UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE VERAGUAS

SOLUCIÓN DE ECUACIONES ALGEBRAICAS POR MÉTODOS ITERATIVOS, EMPLEANDO COMPUTADORAS

POR

OLGA ESTER BATISTA GONZÁLEZ
Y
RAÚL ENRIQUE DUTARI DUTARI

ANTEPROYECTO DE TRABAJO DE GRADUACIÓN, PRESENTADO A LA CONSIDERACIÓN DE LA ESCUELA, PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE LICENCIADOS EN MATEMÁTICA.

SANTIAGO, REPÚBLICA DE PANAMÁ
1989

INTRODUCCIÓN

A lo largo de nuestra vida universitaria, la resolución de las ecuaciones algebraicas se nos ha presentado como un problema constante, que nunca ha tenido una solución simple y que, sin embargo, es un paso importantísimo en la resolución de una cantidad innumerable de problemas matemáticos, físicos, y de otras áreas que sería largo enumerar.

Además, cuando recibimos nuestros cursos de Programación I y II; nos encontramos con que esta es un área donde no existe un método definido para la resolución de las mencionadas ecuaciones, con todo y que ellas, vistas como funciones, han sido de las más estudiadas por los matemáticos. Esto ocurre hoy día, en detrimento de la gran cantidad de métodos que existen actualmente para resolverlas. Cada uno de ellos presenta características favorables y desfavorables, para su empleo en la solución de determinadas ecuaciones.

Estos hechos, aunados a nuestra inclinación hacia la programación con computadoras son lo que nos ha motivado a escoger este tema para nuestro trabajo de graduación.

Nuestro trabajo se concretará al desarrollo de los métodos iterativos para la obtención de raíces de ecuaciones algebraicas en general, pero la aplicación de estos métodos la realizaremos únicamente a las ecuaciones polinomiales.

METODOLOGÍA A SEGUIR

El trabajo se iniciará con un capítulo introductorio titulado “Introducción. Métodos para encontrar las raíces de ecuaciones algebraicas", que presupondrá conocimientos de la teoría de ecuaciones algebraicas. En él atacaremos el problema planteado desde el punto de vista algebraico, resolviendo las ecuaciones cuadráticas, cúbica y cuartica, para posteriormente, considerar el hecho probado dentro de las aplicaciones de la “Teoría de Galois" consistente en que las ecuaciones de grado mayor que el cuarto, no son resolubles por radicales. Este capítulo tendrá un carácter netamente expositivo e introductorio al tema en cuestión, al considerar aspectos que actualmente son problemas resueltos de la matemática.

En el segundo capítulo titulado “Métodos iterativos para encontrar raíces de ecuaciones algebraicas", desarrollaremos los métodos iterativos para la solución de ecuaciones algebraicas más conocidos en nuestro medio, haciendo mayor énfasis a la obtención de raíces reales que a la obtención de raíces complejas, pero sin dejar a un lado éstas últimas. Emplearemos desarrollos matemáticos constructivos (geométricos y analíticos), basados en el análisis matemático.

En el tercer capítulo, “Programación y comparación de los métodos iterativos para encontrar las raíces de ecuaciones algebraicas", inicialmente desarrollaremos programas en el lenguaje de programación BASIC, de los métodos antes desarrollados, considerando por separado (como en el capítulo anterior), los métodos para encontrar raíces reales de los métodos para encontrar las raíces complejas. Los programas emplearan resultados de la teoría de ecuaciones algebraicas para simplificar las ecuaciones polinomiales antes de aplicar los métodos. Posteriormente, los métodos antes desarrollados se compararán entre sí bajo diversos criterios, de modo que sean evidentes las situaciones en que se puedan emplear eficientemente. Basándose en estos resultados, obtendremos combinaciones de dichos métodos, que sean mejores que los métodos desarrollados, individualmente.

DURACIÓN APROXIMADA DE LA CONFECCIÓN DEL TRABAJO

La duración aproximada de la confección de este trabajo de graduación se estima en cuatro semestres, contados desde la fecha de esta presentación.

ESBOZO DEL PLAN A DESARROLLAR

La siguiente página muestra un esbozo del plan a desarrollar.

