

Laboratorio di Sistemi Meccatronici 2

Progetto: Macchina laser 2gld

Raul Luizaga
Stefano Rubis

December 2021



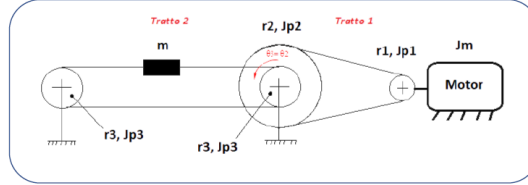
1 Introduction

Il progetto è stato sviluppato in due fasi: la prima svolta da casa e la seconda in laboratorio. Nello specifico possiamo trovare 5 sottofasi:

1. Modellazione dei singoli assi tenendo conto anche dell'elasticità delle cinghie, ricreando il noto sistema massa-carrello
2. Sintesi del regolatore di posizione del singolo asse (controllo classico, controllo moderno)
3. Simulazione in ambiente Simulink del comportamento dei singoli assi
4. Definizione della strategia di percorrenza delle traiettorie
5. Simulazione percorrenza traiettorie

2 Modellazione dei singoli assi

2.1 Modellazione ASSE X



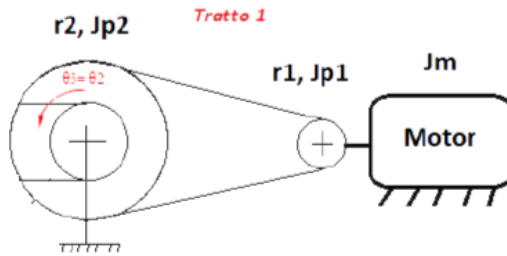
La trasmissione del moto è definita da 4 pulegge, ognuna con un proprio raggio R_i ed una propria inerzia J_i . La modellazione è avvenuta tramite equazioni di Lagrange e di conseguenza si sono dovute scegliere le coordinate libere che nel nostro caso sono $x, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. Questi valori corrispondono alle rotazioni delle pulegge. L'albero di collegamento fra il primo ed il secondo tratto può essere considerato rigido. Per semplificare il problema, abbiamo studiato il caso suddividendolo in due tratti:

- tratto 1: comprende le coordinate libere θ_1, θ_2
- tratto 2: comprende le coordinate libere x, θ_2, θ_3

Equazione di Lagrange:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right) + \frac{\partial U}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = Q_i$$

2.2 Modellazione ASSE X - Tratto 1



$$T = T_{puleggia_1} + T_{puleggia_2} + T_{motore} = \frac{1}{2} J_{p_1} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_{p_2} \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} J_m \dot{\theta}_1^2$$

$$U = U_{gravitazionale} + U_{cinghie} = 2 \left[\frac{1}{2} k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1)^2 \right]$$

$$D = 2 \left[\frac{1}{2} c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)^2 \right]$$

Coordinata libera θ_1 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_1} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} = 0; \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \ddot{\theta}_1 (J_{p1} + J_m)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_1} = -2k_1 R_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1); \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_1} = -2c_1 R_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)$$

Da cui ottengo la prima equazione:

$$\ddot{\theta}_1 (J_{p1} + J_m) - R_1 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_1}$$

Coordinata libera θ_2 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_2} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} = \dot{\theta}_2 J_{p2}; \frac{d}{dT} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \ddot{\theta}_2 J_{p2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = 2k_1 R_2 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} = 2c_1 R_2 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)$$

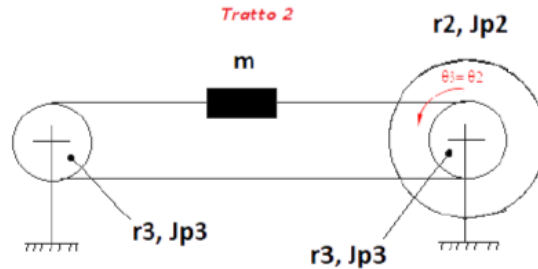
Da cui ottengo la seconda equazione:

$$\ddot{\theta}_2 (J_{p2}) + R_2 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_2}$$

ricapitolando ottendo un sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 (J_{p1} + J_m) - R_1 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_1} \\ \ddot{\theta}_2 (J_{p2}) + R_2 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_2} \end{cases}$$

2.3 Modellazione ASSE X - Tratto 2



$$T = T_{carrello} + T_{puleggia_2} + T_{puleggia_3} = \frac{1}{2}J_{p_3}\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_{p_3}\dot{\theta}_2^2$$

$$U = U_{gravitazionale} + U_{cinghie} \\ = \frac{1}{2}k_3(x - \theta_3 R_3)^2 + \frac{1}{2}k_2(x - \theta_2 R_3)^2 + \frac{1}{2}k_4(R_3\theta_2 - R_3\theta_3)^2$$

$$D = \frac{1}{2}c_3(x)(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3)^2 + \frac{1}{2}c_2(x)(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3)^2 + \frac{1}{2}c_4(R_3\dot{\theta}_2 - R_3\dot{\theta}_3)^2$$

Nota:

$$c_2(x), c_3(x), k_2(x), k_3(x)$$

sono variabili.

Per una maggiore semplicità descrittiva, possiamo utilizzare la notazione:

$$c_2(x) = c_2; c_3(x) = c_3; k_2(x) = k_2; k_3(x) = k_3;$$

Coordinata libera x :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}; \frac{\partial}{\partial T}(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}) = \ddot{x}m;$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = k_3(x - \theta_3 R_3) + k_2(x - \theta_2 R_3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3)$$

Da cui ottengo la prima equazione:

$$\ddot{x}m + k_3(x - \theta_3 R_3) + k_2(x - \theta_2 R_3) + c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) = Q_x$$

Coordinata libera θ_2 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_2} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} = J_{p_3}\dot{\theta}_2; \frac{d}{dT}(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2}) = \ddot{\theta}_2 J_{p_3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = -k_2 R_3(x - \theta_2 R_3) + k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = -c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) - c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3)$$

Da cui ottengo la seconda equazione:

$$\ddot{\theta}_2 J_{p_3} - k_2 R_3(x - \theta_2 R_3) + k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) + c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = Q_{\theta_2}$$

Coordinata libera θ_3 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_3} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_3} = J_{p_3} \dot{\theta}_3; \frac{d}{dT} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_3} \right) = \ddot{\theta}_3 J_{p_3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_3} = -k_3 R_3(x - \theta_3 R_3) - k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = -c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) - c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3)$$

Da cui ottengo la terza equazione:

$$\ddot{\theta}_3 J_{p_3} - k_3 R_3(x - \theta_3 R_3) - k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) - c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = Q_{\theta_3}$$

Ricapitolando ottengo un sistema di 3 equazioni:

$$\begin{cases} \ddot{x}m + k_3(x - \theta_3 R_3) + k_2(x - \theta_2 R_3) + c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) = Q_x \\ \ddot{\theta}_3 J_{p_3} - k_3 R_3(x - \theta_3 R_3) - k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) - c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = Q_{\theta_3} \\ \ddot{\theta}_2 J_{p_3} - k_2 R_3(x - \theta_2 R_3) + k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) + c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = Q_{\theta_2} \end{cases}$$

2.4 Modellazione ASSE X Tratto 1-2

Unione dei 2 sotto-modelli:

$$\begin{cases} \ddot{x}m + k_3(x - \theta_3 R_3) + k_2(x - \theta_2 R_3) + c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) = 0 \\ \ddot{\theta}_1(J_{p_1} + J_m) - R_1[2k_1(\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1(\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = C_m \\ \ddot{\theta}_2(J_{p_2} + J_{p_3} + R_2[2k_1(\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1(\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] + \\ - k_2 R_3(x - \theta_2 R_3) + k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) + c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = 0 \\ \ddot{\theta}_3 J_{p_3} - k_3 R_3(x - \theta_3 R_3) - k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) - c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = 0 \end{cases}$$

Definisco le matrici M,K,C ed F per esprimere tutto in notazione matriciale:

M=

$$\begin{bmatrix} J_{p_1} + J_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{p_2} + J_{p_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{p_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$

K=

$$\begin{bmatrix} 2k_1 R_1^2 & -2k_1 R_2 R_1 & 0 & 0 \\ -2k_1 R_2 R_1 & 2k_1 R_2^2 + (k_2 + k_4) R_3^2 & -k_4 R_3^2 & -k_2 R_3 \\ 0 & -k_4 R_3^2 & (k_3 + k_4) R_3^2 & -k_3 R_3 \\ 0 & -k_2 R_3 & -k_3 R_3 & k_3 + k_2 \end{bmatrix}$$

C=

$$\begin{bmatrix} 2c_1 R_1^2 & -2c_1 R_2 R_1 & 0 & 0 \\ -2c_1 R_2 R_1 & 2c_1 R_2^2 + (c_2 + c_4) R_3^2 & -c_4 R_3^2 & -c_2 R_3 \\ 0 & -c_4 R_3^2 & (c_3 + c_4) R_3^2 & -c_3 R_3 \\ 0 & -c_2 R_3 & -c_3 R_3 & c_3 + c_2 \end{bmatrix}$$

F=

$$\begin{bmatrix} C_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ottengo così la relazione matriciale:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F$$

dove:

X=

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ x \end{bmatrix}$$

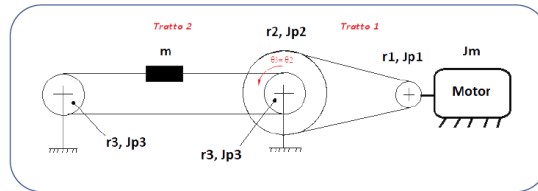
\dot{X} =

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

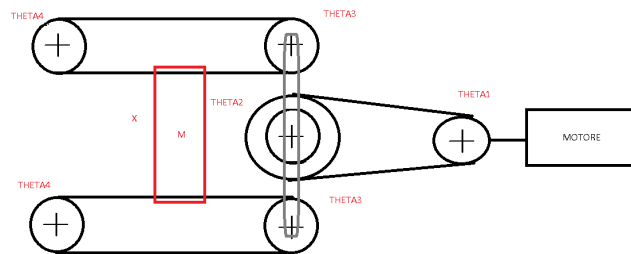
\ddot{X} =

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{x} \end{bmatrix}$$

2.5 Modellazione ASSE Y



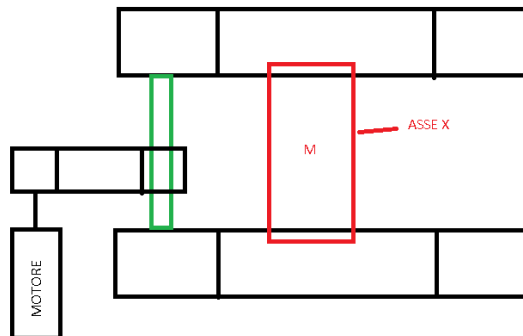
Vista del modello completo:



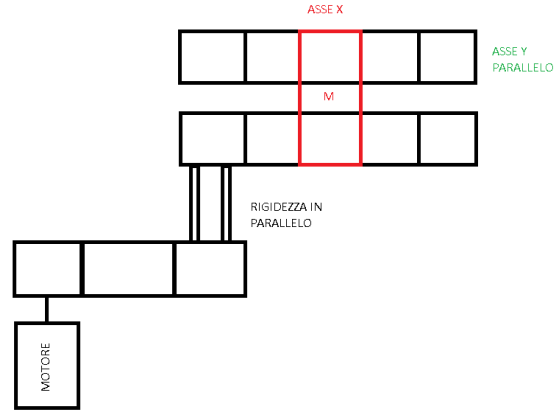
Faccio 2 osservazioni :

1. Il tratto 2 è simmetrico
2. Il tratto 1 è identico al tratto 1 del modello dell'asse x

Rappresentazione del modello dell'asse y in modo funzionale:

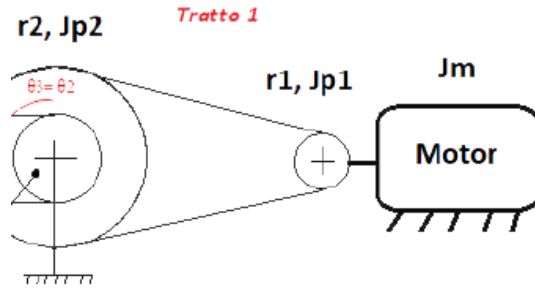


Il quale può essere visto anche in questo modo per capire meglio come trattare le rigidezze:



L'asse y è composta da 7 pulegge, ognuna con un proprio raggio R_i ed una propria inerzia J_i . La modellazione è avvenuta tramite equazioni di Lagrange e di conseguenza si sono dovute scegliere le coordinate libere che nel nostro caso sono $x, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ e θ_4 . Anche in questo caso per semplificare i conti abbiamo suddiviso il problema in due tratti. Come osservato prima il tratto 2 è simmetrico, di conseguenza posso vedere l'asse y composto da 5 pulegge perchè le pulegge: *puleggia*₄ e la *puleggia*₃ vengono prese 2 volte.

2.6 Modellazione ASSE Y - Tratto 1



$$T = T_{puleggia_1} + T_{puleggia_2} + T_{motore} = \frac{1}{2} J_{p_1} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_{p_2} \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} J_m \dot{\theta}_1^2$$

$$U = U_{gravitazionale} + U_{cinghie} = 2 \left[\frac{1}{2} k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1)^2 \right]$$

$$D = 2 \left[\frac{1}{2} c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)^2 \right]$$

Coordinata libera θ_1 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_1} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} = 0; \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \ddot{\theta}_1 (J_{p1} + J_m)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_1} = -2k_1 R_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1); \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_1} = -2c_1 R_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)$$

Da cui ottengo la prima equazione:

$$\ddot{\theta}_1 (J_{p1} + J_m) - R_1 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_1}$$

Coordinata libera θ_2 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_2} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} = \dot{\theta}_2 J_{p2}; \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \ddot{\theta}_2 J_{p2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = 2k_1 R_2 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} = 2c_1 R_2 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)$$

Da cui ottengo la seconda equazione:

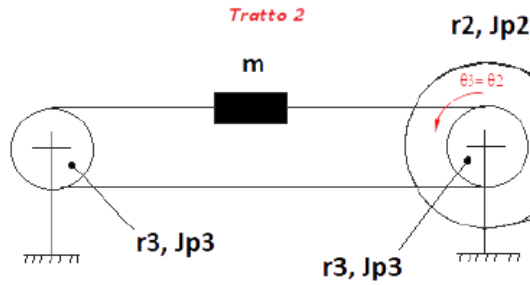
$$\ddot{\theta}_2 (J_{p2}) + R_2 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_2}$$

ricapitolando ottengo un sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 (J_{p1} + J_m) - R_1 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_1} \\ \ddot{\theta}_2 (J_{p2}) + R_2 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_2} \end{cases}$$

E' identico al tratto-1 dell'asse x.

2.7 Modellazione ASSE Y - Tratto 2



$$T = T_{asse_x} + T_{puleggia_2} + T_{puleggia_3} = J_{p3} \dot{\theta}_3^2 + J_{p3} \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

$$U = U_{gravitazionale} + U_{cinghie} \\ = k_3(x)(x - \theta_3 R_3)^2 + k_2(x)(x - \theta_2 R_3)^2 + k_4(R_3 \theta_2 - R_3 \theta_3)^2$$

$$D = c_3(x)(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3)^2 + c_2(x)(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3)^2 + c_4(R_3 \dot{\theta}_2 - R_3 \dot{\theta}_3)^2$$

Nota:

$$c_2(x), c_3(x), k_2(x), k_3(x)$$

sono variabili.

Notazione:

$$c_2(x) = c_2; c_3(x) = c_3; k_2(x) = k_2; k_3(x) = k_3;$$

Coordinata libera x :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = \dot{x}m; \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = \ddot{x}m;$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 2k_3(x - \theta_3 R_3) + 2k_2(x - \theta_2 R_3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = 2c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + 2c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3)$$

Da cui ottengo la prima equazione:

$$\ddot{x}m + 2k_3(x - \theta_3 R_3) + 2k_2(x - \theta_2 R_3) + 2c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + 2c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) = Q_x$$

Coordinata libera θ_2 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_2} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} = 2\dot{\theta}_2 J_{p_3}; \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = 2\ddot{\theta}_2 J_{p_3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = -2k_2 R_3(x - \theta_2 R_3) + 2k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} = -2c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) + 2c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3)$$

Da cui ottengo la seconda equazione:

$$2\ddot{\theta}_2 J_{p_3} - 2k_2 R_3(x - \theta_2 R_3) + 2k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - 2c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) + 2c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = Q_{\theta_2}$$

Coordinata libera θ_3 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_3} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_3} = 2J_{p_3} \dot{\theta}_3; \frac{d}{dT} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_3} \right) = 2\ddot{\theta}_3 J_{p_3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_3} = -2k_3 R_3(x - \theta_3 R_3) - 2k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_3} = -2c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) - 2c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3)$$

Da cui ottengo la terza equazione:

$$2\ddot{\theta}_3 J_{p_3} - 2k_3 R_3(x - \theta_3 R_3) - 2k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - 2c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) - 2c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = Q_{\theta_3}$$

ricapitolando otteniamo un sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} \ddot{x}m + 2k_3(x - \theta_3 R_3) + 2k_2(x - \theta_2 R_3) + 2c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + 2c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) = 0 \\ 2\ddot{\theta}_2 J_{p_3} - 2k_2 R_3(x - \theta_2 R_3) + 2k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - 2c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) + 2c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = 0 \\ 2\ddot{\theta}_3 J_{p_3} - 2k_3 R_3(x - \theta_3 R_3) - 2k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - 2c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) - 2c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = 0 \end{cases}$$

2.8 Modellazione ASSE Y Tratto 1-2

Unione dei 2 sotto-modelli:

$$\begin{cases} \ddot{x}m + 2k_3(x - \theta_3 R_3) + 2k_2(x - \theta_2 R_3) + 2c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + 2c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) = 0 \\ \ddot{\theta}_1(J_{p1} + J_m) - R_1[2k_1(\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1(\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = C_m \\ \ddot{\theta}_2(2J_{p3} + J_{p2}) - 2k_2 R_3(x - \theta_2 R_3) + 2k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - 2c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_2 R_3) + \\ 2c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) + R_2[2k_1(\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1(\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = 0 \\ \ddot{\theta}_3(2J_{p3}) - 2k_3 R_3(x - \theta_3 R_3) - 2k_4 R_3(\theta_2 R_3 - \theta_3 R_3) - 2c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + \\ -2c_4 R_3(\dot{\theta}_2 R_3 - \dot{\theta}_3 R_3) = 0 \end{cases}$$

Definisco le matrici M, K, C ed F per esprimere tutto in notazione matriciale:

M=

$$\begin{bmatrix} J_{p_1} + J_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2J_{p_2} + J_{p_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2J_{p_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$

K=

$$\begin{bmatrix} 2k_1 R_1^2 & -2k_1 R_2 R_1 & 0 & 0 \\ -2k_1 R_2 R_1 & 2(k_4 + k_2) R_3^2 + k_1 (R_2^2) & -2k_4 R_3^2 & -2k_2 R_3 \\ 0 & -2k_4 R_3^2 & 2(k_3 + k_4) R_3^2 & -2k_3 R_3 \\ 0 & -2k_2 R_3 & -2k_3 R_3 & 2(k_3 + k_2) \end{bmatrix}$$

C=

$$\begin{bmatrix} 2c_1 R_1^2 & -2c_1 R_2 R_1 & 0 & 0 \\ -2c_1 R_2 R_1 & 2(c_4 + c_2) R_3^2 + c_1 (R_2^2) & -2c_4 R_3^2 & -2c_2 R_3 \\ 0 & -2c_4 R_3^2 & 2(c_3 + c_4) R_3^2 & -2c_3 R_3 \\ 0 & -2c_2 R_3 & -2c_3 R_3 & 2(c_3 + c_2) \end{bmatrix}$$

F=

$$\begin{bmatrix} C_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ottengo così la relazione matriciale:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F$$

dove:

X=

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ x \end{bmatrix}$$

\dot{X} =

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

\ddot{X} =

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{x} \end{bmatrix}$$

3 Simulazione modello su Matlab

3.1 Dati di interesse dell'asse x

- Caratteristiche dimensionali e inerziali

Grandezza	Asse x
$Diametro_1 [mm]$	23.87
$Diametro_2 [mm]$	54.12
$Diametro_3 [mm]$	25.46
$J_1 [kgcm^2]$	0.2006
$J_2 [kgcm^2]$	0.5194
$J_3 [kgcm^2]$	0.1086
Interasse cinghia chiusa [mm]	76
Interasse cinghia aperta [mm]	1275

- cinghie

Asse	Tratto	Tipo	Passo [mm]	Rinforzo	Larghezza [mm]	Cinghia aperta o saldata	Sviluppo	$K_{cs} [\frac{N}{mm}]$
X	1	Powergrip HTD	5	Fibra di vetro	9	Saldata	Da definirsi	$1.622 \cdot 10^4$
	2	Synchro-power HDT	5	Acciaio	10	Aperta	Da definirsi	$2.340 \cdot 10^4$

- Motore brushless: Parker NX110E
- Azionamento: Infranor PAC-AK-230/05
- Fine corsa magnetici:
 - Sensore Assemtech PTC 130/30
 - Magnete: Assemtech M1219-5
- Guida lineare: Misumi cod. SV2RL- MX24-1210-TMS (guida lineare a due carrelli)
- Encoder lineare Lika:
 - Testina: SME51-L-1-5-N-L5-J
 - Banda magnetica: MT50-2-100-1

3.2 Dati di interesse dell'asse y

- Caratteristiche dimensionali e inerziali

Grandezza	Asse Y
$Diametro_1 [mm]$	23.87
$Diametro_2 [mm]$	76.39
$Diametro_3 [mm]$	31.83
$J_1 [kgcm^2]$	1.2135
$J_2 [kgcm^2]$	6.5420
$J_3 [kgcm^2]$	0.5990
Interasse cinghia chiusa [mm]	119
Interasse cinghia aperta [mm]	1036
Lunghezza albero di collegamento [mm]	683
Diametro albero di collegamento [mm]	19

