creó debido a las limitaciones de cálculo que se presentaban en el conjunto de los números enteros, con la operación de división, lo cual llevó a la creación del conjunto de los números racionales, en el que la división es siempre posible, con la única excepción del divisor cero.

El conjunto de los números racionales comprende a los números enteros y a los números fraccionarios positivos y negativos.

- Algunos ejemplos: $-\frac{4}{5},\ 9,\ -5,\ \frac{35}{100}=\frac{7}{20}=0.35\,,\ -\frac{2}{9}=-0.22222\ldots$



Números racionales

Un número racional se pueda expresar como el cociente de dos números enteros, o como la fracción $\frac{a}{b}$.

Como el resultado de estas fracciones puede ser un número entero, los números enteros son números racionales. Los números racionales se representan por la letra $\mathbb{Q}$

$$\mathbb{Q} = \{x \,/\, x = \frac{a}{b}\; con\; a\; y\; b\; \in Z\; y\; b \neq 0\}$$

Cada fracción es un número racional y cada número racional consta de infinitas fracciones equivalentes:

Por ejemplo $\frac{50}{100} = \frac{2}{4} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} \ldots \ldots \ldots$

Se tiene que en el conjunto $\mathbb{Q}$ es cerrado para las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división.

Números racionales

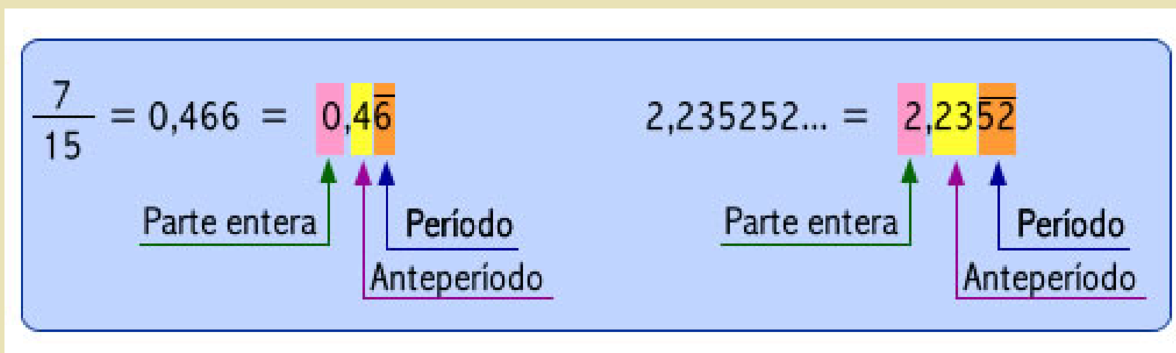
Los números racionales, pueden ser:

- Números decimales finitos. Ejm: $0.3,\ 0.45,\ \ 0.343$

- Números infinitos periódicos.

Ejm: $0.3333\ldots = 0.\hat{3},\ 0.454545\ldots = 0.\widehat{45}$

- Número infinitos semiperiódicos. En estos decimales aparecen una o más cifras antes del período. Ejm: $1.1666\ldots = 1.1\hat{6},$



Números racionales

Ejemplo: transformar $1.1666\ldots = 1.1\hat{6}$, a fracción

¿Cómo se puede escribir el número $1.1\hat{6}$ como el cociente de dos enteros?

Llamemos $X = 1.1666\ldots$

$10x = 11.666\ldots$

$100x = 116.666\ldots$

$100x - 10x = 105$

$90x = 105$

$$X = \frac{105}{90} = \frac{21}{18}$$

$$X = \frac{7}{6}$$

Números racionales

Resuelve el siguiente problema:

Un Cachorro se come dos bolsas y media de alimento cada 2 días. Si cada bolsa de alimento cuesta 75 centavos, determine cuántas bolsas de alimentos consume este Cachorro en 8 días y cuántas monedas de 25 centavos ha gastado su dueño comprando alimentos para estos días.