PLAN GENERAL

TEMA:

SOLUCIÓN DE ECUACIONES ALGEBRAICAS POR MÉTODOS ITERATIVOS, EMPLEANDO COMPUTADORAS.

1- Introducción. Métodos para encontrar las raíces de ecuaciones algebraicas.

1.1- Qué significa resolver una ecuación algebraicamente o por radicales.

1.2- Métodos analíticos para encontrar raíces reales y complejas de ecuaciones algebraicas.

2- Métodos iterativos para encontrar raíces de ecuaciones algebraicas.

2.1- Introducción.

2.2- Métodos iterativos para encontrar raíces reales.

2.3- Métodos iterativos para encontrar raíces complejas.

3- Programación y comparación de los métodos iterativos para encontrar las raíces de ecuaciones algebraicas.

3.1- Programación de los métodos iterativos desarrollados para encontrar raíces reales.

3.2- Programación de los métodos iterativos desarrollados para encontrar raíces complejas.

3.3- Comparación de estos métodos bajo diversos criterios.

3.4- Desarrollo de métodos combinados como resultado de los métodos ya tratados individualmente.

CAPITULO #1: MÉTODOS ANALÍTICOS PARA ENCONTRAR LAS RAÍCES DE ECUACIONES ALGEBRAICAS

1- Observaciones preliminares.

2- Qué significa resolver una ecuación algebraicamente o por radicales.

3- Ecuaciones lineales, cuadráticas, cúbicas y cuarticas.

3.1- Ecuación cuadrática.

3.1.1- Deducción de la fórmula cuadrática.

3.2- Ecuación cúbica.

3.2.1- Deducción de la fórmula cúbica. Fórmulas de Cardano. Método de Hudde.

3.2.1.1- Resolvente de la cúbica.

3.2.1.2- Discusión de las fórmulas de Cardano. Caso irresoluble (resolución trigonométrica).

3.3- Ecuación cuartica.

CAPITULO #2: MÉTODOS ITERATIVOS PARA ENCONTRAR LAS RAÍCES DE ECUACIONES ALGEBRAICAS

2.2- Separación de Raíces reales.

2.2.1- Observaciones preliminares.

2.2.2- Método 1: Si $_1$ y $_2$ son dos raíces consecutivas de f'(x)=0, entonces f(x)=0 tiene una raíz simple entre $_1$ y $_2$ ó no existe raíz según que f($_1$) y f($_2$) tengan signo opuesto o sean de igual signo. A lo sumo una raíz de f(x)=0 supera (no supera) a la mayor (menor) raíz de f'(x)=0.

2.2.3- Método 2: Método de Sturm.

2.2.3.1- Variación y permanencia.

2.2.3.2- Sucesión de Sturm.

2.2.3.2.1- Condiciones que satisface la sucesión de Sturm.

2.2.3.3- Teorema de Sturm.

2.2.4- Método 3: Teorema de Budan-Fourier.

2.2.4.1- Regla de los signos de Descartes.

2.2.4.1.1- Regla del número de raíces positivas de la ecuación.

2.2.4.1.2- Corolario de la regla de los signos de Descartes.

2.3- Aproximación de Raíces reales.

2.3.1- Introducción al cálculo aproximado de raíces.

2.3.2- Análisis aritmético de las funciones.

2.3.1- Método de Ruffini-Horner.

.3.1.1- Contracción del método.

2.3.2- Método de bisección.

2.3.2.1- Inconvenientes e importancia del método de bisección.

2.3.2.2- Teorema en el procedimiento de bisección que permite determinar el error y el número de iteraciones dado uno de ellos.

2.3.2.3- Convergencia del método de bisección.

2.3.3- Método de iteraciones sucesivas (Iteración lineal, aproximaciones sucesivas, transformaciones algebraicas o de punto fijo).

2.3.3.1- Interpretación geométrica.

2.3.3.2- Teorema sobre la convergencia del método de iteraciones sucesivas.

2.3.3.3- Método de aproximaciones sucesivas modificado.

2.3.4- Método de Newton-Raphson-Fourier.

2.3.4.1- Introducción gráfica.

2.3.4.2- Deducción a través del polinomio de Taylor.

2.3.4.3- Precauciones de Fourier.

2.3.4.4- Teorema sobre la convergencia de este método.