- cinghie

Asse	Tratto	Tipo	Passo[mm]	Rinforzo	Larghezza [mm]	Cinghia aperta o saldata	Sviluppo	$K_{cs} [\frac{N}{mm}]$
Y	1	Powergrip HTD	5	Fibra di vetro	25	Saldata	Da definirsi	1.900 * 10 ⁴
	2	Synchro-power HDT	5	Acciaio	15	Aperta	Da definirsi	2.340 * 10 ⁴

- Motore brushless: Mavilor BLS-073A.00.0105.00
- Azionamento: Infranor PAC-AK-230/11
- Fine corsa magnetici:
 - Sensore Assemtech PTC 130/30
 - Magnete: Assemtech M1219-5
- Guida lineare: N.2 Misumi cod. SV2RL- MX24-1210-TMS (guida lineare a due carrelli)
- Encoder lineare Lika:
 - Testina: SME51-L-1-5-N-L5-J
 - Banda magnetica: MT50-2-100-1

3.3 Simulazione modello Asse X

Si inizia con la inizializzazione dei dati illustrati nei sotto-capitoli precedenti. Le rigidezze specifiche sono state moltiplicate per 10^3 per avere N/m . Successivamente si inizia con il ricavare nuove informazione dai dati fornitoci. Per esempio il calcolo dei raggi delle pulegge e la lunghezza della cinghia tra puleggia-puleggia, carrello-puleggia e puleggia-carrello. Per il calcolo della lunghezza dei tratti di cinghia ho utilizzato la seguente espressione:

$$L_{tot} = 2C + 1.57(D + d) + \frac{(D + d)^2}{4C}$$

Per il tratto 1:

$$L_{1_{intermedio}} = L - \pi(R_1 + R_2) \quad (1)$$

$$L_1 = \frac{L_{1_{intermedio}}}{2} = 77.5[mm] \quad (2)$$

Per il tratto 2:

$$L_{2_{intermedio}} = L - (2\pi R_3) \quad (3)$$

$$L_2 = \frac{L_{2_{intermedio}}}{2} = 1275[mm] \quad (4)$$

Adesso conoscendo la lunghezza dei vari tratti posso calcolare le rigidezze k_1, k_2, k_3 e k_4 :

$$k_1 = k_{cs1} \frac{W_1}{L_1}$$

$$k_2 = k_3 = k_{cs2} \frac{2W_2}{L_2}$$

$$k_4 = k_{cs2} \frac{W_2}{L_2}$$

Nella fase iniziale abbiamo considerato gli smorzamento uguali a zero, quindi:

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0$$

Ora posso ricostruire le matrici definite del modello definite nel capitolo precedente:

$$\mathbf{M} = \begin{matrix} & 4 \times 4 \\ \begin{matrix} 0.0000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0.0001 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0.0000 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.5500 \end{matrix} \end{matrix}$$

Figure 1: matrice M

```

K = 4x4
105 x
    0.0054  -0.0122    0    0
   -0.0122   0.0285  -0.0003  -0.0467
    0    -0.0003   0.0009  -0.0467
    0    -0.0467  -0.0467   7.3412

```

Figure 2: matrice K

```

C = 4x4
    0    0    0    0
    0    0    0    0
    0    0    0    0
    0    0    0    0

```

Figure 3: matrice C

```

F = 4x1
    1.7000
     0
     0
     0

```

Figure 4: vettore F

Abbiamo utilizzato una funzione chiamata `show_mode`:

- che prende in input: M,K
- e fornisce in output: V,D

Dove V è una matrice che ha per colonna un gli autovettori che rappresentano i modi di vibrare nella cosiddetta analisi modale e D è una matrice diagonale di autovalori che contengono le pulsazioni naturali elevate al quadrato. Prima dell'utilizzo della funzione c'è stato il problema della normalizzazione. In quanto posso normalizzare rispetto gli autovalori, la matrice delle masse oppure rispetto alla matrice k. La normalizzazione rispetto alla massa il legame di ortogonalità della matrice M e K, questo si traduce fisicamente nel dire che ciascuna forma modale è unica quindi nessun modo può essere ottenuto tramite combinazione di altri modi. La normalizzazione rispetto al massimo spostamento posto uguale a 1 è utile nella determinazione di diversi componenti a ciascun modo proprio di vibrare della struttura. Noi abbiamo optato per la seconda soluzione. Il risultato ottenuto dalla funzione `show_mode`:


```

mode 1 - natural frequency w = 0.000007 [rad/s] - 0.000001 [Hz]
A1 = 1.000000
A2 = 0.441057
A3 = 0.441057
A4 = 0.005615
mode 2 - natural frequency w = 793.110963 [rad/s] - 126.227530 [Hz]
A1 = 1.000000
A2 = 0.422826
A3 = -0.148820
A4 = -0.005315
mode 3 - natural frequency w = 2897.988293 [rad/s] - 461.229162 [Hz]
A1 = 0.036908
A2 = 0.007295
A3 = -1.000000
A4 = 0.000378
mode 4 - natural frequency w = 7760.385848 [rad/s] - 1235.103768 [Hz]
A1 = -0.766645
A2 = 1.000000
A3 = -0.052262
A4 = -0.000048

```

Figure 5: modi di vibrare, pulsazioni e frequenze

La normalizzazione per gli autovalori si può osservare dalla presenza di '1' in ogni modo di vibrare. Per quanto riguarda il primo modo di vibrare consideriamo la pulsazione e la frequenza entrambi uguali a 0.

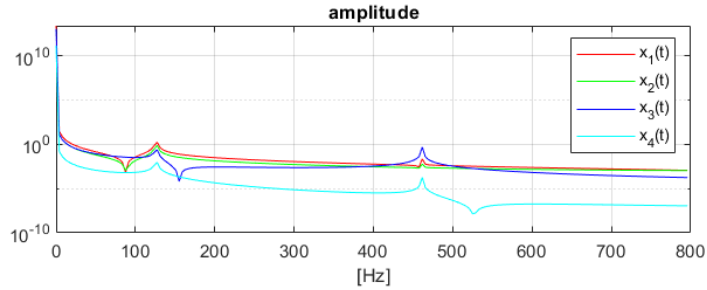


Figure 6: asse x: frequenze - asse y: ampiezze di vibrazione

Ora devo includere anche gli smorzamenti, quindi si fa l'ipotesi di uno smorzamento proporzionale. In questo modo vale la relazione:

$$\phi' C \phi = A(M_{modale}) + B(K_{modale}) = C_{modale}$$

Dove:

$$c_i = 2\xi\omega_i, i = j$$

$$c_i = 0, i \neq j$$

Abbiamo ipotizzato un valore del coefficiente di smorzamento pari a 0.7. Per ottenere la matrice C dobbiamo calcolare le matrici M_{modale} e K_{modale} e C_{modale}

$$M_{mod} = \phi' M \phi$$

$$K_{mod} = \phi' k \phi$$

$$C_{mod} = 2\xi \sqrt{M_{mod} K_{mod}}$$

Così posso ottenere:

$$C = \phi'^{-1} C_{mod} \phi^{-1}$$

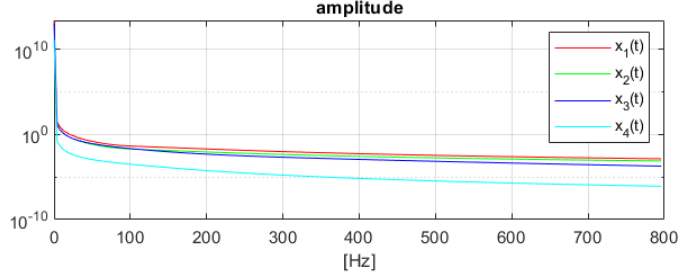


Figure 7: asse x: frequenze - asse y: ampiezze di vibrazione

3.4 Simulazione modello Asse Y

Si inizia con la inizializzazione dei dati illustrati nei sotto-capitoli precedenti. Le rigidezze specifiche sono state moltiplicate per 10^3 per avere N/m . Successivamente si inizia con il ricavare nuove informazione dai dati fornitoci. Per esempio il calcolo dei raggi delle pulegge e la lunghezza della cinghia tra puleggia-puleggia, carrello-puleggia e puleggia-carrello. Per il calcolo della lunghezza dei tratti di cinghia ho utilizzato la seguente espressione:

$$L_{tot} = 2C + 1.57(D + d) + \frac{(D + d)^2}{4C}$$

Per il tratto 1:

$$L_{1_{intermedio}} = L - \pi(R_1 + R_2) \quad (5)$$

$$L_1 = \frac{L_{1_{intermedio}}}{2} = 121.9[mm] \quad (6)$$

Per il tratto 2:

$$L_{2_{intermedio}} = L - (2\pi R_3) \quad (7)$$

$$L_2 = \frac{L_{2_{intermedio}}}{2} = 103.6[mm] \quad (8)$$

Adesso conoscendo la lunghezza dei vari tratti e le rigidezze specifiche delle varie cinghie posso calcolare le rigidezze k_1, k_2, k_3 e k_4 :

$$k_1 = k_{cs1} \frac{W_1}{L_1}$$

$$k_2 = k_3 = k_{cs2} \frac{2W_2}{L_2}$$

$$k_4 = k_{cs_2} \frac{W_2}{L_2}$$

Nella fase iniziale abbiamo considerato gli smorzamento uguali a zero, quindi:

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0$$

Ora posso ricostruire le matrici definite del modello definite nel capitolo precedente:

$$\mathbb{M} = 4 \times 4$$

0.0002	0	0	0
0	0.0008	0	0
0	0	0.0001	0
0	0	0	12.0000

Figure 8: matrice M

$$\mathbb{K} = 4 \times 4$$

$$10^6 \times$$

0.0011	-0.0036	0	0
-0.0036	0.0119	-0.0002	-0.0216
0	-0.0002	0.0005	-0.0216
0	-0.0216	-0.0216	2.7104

Figure 9: matrice K

$$\mathbb{C} = 4 \times 4$$

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

Figure 10: matrice C

$$\mathbb{F} = 4 \times 1$$

0.4500
0
0
0

Figure 11: vettore F

Abbiamo utilizzato anche qua la funzione chiamata show_mode:

```

mode 1 - natural frequency  $\omega = 0.000018$  [rad/s] -  $0.000003$  [Hz]
A1 = 1.000000
A2 = 0.312475
A3 = 0.312475
A4 = 0.004973
mode 2 - natural frequency  $\omega = 555.292247$  [rad/s] -  $88.377506$  [Hz]
A1 = 1.000000
A2 = 0.295520
A3 = -0.093016
A4 = -0.004413
mode 3 - natural frequency  $\omega = 2093.109529$  [rad/s] -  $333.128728$  [Hz]
A1 = 0.055127
A2 = 0.003946
A3 = -1.000000
A4 = 0.000431
mode 4 - natural frequency  $\omega = 4568.545161$  [rad/s] -  $727.106545$  [Hz]
A1 = 1.000000
A2 = -0.835179
A3 = 0.071471
A4 = 0.000066

```

Figure 12: modi di vibrare, pulsazioni e frequenze

La normalizzazione per gli autovalori si può osservare dalla presenza di '1' in ogni modo di vibrare. Per quanto riguarda il primo modo di vibrare consideriamo la pulsazione e la frequenza entrambi uguali a 0.

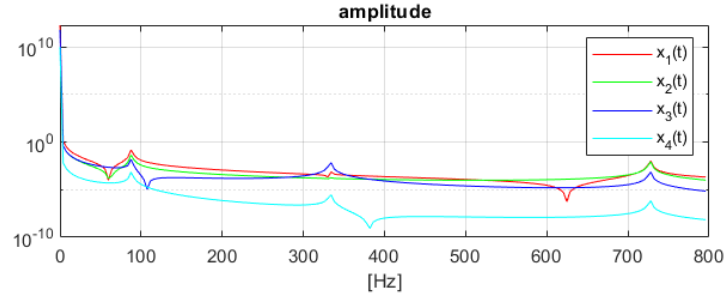


Figure 13: asse x: frequenze - asse y: ampiezze di vibrazione

Applico le stesse ipotesi fatte per l'asse x per ottenere la matrice C:

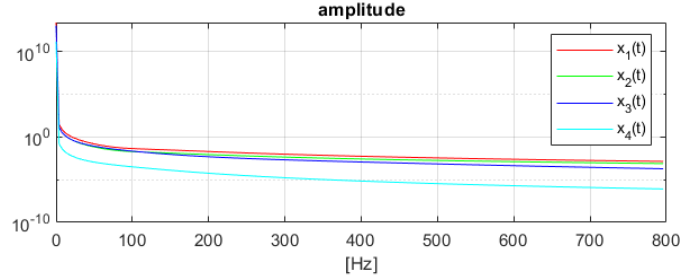


Figure 14: asse x: frequenze - asse y: ampiezze di vibrazione

4 Modellizzazione ASSE Y 5gdl

In questo caso devo considerare che tra la puleggia θ_2 e θ_3 sono presenti le componenti torsionali. In questo caso la devo considerare 2 volte in quanto θ_2 sta tra 2 pulegge caratterizzate dalla variabile θ_3 .

4.1 Tratto 1

$$T = T_{puleggia_1} + T_{puleggia_2} + T_{motore} = \frac{1}{2}J_{p1}\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_{p2}\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}J_m\dot{\theta}_1^2$$

$$U = U_{gravitazionale} + U_{cinghie} = 2[\frac{1}{2}k_1(\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1)^2]$$

$$D = 2[\frac{1}{2}c_1(\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)^2]$$

Coordinata libera θ_1 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \theta_1} &= 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} = 0; \frac{d}{dT}(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1}) = \ddot{\theta}_1(J_{p1} + J_m) \\ \frac{\partial U}{\partial \theta_1} &= -2k_1 R_1(\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1); \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_1} = -2c_1 R_1(\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1) \end{aligned}$$

Da cui ottengo la prima equazione:

$$\ddot{\theta}_1(J_{p1} + J_m) - R_1[2k_1(\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1(\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_1}$$

Coordinata libera θ_2 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_2} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} = \dot{\theta}_2 J_{p2}; \frac{d}{dT}(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2}) = \ddot{\theta}_2 J_{p2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = 2k_1 R_2 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} = 2c_1 R_2 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)$$

Da cui ottengo la seconda equazione:

$$\ddot{\theta}_2 (J_{p2}) + R_2 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_2}$$

ricapitolando ottengo un sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 (J_{p1} + J_m) - R_1 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_1} \\ \ddot{\theta}_2 (J_{p2}) + R_2 [2k_1 (\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1 (\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = Q_{\theta_2} \end{cases}$$

4.2 Tratto 2

$$T = T_{asse_x} + T_{puleggia_2} + T_{puleggia_3} + T_{puleggia_3} + J_{albero} = J_{p3} \dot{\theta}_4^2 + J_{p3} \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} J_{p2} \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + J_s \dot{\theta}_2^2$$

$$U = U_{gravitazionale} + U_{cinghie} + U_{albero} = k_4(x) (\theta_3 R_3 - \theta_4 R_3)^2 + k_3(x) (x - \theta_4 R_3)^2 + k_2(x) (x - \theta_3 R_3)^2 + k_T (\theta_3 - \theta_2)^2$$

$$D = c_4(x) (\dot{\theta}_3 R_3 - \dot{\theta}_4 R_3)^2 + c_3(x) (\dot{x} - \dot{\theta}_4 R_3)^2 + c_2(x) (\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3)^2 + c_T (\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2)^2$$

Nota:

$$c_2(x), c_3(x), k_2(x), k_3(x)$$

sono variabili.

Notazione:

$$c_2(x) = c_2; c_3(x) = c_3; k_2(x) = k_2; k_3(x) = k_3;$$

Coordinata libera x :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = \dot{x}m; \frac{d}{dT} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = \ddot{x}m;$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 2k_3(x - \theta_4 R_3) + 2k_2(x - \theta_3 R_3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = 2c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_4 R_3) + 2c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3)$$

Da cui ottengo la prima equazione:

$$\ddot{x}m + 2k_3(x - \theta_4 R_3) + 2k_2(x - \theta_3 R_3) + 2c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_4 R_3) + 2c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) = Q_x$$

Coordinata libera θ_2 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_2} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} = \dot{\theta}_2 J_{p_2} + 2\dot{\theta}_2 J_s; \frac{d}{dT} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \ddot{\theta}_2 J_{p_3} + 2\ddot{\theta}_2 J_s$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = -2k_T(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} = -2c_T(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2)$$

Da cui ottengo la seconda equazione:

$$\ddot{\theta}_2(J_{p_2} + 2J_s) - 2k_T(\theta_3 - \theta_2) + 2c_T(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) = Q_{\theta_2}$$

Coordinata libera θ_3 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_3} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_3} = 2J_{p_3}\dot{\theta}_3; \frac{d}{dT} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_3} \right) = 2\ddot{\theta}_3 J_{p_3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_3} = -2k_2 R_3(x - \theta_3 R_3) + 2k_4 R_3(\theta_3 R_3 - \theta_4 R_3) + 2k_T(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = -2c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + 2c_4 R_3(\dot{\theta}_3 R_3 - \dot{\theta}_4 R_3) + 2c_T(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2)$$

Da cui ottengo la terza equazione:

$$2\ddot{\theta}_3 J_{p_3} + 2k_T(\theta_3 - \theta_2) + 2c_T(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) - 2k_2 R_3(x - \theta_3 R_3) + 2k_4 R_3(\theta_3 R_3 - \theta_4 R_3) - 2c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + 2c_4 R_3(\dot{\theta}_3 R_3 - \dot{\theta}_4 R_3) = Q_{\theta_3}$$

Coordinata libera θ_4 :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_4} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_4} = 2J_{p_3}\dot{\theta}_4; \frac{d}{dT}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_4}\right) = 2\ddot{\theta}_4 J_{p_3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_3} = -2k_3 R_3(x - \theta_4 R_3) - 2k_4 R_3(\theta_3 R_3 - \theta_4 R_3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = -2c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_4 R_3) - 2c_4 R_3(\dot{\theta}_3 R_3 - \dot{\theta}_4 R_3)$$

Da cui ottengo la quarta equazione:

$$2\ddot{\theta}_4 J_{p_3} - 2k_3 R_3(x - \theta_4 R_3) - 2k_4 R_3(\theta_3 R_3 - \theta_4 R_3) + \\ - 2c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_4 R_3) - 2c_4 R_3(\dot{\theta}_3 R_3 - \dot{\theta}_4 R_3) = Q_{\theta_4}$$

ricapitolando ottengo un sistema di cinque equazioni:

$$\begin{cases} \ddot{x}m + 2k_3(x - \theta_4 R_3) + 2k_2(x - \theta_3 R_3) + 2c_3(\dot{x} - \dot{\theta}_4 R_3) + 2c_2(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) = 0 \\ \ddot{\theta}_1(J_{p_1} + J_m) - R_1[2k_1(\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1(\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = C_m \\ \ddot{\theta}_2(J_{p_2} + 2J_s) - 2k_T(\theta_3 - \theta_2) - 2c_T(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) + R_2[2k_1(\theta_2 R_2 - \theta_1 R_1) + 2c_1(\dot{\theta}_2 R_2 - \dot{\theta}_1 R_1)] = 0 \\ \ddot{\theta}_3(2J_{p_3}) + 2k_T(\theta_3 - \theta_2) + 2c_T(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) - 2k_2 R_3(x - \theta_3 R_3) + \\ 2k_4 R_3(\theta_3 R_3 - \theta_4 R_3) - 2c_2 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_3 R_3) + 2c_4 R_3(\dot{\theta}_3 R_3 - \dot{\theta}_4 R_3) = 0 \\ \ddot{\theta}_4(2J_{p_3}) - 2k_3 R_3(x - \theta_4 R_3) - 2k_4 R_3(\theta_3 R_3 - \theta_4 R_3) + \\ - 2c_3 R_3(\dot{x} - \dot{\theta}_4 R_3) - 2c_4 R_3(\dot{\theta}_3 R_3 - \dot{\theta}_4 R_3) = 0 \end{cases}$$

Definisco le matrici M,K,C ed F per esprimere tutto in notazione matriciale:

M=

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{p_1} + J_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{p_2} + 2J_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2J_{p_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2J_3 \end{bmatrix}$$

K=

$$\begin{bmatrix} 2k_1 R_1^2 & -2k_1 R_2 R_1 & 0 & 0 & 0 \\ -2k_1 R_1 R_2 & 2k_T + 2k_1 R_2^2 & -2k_T & 0 & 0 \\ 0 & -2k_T & 2k_T + k_2 R_3^2 + k_4 R_3^2 & -2R_3^2 k_4 & -2k_2 R_3 \\ 0 & 0 & -2R_3^2 k_4 & 2R_3^2 k_3 + 2R_3^2 k_4 & -2R_3 k_3 \\ 0 & 0 & -2k_2 R_3 & -2R_3 k_3 & 2k_2 + 2k_3 \end{bmatrix}$$

C=

$$\begin{bmatrix} 2c_1 R_1^2 & -2c_1 R_2 R_1 & 0 & 0 & 0 \\ -2c_1 R_1 R_2 & 2c_T + 2c_1 R_2^2 & -2c_T & 0 & 0 \\ 0 & -2c_T & 2c_T + c_2 R_3^2 + c_4 R_3^2 & -2R_3^2 c_4 & -2c_2 R_3 \\ 0 & 0 & -2R_3^2 c_4 & 2R_3^2 c_3 + 2R_3^2 c_4 & -2R_3 c_3 \\ 0 & 0 & -2c_2 R_3 & -2R_3 c_3 & 2c_2 + 2c_3 \end{bmatrix}$$

F=

$$\begin{bmatrix} C_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ottengo così la relazione matriciale:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F$$

dove:

X=

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ x \end{bmatrix}$$

\dot{X} =

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

\ddot{X} =

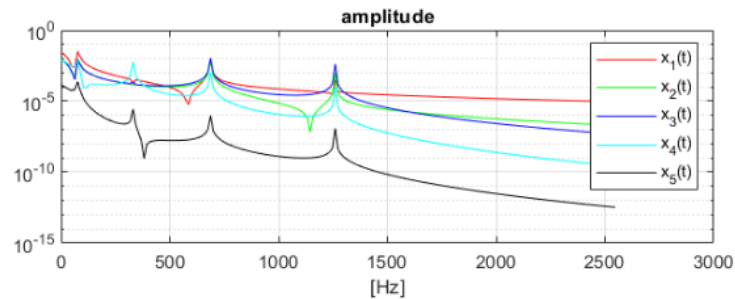
$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{x} \end{bmatrix}$$

Utilizzando questo modello possiamo notare un modo di vibrare molto alto rispetto agli altri. Questo per l'analisi che vogliamo fare può essere trascurato e abbiamo deciso di utilizzare un modello a 4 GDL, che ci permette di semplificare il sistema, ritenendo trascurabile la deformazione torsionale dell'albero. Come si può vedere, questa approssimazione non porta una significativa variazione nei primi quattro modi di vibrare e il modello sebra rappresentare in modo corretto la situazione.

```

mode 1 - natural frequency  $\omega = 0.000000$  [rad/s] -  $0.000000$  [Hz]
A1 = 1.000000
A2 = 0.314354
A3 = 0.319259
A4 = 0.276805
A5 = 0.004120
mode 2 - natural frequency  $\omega = 499.184849$  [rad/s] -  $79.447736$  [Hz]
A1 = -1.000000
A2 = -0.298774
A3 = -0.263469
A4 = 0.182909
A5 = 0.006210
mode 3 - natural frequency  $\omega = 2088.225709$  [rad/s] -  $332.351444$  [Hz]
A1 = -0.026852
A2 = -0.001952
A3 = 0.011415
A4 = 1.000000
A5 = -0.000440
mode 4 - natural frequency  $\omega = 4312.804431$  [rad/s] -  $686.404144$  [Hz]
A1 = 0.942961
A2 = -0.669773
A3 = -1.000000
A4 = 0.099058
A5 = 0.000088
mode 5 - natural frequency  $\omega = 7916.962315$  [rad/s] -  $1260.023687$  [Hz]
A1 = -0.070515
A2 = 0.220994
A3 = -1.000000
A4 = 0.024453
A5 = 0.000028

```



5 Struttura del codice

Abbiamo suddiviso il codice principale in più parti, per facilitare la gestione del progetto. In particolare, abbiamo creato due strutture con le informazioni degli assi x e y (parx e pary). Un file chiamato "m" con le informazioni per la configurazione dei motori e infine 4 funzioni utilizzate per rappresentare i controllori:

- ac = anello di corrente
- av = anello di velocità
- ap = anello di posizione
- pp = posizionamento poli

6 Simulazione modello su Simulink

6.1 Asse x

Le equazioni differenziali del modello scritte in matlab nel capitolo precedente le rappresento in questo modo in Simulink:

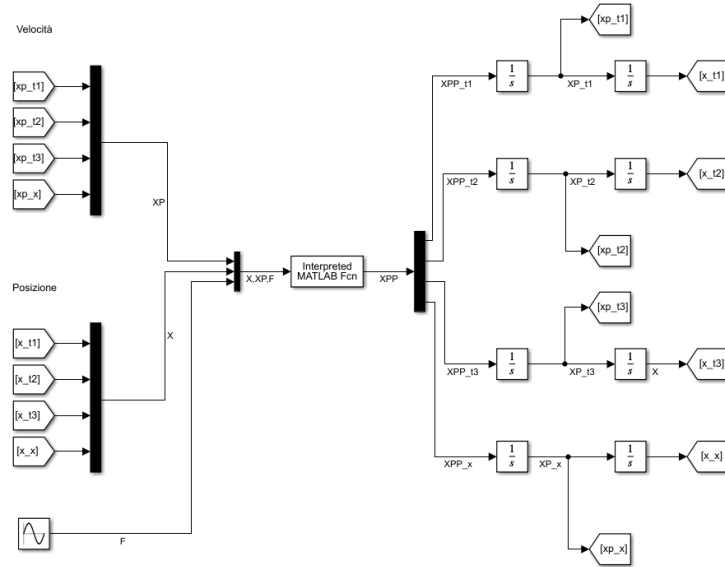


Figure 15: Simulink modello x

Si osserva che nel Simulink è presente una Matlab Function contenente la funzione `Accelerazioni()`. Questa ha il compito di calcolare le derivate seconde al tempo t e partendo da questo possiamo andare ad integrare per calcolare velocità e posizioni al tempo $t + 1$. Nel caso in cui si considerino rigidezze e smorzamenti variabili nel tempo, la funzione si occupa di tenere conto dello spostamento del carrello per aggiornare i valori istante per istante in funzione della lunghezza del tratto di cinghia.

6.2 Verifica del modello dell'asse x

6.3 Asse y

Anche per l'asse y possiamo procedere in modo analogo:

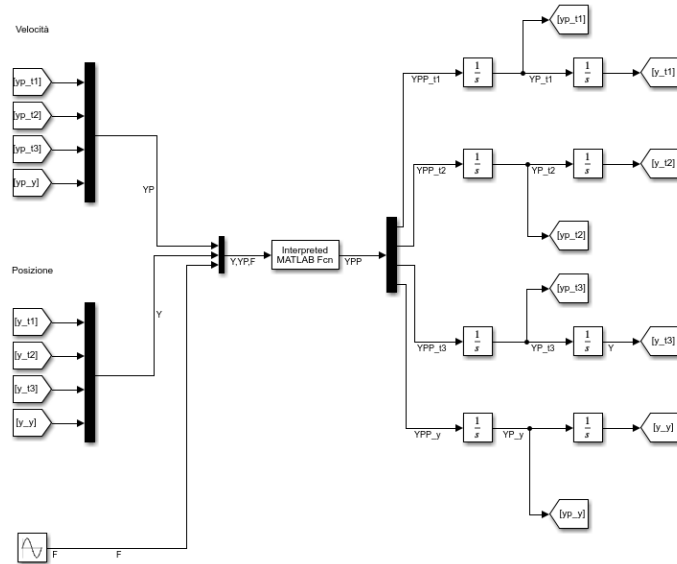


Figure 16: Simulink modello y

7 Test di verifica del modello su asse X,Y

7.1 Test per i modi di vibrare

Verifica fatta con la matrice K costante, ovvero con rigidzze costanti. Questo test serve per verificare che il modello sia stato scritto correttamente e che risponda come previsto: il sistema è lineare e applicando una forzante, dobbiamo ottenere una risposta con la stessa frequenza della forzante. Sempre con la matrice delle rigidzze costante, si può verificare che fissando come condizioni iniziali uno dei modi calcolati, il sistema si mette in vibrazione secondo quel modo. Questo perché viene mantenuto il rapporto fra le ampiezze e le frequenze caratteristiche di quel modo di vibrare.

Metto a 0 anche la matrice degli smorzamenti per apprezzare ancora di più il risultato.

7.2 Test sull'asse x

7.2.1 i=4 quarto modo di vibrare

Trovo una frequenza di 1.292 Khz , molto vicini ai 1235 Hz del quarto modo di vibrare

```

mode 1 - natural frequency w = 0.000007 [rad/s] - 0.000001 [Hz]
A1 = 1.000000
A2 = 0.441057
A3 = 0.441057
A4 = 0.005615
mode 2 - natural frequency w = 793.110963 [rad/s] - 126.227530 [Hz]
A1 = 1.000000
A2 = 0.422826
A3 = -0.148820
A4 = -0.005315
mode 3 - natural frequency w = 2897.988293 [rad/s] - 461.229162 [Hz]
A1 = 0.036908
A2 = 0.007295
A3 = -1.000000
A4 = 0.000378
mode 4 - natural frequency w = 7760.385848 [rad/s] - 1235.103768 [Hz]
A1 = -0.766645
A2 = 1.000000
A3 = -0.052262
A4 = -0.000048

```

Figure 17: modi di vibrare, pulsazioni e frequenze assex

Ampiezze:

- x_{t_1} ha ampiezza pari a 1.46

$$\frac{x_{t_1}}{x_{t_2}} = 0.76614338$$

- x_{t_2} ha ampiezza pari a 1.911

$$\frac{x_{t_2}}{x_{t_2}} = 1$$

- x_{t_3} ha ampiezza pari a $9.985 * 10^{-2}$

$$\frac{x_{t_3}}{x_{t_2}} = 0.05227$$

- x_x ha ampiezza pari a $9.136 * 10^{-5}$

$$\frac{x_x}{x_{t_2}} = 0.000047832$$

Risultati delle simulazioni con queste condizioni iniziali:

1. Nota bene: Più le due misure sono vicine più la frequenza aumenta. Quindi posso considerare la frequenza tra due picchi la metà circa di quella illustrata nella tabella. Andamento della variabile x_{t_1} :

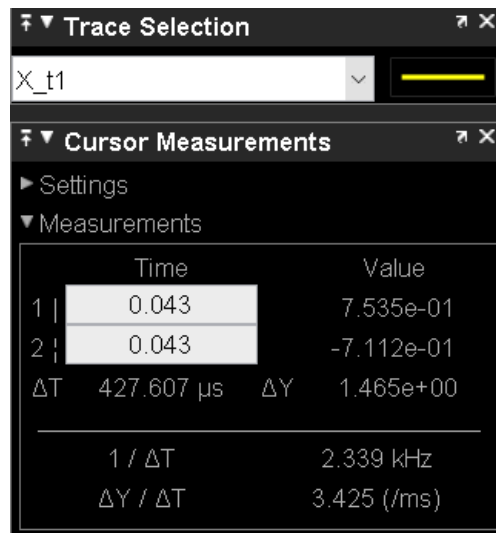


Figure 18: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

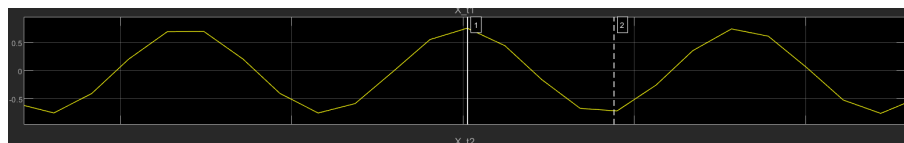


Figure 19: andamento x_{t1} con condizione iniziale il quarto modo di vibrare

2. Andamento della variabile x_{t2} :

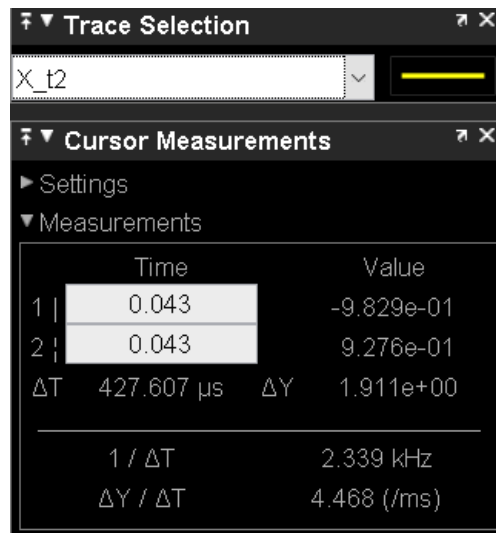


Figure 20: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

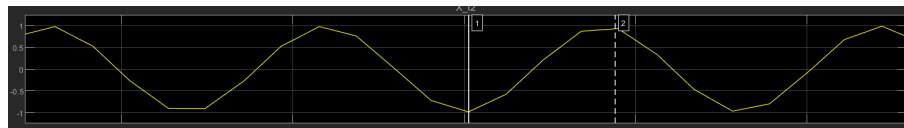


Figure 21: andamento x_{t2} con condizione iniziale il quarto modo di vibrare

3. Andamento della variabile x_{t3} :

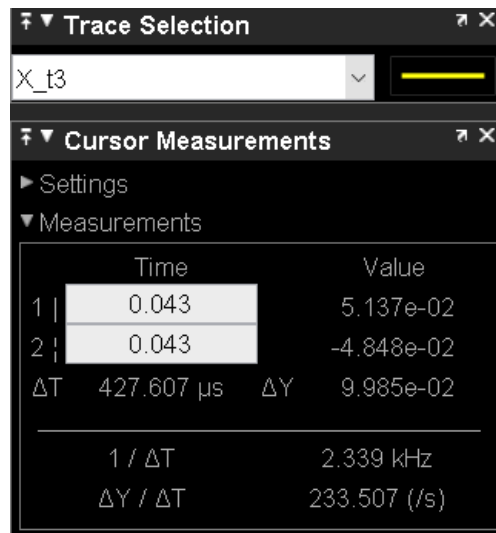


Figure 22: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

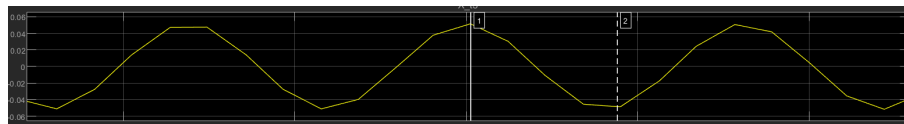


Figure 23: andamento x_{t3} con condizione iniziale il quarto modo di vibrare

4. Andamento della variabile x_x :

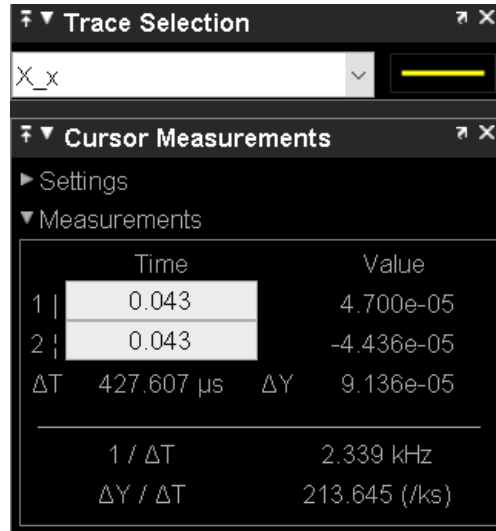


Figure 24: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

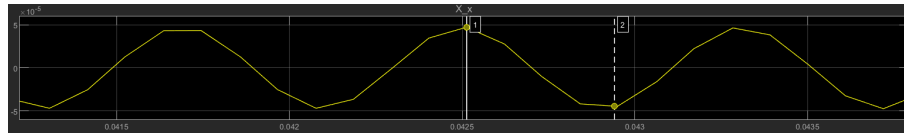


Figure 25: andamento x_x con condizione iniziale il quarto modo di vibrare

7.2.2 i=3 terzo modo di vibrare

Ampiezze:

- x_{t_1} ha ampiezza pari a $7.157 * 10^{-2}$

$$\frac{x_{t_1}}{x_{t_3}} = 0.036910778$$

$$\frac{A1}{A3} = -0.036908$$

- x_{t_2} ha ampiezza pari a $1.415 * 10^{-2}$

$$\frac{x_{t_2}}{x_{t_3}} = 7.29757607 * 10^{-3}$$

$$\frac{A2}{A3} = -0.007295$$

- x_{t_3} ha ampiezza pari a 1.939

$$\frac{x_{t_4}}{x_{t_3}} = 3.776173285 * 10^{-4}$$

$$\frac{A_4}{A_3} = -0.000378$$

- x_x ha ampiezza pari a $7.322 * 10^{-4}$

Risultati delle simulazioni con queste condizioni iniziali:

1. Andamento della variabile x_{t1} :

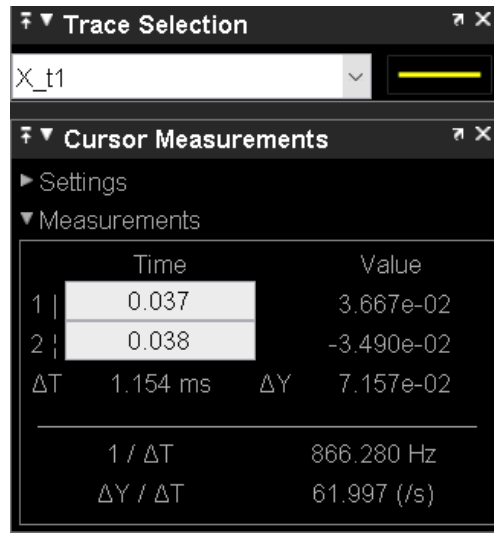


Figure 26: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

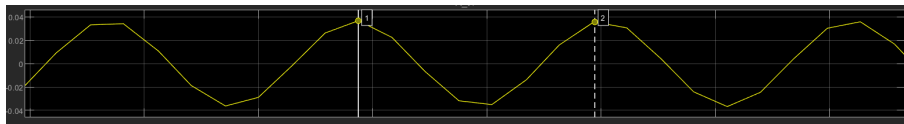


Figure 27: andamento x_{t1} con condizione iniziale il terzo modo di vibrare

2. Andamento della variabile x_{t2} :

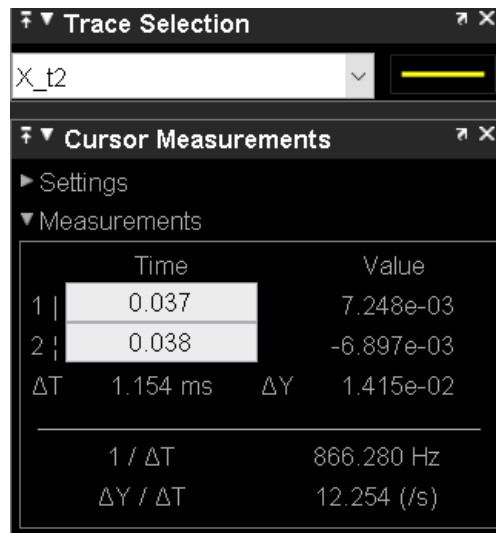


Figure 28: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

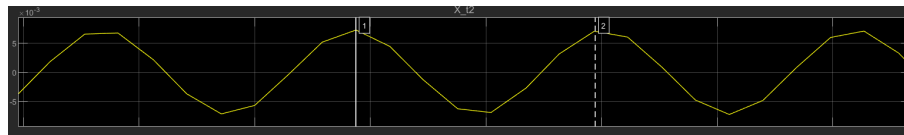


Figure 29: andamento x_{t2} con condizione iniziale il terzo modo di vibrare

3. Andamento della variabile x_{t3} :

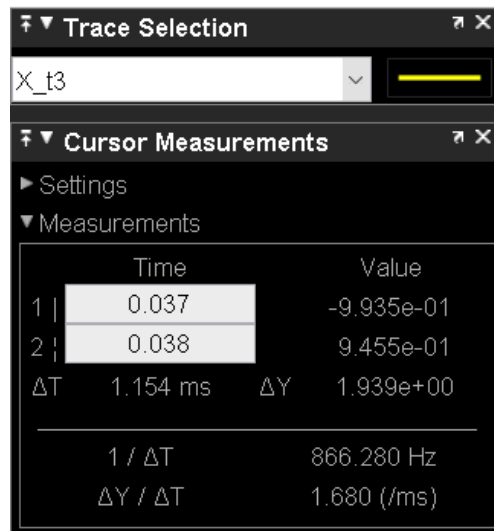


Figure 30: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

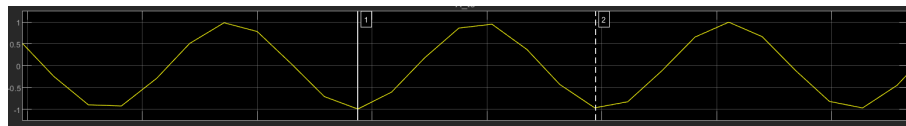


Figure 31: andamento x_{t3} con condizione iniziale il terzo modo di vibrare

4. Andamento della variabile x_x :

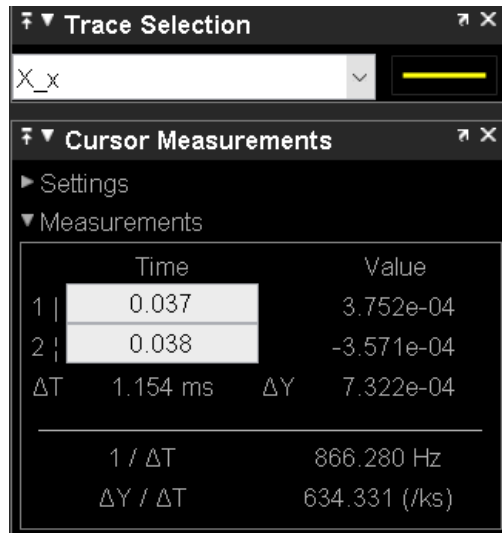


Figure 32: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

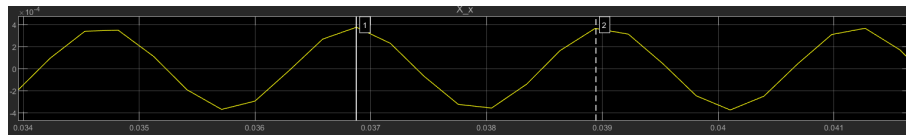


Figure 33: andamento x_x con condizione iniziale il terzo modo di vibrare

7.2.3 $i=2$ secondo modo di vibrare

Ampiezze:

- x_{t_1} ha ampiezza pari a 1.991

$$\frac{x_{t_2}}{x_{t_1}} = 0.4184329483$$

$$\frac{A_2}{A_1} = 0.422826$$

- x_{t_2} ha ampiezza pari a $8.331 * 10^{-1}$

$$\frac{x_{t_3}}{x_{t_1}} = 0.1482672024$$

$$\frac{A_3}{A_1} = -0.148820$$

- x_{t_3} ha ampiezza pari a $2.952 * 10^{-1}$

$$\frac{x_{t_4}}{x_{t_1}} = 5.303867403 * 10^{-3}$$

$$\frac{A_4}{A_1} = -0.005315$$

- x_x ha ampiezza pari a $1.056 * 10^{-2}$

Risultati delle simulazioni con queste condizioni iniziali:

1. Andamento della variabile x_{t1} :

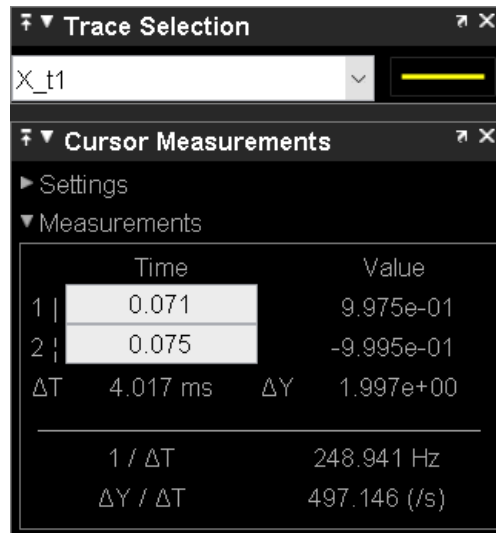


Figure 34: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

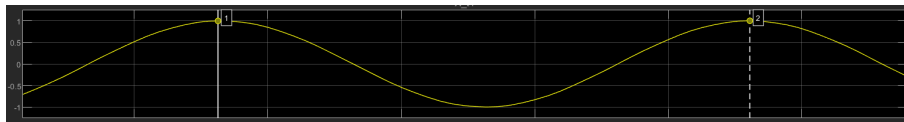


Figure 35: andamento x_{t1} con condizione iniziale il secondo modo di vibrare

2. Andamento della variabile x_{t2} :

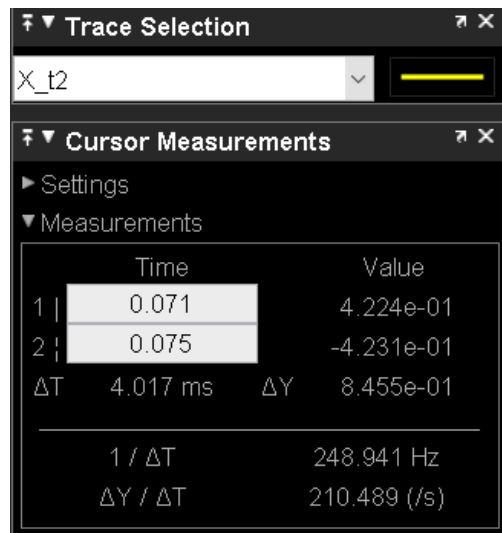


Figure 36: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

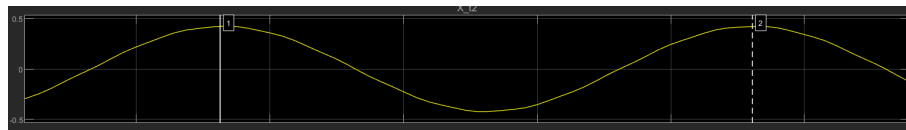


Figure 37: andamento x_{t2} con condizione iniziale il secondo modo di vibrare

3. Andamento della variabile x_{t3} :

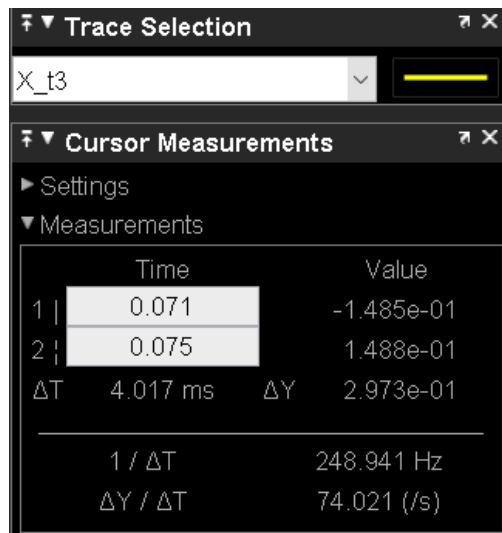


Figure 38: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

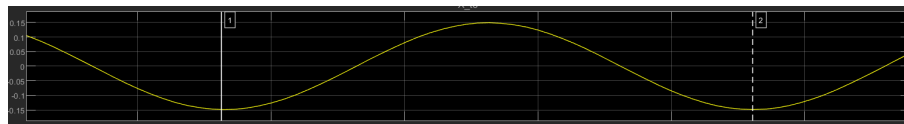


Figure 39: andamento x_{t3} con condizione iniziale il secondo modo di vibrare

4. Andamento della variabile x_x :

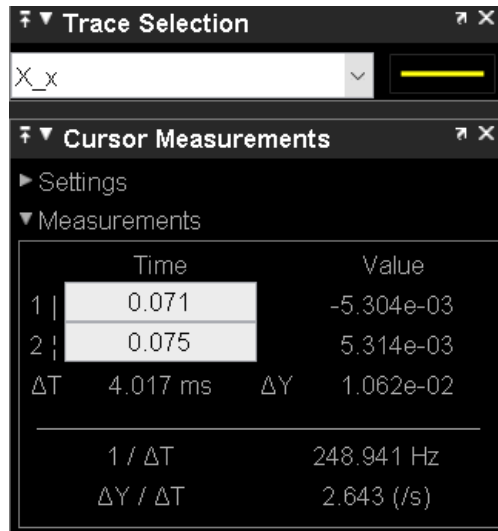


Figure 40: Misure prese tra un picco ed il punto medio con il picco successivo

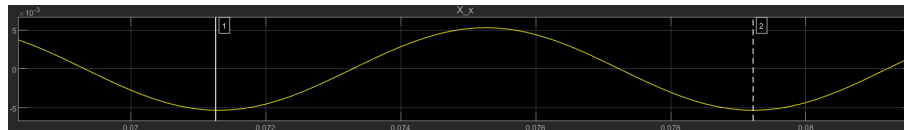


Figure 41: andamento x_x con condizione iniziale il secondo modo di vibrare

7.2.4 $i=1$ primo modo di vibrare

Per il primo modo di vibrare si ottiene un comportamento particolare

7.3 Test sull'asse y

Per l'asse y possiamo fare analogamente a quanto fatto per l'asse x. Tutti i test hanno dato esito positivo e possiamo procedere consapevoli di aver un buon modello del sistema, particolarmente affidabile e realistico.

8 Applicazione di una legge di moto

8.1 Legge di moto trapezoidale

Attraverso una funzione che abbiamo chiamato Evaluate_trajectory abbiamo definito i parametri per la legge di moto trapezoidale. Tale funzione prende in ingresso 2 parametri che sono:

- t = tempo assoluto

- h = spostamento richiesto

All'interno della funzione è necessario inizializzare alcuni parametri:

- $h_0=0$ posizionamento iniziale
- $DT=[1, 1, 1, 0]$ definisce durata dei movimenti elementari
- $par = [1/3, 2/3]$ sono tempi adimensionali che indicano l'inizio e la fine della massima velocità della mia legge di moto
- DT_i $i=1,2,3,4$ ed indicano 4 zone di movimento/intervalli

Tramite questi parametri siamo riusciti a definire una legge di moto trapezoidale che entrambi gli assi dovranno seguire. Infatti la funzione restituisce in output posizione, velocità e accelerazione che gli assi dovranno assumere durante la simulazione tramite Simulink. Abbiamo scelto una legge di moto ad accelerazione costante e l'abbiamo trattata in forma adimensionale, considerando nulla la velocità agli istanti iniziali e finali.

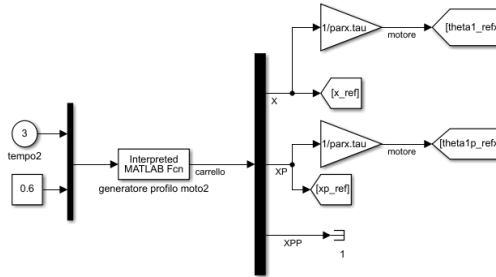


Figure 42: Input Asse x

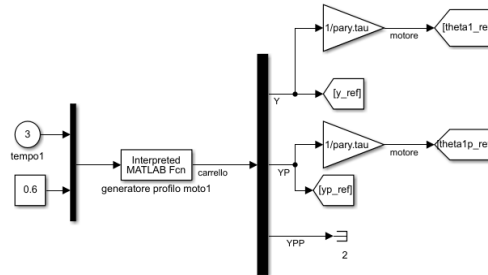


Figure 43: Input asse y

8.2 Controllori

8.2.1 Controllore PI

Per l'applicazione della legge di moto definita nel sotto capitolo precedente abbiamo bisogno di definire un controllore, in quanto ho delle velocità e delle posizioni di riferimento che gli assi dovranno seguire. Di conseguenza ho la necessità ad ogni passo di andare a ridurre l'incertezza tra posizionamento effettivo e quello ideale definito dalla legge di moto. Il controllore PI può essere progettato prendendo in considerazione 2 retroazioni differenti:

- Retroazione sul carrello
- Retroazione sul motore

In base a queste due retroazioni dovrei ottenere 2 inseguimenti del riferimento differenti a causa delle rigidzze variabili delle cinghie in funzione dello spostamento delle masse sull'asse x e sull'asse y. Nel caso iniziale abbiamo considerato le rigidzze costanti e di conseguenza anche gli smorzamenti. Inoltre il carrello sull'asse x è posizionato perfettamente a metà della cinghia, mentre la massa sull'asse y è posizionato all'estremità sinistra che nel nostro caso è il nostro 0. Inoltre come si può vedere dagli schemi simulink sottostanti abbiamo applicato un Feed Forward sulla velocità per il miglioramento delle prestazioni. Quindi salto la frequenza critica di posizione andando direttamente su quella di velocità. Abbiamo scelto il controllo PI (che sta ad indicare proporzionale integrativo) perchè ci permette di sfruttare l'azione dell'integrale nella riduzione dell'errore, fornendo una risposta migliore che con un controllore interamente proporzionale.

8.2.2 Controllore PI- asse x rigido

Inizialmente consideriamo il sistema rigido (no K e D).



Figure 44: modello rigido retroazione motore asse x

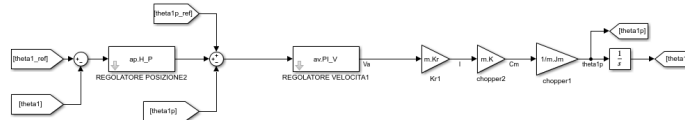


Figure 45: modello rigido retroazione motore asse y

Nel caso rigido passo da una variabile ad un'altra tramite il rapporto di trasmissione. Per questo motivo, i risultati ottenuti con la retroazione della posizione e della velocità del carrello sono gli stessi che possiamo ottenere retroazionando la rotazione e la velocità della puleggia motrice (al netto di un fattore di scala)

8.2.3 Controllore PI - asse x con k costante

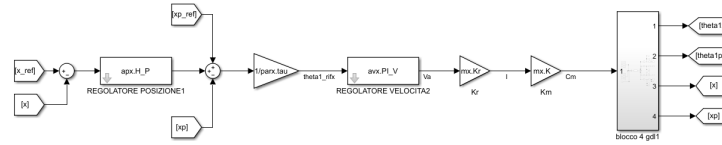


Figure 46: Asse x - retroazione sul carrello - k costante

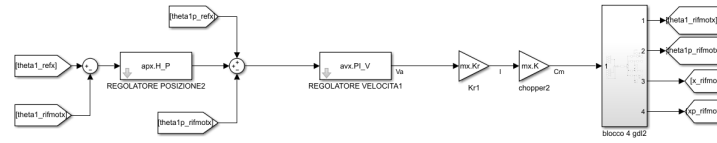


Figure 47: Asse x - retroazione sul motore - k costante

Il blocco presente nell'immagine corrisponde al modello Simulink proposto per l'asse. Ciò che abbiamo mostrato nel capitolo 6, figura 15.

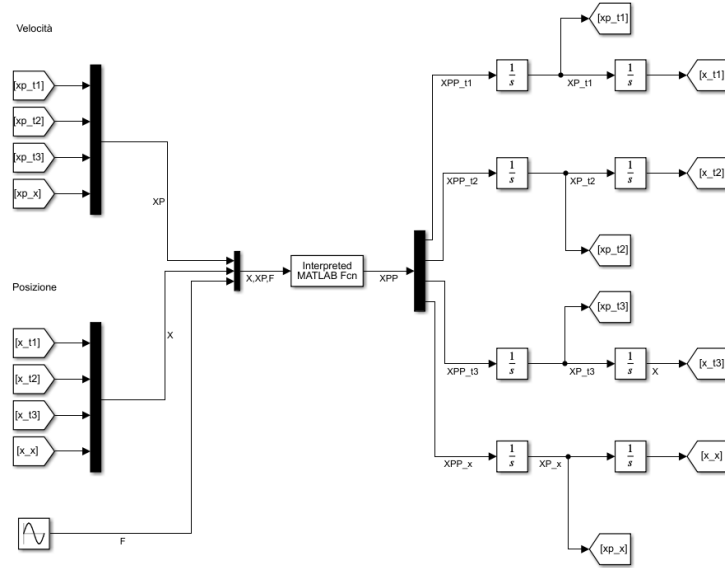


Figure 48: Modello Asse x

All'interno della Matlab Function abbiamo utilizzato la funzione Accelerazioni() con all'interno valori di K costanti corrispondenti alla posizione iniziale del carrello. In questo caso prendiamo come posizione iniziale il carrello posizionato centralmente rispetto alle pulegge poste all'estremità.

8.2.4 Controllore PI- asse y con k costante

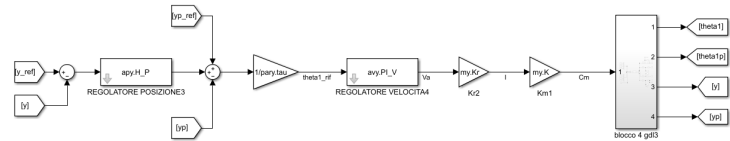


Figure 49: Asse y - retroazione sul carrello - k costante

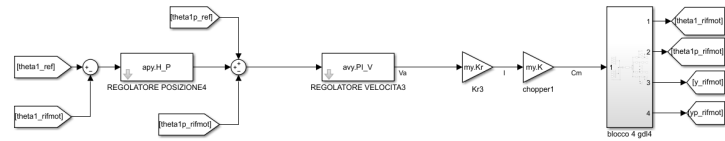


Figure 50: Asse y - retroazione sul motore - k costante

Il blocco presente nell'immagine corrisponde al modello Simulink proposto per l'asse. Ciò che abbiamo mostrato nel capitolo 6, figura 15.

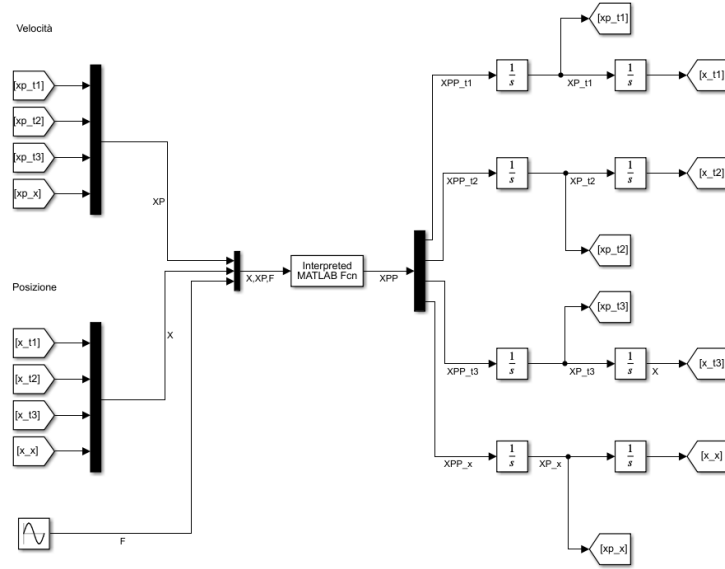


Figure 51: Modello Asse x

All'interno della Matlab Function abbiamo utilizzato la funzione Accelerazioni() con all'interno valori di K costanti corrispondenti alla posizione iniziale del carrello. In questo caso prendiamo come posizione iniziale il carrello posizionato centralmente rispetto alle pulegge poste all'estremità. L'obiettivo è quello di decidere quale sia il riferimento migliore da utilizzare. Per quanto riguarda le rigidità e gli smorzamenti rigidi non cambia molto in quanto ho un legame deterministico tra le variabili del carrello e del motore.