Números racionales

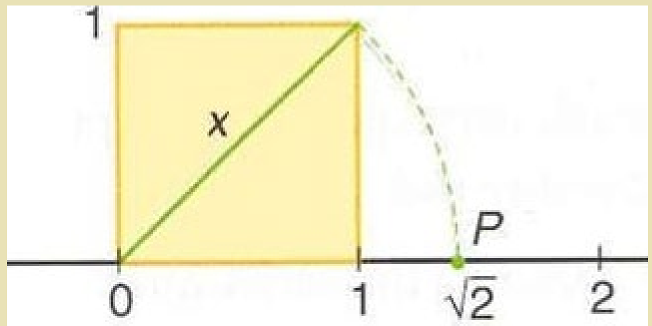
se puede analizar fácilmente utilizando una tabla, como sigue:

Tiempo en días	Consumo de alimentos en bolsas	Costo del alimento en balboas
2 días	$2\frac{1}{2}$ bolsas	(10)(0.75)= B/ 7.50 7.50x4= 30 monedas de 25 cent. En 7 balboas hay 28 monedas de 25 centavos y en 0.50 hay 2 monedas: 28+2=30 monedas de 25 centavos.
2 días	$2\frac{1}{2}$ bolsas	
2 días	$2\frac{1}{2}$ bolsas	
2 días	$2\frac{1}{2}$ bolsas	
Totales: 8 días	10 bolsas	Total: B/ 7.50

Respuesta: El cachorro consume 10 bolsas de alimentos en 8 días y el costo total es de B/ 7.50. O sea 30 monedas de 25 centavos

Números irracionales

Sin embargo, si necesitamos calcular la diagonal de un cuadrado de lado uno se encuentra que dicho resultado no pertenece a los números racionales.



De modo que, como sucede con la diferencia entre naturales o con la división entre enteros, se está frente a una operación que carece de sentido en el conjunto de los números racionales, para ciertos valores de la variable.

Números irracionales

Los números **reales** incluyen números decimales infinitos no periódicos llamados números **irracionales** representados por la letra mayúsculo $\mathbb{I}$.

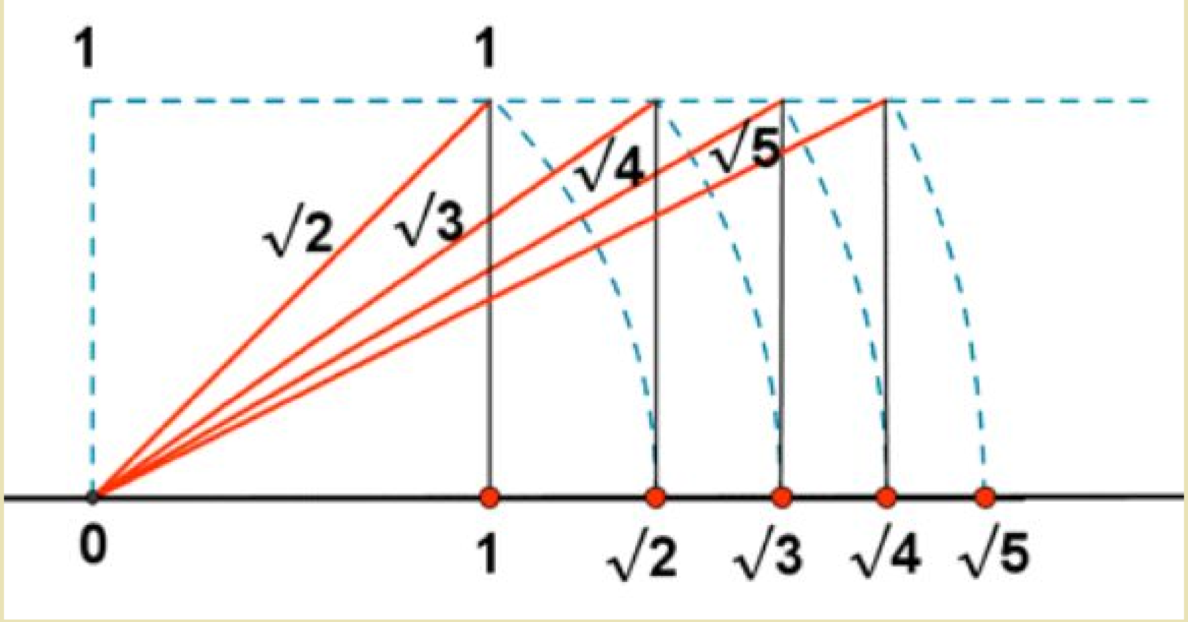
Este conjunto surgió de la necesidad de reunir a ciertos números que no pertenecen a los conjuntos anteriores; entre ellos se pueden citar a las raíces inexactas, el número Pi, e, etc. A él pertenecen todos los números decimales infinitos puros, los que **NO** pueden transformarse en una fracción

