

Cognoms i Nom:

Codi:

Examen FINAL de Física  
22 de juny de 2017

Model A

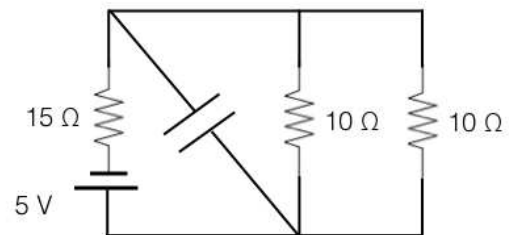
**Qüestions: 40% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** En el circuit de la figura, sabent que la càrrega del condensador en estat estacionari és de 100 nC, quant val la seva capacitat?

- a) 40 pF.
- b) 80 nF.
- c) 16  $\mu$ F.
- d) 140 nF.

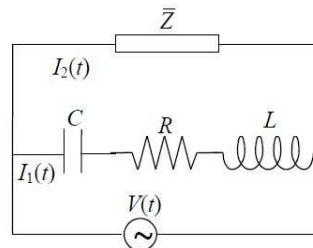


**T2)** Un transistor PMOS d'enriquiment caracteritzat per  $V_T = -1$  V i  $\beta = 120 \mu\text{A}/\text{V}^2$ , té el terminal de la font connectat a 5 V ( $V_S = 5$  V) i la porta connectada al terra ( $V_G = 0$  V). En quina regió treballa i quina intensitat hi circula quan el potencial al drenador és  $V_D = 0.5$  V?

- |                  |                        |
|------------------|------------------------|
| a) Ruptura, 1 A. | b) Saturació, 0.96 mA. |
| c) Tall, 0 A .   | d) Òhmica, 2.16 mA.    |

**T3)** En el circuit de la figura, la intensitat que circula per  $\bar{Z}$  va retardada en  $90^\circ$  respecte a la intensitat de la branca R-L-C. Els valors eficaços d' $I_1$  i  $I_2$  són iguals. Sabent que  $\omega = 100\pi$  rad/s,  $R = 2000 \Omega$ ,  $C = 1 \cdot 10^{-6}$  F i  $L = 0.085$  H , podem assegurar que el valor de la impedància  $\bar{Z}$  val:

- a)  $\bar{Z} = 1000 - j 3156 \Omega$ .
- b)  $\bar{Z} = 3156 + j 2000 \Omega$ .
- c)  $\bar{Z} = 3156 - j 2000 \Omega$ .
- d)  $\bar{Z} = 1000 + j 3156 \Omega$ .



**T4)** Si el camp magnètic d'una ona electromagnètica plana, harmònica i linealment polaritzada és  $B(z, t) = (B_0 \mathbf{i}) \sin(kz + \omega t)$ , el camp elèctric és

- a)  $E(z, t) = -(E_0 \mathbf{j}) \sin(kz + \omega t)$ .
- b)  $E(z, t) = -(E_0 \mathbf{k}) \sin(kz + \omega t)$ .
- c)  $E(z, t) = (E_0 \mathbf{j}) \sin(kz + \omega t)$ .
- d)  $E(z, t) = (E_0 \mathbf{k}) \sin(kz + \omega t)$ .