8.2.5 Controllore PI- asse x con k costante - Confronto retroazioni plot posizione

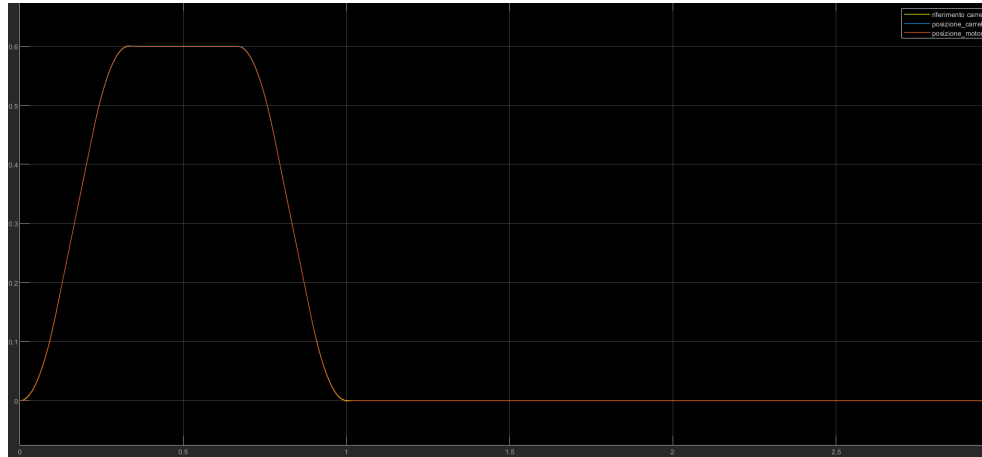


Figure 52: Confronto retroazioni su posizione carrello asse x

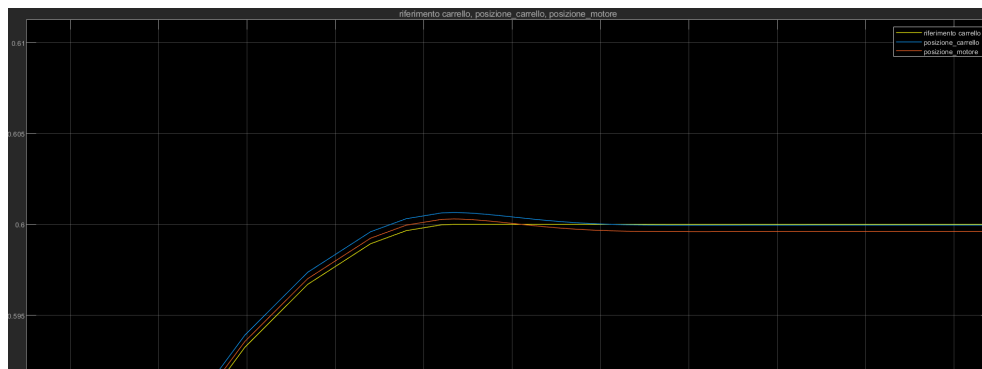


Figure 53: Confronto retroazioni su posizione carrello asse x

8.2.6 Controllore PI- asse x con k costante - plot velocità

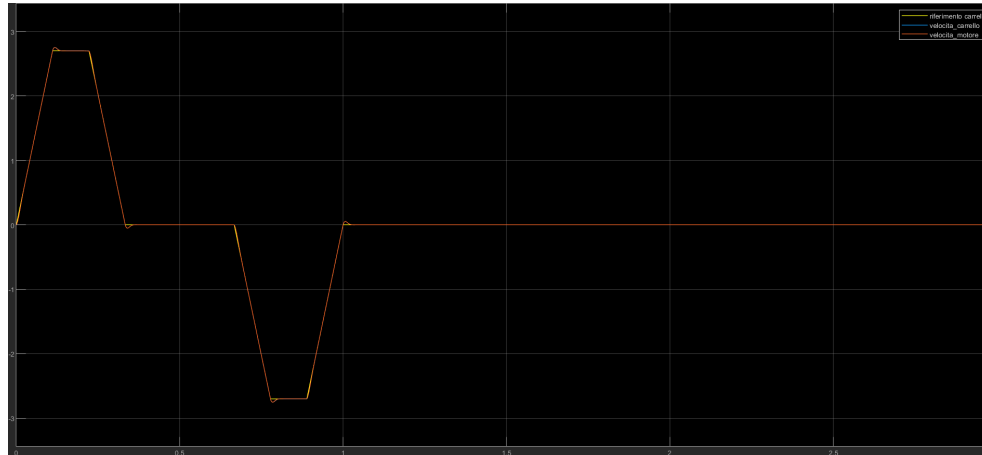


Figure 54: Confronto retroazioni su velocità carrello asse x

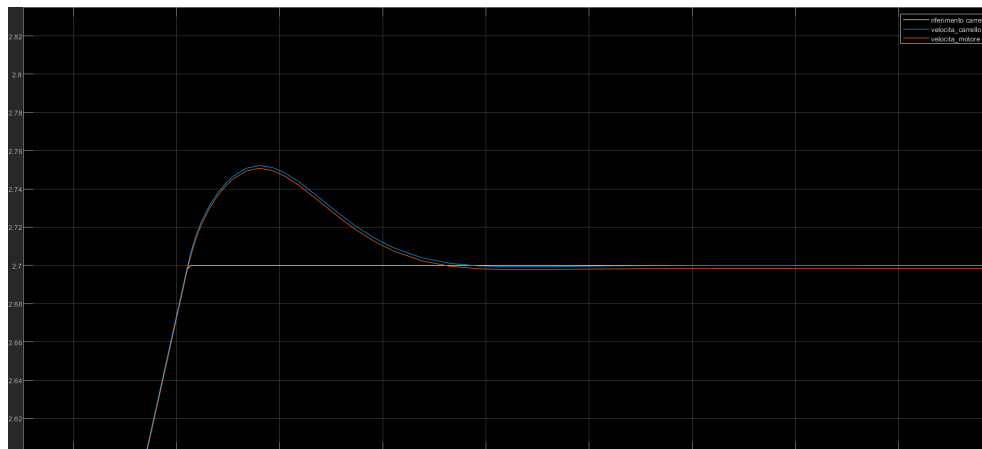


Figure 55: Confronto retroazioni su velocità carrello asse x

8.2.7 Controllore PI- asse y con k costante - Confronto retroazioni plot posizione

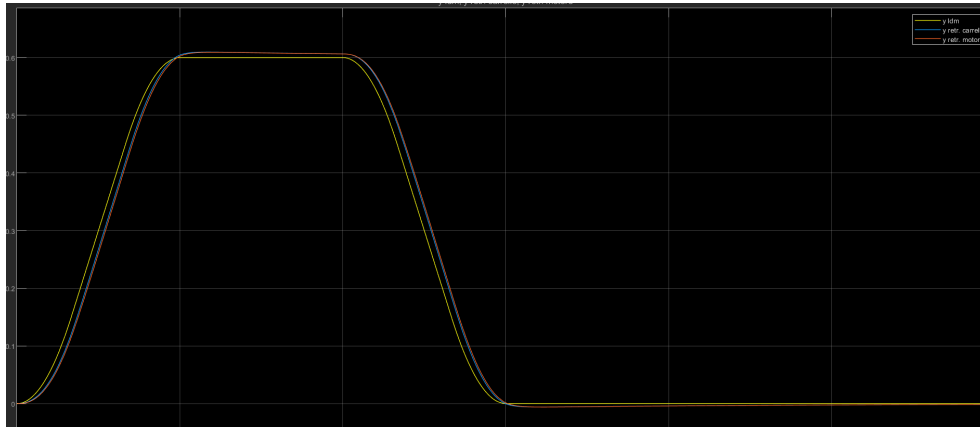


Figure 56: Confronto retroazioni su posizione carrello asse y

8.2.8 Controllore PI- asse x con k costante - Confronto retroazioni plot velocità

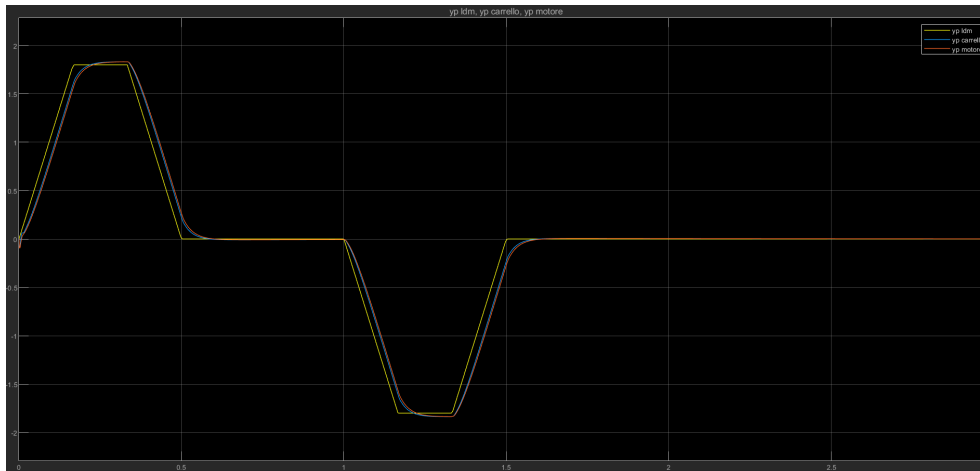


Figure 57: Confronto retroazioni su velocità carrello asse y

8.2.9 Controllore PI- asse x - rigidzze variabili

In questo caso in base alla legge di moto applicata al motore oppure al carrello, ho una variazione rilevante dei valori in quanto ho le rigidzze delle cinghie

e degli smorzamenti che sono variabili. Cambia l'intero set di valori che mi restituisce modello che sto considerando.

8.2.10 Controllore PI- asse x - rigidzze variabili -plot posizione

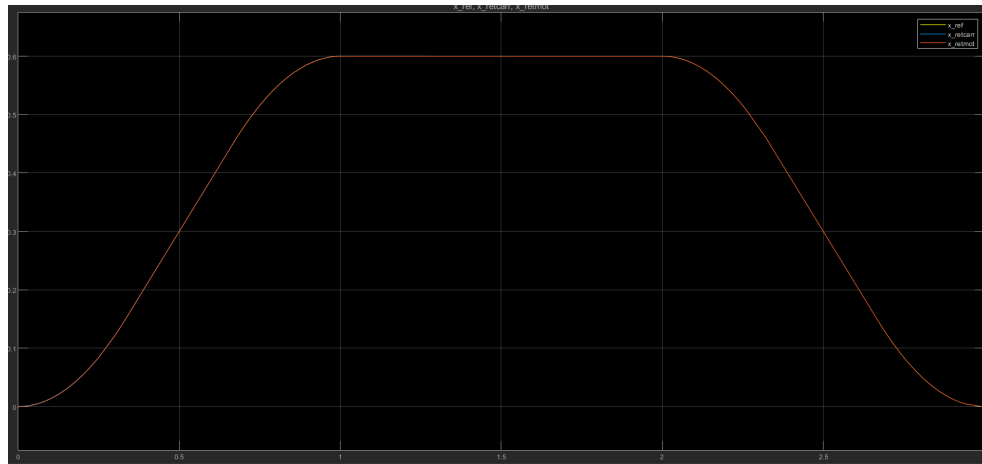


Figure 58: Confronto retroazioni su posizione carrello asse x

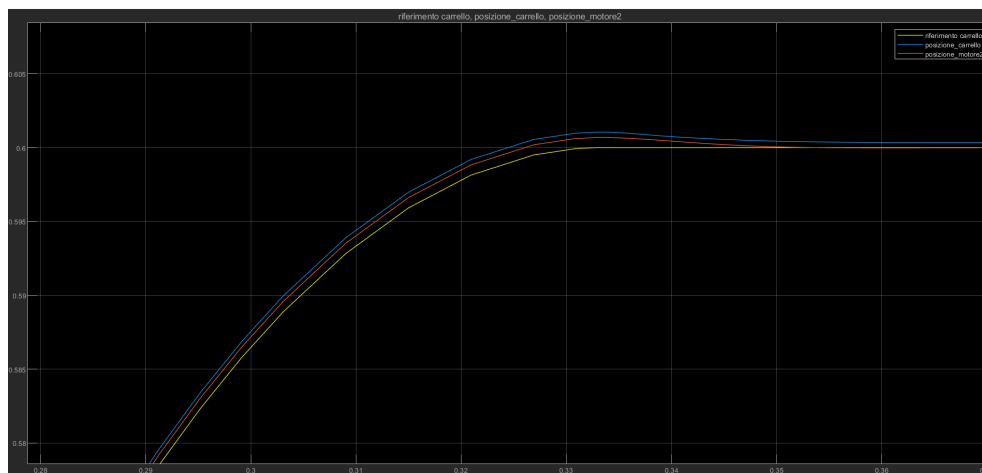


Figure 59: Confronto retroazioni su posizione carrello asse x

8.2.11 Controllore PI- asse x - rigidzze variabili -plot velocità

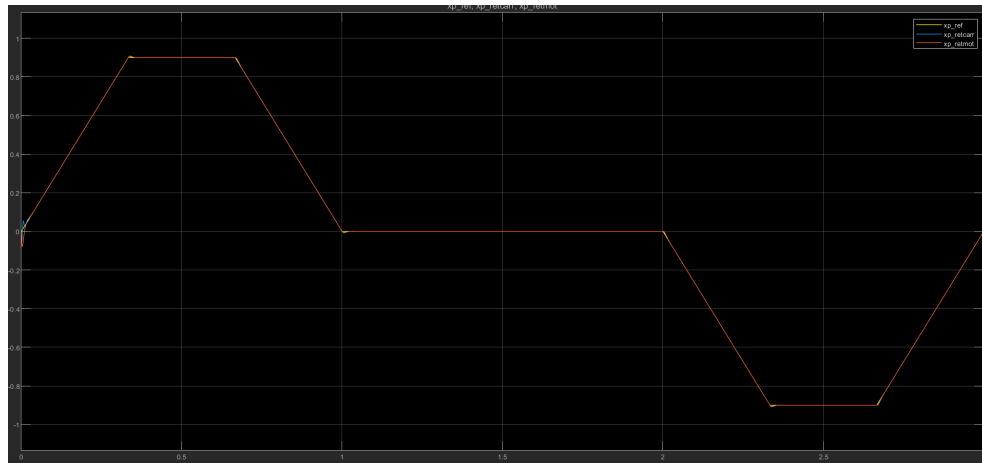


Figure 60: Confronto retroazioni su velocità carrello asse x

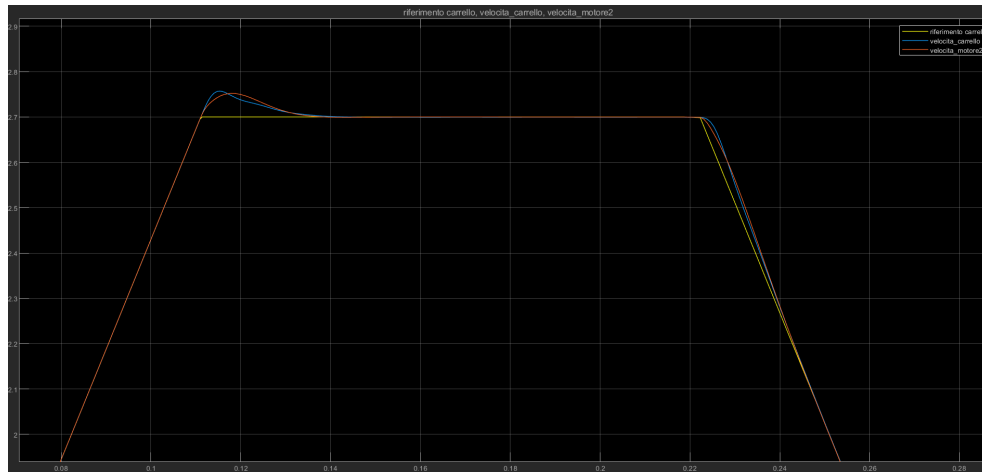


Figure 61: Confronto retroazioni su velocità carrello asse x

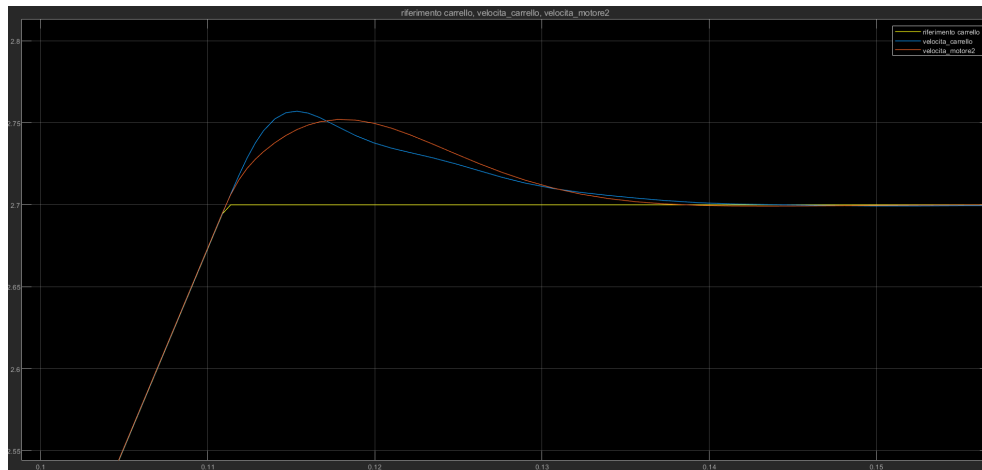


Figure 62: Confronto retroazioni su velocità carrello asse x

8.2.12 Controllore PI- asse y - rigidezze variabili -plot posizione

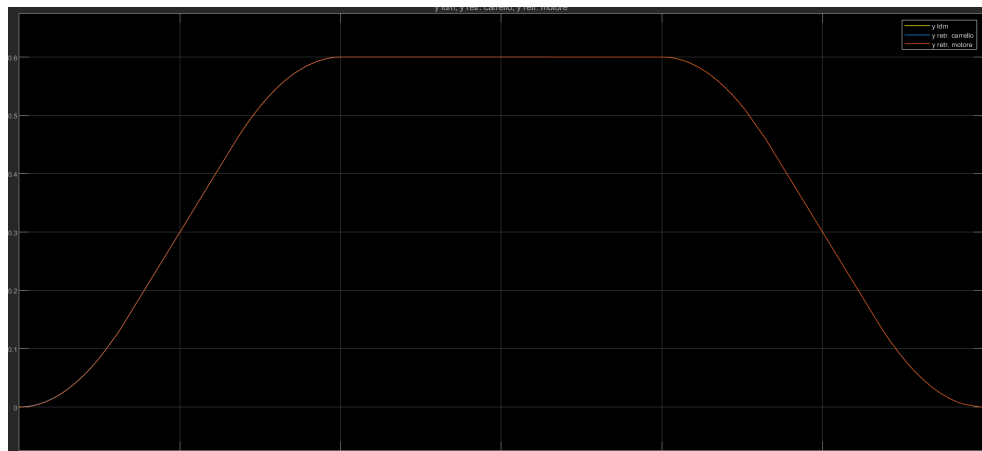


Figure 63: Confronto retroazioni su posizione carrello asse y

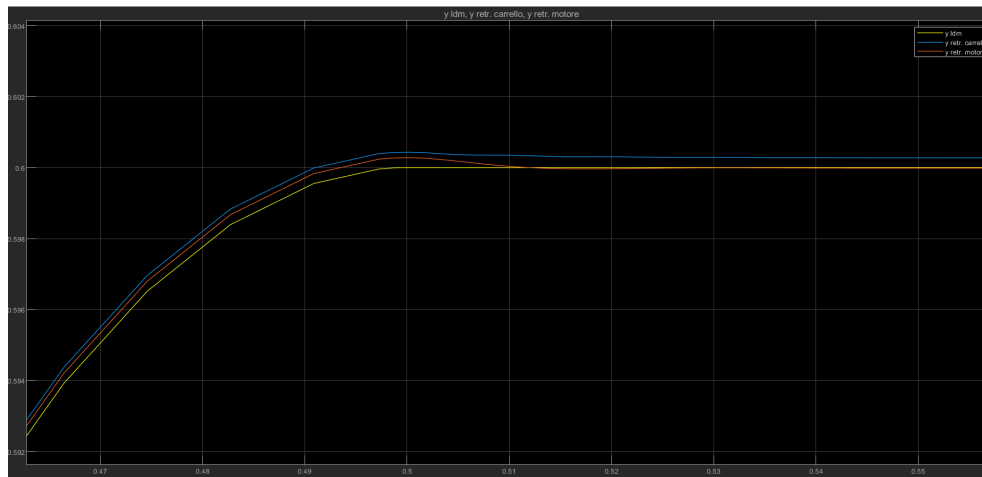


Figure 64: Confronto retroazioni su posizione carrello asse y

8.2.13 Controllore PI- asse y - rigidezze variabili -plot velocità

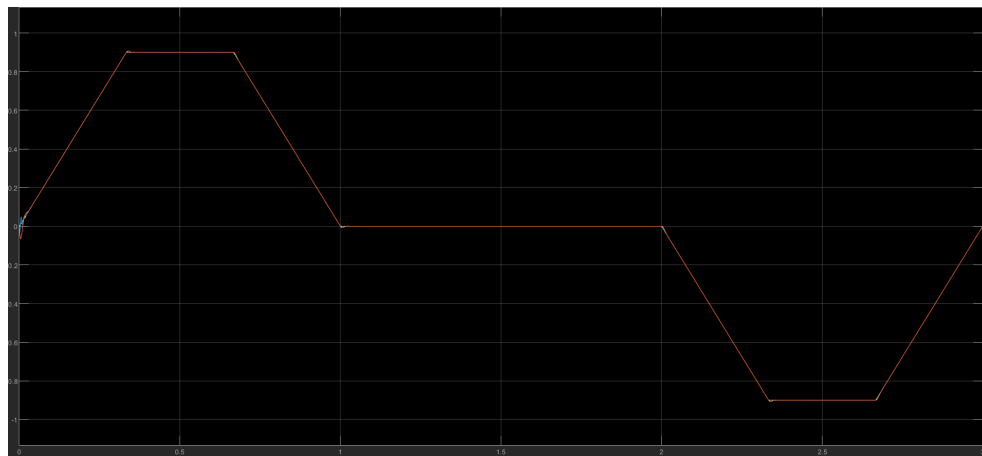


Figure 65: Confronto retroazioni su velocità carrello asse y

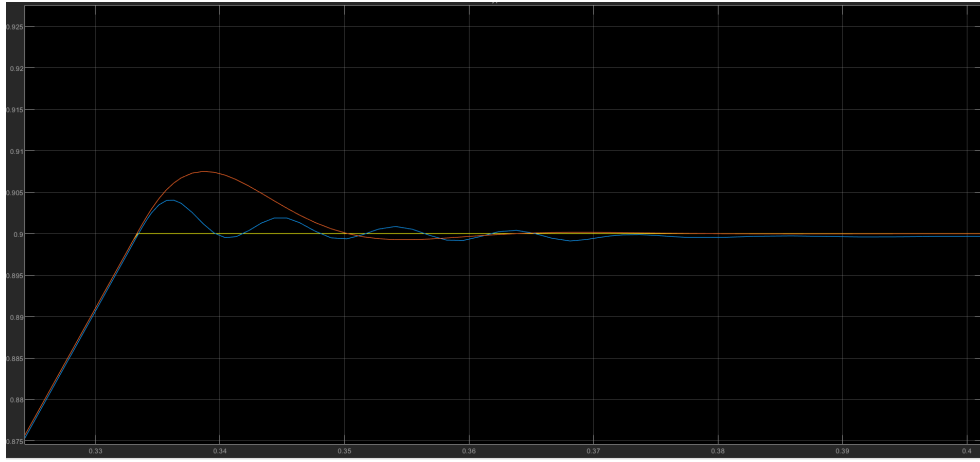


Figure 66: Confronto retroazioni su velocità carrello asse y

Sul sistema reale prendo/ misuro la velocità del motore e poi dalla velocità del motore faccio una stima della velocità e della posizione del carrello, sempre considerando i rapporti di trasmissione. La differenza che si vedrà è quella per cui posizione e velocità non saranno esattamente quelle definite dal prodotto del rapporto di trasmissione. Questo perché di mezzo ci sono le cedevolezza che generano una variazione della posizione del motore e quindi vedrò che sarà differente prendere come segnale di retroazione direttamente la velocità e posizione del carrello piuttosto che prendere direttamente velocità e posizione del motore(perché non c'è più un legame rigido tra albero motore e carrello). Adesso stiamo dando direttamente la legge di moto del carrello. Quando si metteranno insieme i due assi, si dovrà determinare in base alla figura geometrica che voglio realizzare quale saranno le leggi di moto che devo applicare ai singoli assi(carrello). Alla fine si farà l'analisi cinematica inversa del sistema per trovare come devono essere mossi gli assi dai motori .L' obiettivo è fornire per ogni asse la legge di moto del motore stesso. Lo stesso concetto può essere fatto prendendo la legge di moto del motore, quindi posso prendere come segnale di retroazione velocità e posizione stessa del rotore,però poi quello che fa il carico non sappiamo cosa sia oppure posso prendere in termini di leggi di moto del carico e quindi prendere direttamente il segnale proveniente dalla misura della posizione e velocità del carrello ed uso quelli per il nodo sommatore con il set point.

8.2.14 Controllo tramite il posizionamento dei poli

Questa è una tecnica di controllo alternativa con il quale variando frequenze naturali, smorzamenti, e guadagni ottengo il comportamento desiderato.Diciamo che nel caso in cui vado ad inserire in ingresso una legge di moto definita riesco ad ottenere dei risultati buoni quanto il regolatore in velocità e posizione.