2.3.4.5- Método de Newton de segundo orden, (o de triple división sintética) deducido por la fórmula de Taylor del método de Newton-Raphson-Fourier.

2.3.4.6- Importancia de la elección del valor inicial.

2.3.4.7- Limitaciones cuando la raíz es punto de inflexión, cero múltiple o mínimo local (raíz imaginaria).

2.3.4.8- Método de Von Mises.

2.3.4.9- Método de la secante (deducido del método de Newton-Raphson).

2.3.4.10- Método de Müller (deducido del método de la secante).

2.3.4.10.1- Deducción y representación gráfica.

2.3.4.11- Método de Birge-Vieta o de doble divisisón sintética (particularización del método de Newton-Raphson para los polinomios).

2.3.5- Método de regula falsi (falsa posición o de partes proporcionales).

2.3.5.1- Explicación e ilustración de este método.

2.3.5.2- Comparación de este método con el de bisección y el de la secante.

2.3.6- Método mixto (Newton-Raphson-Fourier- regula falsi).

2.3.7- Método de Dandelín-Graeffe.

2.3.7.1- Explicación del mismo.

2.3.8- Método de Bernoulli.

2.3.9- Método de cociente-diferencia (diferencia de cocientes).

2.3.10- Método de Steffesen.

2.3.10.1- Debilidad de este método.

CAPITULO #3: PROGRAMACIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS ITERATIVOS DESARROLLADOS PARA ENCONTRAR LAS RAÍCES DE ECUACIONES ALGEBRAICAS

1- Programación de estos métodos para raíces reales.

1.1- Método de Ruffini-Horner.

1.1.1- Algoritmo.

1.2- Método de Bisección.

1.2.1- Algoritmo.

1.3- Método de iteraciones sucesivas (iteración lineal o de punto fijo).

1.3.1- Algoritmo.

1.4- Método de Newton-Raphson-Fourier.

1.4.1- Algoritmo.

1.5- Método de Newton de segundo orden (triple división sintética).

1.5.1- Algoritmo.

1.6- Método de Von Mises.

1.6.1- Algoritmo.

1.7- Método de la secante.

1.7.1- Algoritmo.

1.8- Método de Müller.

1.8.1- Algoritmo.

1.9- Método de Birge-Vieta (doble división sintética).

1.9.1- Algoritmo.

1.10- Método de Regula falsi (falsa posición o partes proporcionales).

1.10.1- Algoritmo.

1.11- Método regula falsi modificado (Mixto).

1.11.1- Algoritmo.

2.3.1- Algoritmo.

2.4- Método de Müller.

2.4.1- Algoritmo.

3- Comparación de estos métodos.

3.1- Criterios de comparación.

3.1.1- Universalidad.

3.1.2- Sencillez en la organización del proceso de cálculo.

3.1.3- Sencillez en la organización del proceso de control de la exactitud.

3.1.4- Velocidad de convergencia.

3.1.4.1- Definición de un procedimiento para medir la rapidez de convergencia.

3.1.4.2- Determinación y caracterización de esquemas de iteración funcional cuadrática.

3.2- Pruebas para comparar los métodos.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA.

1- SAGASTUME BERRA, Alberto E. Algebra y cálculo FERNANDEZ, Germán. numérico. Argentina. Editorial Kapelusz, S. A. 1960.

2- SHEID, Ph.D., FRANCIS. Análisis numérico. México. Libros McGraw-Hill de México, S. A. de C. V. 1985.

3- HAMMING, R. W. Numerical methods for scientists and engineers. E. U. A. McGraw-Hill Book Company. 1973.

4- CONTE, S. D. Análisis numérico DE BOOR, Carl.elemental. México. Libros McGraw-Hill de México, S. A. de C. V. 1985.

5- BURDEN, Richard I. Análisis numérico. FAIRES, J. Douglas. México. Grupo Editorial Iberoamérica, S. A. de C. V. 1985.

6- KREYSZIG, Erwin. Matemáticas avanzadas para ingeniería. Volumen II. México. Editorial Limusa, S. A. 1981.

7- LUTHE, Rodolfo. Métodos numéricos. OLIVERA, Antonio. México. Editorial SCHUTZ, Fernando. Limusa, S. A. de C. V. 1986.