- T5)** Una emissora de ràdio emet uniformement en totes direccions ones electromagnètiques harmòniques polaritzades. Si a una distància  $d$  de l'emissora l'amplitud del camp elèctric és  $E_0(d) = 6 \text{ V/m}$ , podem afirmar que
- a) A una distància  $d/2$  valdrà  $E_0(d/2) = 1.5 \text{ V/m}$ .
  - b) A una distància  $2d$  valdrà  $E_0(2d) = 1.5 \text{ V/m}$ .
  - c) A una distància  $2d$  valdrà  $E_0(2d) = 3 \text{ V/m}$ .
  - d) A una distància  $d/2$  valdrà  $E_0(d/2) = 3 \text{ V/m}$ .
- T6)** Un feix de llum que es propaga per l'aire (amb índex de refracció  $n = 1$ ) incideix sobre la superfície d'un medi no conductor amb un angle de  $30^\circ$  respecte de la normal. Part de l'ona incident es refracta i el raig refractat forma un angle de  $20^\circ$  respecte de la normal. La velocitat de propagació de la llum en el medi no conductor és
- a)  $2.05 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .
  - b)  $2.46 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .
  - c)  $3.05 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .
  - d)  $1.46 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .
- T7)** Un feix de llum polaritzada que es propaga en la direcció de l'eix de les  $x$ , incideix sobre una làmina polaritzadora perpendicular a l'eix de les  $x$ . Si el vector amplitud del camp elèctric incident és  $E_0 = (12 \text{ V/m})\mathbf{j}$  i l'eix de transmissió (també anomenat de polarització) de la làmina forma un angle de  $60^\circ$  amb l'eix de les  $y$ , quina és l'amplitud del camp elèctric que surt de la làmina?
- a)  $6 \text{ V/m}$ .
  - b)  $3 \text{ V/m}$ .
  - c)  $9 \text{ V/m}$ .
  - d)  $10.4 \text{ V/m}$ .
- T8)** Un làser emet un feix infraroig amb una longitud d'ona en el buit de  $780 \text{ nm}$ . Si emet amb una potència mitjana de  $5 \text{ mW}$ , el valor més aproximat del nombre de fotons que hi ha en un segment del feix de llargada  $1 \text{ mm}$  és ( $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )
- a)  $65 \cdot 10^9$ .
  - b)  $65 \cdot 10^6$ .
  - c)  $65 \cdot 10^3$ .
  - d) No tenim prou dades per saber-ho.

Cognoms i Nom:

Codi:

Examen FINAL de Física  
22 de juny de 2017

Model B

**Qüestions: 40% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerceleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

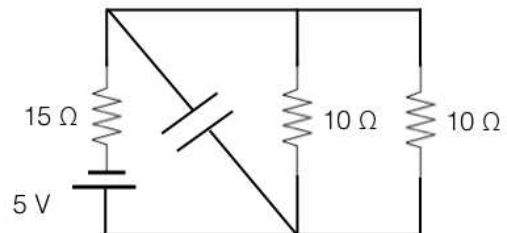
- T1)** Si el camp magnètic d'una ona electromagnètica plana, harmònica i linealment polaritzada és  $B(z, t) = (B_0 \mathbf{i}) \sin(kz + \omega t)$ , el camp elèctric és
- a)  $E(z, t) = -(E_0 \mathbf{j}) \sin(kz + \omega t)$ .
  - b)  $E(z, t) = (E_0 \mathbf{k}) \sin(kz + \omega t)$ .
  - c)  $E(z, t) = (E_0 \mathbf{j}) \sin(kz + \omega t)$ .
  - d)  $E(z, t) = -(E_0 \mathbf{k}) \sin(kz + \omega t)$ .
- T2)** Un feix de llum que es propaga per l'aire (amb índex de refracció  $n = 1$ ) incideix sobre la superfície d'un medi no conductor amb un angle de  $30^\circ$  respecte de la normal. Part de l'ona incident es refracta i el raig refractat forma un angle de  $20^\circ$  respecte de la normal. La velocitat de propagació de la llum en el medi no conductor és
- a)  $1.46 \cdot 10^8$  m/s.
  - b)  $2.05 \cdot 10^8$  m/s.
  - c)  $3.05 \cdot 10^8$  m/s.
  - d)  $2.46 \cdot 10^8$  m/s.
- T3)** Un transistor PMOS d'enriquiment caracteritzat per  $V_T = -1$  V i  $\beta = 120 \mu\text{A}/\text{V}^2$ , té el terminal de la font connectat a 5 V ( $V_S = 5$  V) i la porta connectada al terra ( $V_G = 0$  V). En quina regió treballa i quina intensitat hi circula quan el potencial al drenador és  $V_D = 0.5$  V?
- a) Òhmica, 2.16 mA.
  - b) Saturació, 0.96 mA.
  - c) Tall, 0 A.
  - d) Ruptura, 1 A.
- T4)** Una emissora de ràdio emet uniformement en totes direccions ones electromagnètiques harmòniques polaritzades. Si a una distància  $d$  de l'emissora l'amplitud del camp elèctric és  $E_0(d) = 6$  V/m, podem afirmar que
- a) A una distància  $d/2$  valdrà  $E_0(d/2) = 1.5$  V/m.
  - b) A una distància  $2d$  valdrà  $E_0(2d) = 3$  V/m.
  - c) A una distància  $2d$  valdrà  $E_0(2d) = 1.5$  V/m.
  - d) A una distància  $d/2$  valdrà  $E_0(d/2) = 3$  V/m.