8.2.15 posizionamento dei poli

8.2.16 Caso rigido

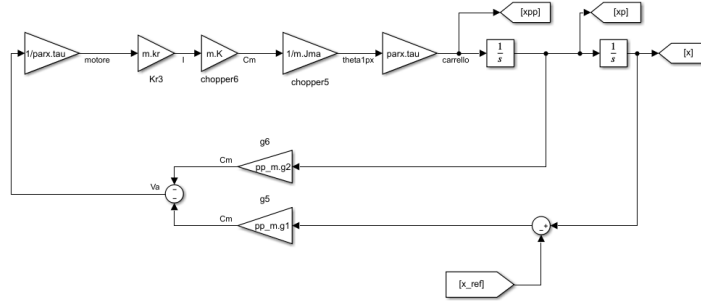


Figure 67: Posizionamento poli asse x rigido retroazione sul carrello

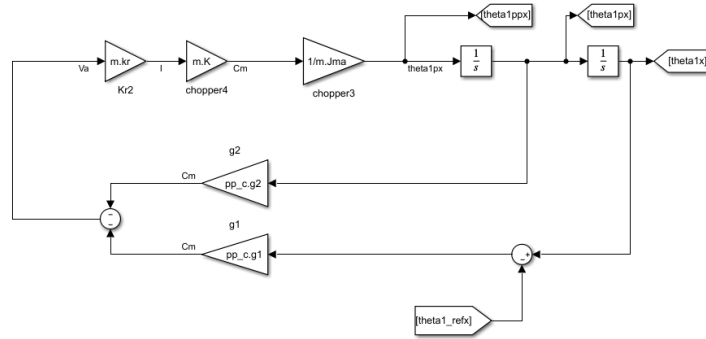
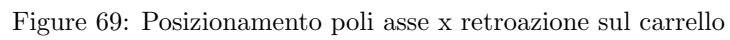


Figure 68: Posizionamento poli asse y rigido retroazione sul motore



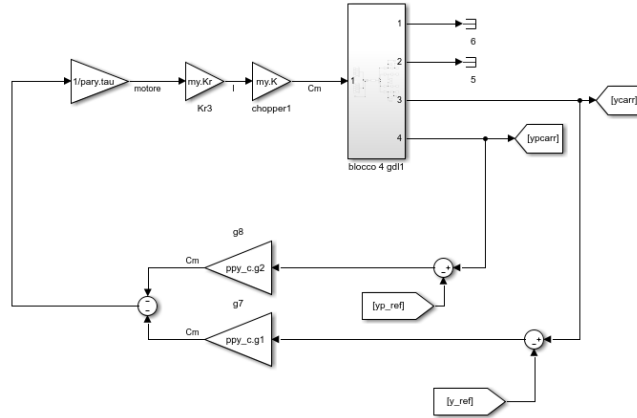


Figure 71: Posizionamento poli asse y e retroazione sul carrello

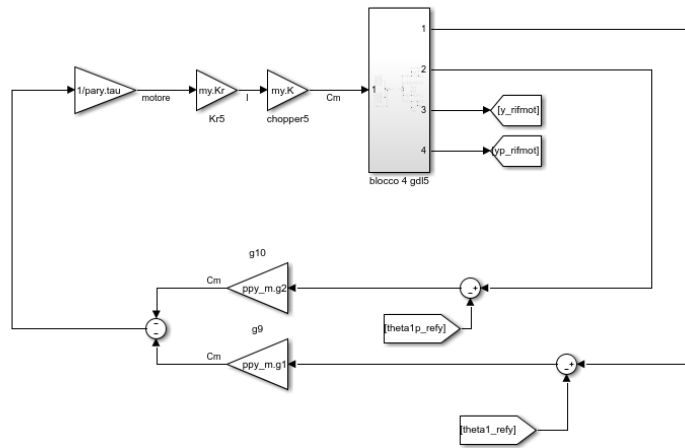


Figure 72: Posizionamento poli asse y e retroazione sul motore

Le simulazioni fatte con questi due tipi di regolatori sono eseguite su un modello ideale che non tiene conto della frequenza di campionamento e di conseguenza della discretizzazione. In aggiunta, l'obiettivo è quello di definire le modalità di percorrenza di una traiettoria generica, letta da un file *.dx*. Nel nostro caso una strategia che sfrutta le massime accelerazioni e decelerazioni ammesse dai due motori collegati ai corrispettivi assi. Tenendo in conto delle vibrazioni, quindi sarebbe necessario applicare dei filtri o limitare i valori di voltaggio ammessi.

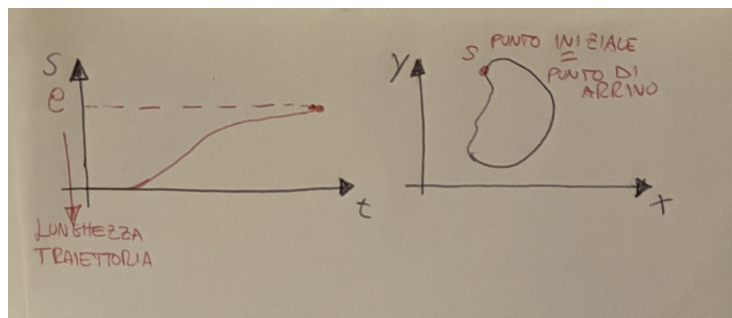
9 Strategia di pilotaggio

9.1 Idea

Ci è stato assegnato un pdf con una strategia di pilotaggio che tiene in conto dei limiti cinematici dei due motori. L'idea è quella di sfruttare la massima accelerazione e decelerazione. Per prima cosa abbiamo utilizzato una funzione nota come dxfbox3 che prende in ingresso il file dxf che viene generato tramite autocad. Quindi l'idea è quella di definire tramite autocad un percorso che poi dovrà svolgere il carrello tramite manipolazione dei motori collegati agli assi. La funzione mi restituisce:

- l = Lunghezza della curva
- npt = numero dei punti
- S = ascissa curvilinea (insieme di punti che parte da 0 fino a lunghezza della curva)
- X = coordinata x che identifica il punto S
- Y = coordinata y che identifica il punto S

Dove X, Y, S sono vettori con coordinate. L'ascissa curvilinea è riferita come origine al punto che viene preso come primo punto della traiettoria. Esempio: Traiettorie con diverse rette, si parte dal primo punto della prima retta che viene creata. C'è una corrispondenza tra X, Y e l'ascissa curvilinea S . Prima di pensare all'ottimizzazione del tempo di percorrenza vogliamo che la traiettoria sia eseguita con una certa legge di moto. Quindi assegno una legge di moto alla ascissa curvilinea.



Passare da X, Y a θ_x, θ_y è facile in quanto sono legati dai rapporti di trasmissione τ_x e τ_y . Per trovare le leggi di moto dell'asse x e dell'asse y devo utilizzare la funzione di interpolazione. Quindi utilizzando la legge di moto dell'ascissa curvilinea (S e t) trovo la legge di moto della posizione S_{ldm} , Velocità V_{ldm} e Accelerazione A_{ldm} . Definire le 3 leggi di moto significa rappresentare 3 piani in cui nell'asse delle ascisse sono presenti i tempi e nell'asse delle ordinate posizione, velocità e accelerazione. Definire la legge di moto dell'ascissa curvilinea

vuol dire che ho definito un vettore dei tempi in corrispondenza di un certo andamento di S (sarebbe il piano t,S). Quindi avrò un vettore S della legge di moto ed un vettore S che rappresenta i punti dell'ascissa curvilinea fornita dal file dxf, i vettori non saranno uguali. Ricapitolando:

- X,Y,S : Vettore fornito dal file dxf, questo non ha niente a che fare con il tempo, è discretizzato in termini di posizione. Ad ognuno delle righe X,Y,S corrisponderà un punto. Punti nelle corrispondente posizione in termini di ascissa curvilinea e con la corrispettiva coordinata. Come viene rappresentato nella immagine sopra a destra.
- t,S : Qui entriamo nell'ambito del tempo quindi abbiamo imposto una legge di moto.

Per semplicità chiamiamo la S della X,Y,S come S, mentre chiamiamo s quella della coppia t,s. Quello che dovremmo fare è osservare se s corrisponde proprio ad uno dei punti di S, ci basterà leggere il corrispondente X ed il corrispondente Y. Nel caso in cui il punto non viene trovato vuol dire che è un punto intermedio tra altri punti quindi faccio interpolazione lineare. In matlab questo si fa con il comando interp1. Tale funzione richiede 3 input che sono il vettore S,X e s. Dato un valore, interpola linearmente in modo da trovare il corrispondente valore della variabile che sto cercando. Quindi posso ricostruire la legge di moto in termini di asse x e asse y. Ricapitolando ciò che devo fare è stabilire la legge di moto e poi fare interpolazione lineare in modo da definire quali sono le leggi di moto dell'asse X e dell'asse Y.

9.1.1 Stesura del codice

Prendendo come riferimento il pdf assegnato, abbiamo elaborato la nostra strategia di pilotaggio . Tale strategia si basa sui limiti di velocità e accelerazione dei motori collegati negli assi. Ovviamente sono disponibili online differenti strategie che possono anche non tenere conto di questi limiti.

$$\begin{aligned} x'_{k+1} &= \frac{x_{k+1} - x_k}{\delta_k} & y'_{k+1} &= \frac{y_{k+1} - y_k}{\delta_k} \\ x''_{k+1} &= \frac{x'_{k+1} - x'_k}{\delta_k} & y''_{k+1} &= \frac{y'_{k+1} - y'_k}{\delta_k} \end{aligned}$$

Figure 73: velocità e accelerazioni geometriche

In base ai numeri di punti faccio un ciclo for che mi calcola la velocità e l'accelerazione geometrica per ogni punto. Si pone condizione iniziale s = 0 , s_p = 0 e s_pp = 1(sarebbe quella riferita alla legge di moto dell'ascissa curvilinea). Successivamente si crea un ciclo while dove all'interno verrà definita la strategia di pilotaggio. Nello specifico verrà definito un metodo iterativo per il calcolo

delle leggi di moto degli assi in base ai dati che si sono ricavati dal passo prima. Vediamo più nello specifico in cosa consiste tale metodo:

- Interpolazione della posizione :
 1. Vengono presi $S, X, s(i)$ ed inseriti nella funzione di interpolazione per l'asse x.
 2. Vengono presi $S, Y, s(i)$ ed inseriti nella funzione di interpolazione per l'asse y.
- Interpolazione Velocità e Accelerazione Geometrica:
 1. Vengono presi $S, Vel_geom, s(i)$ ed inseriti nella funzione di interpolazione sia per l'asse x che per l'asse y.
 2. Vengono presi $S, Acc_geom, s(i)$ ed inseriti nella funzione di interpolazione sia per l'asse x che per l'asse y.
- Definizione delle velocità e Accelerazione degli assi x,y nel tempo

$$\begin{cases} \dot{x} = x'(s)\dot{s} \\ \ddot{x} = x''(s)\dot{s}^2 + x'(s)\ddot{s} \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{y} = y'(s)\dot{s} \\ \ddot{y} = y''(s)\dot{s}^2 + y'(s)\ddot{s} \end{cases}$$

Figure 74: velocità e accelerazioni rispetto al tempo

viene calcolata la i-esima velocità/accelerazione dell'asse in base ai valori della i-esima velocità/accelerazione geometrica interpolata e l'i-esimo valore di $s_p(i)$ e $s_{pp}(i)$.

- Definizione dei limiti di velocità in base alle caratteristiche del sistema:

$$\dot{s} \leq \frac{\tau_x K_{vx} \dot{\vartheta}_{max}}{|x'(s)|}$$

Figure 75: Limiti di velocità 1

$$\dot{s} \leq \sqrt{\frac{C_{mx}}{m_{Tx} \tau_x |x''(s)|}}$$

Figure 76: Limiti di velocità 2

Per i limiti di velocità devo considerare sia quelli sull'asse x che quelli sull'asse y, quindi in totale ho 4 condizioni di velocità. Inoltre se una delle velocità geometriche è nulla, significa che si sta percorrendo una traiettoria rettilinea lungo la direzione corrispondente alla coordinata per la quale la velocità geometrica è diversa da zero. Ciò significa che il limite sulla velocità sarà dovuto solo all'asse lungo il quale ci si sta muovendo. Bisogna gestire anche i casi in cui velocità/accelerazione geometrica sono uguali a 0 in quanto avrei al denominatore 0 e quindi avrei dei valori NaN che mi causerebbero errori nei passi successivi. Successivamente prendo come limite il più restrigente dei 4. I limiti di velocità vengono calcolati per quel preciso istante.

- Definizione dei limiti sulle accelerazioni in base alle caratteristiche del sistema:

	$\ddot{x} < 0$	$\ddot{x} \geq 0$
$x'(s) \geq 0$	$-\frac{\frac{C_{m\ddot{x}}}{m_{T_x} \tau_x} + x''(s)\dot{s}^2}{ x'(s) } \leq \ddot{s} \leq -\frac{x''(s)\dot{s}^2}{ x'(s) }$	$-\frac{x''(s)\dot{s}^2}{ x'(s) } \leq \ddot{s} \leq \frac{\frac{C_{m\ddot{x}}}{m_{T_x} \tau_x} - x''(s)\dot{s}^2}{ x'(s) }$
$x'(s) < 0$	$\frac{x''(s)\dot{s}^2}{ x'(s) } \leq \ddot{s} \leq \frac{\frac{C_{m\ddot{x}}}{m_{T_x} \tau_x} + x''(s)\dot{s}^2}{ x'(s) }$	$-\frac{\frac{C_{m\ddot{x}}}{m_{T_x} \tau_x} - x''(s)\dot{s}^2}{ x'(s) } \leq \ddot{s} \leq \frac{x''(s)\dot{s}^2}{ x'(s) }$

Figure 77: Limiti delle accelerazione

Anche in in questo caso devo considerare i limiti di entrambi gli assi, quindi avrei una tabella per l'asse x ed un'altra per l'asse y. Anche in questo caso devo gestire manualmente i casi in cui ho uno zero al denominatore. Tali limiti sono calcolati per l'istante i+1 prendendo in considerazione i dati all'istante i.

- Calcolo della posizione, velocità di percorrenza per l'istante successivo:

$$s(i+1) = s(i) + s_p(i) * dT$$

$$s_p(i+1) = s_p(i) + s_pp(i) * dT$$

- Calcolo dell'accelerazione per l'istante i+1:

1. $\dot{s} \leq 0.7s_{lim}$ si assegna la massima accelerazione possibile
2. $0.7s_{lim} \leq \dot{s} \leq 0.8s_{lim}$ si assegna accelerazione nulla
3. $\dot{s} \geq 0.8s_{lim}$ si assegna la massima decelerazione possibile

I legami tra l'istante i e quello $i+1$ sono rappresentati nella seguente tabella:

t	s	\dot{s}	\ddot{s}
$t_0 = 0$	$s_0 = 0$	$\dot{s}_0 = 0$	\ddot{s}_0
$t_1 = t_0 + \Delta t$	$s_1 = s_0 + \dot{s}_0 \Delta t$	$\dot{s}_1 = \dot{s}_0 + \ddot{s}_0 \Delta t$	\ddot{s}_1
.....
$t_{k+1} = t_k \Delta t$	$s_{k+1} = s_k + \dot{s}_k \Delta t$	$\dot{s}_{k+1} = \dot{s}_k + \ddot{s}_k \Delta t$	\ddot{s}_{k+1}
.....

Figure 78: posizione e velocità al passo successivo

9.2 Ottimizzazione della strategia

Per evitare di avere una frenata brusca all'ultimo passo della traiettoria che si sta eseguendo, si cerca un algoritmo di ottimizzazione. Tale algoritmo prevede di tenere conto della distanza percorsa della traiettoria. Per ottimizzare la strategia di scelta di accelerazione è opportuno valutare la velocità limite anche in un punto più avanti sulla traiettoria, posto ad una distanza arbitraria. La distanza viene scelta prendendo come punto quello in cui l'end-effector riuscirebbe a fermarsi supponendo che, a partire dalla posizione attuale, decelerassi con il valore di decelerazione massimo possibile in relazione alla posizione attuale sulla traiettoria. Nel nostro caso applichiamo tale algoritmo soltanto dopo il 70% del percorso, in quanto potrei avere il problema di frenata troppo presto (anche al 20% del percorso). L'algoritmo scritto è conservativo in quanto freniamo prima del completamento della traiettoria e quindi non si finisce di percorrere l'ultimo tratto. Quindi finché non si raggiunge il 70% del percorso non viene valutata l'ottimizzazione della strategia. La distanza viene calcolata nel seguente modo:

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{1}{2} \ddot{s}_{max} \Delta t^2 \\ \ddot{s}_{max} &= \frac{\dot{s}}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = \frac{1}{2} \frac{\dot{s}^2}{\ddot{s}_{max}}$$

Figure 79: calcolo distanza

9.3 Qualche risultato significativo

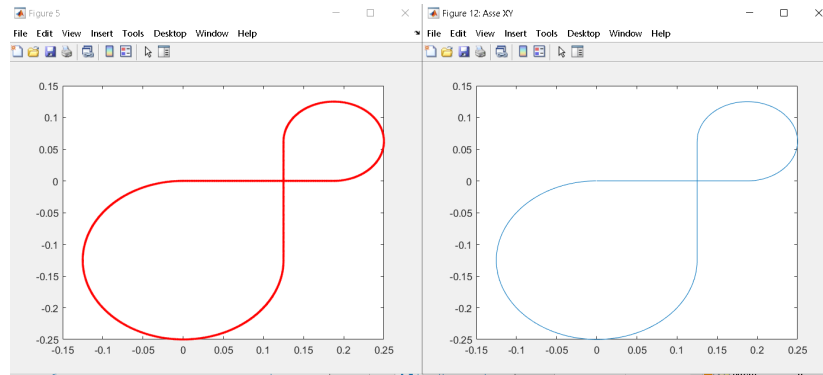


Figure 80: A sinistra è rappresentato l'insieme dei punti della traiettoria, mentre a destra è rappresentato il calcolo della traiettoria tramite l'algoritmo

Facendo uno zoom sulla prima immagine osservo i vari punti:

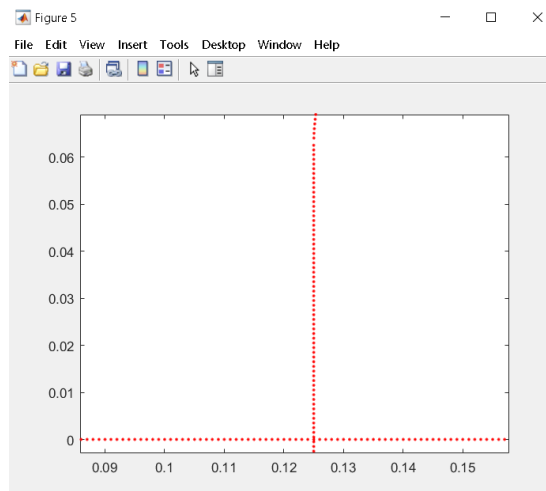


Figure 81: zoom X,Y,S

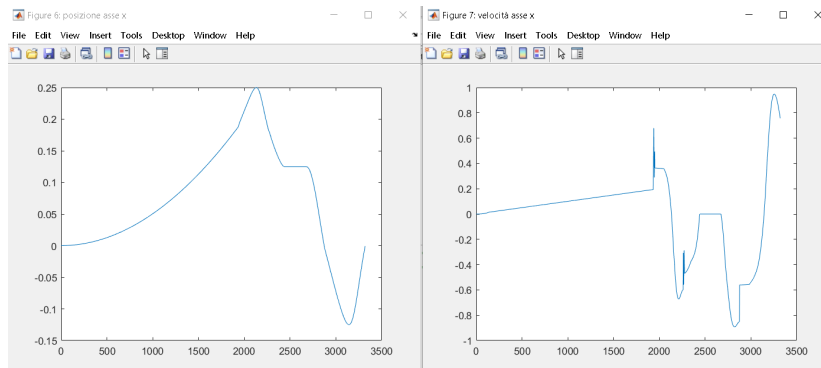


Figure 82: Posizione e velocità asse x

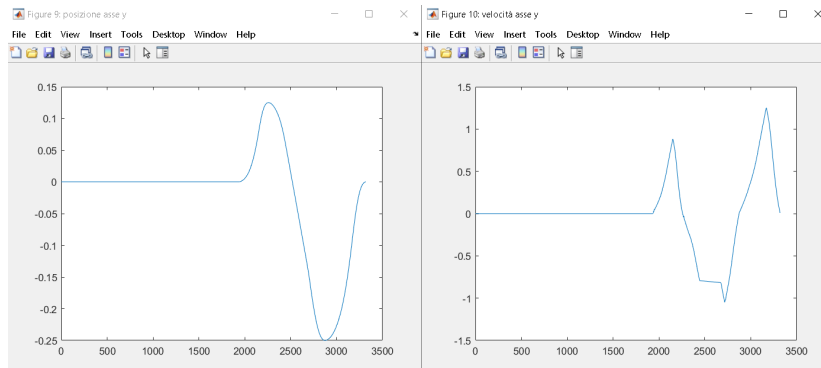


Figure 83: Posizione e velocità asse y

Possiamo osservare che negli assi delle ascisse ho valori elevati. Questi rappresentano il numero di volte che il ciclo è stato eseguito avendo determinato come passo di integrazione $dT = \frac{1}{1000}$ dove 1000 sarebbero i punti presenti nel percorso in input. Quindi il tempo che sto utilizzando su matlab, ovvero l'accumulo di questi dT ad ogni ciclo, dovrà essere interpolato successivamente con il tempo di simulazione simulink.

10 Strategia di pilotaggio - Simulink

10.1 Introduzione

Come accennato nell'ultima parte della sezione precedente devo definire una funzione che interpola i tempi matlab con quelli del simulink. In ingresso `interp1` come secondo argomento avrà i vari `x, xp, xpp` ed `y, yp, ypp`. Oltre a questa osservazione c'è da dire che noi stiamo lavorando su un modello e non sulla

macchina reale, quindi in base ai vari datasheet devo definire anche un modello della discretizzazione e della quantizzazione. I modelli che ho scritto in precedenza valgono ancora... cambia soltanto che ora nelle Matlab Function non ho più la legge di moto assegnata ma ho la funzione che interpola i tempi con le informazioni su posizione, velocità e accelerazione.

10.2 Strategia di pilotaggio - Simulink - senza discretizzazione

Tramite il blocco simulink XY Graph è possibile plottare le coordinate X,Y. Abbiamo fatto la simulazione per la retroazione del carrello e per quella del motore. Qui sotto rappresentiamo i grafici secondo questi due differenti tipi di strategie.