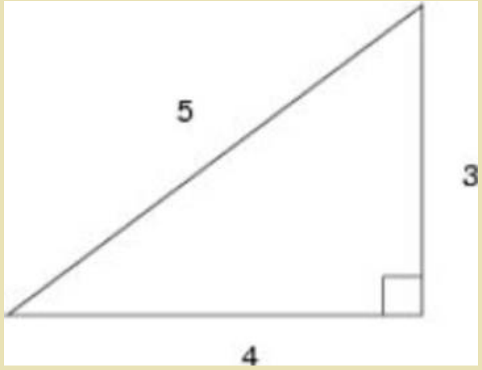
- $\mathbb{I} = \mathit{Conjunto\ de\ Números\ Decimales\ Infinitos\ no\ Periódicos}.$

No deben confundirse con los números racionales, porque éstos son números decimales finitos, infinitos periódicos e infinitos semiperiódicos y que sí pueden transformarse en una fracción.

Números irracionales

- Otros ejemplos de números irracionales



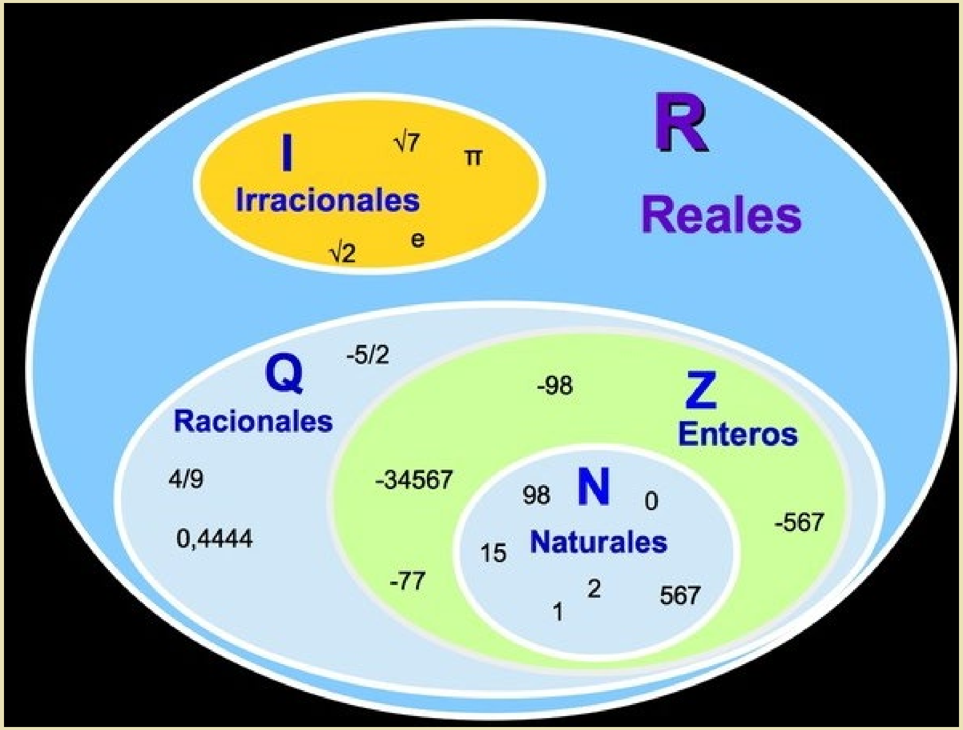


Números reales

- Surgen de la necesidad de reunir los racionales y los irracionales en un solo conjunto. Se denotan por $\mathbb{R}$.

- Los números reales $\mathbb{R}$ se forman con la unión de los racionales y los irracionales, nótese que los racionales contienen a los enteros y a los naturales, y además los enteros contienen a los naturales, es decir,

- $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$,
- $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$,
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$



¿Qué significa que los reales son denso?

Valor absoluto de un número real

Valor absoluto de un número real *a*, se escribe |a|, es el mismo número *a* cuando es positivo o cero, y opuesto de *a*, si a es negativo.

$$|a| = \begin{cases} -a & \text{si } a < 0 \\ a & \text{si } a \geq 0 \end{cases}$$

- **|5| = 5 |-5 |= 5 |0| = 0**

Coloca un gancho si el número dado pertenece al conjunto.

Número	Naturales	Enteros	Racionales	Irracionales
3				
-19				
53				
-103				
1,25				
$\frac{7}{4}$				
$\sqrt{2}$				
Π (pi)				

https://www.youtube.com/watch?v=x9Pp1rIrYsk

Operaciones con números reales

En los números reales existen cuatro operaciones básicas: **adición, sustracción, multiplicación y división**, sin embargo, la sustracción y división se obtienen como operaciones opuestas de la adición y la multiplicación respectivamente.