**T5)** Un làser emet un feix infraroig amb una longitud d'ona en el buit de 780 nm. Si emet amb una potència mitjana de 5 mW, el valor més aproximat del nombre de fotons que hi ha en un segment del feix de llargada 1 mm és ( $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

- a)  $65 \cdot 10^9$ .
- b) No tenim prou dades per saber-ho.
- c)  $65 \cdot 10^3$ .
- d)  $65 \cdot 10^6$ .

**T6)** En el circuit de la figura, sabent que la càrrega del condensador en estat estacionari és de 100 nC, quant val la seva capacitat?

- a)  $16 \mu\text{F}$ .
- b) 140 nF.
- c) 40 pF.
- d) 80 nF.

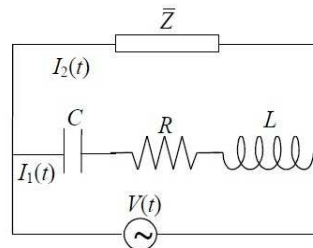


**T7)** Un feix de llum polaritzada que es propaga en la direcció de l'eix de les  $x$ , incideix sobre una làmina polaritzadora perpendicular a l'eix de les  $x$ . Si el vector amplitud del camp elèctric incident és  $E_0 = (12 \text{ V/m})\mathbf{j}$  i l'eix de transmissió (també anomenat de polarització) de la làmina forma un angle de  $60^\circ$  amb l'eix de les  $y$ , quina és l'amplitud del camp elèctric que surt de la làmina?

- a) 6 V/m.
- b) 10.4 V/m.
- c) 9 V/m.
- d) 3 V/m.

**T8)** En el circuit de la figura, la intensitat que circula per  $\bar{Z}$  va retardada en  $90^\circ$  respecte a la intensitat de la branca R-L-C. Els valors eficaços d' $I_1$  i  $I_2$  són iguals. Sabent que  $\omega = 100 \pi \text{ rad/s}$ ,  $R = 2000 \Omega$ ,  $C = 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}$  i  $L = 0.085 \text{ H}$ , podem assegurar que el valor de la impedància  $\bar{Z}$  val:

- a)  $\bar{Z} = 3156 + j 2000 \Omega$ .
- b)  $\bar{Z} = 1000 + j 3156 \Omega$ .
- c)  $\bar{Z} = 3156 - j 2000 \Omega$ .
- d)  $\bar{Z} = 1000 - j 3156 \Omega$ .



Cognoms i Nom:

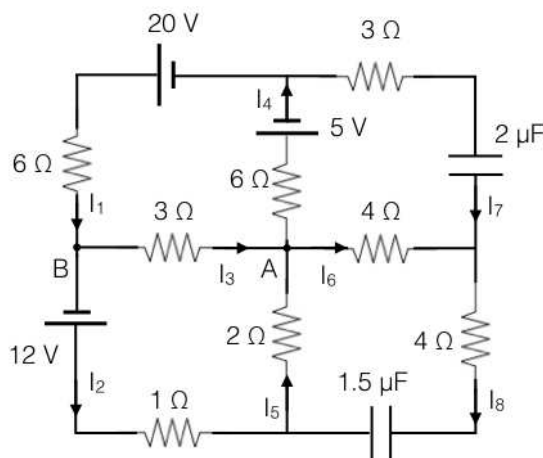
Codi:

**Examen FINAL de Física**  
**22 de juny de 2017**

**Problema 1 (20% de l'examen)**

Considereu el circuit de la figura, tot suposant que està en estat estacionari. Calculeu:

- Totes les intensitats que hi circulen.
- L'equivalent Thévenin entre A i B.
- La càrrega i energia que assoliria un condensador de capacitat  $10 \mu\text{F}$  connectat entre A i B i en estat estacionari.
- La potència que dissiparia una resistència de  $5 \Omega$  connectada entre A i B.



**Problema 2 (20% de l'examen)**

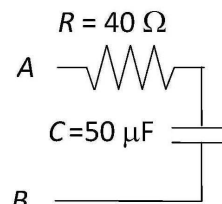
Considereu una resistència  $R = 40 \Omega$  en sèrie amb un condensador  $C = 50 \mu\text{F}$  com els de la figura.

a) Si el condensador està inicialment descarregat, i entre els terminals A i B connectem una fem  $\epsilon = 10 \text{ V}$ , quant temps trigarà a carregar-se un 50% de la càrrega final?

b) Si entre A i B connectem un generador de corrent altern que proporciona una tensió instantània  $V(t) = (150 \text{ V})\cos(1000t)$ , quina intensitat instantània circularà pel circuit?

c) Quin element cal connectar en paral·lel perquè el factor de potència del circuit anterior sigui la unitat?

d) En el circuit de l'apartat (b), per a quina freqüència del generador l'amplitud de la tensió al condensador serà igual a 75 V?

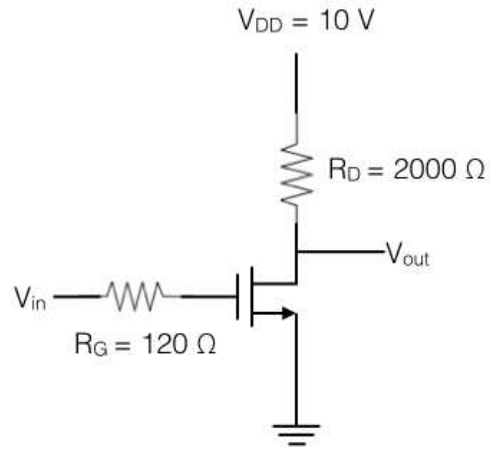


### Problema 3 (20% de l'examen)

Segui el circuit de la figura. Les característiques del transistor NMOS són:  $V_T = 0.7 \text{ V}$  i  $\beta = 100 \frac{\mu\text{A}}{\text{V}}$ . Trobeu la intensitat de drenador, la tensió de sortida i la zona de treball si:

a)  $V_{in} = 5 \text{ V}$ .

b)  $V_{in} = 12 \text{ V}$ .

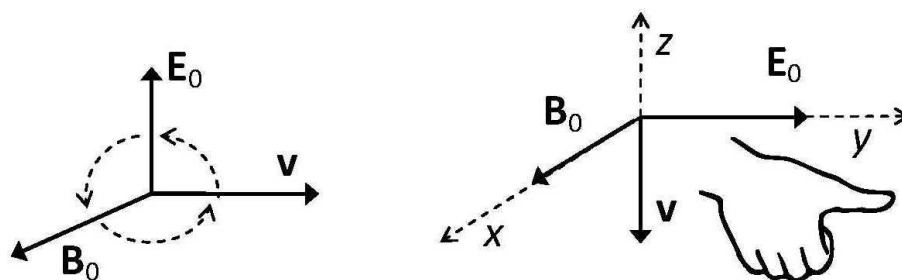


## Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	b	c
T2)	b	b
T3)	b	b
T4)	c	b
T5)	c	c
T6)	a	d
T7)	a	a
T8)	c	a