10.2.1 Controllore PI

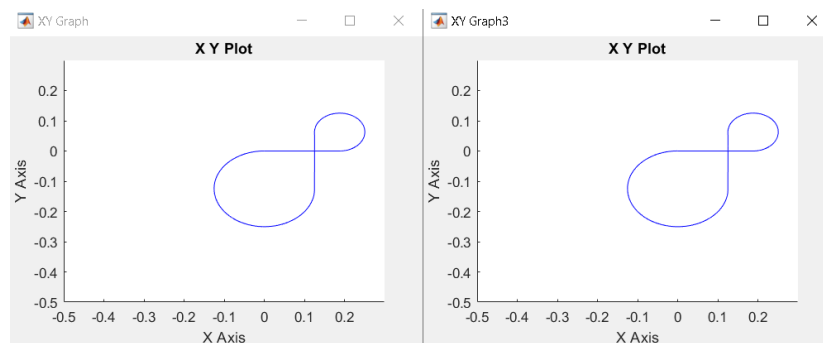


Figure 84: Immagine a sinistra retroazione carrello ; Immagine a destra retroazione motore

10.2.2 Posizionamento poli

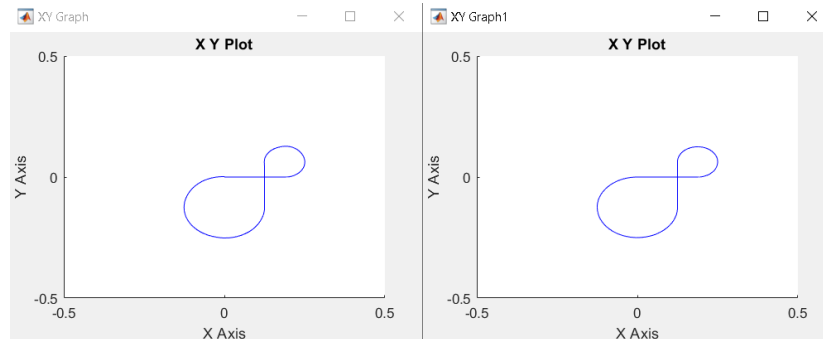


Figure 85: Immagine a sinistra retroazione carrello ; Immagine a destra retroazione motore

10.3 Strategia di pilotaggio-Simulink- con discretizzazione

Per lavorare con la discretizzazione in ambiente Simulink è necessario introdurre alcuni nuovi blocchi funzionali: In questo caso introdotto dei nuovi blocchi che sono:

- Quantizzatore nel quale vengono mappati su 10V i 4096 valori possibili. Questo perché ho una risoluzione dell'ADC di 12 bit, quindi 2^{12} quindi ho 4096 livelli di quantizzazione
- Frequenza di campionamento impostata a 1kHz
- La derivazione discreta

10.3.1 Controllore PI - discretizzato

In questo caso devo aggiungere al modello Simulink la modellizzazione della parte discreta. Quindi i modelli dei due assi diventano:

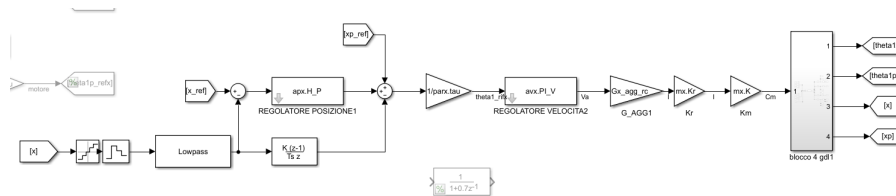


Figure 86: modello asse x - retroazione carrello

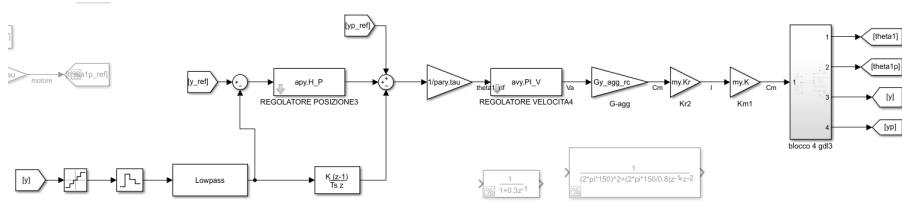


Figure 87: modello asse y - retroazione carrello

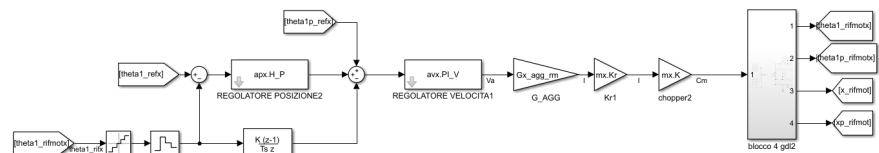


Figure 88: modello asse x - retroazione motore

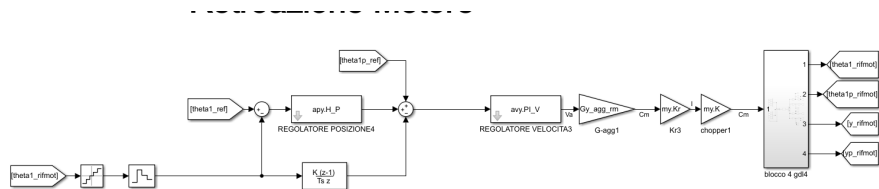


Figure 89: modello asse y - retroazione motore

Come prima all'interno del blocco che ha come output:

- x carrello
- \dot{x} carrello
- θ_1 motore
- $\dot{\theta}_1$ motore

É presente il modello del relativo asse.

I risultati delle simulazioni tramite XY Graph sono:

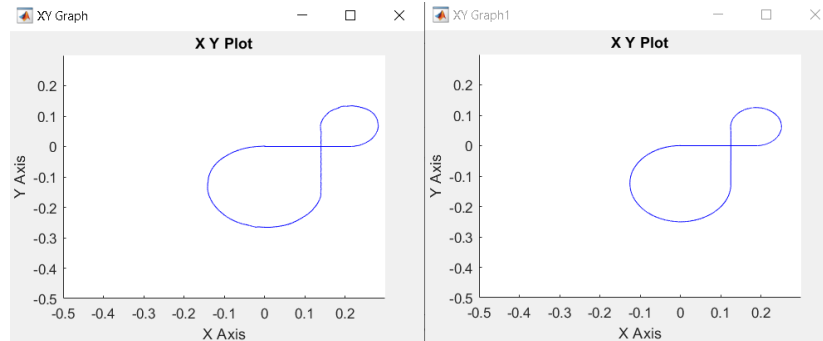


Figure 90: XP Graph: retroazione carrello - XP Graph1: retroazione motore

10.3.2 Posizionamento poli - discretizzato

In questo caso devo aggiungere al modello Simulink la modellizzazione della parte discreta. Quindi i modelli dei due assi diventano:

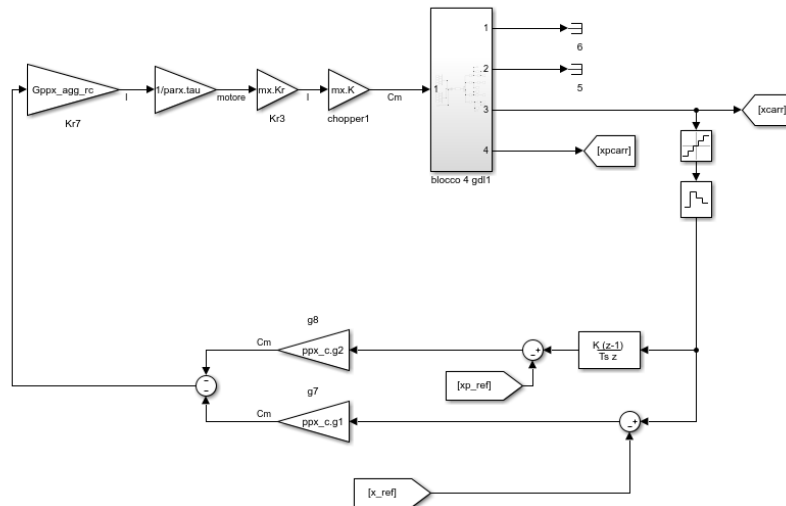


Figure 91: modello asse x - retroazione carrello

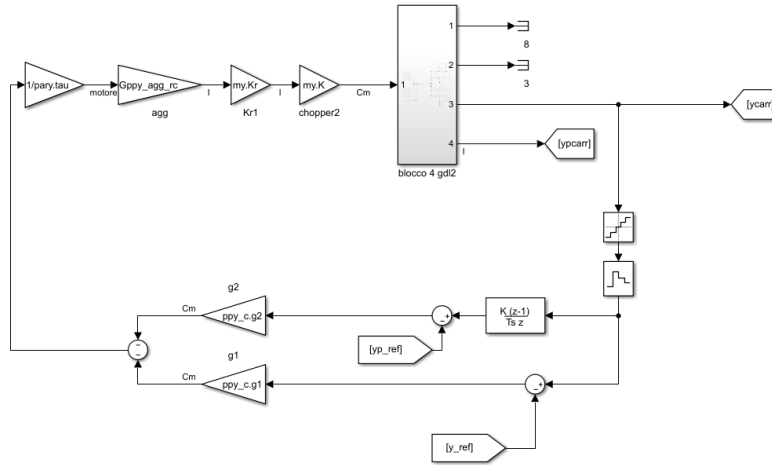


Figure 92: modello asse y - retroazione carrello

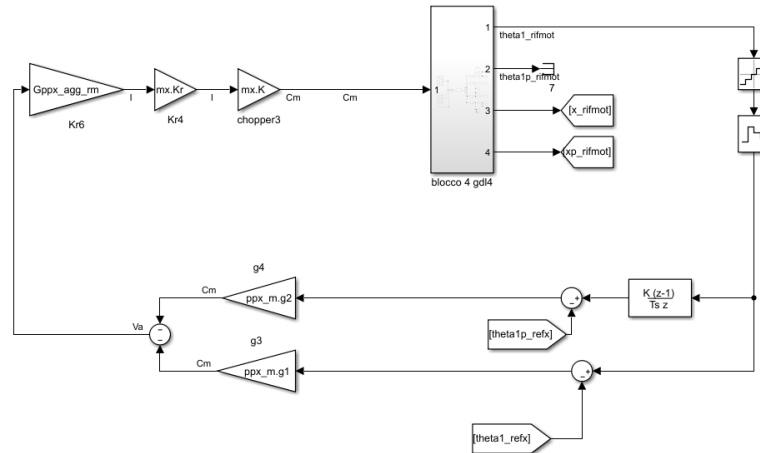


Figure 93: modello asse x - retroazione motore

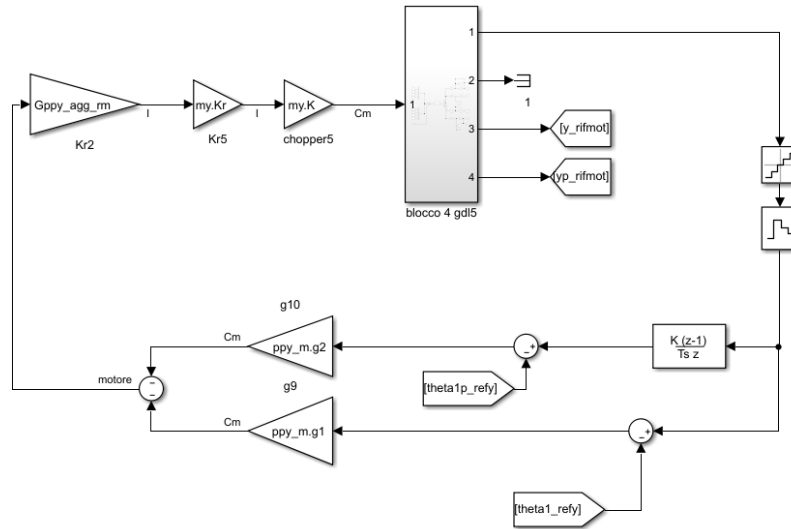


Figure 94: modello asse y - retroazione motore

I risultati delle simulazioni tramite XY Graph sono:

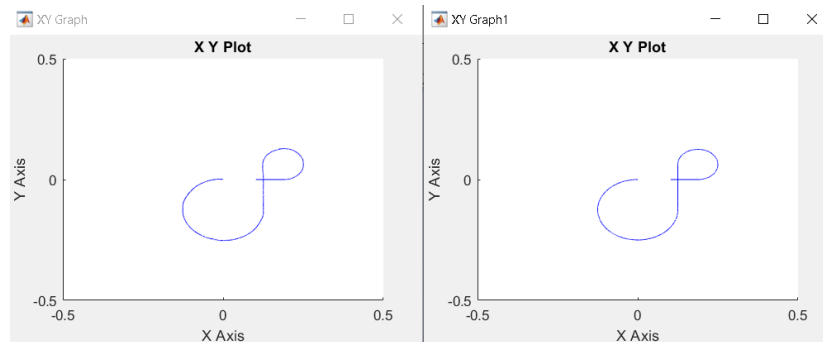


Figure 95: XP Graph: retroazione carrello - XP Graph1: retroazione motore

In quest'ultima immagine si può vedere come il percorso non viene completato per intero, infatti si ferma poco prima di riuscire a chiudere la curva. Questo è uno degli aspetti negativi della strategia che stiamo utilizzando.

11 Simulink - Real time

11.1 Introduzione

Per l'inizio dell'attività sperimentale abbiamo dovuto installare sui nostri dispositivi MATLAB 2017a. Nello specifico ci interessano i pacchetti:

- SIMULINK
- SIMULINK Real-Time

Le schede NI 6229 che vengono utilizzate per controllare l'hardware sono supportate fino a quella versione di Matlab. Abbiamo installato anche Visual Studio 2017 con specifiche indicazioni, ovvero:

- Selezionare in carichi di lavoro 'Sviluppo di Applicazioni Desktop con C++'.
- Passare nel menù 'Singoli componenti' e controllare che sia selezionata la voce 'Windows 10 SDK' e selezionare la versione precedente.

Poi il docente nel caso fornirà dei links con all'interno delle cartelle per il Matlab con versione R2017a

11.2 Quadro elettrico

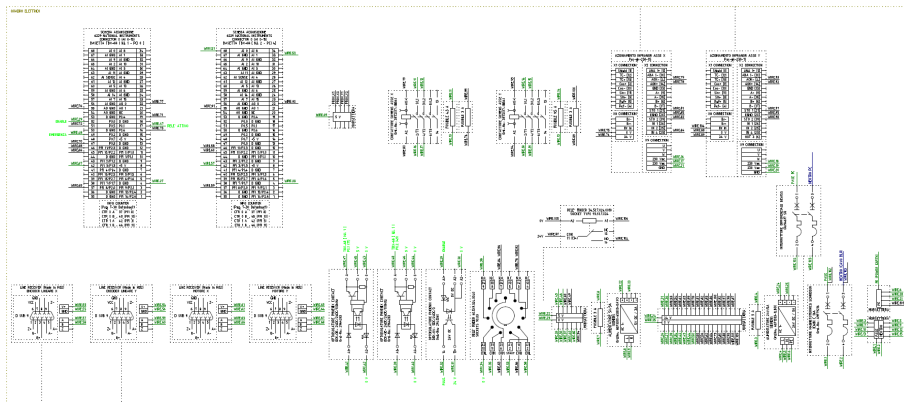


Figure 96: quadro elettrico

11.3 Schede di acquisizione

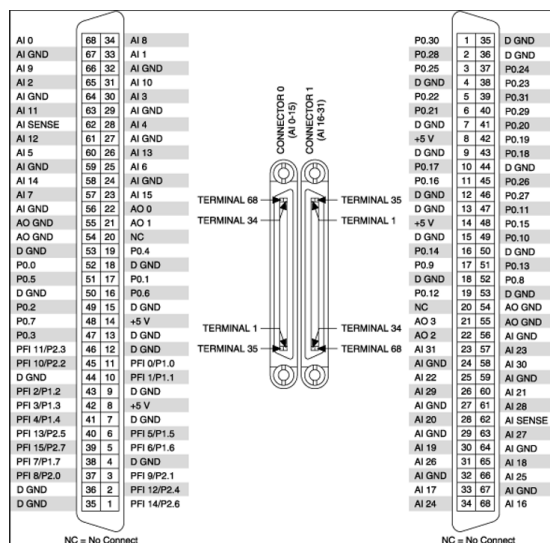


Figure 97: Schede di acquisizione

11.4 Blocchi Simulink PCI 6229

Osservando il quadro elettrico e i collegamenti della macchina in laboratorio siamo riusciti a trovare delle corrispondenze. Per i fine corsa abbiamo utilizzato il blocco 'PCI-6229 National Instruments Digital Input' che ci permette di accedere agli input digitali per una determinata scheda fisica. Ciascuna scheda dispone di un set di porte I/O digitali statiche. Un blocco di ingresso digitale può condividere canali con un blocco di uscita digitale. In questa configurazione, il blocco di ingresso legge l'ultimo valore scritto nel blocco di uscita digitale sui canali condivisi.

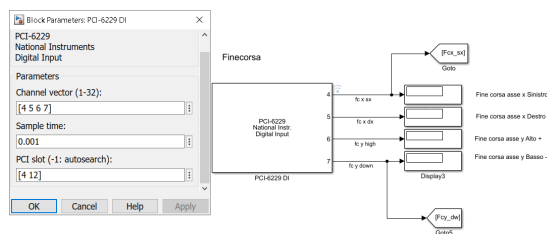


Figure 98: PCI-6229 National Instruments Digital Input

Osservo che nel blocco sono presenti i seguenti campi:

- Channel Vector (1-32) : indica le linee di ingresso digitali

- Sample time : indica la frequenza di campionamento
- PCI slot : indica la scheda di acquisizione utilizzata

La seconda scheda di acquisizione viene identificata con [4 15] Gli output di questo blocco sono:

- Linea 4: Fine corsa sinistro asse x
- Linea 5: Fine corsa destro asse x
- Linea 6: Fine corsa sopra asse y
- Linea 7: Fine corsa sotto asse y

Questi valori li osserviamo tramite gli appositi display.

È possibile impostare indipendentemente ciascuna porta come input o output. In questa configurazione, il blocco di ingresso legge l'ultimo valore scritto nel blocco di uscita digitale sui canali condivisi. Nel nostro caso utilizziamo il blocco 'PCI-6229 National Instruments Digital Output'

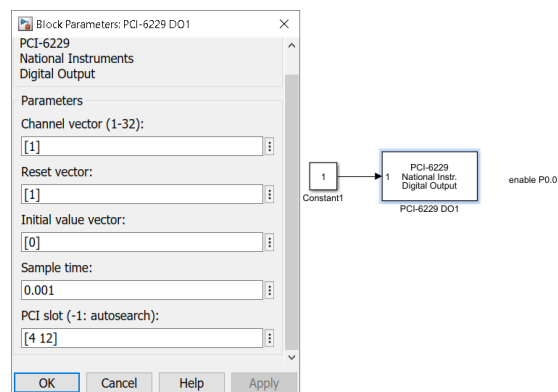


Figure 99: PCI-6229 National Instruments Digital output

Osservo che nel blocco sono presenti i seguenti campi:

- Channel Vector (1-32) : indica le linee di ingresso digitali
- Reset vector : vincola il comportamento del canale alla fine del modello.
- Initial value vector: Se si immette uno scalare, quel valore viene replicato come valore iniziale sul vettore del canale(0,1).
- Sample time : indica la frequenza di campionamento
- PCI slot : indica la scheda di acquisizione utilizzato

La seconda scheda di acquisizione viene identificata con [4 15]

11.5 Encoder sui motori

Per quanto riguarda la lettura degli encoder posti sui motori dei rispettivi assi, abbiamo utilizzato il blocco 'PCI-6229 National Instr. Inc. Encoder'. Un blocco per ciascun encoder, inoltre i due blocchi devono avere un differente channel.

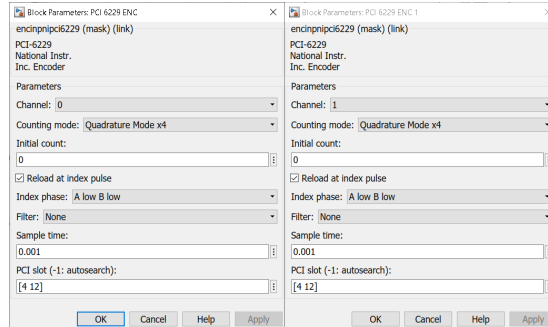


Figure 100: PCI-6229 National Instrument Incremental Encoder. A sinistra troviamo i parametri utilizzati per l'encoder posto sull'asse x. A destra troviamo i parametri utilizzati per l'encoder posto sull'asse y

11.5.1 Encoder motore sull'asse x

Da qui prendo le misure di θ_1 relative all'asse x.

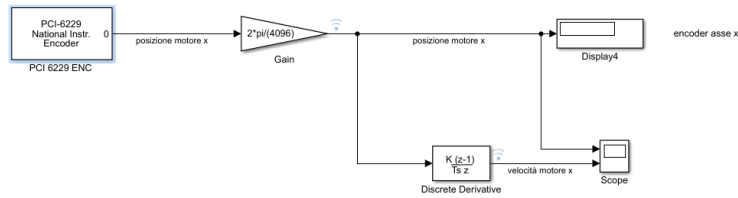


Figure 101: schema di acquisizione dati da encoder su asse x

11.5.2 Encoder motore sull'asse y

Da qui prendo le misure di θ_1 relative all'asse y.

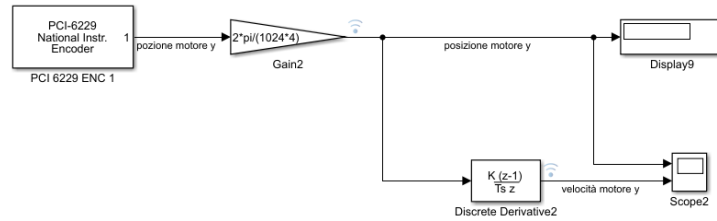


Figure 102: schema di acquisizione dati da encoder su asse y

Si noti che in entrambi gli schemi a blocchi è presente un guadagno pari a $\frac{2*\pi}{1024*4}$ che è quel valore che mi fa leggere correttamente i valori dei rispettivi encoder. Inoltre non prendo soltanto la misura della posizione, ma anche quella rispettiva alla velocità tramite una derivazione discreta.

11.6 Encoder lineari sul carrello

Per quanto riguarda la lettura degli encoder lineari poste sul carrello dei rispettivi assi, abbiamo utilizzato il blocco 'PCI-6229 National Instr.Inc. Encoder'. Un blocco per ciascun encoder lineare, inoltre i due blocchi devono avere un differente channel.

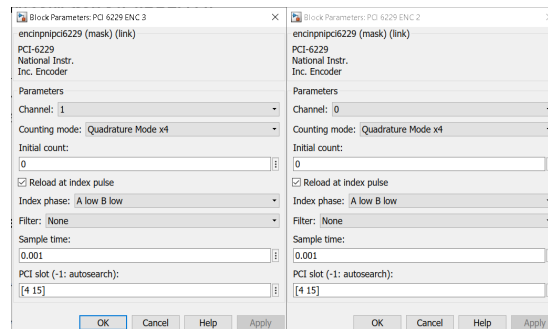


Figure 103: PCI-6229 National Instrument Incremental Encoder. A sinistra troviamo i parametri utilizzati per l'encoder lineare posto sull'asse x. A destra troviamo i parametri utilizzati per l'encoder lineare posta posto sull'asse y

Inoltre osserviamo che in questo caso stiamo utilizzando la seconda scheda di acquisizione.

