Teoria del Senyal. Pràctica 2 de laboratori

Eric Guisado, Raúl Alonso

Divendres 30 de setembre de 2016

Índex

1 Estudi previ **1**

1 Estudi previ

Qüestió 1. *Si el senyal d'entrada x[n] té longitud L_x, indicar quina seria la longitud L_y del senyal resultat del filtratge y[n] en funció de L i L_x. Indicar quantes multiplicacions s'han de fer per poder calcular les L_y mostres del senyal de sortida mitjançant l'aplicació directa de l'equació de convolució suposant que $L_x > L$. Expressar aquest número de multiplicacions en funció de L i L_x. Calcular també el número de multiplicacions per mostra d'entrada (és a dir, el quocient entre el número total de multiplicacions necessàries i el número de mostres d'entrada L_x).*

El senyal de sortida y[n] es calcula com

$$y[n] = \{x * h\}[n] = \sum_{j=0}^{L-1} h[j]x[n-j]$$

Suposem que el senyal $x[n]$ comença a $n = k$ i acaba a $n = k + L_x - 1$. Els termes de la sortida $y[n]$ seran aquells per als quals hi ha algun $j \in \{0, 1, ..., L - 1\}$ tal que $n - j \in \{k, k + 1, ..., k + L_x - 1\}$, és a dir, $k \leqslant n - j \leqslant k + L_x - 1 \iff k + j \leqslant n \leqslant k + L_x - 1 + j$. Per tant, els termes de la sortida seran aquells amb $k \leqslant n \leq k + L_x + L - 2$. Així doncs, la sortida té longitud $L + L_x - 1$.

Observem que podem escriure, per a $k \leqslant n \leq k + L_x + L - 2$:

$$y[n] = \{x * h\}[n] = \sum_{j=\max\{0,n-k-L_x+1\}}^{\min\{L-1,n-k\}} h[j]x[n-j] =$$

$$\begin{cases} \sum_{j=0}^{n-k} h[j]x[n-j] & \text{si } k \leqslant n \leqslant k + L - 1 \\ \sum_{j=0}^{L-1} h[j]x[n-j] & \text{si } k + L - 1 < n < k + L_x - 1 \\ \sum_{j=n-k-L_x+1}^{L-1} h[j]x[n-j] & \text{si } k + L_x - 1 \leqslant n \leqslant k + L + L_x - 2 \end{cases}$$

Així, es dedueix que el nombre de multiplicacions que cal fer en aplicar directament l'equació de convolució és:

$$2\sum_{i=1}^{L} i + L(L_x - L - 1) = L(L + 1) + L(L_x - L - 1) = LL_x$$

El nombre de multiplicacions per mostra d'entrada és $\frac{LL_x}{L_x} = L$.

Qüestió 2. *Respon a les següents preguntes:*

a) *Relacionar el número de blocs P $(i = 0, ..., P-1)$ amb L_x i M.*

b) *Quin és el valor màxim de M (donat el número de punts totals N de cada bloc $x_i[n]$) per tal que la convolució circular en (1) coincideixi amb la convolució lineal en (2)? Expressar aquest valor màxim de M en funció de N i L.*

Per tal que els senyals $x_i[n]$ comprenguin totes les mostres dels senyals hem de tenir en compte que

$$x = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \cdots & x[L_x - 1] \end{bmatrix}.$$

Llavors, cal que donat un $x[k]$ qualsevol, amb $0 \leq k \leq L_x - 1$, existeixi $n \in \{0, \ldots, N-1\}$ i $i \in \{0, \ldots, P-1\}$ de manera que $x_i[n] = x[k]$, és a dir, de manera que $k = n + iM$.