### Resolució del Model A

- T1)** Sabent que en estat estacionari no passa corrent pel condensador i que podem simplificar el circuit substituint les dues resistències de  $10\ \Omega$  (en paral·lel) per una de  $5\ \Omega$ , trobem que el corrent que passa pel circuit és de  $I = 5/20 = 0.25\ \text{A}$ , de manera que la diferència de potencial a extrems del condensador és de  $\Delta V = 0.25 \times 5 = 1.25\ \text{V}$ . En definitiva, la capacitat del condensador és:  $C = Q/\Delta V = 80\ \text{nF}$ .
- T2)** A partir de les dades es troba que  $V_{GS} = -5\ \text{V}$  i que  $V_{GT} = -4\ \text{V}$ . D'altra banda,  $V_{DS} = -4.5\ \text{V}$ , per la qual cosa el transistor està en saturació ( $V_{GT} > V_{DS}$ ). Sabem que  $I_D = \frac{\beta}{2} V_{GT}^2 = 0.96\ \text{mA}$ .
- T3)** La impedància de la branca R-L-C val  $R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = 2000 - j3156\ \Omega$ . Això és:  $Z_{RLC} = 3736\ \Omega$ ,  $\varphi = -57.6^\circ$  i per tant la intensitat va avançada  $57.6^\circ$  respecte al potencial. Com que les dues intensitats eficaces són iguals,  $Z_2 = Z_{RLC} = 3736\ \Omega$ , i sabent que la intensitat  $I_2$  va retardada en  $90^\circ$  respecte a  $I_1$ , sabem que  $\varphi_2 = -57.6^\circ + 90^\circ = 32.3^\circ$ . Així doncs,  $\bar{Z} = 3736|_{32.3^\circ}\ \Omega = 3156 + j2000\ \Omega$ .
- T4)** L'ona es propaga en la direcció de l'eix de les  $z$  perquè la variable que indica la posició és la  $z$ , i ho fa en el sentit negatiu perquè  $\omega$  va precedit d'un  $+$ , és a dir,  $\mathbf{v} = -c\mathbf{k}$ . I el vector amplitud del camp magnètic és  $\mathbf{B}_0 = B_0\mathbf{i}$ . Aleshores, tenint en compte l'esquema de l'esquerra, la direcció i sentit del vector l'amplitud del camp elèctric  $\mathbf{E}_0$  és la que indica el dit polze de la ma dreta quan es giren els altres quatre dits des de  $\mathbf{B}_0 = B_0\mathbf{i}$  cap a  $\mathbf{v} = -c\mathbf{k}$ , és a dir, el sentit positiu de l'eix de les  $y$  com s'indica a la figura esquerra i, per tant,  $\mathbf{E}_0 = E_0\mathbf{j}$ .



- T5)** L'amplitud del camp elèctric disminueix inversament proporcional a la distància al focus emissor, i la relació entre les amplituds dels camps elèctrics a dues distàncies

diferents és  $r_2 E_0(r_2) = r_1 E_0(r_1)$ . Per tant,  $E_0(2d) = dE_0(d)/(2d) = E_0(d)/2 = 3$  V/m.

**T6)**  $n_1 \sin \phi_1 = n_2 \sin \phi_2 \Rightarrow \sin 30^\circ = n_2 \sin 20^\circ \Rightarrow n_2 = 1.4619$ .

Per tant,  $v_2 = c/n_2 = 3 \cdot 10^8 / 1.4619 = 2.05 \cdot 10^8$  m/s

**T7)** Quan un feix de llum polaritzada d'intensitat mitjana  $I = E_0^2/(2c\mu_0)$  incideix sobre una làmina polaritzadora amb l'eix de transmissió que forma un angle  $\phi$  respecte la direcció de polarització del camp elèctric, la llei de Malus estableix que la intensitat del feix que surt és  $I' = I(\cos \phi)^2$  perquè la l'amplitud del camp elèctric que surt és

$$E'_0 = E_0 \cos \phi = (12\text{V/m}) \cos 60^\circ = 6\text{V/m}.$$

**T8)** L'energia total continguda en un segment de longitud  $L$  és  $\Delta U = P\Delta t$ , on  $\Delta t$  és el temps que triga la llum en recórrer una longitud  $L$ , és a dir  $\Delta t = L/c$  i  $\Delta U = PL/c$ . Per tant, tenint en compte que l'energia d'un fotó és  $hf = hc/\lambda$ , el nombre de fotons és  $N = \Delta U/(hf) = \Delta U\lambda/(hc) = PL\lambda/(hc^2) = 65359$  fotons  $\approx 65 \cdot 10^3$ .