Al realizar dichas operaciones es importante considerar la ley de los signos puesto que nos permiten determinar el signo del resultado final cuando se realizan operaciones con los números reales.

- **Adición y Sustracción de Números Reales**

El resultado de **adicionar (sustraer) dos números reales** es otro **número real**.

Si a y b pertenecen a los números reales, entonces la suma (resta) resultará un número real también.

En lenguaje matemático esto mismo se expresa:

Si $a, b \in \mathbb{R}$ Entonces $a + b \in \mathbb{R}$ $a - b \in \mathbb{R}$

Operaciones con números reales

- **Diferencia o sustracción de números reales**

La **diferencia** de dos números reales se define como **la suma del minuendo más el opuesto del sustraendo, es decir:**

$$\boldsymbol{a - b = a + (-b)}$$

- **Ley de signos**

Cuando se realizan operaciones de **adición y sustracción** con números reales, se siguen las siguientes reglas:

- Si los dos números tienen el mismo signo: se suman y mantienen su signo.
- Si los dos números tiene signos diferentes: se restan y se deja el signo del número con mayor valor absoluto.

Resuelva la operación de adición y sustracción

$15 + 54 = 69$ $\quad$ $4 - 17 = -13$ $\quad$ $-15 - 54 = -69$ $\quad$ $650 \quad - 525 = 125$

$-4 - 8 - 23 = -12 - 23 = -35$ $\quad$ $10 - 4 + 2 - 8 = (10 + 2) + (-4 - 8) = 12 - 12 = 0$

$-4.5 + 8.3 - 8.2 + 2.8 = (8.3 + 2.8) + (-4.5 - 8.2) = 11.1 - 12.7 = -1.6$

$5.00 + 1.08 = 6.08$

$\frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$ $\quad$ $-\frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{-5+4}{3} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$

$\frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5-4}{3} = \frac{1}{3}$ $\quad$ $-\frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{-5-4}{3} = \frac{-9}{3} = -3$

$\frac{5}{9} + \frac{4}{27} = \frac{(3)(5)+(1)(4)}{27} = \frac{15+4}{27} = \frac{19}{27}$ $\quad$ $\frac{5}{9} - \frac{4}{27} = \frac{(3)(5)-(1)(4)}{27} = \frac{15-4}{27} = \frac{11}{27}$

$$\frac{5}{4} - 7 = \frac{5}{4} - \frac{7}{1} = \frac{5 - 28}{4} = \frac{-23}{4} = -5\frac{3}{4}$$

$$5\frac{3}{7} + 4\frac{2}{3} = \frac{(5)(7) + 3}{7} + \frac{4(3) + 2}{3} = \frac{38}{7} + \frac{14}{3} = \frac{114 + 98}{21} = \frac{212}{21} = 10\frac{2}{21}$$

Operaciones con números reales

- **Multiplicación y División de números reales**

El resultado de multiplicar(dividir)dos números reales es otro número real. Si $a, b \in \mathbb{R}$. Entonces $(a)(b) \in \mathbb{R}$ y $a \div b \in R$

La **regla de los signos** de la multiplicación y división de los **números enteros y racionales** se sigue manteniendo con los **números reales**.

Regla de los signos para la multiplicación y división:

Multiplicacón	División
(+) x (+) = +	(+) ÷ (+) = +
(-) x (-) = +	(-) ÷ (-) = +
(+) x (-) = -	(-) ÷ (+) = -
(-) x (+) = -	(+) ÷ (-) = -

Operaciones con números reales

- **División de números reales**

La **división** de dos números reales se define como el producto del dividendo por el inverso del divisor.

$$\frac{a}{b} = a(b^{-1}) \text{ con } b \neq 0$$ La división entre cero no existe no está definida.

Cuando se realizan operaciones de multiplicación y división con números reales, se siguen las siguientes reglas:

- Si se multiplican (dividen) dos números con signo iguales, el resultado tendrá el signo "+";
- Si se multiplican (dividen) un número con signo "+" y otro con signo "-", el resultado tendrá el signo "-".