11.6.1 Encoder lineare sul carrello sull'asse x

Da qui prendo le misure di X relative all'asse x.

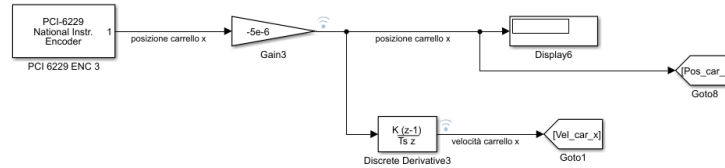


Figure 104: schema di acquisizione dati dall'encoder lineare su asse x

11.6.2 Encoder lineare carrello sull'asse y

Da qui prendo le misure di Y relative all'asse y.

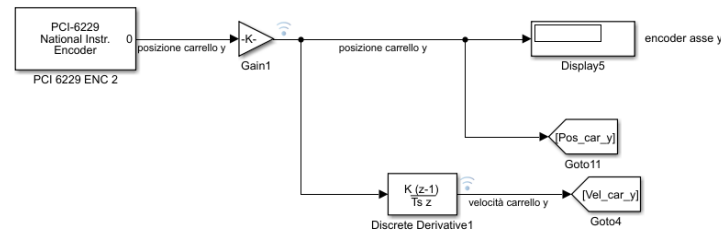


Figure 105: schema di acquisizione dati dall'encoder lineare su asse y

12 State Flow

Uno strumento che abbiamo utilizzato per pianificare le attività della macchina laser è lo State flow. Ci permette una rappresentazione fatta di stati e transizioni tra gli stati nel caso siano verificate certe condizioni. In questo modo possiamo rappresentare il nostro modello. Questo ambiente mi permette tramite animazioni delle attività e sistemi di controllo di integrità, di svolgere le fasi di analisi e debugging. All'interno di ogni stato sono presenti 3 sezioni.

- Entry : zona in cui sono presenti operazioni che vengono eseguite quando lo stato diventa attivo
- During : zona in cui vengono eseguite azioni quando lo stato è attivo e arriva un evento specifico
- Exit : zona in cui vengono eseguite azioni prima della transizione dello stato.

All'interno del simulink real time visto dall'esterno è così:

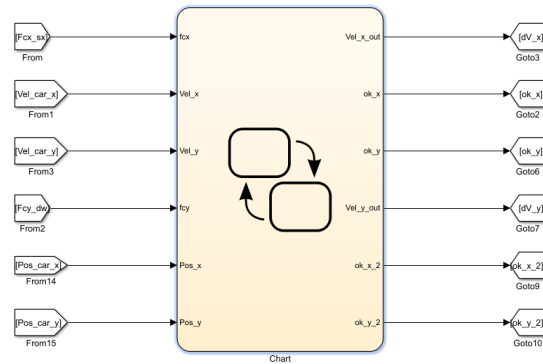


Figure 106: State Flow, vista esterna

Osservo a sinistra gli input e a destra gli output generati dall'esecuzione degli stati che risiedono all'interno.

Input:

- fcx : finecorsa sinistro asse x
- Vel_x: velocità carrello asse x
- Vel_y: velocità carrello asse y
- fcy : finecorsa basso asse y
- Pos_x : posizione carrello asse x
- Pos_y : posizione carrello asse y
- clock : tempo di simulazione

Output:

- Vel_x_out : scarto velocità x
- ok_x : abilitazione/disabilitazione motore x per tornare indietro
- ok_y : abilitazione/disabilitazione motore y per andare sopra
- Vel_y_out : scarto velocità y
- ok_x_2 : abilitazione/disabilitazione motore x per andare avanti
- ok_y_2 : abilitazione/disabilitazione motore per andare sotto

12.1 Homing

Il primo stato sviluppato è stato quello di homing. L'idea è che accendendo la macchina, questa qualunque siano le posizioni degli assi venga posizionata in un punto che noi conosciamo. Inizialmente non abbiamo pensato allo spostamento contemporaneo degli assi in quanto ci importava il risultato.

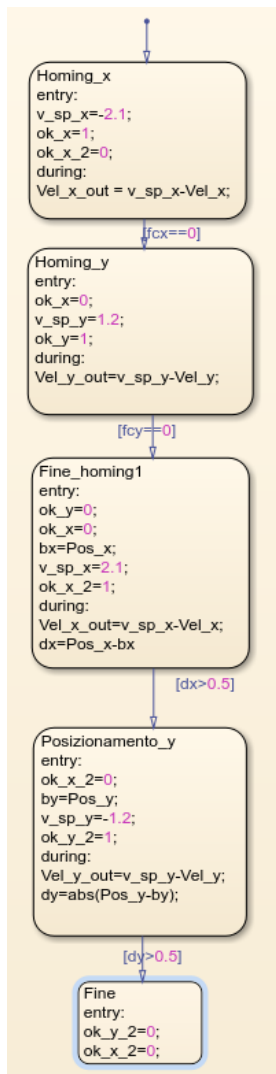


Figure 107: Homing seriale

12.1.1 Homing x

Come si può vedere dall'immagine vado a dare dei valori di tensione che sono proporzionali alle velocità con cui gira il motore. Quindi per l'homing sull'asse x abilito il motore per farlo tornare indietro qualunque sia la sua posizione fino a quando non viene rilevato dal fine corsa sinistro, ovviamente il motore per muovere il carrello in avanti deve essere disabilitato.

12.1.2 Homing y

Per quanto riguarda l'asse y abilito il motore in modo tale che vada sotto, anche in questo caso il motore che aziona il motore per farlo abbassare deve essere disattivato. Questo viene fatto in 2 step, prima viene eseguito quello sull'asse x, poi quello sull'asse y.

12.1.3 Fine homing x-y

Successivamente sempre in modo seriale conoscendo le dimensioni della macchina laser abbiamo impostato un posizionamento al centro della macchina. Impostando le condizioni presenti nell'immagine sopra.

12.1.4 Fine

Per ultimo vado a disabilitare le variabili di controllo dei due motori.

12.2 Homing parallelo

Rispetto a quello prima ci sono meno stati. L'unica cosa che cambia sono le condizioni di uscita che devono essere entrambe verificate. Ciò è possibile in quanto le operazioni definite all'interno dello stato vengono eseguite ad ogni ciclo di simulazione. Quindi quando si raggiunge un finecorsa esso viene percepito dal blocco di controllo esterno, in questo modo viene fermato il motore corrispettivo.

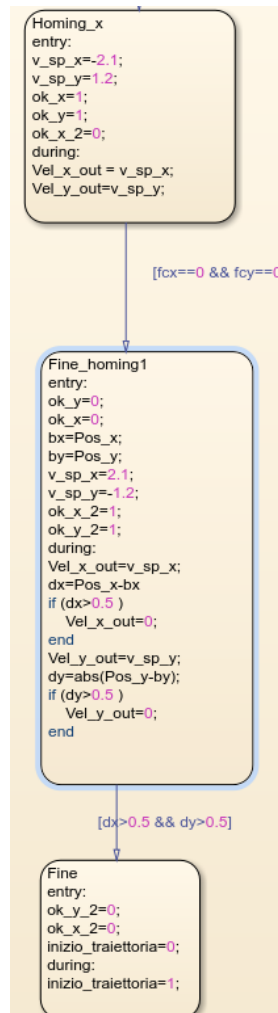


Figure 108: Homing parallelo

12.3 Schema di controllo Homing

Ad ogni ciclo di simulazione vengono letti gli output dello State Flow. Nel caso dell'homing ci serve un valore di tensione da dare in ingresso al motore d'interesse. Per fare ciò usiamo il blocco noto come 'dot product' con il quale moltiplichiamo quel valore di tensione con la variabile di controllo che ha valori 0-1. Quindi quando la variabile di controllo è 1 abilito il motore, mentre quando è a 0 qualunque tensione vado ad applicare non azionerà il motore. Successivamente verrà moltiplicato per un guadagno che converte la velocità di scarto in una tensione da dare all'ingresso del motore.

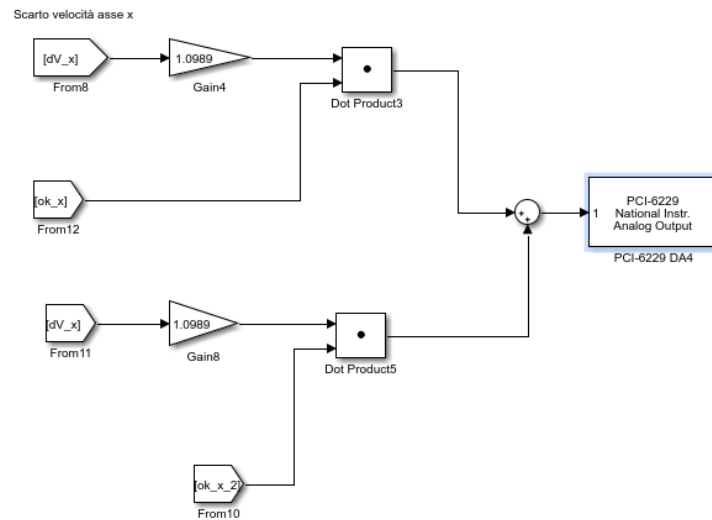


Figure 109: Controllo variabili di uscita asse x

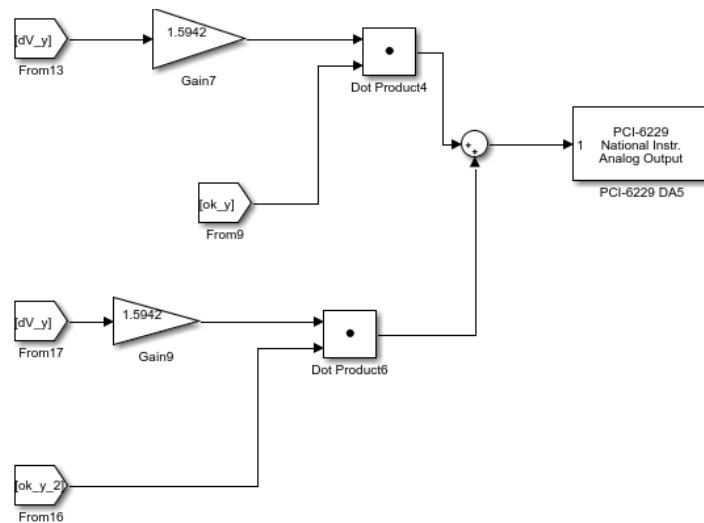


Figure 110: Controllo variabili di uscita asse y

I due motori sono collegati a due schede di acquisizione differenti come si può vedere nell'immagine sottostante:

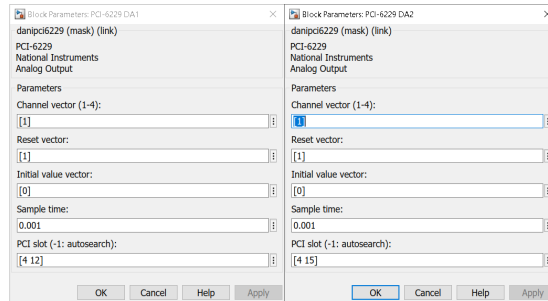


Figure 111: A sinistra motore asse x - A destra motore asse y

12.4 Pilotaggio macchina

12.4.1 Problematiche

Ora che abbiamo posizionato i due carrelli appartenenti agli assi della macchina posso applicare la strategia di pilotaggio fatta nelle fasi precedenti. Lo State Flow ha un proprio spazio di lavoro, di conseguenza non riesce a vedere le funzioni che risiedono nella cartella in cui risiede il file. Per quanto riguarda la strategia di pilotaggio, quindi la definizione della traiettoria (informazioni su posizione, velocità e accelerazioni dei punti), non abbiamo nessun problema in quanto è un'operazione che viene svolta offline. Il problema risiede a livello temporale, nello specifico nella funzione che interpola i tempi. Bisogna ridefinire la funzione all'interno di questo ambiente. Nel nostro caso abbiamo cambiato nome della funzione e il nome di parametri che prende come input per toglierli qualunque dubbio.

```
MATLAB Function
[xx,xyp,yy,yp]= interpolazione_tempi2(x_i,xp_i,y_i,yp_i,u,t_m,riff_iniziale)
```

Uno dei problemi che abbiamo riscontrato è stato quello della gestione dei tempi. In particolar modo come lanciamo l'operazione di run, il tempo di sistema parte, cresce durante le fasi di homing e continua anche durante la realizzazione della traiettoria. Per definire i tempi caratteristici delle singole fasi abbiamo introdotto una variabile d'appoggio ed un valore (Clock), da sottrarre al tempo di simulazione nelle fasi di pilotaggio. Il tempo di simulazione è un problema in quanto quando faccio l'operazione di run il tempo inizia a scorrere. Nelle nostre simulazioni non tenevamo conto dell'operazione di Homing ma consideravamo direttamente la strategia di pilotaggio. In questo modo è come considerare che il pilotaggio parte all'istante $t=0$.

12.4.2 Nuovo State Flow

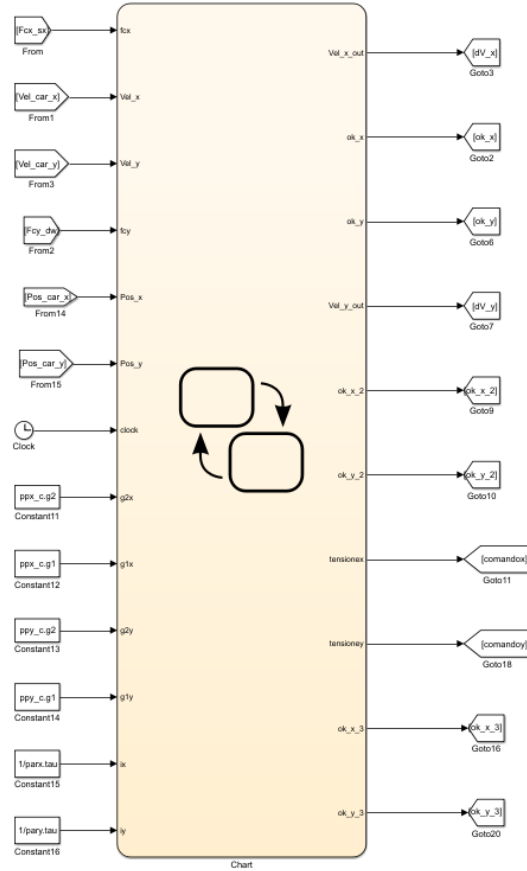


Figure 112: State Flow strategia

Come si può vedere dall'immagine ci sono dei nuovi ingressi, nello specifico ci sono in ingresso dei parametri appartenenti al controllore tramite posizionamento dei poli. Diciamo che andiamo a simulare il comportamento che aveva il nostro modello in fase di simulazione, per ricordare lo schema vedi le seguenti immagini :

12.4.3 Posizionamento poli

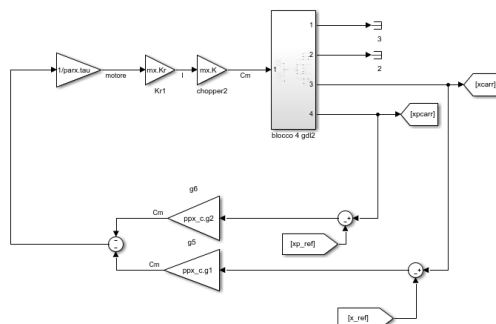


Figure 113: Controllo tramite posizionamento dei poli, asse x

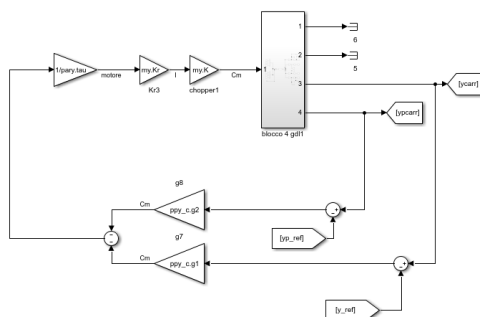


Figure 114: Controllo tramite posizionamento dei poli, asse y

Ciò che si vede nelle immagini è stato riscritto in forma di equazioni che vengono eseguite ad ogni ciclo. Come si può notare sono rappresentati i modelli della retroazione sulla variabile di controllo del carrello. Un'altra piccola osservazione è che non sono presenti gli elementi della discretizzazione perché ora sto lavorando direttamente sulla macchina.

12.4.4 State Flow completo

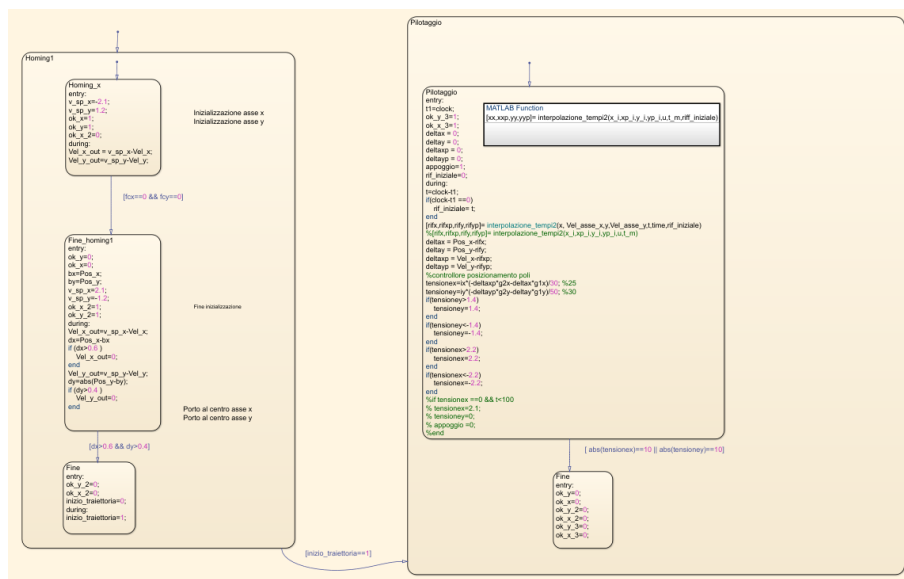


Figure 115: State Flow

Si osservi la condizione per passare dalla fase di Homing alla fase di pilotaggio:

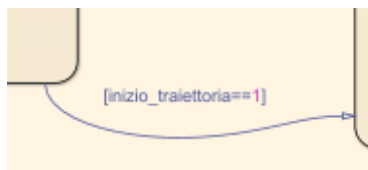


Figure 116: Passaggio Homing - Pilotaggio

Utilizziamo un variabile di controllo che ci permette tale passaggio.

12.4.5 Schema di controllo Finale

Per ultimo lo schema di controllo con l'introduzione del pilotaggio si complica leggermente.

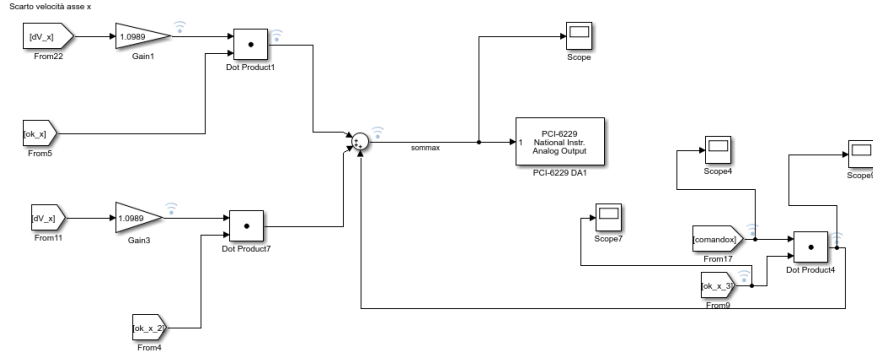


Figure 117: Schema di pilotaggio x

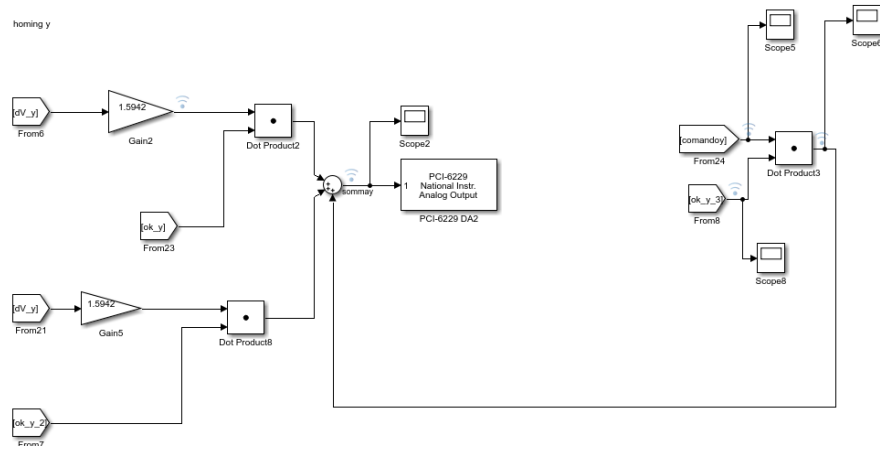


Figure 118: Schema di pilotaggio y

13 Possibili implementazioni future

Il progetto sviluppato per questioni di tempo ed impegni dei singoli si è fermato al solo utilizzo del posizionamento poli. Sarebbe interessante implementare anche il modello del controllore progettato nella fase di simulazione. Inoltre per risolvere il problema di alternanza di movimenti bruschi a movimenti lenti abbiamo inserito una soglia. In questo modo siamo riusciti a gestire le differenze di velocità troppo alte tra due campioni successivi. Sarebbe utile anche utilizzare dei filtri per gestire al meglio le vibrazioni. Nella fase di simulazione del controllore PI ne abbiamo utilizzati per migliorare l'inseguimento del riferimento.