## Resolució dels Problemes

### Problema 1

a) Hem de considerar que pels dos condensadors en estat estacionari no hi passa corrent, per la qual cosa  $I_6 = I_7 = I_8 = 0$ . D'altra banda, els únics nusos que romanen són A i B, per la qual cosa:  $I_4 = I_1$ ,  $I_5 = I_2$  i  $I_3 = I_1 - I_2$ . Segons la regla de Kirchhoff de les malles:

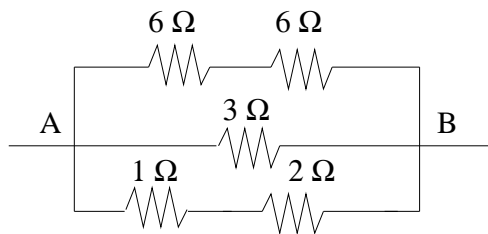
1. La malla superior satisfà:  $15 = 12I_1 + 3(I_1 - I_2)$

2. La malla inferior satisfà:  $12 = 3I_2 - 3(I_1 - I_2)$

De les dues equacions podem deduir que:  $I_1 = 14/9 = 1.55$  A,  $I_2 = 2.77$  A i  $I_3 = -1.22$  A.

b) De l'apartat anterior:  $V_{Th.} = V_A - V_B = -3I_3 = 3.66$  V.

Si curtcircuitem els generadors, la resistència equivalent entre A i B resulta ser (obviant les resistències connectades als condensadors):



$$R_{Th.} = \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right)^{-1} = 1.33 \Omega.$$

c) De forma directa, i fent servir l'equivalent Thévenin, tenim que:  $Q = C(V_A - V_B) = 36.6 \mu\text{C}$ .

De forma similar,  $U = \frac{1}{2}Q(V_A - V_B) = 67 \mu\text{J}$ .



- d) Altre cop farem ús del circuit equivalent, tenint en compte que la resistència total serà de  $R_{Th.} + R$ . Sabem que:

$$P = RI^2 = R \left( \frac{V_{Th.}}{R_{Th.} + R} \right)^2 = 1.67 \text{ W.}$$

## Problema 2

- a) Quan un circuit  $RC$  sèrie es connecta a una fem  $\epsilon$ , el procés de càrrega del condensador al llarg del temps queda descrit per la funció

$$q(t) = C\epsilon[1 - \exp(-t/\tau)]$$

on  $\tau = RC$  és la constant del circuit (que en aquest cas val  $\tau = 2$  ms) i  $C\epsilon$  és la càrrega final. Per tant, quan la càrrega és el 50%, de la final s'ha de complir

$C\epsilon[1 - \exp(-t/\tau)] = 0.5C\epsilon$ , equivalent a  $\exp(-t/\tau) = -(0.5 - 1) = 0.5$ , i aïllant  $t$  tenim  $t = -\tau \ln(0.5) = 1.39$  ms

- b) Si la tensió instantània és  $V(t) = (150 \text{ V})\cos(1000t)$ , la seva amplitud és  $V_0 = 150$  V i la freqüència angular és  $\omega = 1000$  rad/s. Llavors,

la capacitància del condensador val  $X_C = 1/C\omega = 20 \text{ } \Omega$ ,

la impedància total val  $Z = [R^2 + X_C^2]^{1/2} = 44.72 \text{ } \Omega$ ,

l'amplitud de la intensitat és  $I_0 = V_0/Z = 3.35 \text{ A}$ ,

i la fase que es retarda  $I(t)$  respecte  $V(t)$  és  $\phi = \arctan(-X_C^2/R) = -0.464$  rad.