Resuelva la operación de multiplicación y división

$(+2)(-3) = -6$ $\quad$ $(-4)(+5) = -20$ $\quad$ $(-1)(-4) = +4$

$4(125) = 500$ $\quad$ $(14)(6) = 84$ $\quad$ $(14)(-6) = -84$ $\quad$ $(-14)(-6) = 84$

$$50 \div 5 = (50)(5)^{-1} = \left(\frac{50}{1}\right)\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{50}{5} = 10$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{10}{6}\right) = -\frac{(3)(10)}{(5)(6)} = -\frac{30}{30} = -1$$

$$(10) \div (-40) = -(10 \div 40) = -\left(\frac{10}{40}\right) = -\frac{1}{4} = 0.25$$

$$(-72) \div (-2) = (72 \div 2) = \left(\frac{72}{2}\right) = 36$$

$$(10) \div \left(\frac{10}{6}\right) = \left(\frac{10}{1}\right)\left(\frac{6}{10}\right) = -\frac{60}{10} = 6$$

$$(25)(3) + (11)(2) = 75 + 22 = 97$$

$$(25)(3) + (75)(2) + (175)(1) = 75 + 150 + 175 = 400$$

$$\frac{5.00}{0.03} = \frac{500}{3} = 166.67$$

$$(0.01)(17) + (0.05)(12) + (0.10)(15) + (0.50)(8) + (1)(15) + (5)(20) + (10)(8) + (20)(9) =$$

$$= 0.17 + 0.60 + 1.50 + 4.00 + 15.00 + 100.00 + 80.00 + 180.00 = 381.27$$

RESOLUCIÓN DE PRÁCTICA

1. Coloca el signo de menor que, mayor que o igual que en la raya correspondiente para comparar los siguientes números enteros:

-5	<	-3
-6	<	0
4 – 10	>	-8
-32	>	-45
-15	<	-5
$\frac{4}{5}$	>	$\frac{1}{4}$
$\frac{7}{6}$	<	$\frac{5}{4}$
$\frac{1}{3}$	=	$\frac{15}{45}$
-579	<	-420
0	<	0.333….
-0.111…	>	-0.222…

2. Determine el M.C.D de $\{1, 7, 9\}$

$$1 = 1$$

$$7 = (1)(7)$$

$$9 = 1(3)(3) = (1)(3^2)$$

$$MCD = 1$$

3. Determine el M.C.D de $\{12, 24, 54\}$

$$12 = (2)(2)(3) = (2^2)(3)$$

$$24 = (2)(2)(2)(3) = (2^3)(3^1)$$

$$54 = (2)(3)(3)(3) = (2^1)(3^3)$$

$$MCD = (2)(3) = 6$$

5. Determine el M.C.M de $\{12, 24, 4\}$

12	24	4	2
6	12	2	2
3	6	1	2
3	3	1	3
1	1	1	

M.C.M=(2)(2)(2) (3)= 24

6. Determine el M.C.M de $\{1, 7, 9\}$

1	7	9	1
1	7	9	7
1	1	9	9
1	1	1	

M.C.M=(1)(7)(9))= 63

7. Juan tiene una botella vacía. Si la llena de agua toda pesa 650 gramos. Si solo se llena de agua las $\frac{3}{4}$ partes, toda pesa 525 gramos. ¿Cuánto pesa la botella vacía?

Solución

Nótese que la diferencia entre el peso de la botella llena y la botella con los tres cuartos agua sería igual $\frac{1}{4}$ de agua (faltaría para llenarla)

$$\frac{1}{4}\,agua \quad \rightarrow \quad 650 \quad -525 = 125\ gramos$$

Con este resultado el total de agua que se necesita para llenar la botella es:

$$Total\ de\ agua \quad \rightarrow \quad 4(125\ gramos) = \quad 500\ gramos$$

La diferencia entre el peso de la botella con agua y el peso total del agua nos daría el peso de la botella vacía, es decir, el peso de la botella vacía está dado por:

$$Peso\ de\ la\ Botela\ Vacía \ \rightarrow \ 650 - 500 \ = \ 150\ gramos.$$

8. Un grupo de niños va al cine y reúnen el dinero para pagar la entrada entre todos. Si cada uno coloca B/ 8.00 le faltan B/ 23.00. Si cada uno coloca B/ 9.00 le sobran B/ 23.00 ¿Cuántos niños fueron al cine?

Solución

Sea C el costo total completo que los niños deben pagar y sea x la cantidad de niños que fue al cine, entonces se tiene que:

$$8x + 23 = C \quad (1)$$

Además, se tiene que:

$$9x - 23 = C \; (2)$$

Claramente para que se cumpla la relación se debe dar que:

$$9x - 23 = 8x + 23$$

$$9x - 8x = 23 + 23$$

De donde se obtiene que: $x = 23 + 23 = 46\, niños$

En total pagaron 391.00 La entrada de cada niño es 8.50

GRACIAS POR SU ATENCIÓN

https://www.youtube.com/watch?v=x9Pp1rIrYsk