Per tant, la intensitat instantània és  $I(t) = I_0 \cos(\omega t - \phi) = (3.35 \text{ A})\cos(1000t + 0.464)$

- c) Com que tenim un circuit capacitiu, per corregir el factor de potència cal connectar en paral·lel (entre  $A$  i  $B$ ) una bobina amb una inductància  $X_L = L\omega = Z^2/X_C = 100 \text{ } \Omega$ , que correspon a un coeficient d'autoinducció  $L = X_L/\omega = 0.1 \text{ H}$ .

- d) Per a qualsevol freqüència angular  $\omega$ ,  $V_0 = 150 \text{ V}$  es manté constant,  $I_0$  ha de satisfer  $V_0 = ZI_0 = [R^2 + (1/C\omega)^2]^{1/2}I_0$ , i l'amplitud de la tensió al condensador ha de complir  $V_{C0} = X_CI_0 = I_0/(C\omega)$ . Per tant, la funció transferència a borns del condensador és

$$F(\omega) = V_{C0}/V_0 = (C\omega)^{-1}/[R^2 + (C\omega)^{-2}]^{1/2} = 1/[(RC\omega)^2 + 1]^{1/2} = [(\tau\omega)^2 + 1]^{-1/2}$$

Per tal que  $V_{C0} = 75 \text{ V} = V_0/2$ , s'ha de satisfer que  $F(\omega) = V_{C0}/V_0 = 1/2 = [(\tau\omega)^2 + 1]^{-1/2}$

que, elevant al quadrat i invertint els dos membres, és equivalent a

$(\tau\omega)^2 + 1 = 4$ , i aïllant  $\omega$  trobem que  $\omega = \sqrt{3}/\tau = \sqrt{3}/(2 \cdot 10^{-3}) = 866 \text{ rad/s}$ ,

que correspon a una freqüència  $f = \omega/(2\pi) = 138 \text{ Hz}$ .

### Problema 3

- a) Per la porta no passa corrent, per la qual cosa tenim que:

$$V_{in} = V_{GS}. \quad (1)$$

En definitiva,  $V_{GT} = V_{GS} - V_T = 4.3 \text{ V}$ . Si suposem que el transistor treballa en saturació, tenim que  $I_D = \frac{1}{2}\beta V_{GT}^2 = 0.925 \text{ mA}$ .

D'altra banda, sabem que:

$$V_{DD} = R_D I_D + V_{DS}, \quad (2)$$

per la qual cosa:  $V_{out} = V_{DS} = 8.15 \text{ V} > V_{GT}$ , confirmant-se la hipòtesi de partida (saturació).

- b) Ara  $V_{in}$  és molt més gran. Fent ús altre cop de l'equació (1), tenim que  $V_{GT} = 11.3 \text{ V}$ . Com que  $V_{DD} = 10 \text{ V}$ , suposarem que està en zona òhmica.

En tal cas, es satisfà que:

$$I_D = \beta (V_{GT} V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2})$$

i l'equació (2) segueix sent vàlida, de forma que si combinem les dues equacions anteriors, ens quedarà una equació de segon grau per  $V_{DS}$ :

$$V_{DS} = 10 - 2000\beta(V_{GT} V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}).$$

Substituint pels valors, l'equació queda:

$$V_{DS}^2 - 32.6 V_{DS} + 100 = 0.$$

Aquesta equació té dues solucions:

$$V_{DS} = 29.17 \text{ V}, \quad V_{DS} = 3.43 \text{ V}.$$

Com que un NMOS en zona òhmica verifica  $V_{DS} < V_{GT}$ , la solució correcta és la segona. **Nota:** si suposeu que treballa en saturació arribareu a una incongruència ( $V_{DS} < 0$ ).

Finalment,  $I_D = 3.29 \text{ mA}$ .