27.11.2020

Seminar 9 gr. 314

① Laturile unui triunghi sunt date prin ecuațiile:

$d_1 : 4x - y - 7 = 0$

$d_2 : x + 3y - 31 = 0$

$d_3 : x + 5y - 7 = 0$.

Determinați coordonatele ortocentrului.

Soluția 1.

Fie $\{A\} = d_1 \cap d_2$

$$\begin{cases} 4x - y - 7 = 0 & \mid \cdot 3 \\ x + 3y - 31 = 0 \end{cases}$$

$13x - 52 = 0 \Rightarrow x = 4$

$y = 4x - 7 \Rightarrow y = 16 - 7 \Rightarrow y = 9$

$\Rightarrow \boxed{A(4, 9)}$

Panta dreptei d_3 este $m_3 = -\frac{1}{5}$

Panta înălțimii din A a triunghiului este $\boxed{m_A = 5.}$

Ecuația înălțimii din A este

$h_A : y - 9 = 5(x - 4) \Leftrightarrow \boxed{y = 5x - 11}$ h_A

Analog determinăm ecuația înălțimii din B unde $\{B\} = d_2 \cap d_3$.

$$\begin{cases} x+3y-31=0 & \mid \cdot(-1) \\ x+5y-7=0 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$2y+24=0 \Rightarrow y=-12$$

$$x=-3y+31 \Rightarrow x=67$$

Deci $\boxed{B(67,-12)}$ panta dreptei d_1 este $m_1=4 \Rightarrow$ panta înălțimii din B este $m_B=-\frac{1}{4}$

Ecuația înălțimii din B este

$$\boxed{h_B:\ y+12=-\frac{1}{4}(x-67)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x+4y-19=0}$$

$$\{H\}=h_A \cap h_B$$

$$\begin{cases} y=5x-11 \\ y=-12-\frac{1}{4}(x-67) \end{cases} \Rightarrow$$

$$5x-11=-12-\frac{1}{4}(x-67) \Leftrightarrow$$

$$5x=-1-\frac{1}{4}(x-67) \Rightarrow$$

$$20x=-4-x+67 \Leftrightarrow 21x=63 \Rightarrow x=3$$

$$\Rightarrow y=5\cdot 3-11 \Rightarrow y=4$$

Deci $H(3,4)$.

Solutia 2. (cu fasciculul de drepte).

Fie $\{A\} = d_1 \cap d_2$. Ecuațiile tuturor dreptelor care trec prin A ($\nexists$ fără d_2) sunt:

$$d_\lambda \; 4x-y-7+\lambda(x+3y-31)=0 \Leftrightarrow$$

$$d_\lambda : (4+\lambda)x-((1-3\lambda)y)-7-31\lambda=0$$

$$m_\lambda = \frac{4+\lambda}{1-3\lambda}$$

$$d_\lambda \perp d_3 \quad , \; m_3 = -\frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$m_\lambda \cdot m_3 = -1 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}\cdot\frac{4+\lambda}{1-3\lambda} = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4+\lambda = 5-15\lambda \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 16\lambda = 1 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \left(4+\frac{1}{16}\right)x-\left(1-\frac{3}{16}\right)y-7-\frac{31}{16}=0 \;\Big|\cdot 16$$

$$\Rightarrow 65x-13y-143=0 \;|:13 \Rightarrow$$

$$h_A : 5x-y-11=0 \Leftrightarrow \boxed{y=5x-11} \quad h_A$$

Fie $\{B\} = d_2 \cap d_3$. Ecuația fasciculului de drepte care trec prin B este:

$$d_\mu : x+3y-31+\mu(x+5y-7)=0$$

$d_\mu: (1+\mu)x + (3+5\mu)y - 31 - 7\mu = 0$

Alegem dreapta din fascicul care este perpendiculară pe d_1.

$m_\mu = -\dfrac{1+\mu}{3+5\mu}$, $m_{d_1} = 4$

$m_\mu \cdot m_{d_1} = -1 \iff -4 \cdot \dfrac{1+\mu}{3+5\mu} = -1 \iff$

$\iff 4 + 4\mu = 3 + 5\mu \iff \mu = 1$

$\Rightarrow d_B: 2x + 8y - 38 = 0 \quad |:2$

$\boxed{d_B: x + 4y - 19 = 0}$ h_B

$\begin{cases} h_A: 5x - y - 11 = 0 \\ h_B: x + 4y - 19 = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{H(3, 4)}$. #

(2). Se dau vârfurile $A(1,-2)$, $B(5,4)$ și $C(-2,0)$ ale triunghiului ABC. Formați ecuațiile bisectoarelor interioară și exterioară a unghiului $\hat{A}$.

<u>Soluția 1.</u> $AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 5 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \iff$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$-6x + 4y + 14 = 0 \quad | : (-2)$$

$$\boxed{AB:\ 3x - 2y - 7 = 0}$$

$$AC: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} y +$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \quad -2x - 3y - 4 = 0 \quad | : (-2)$$

$$\boxed{AC:\ 2x + 3y + 4 = 0}$$

Ecuațiile bisectoarelor:

$$b_{1,2}: \quad \frac{3x - 2y - 7}{\sqrt{9+4}} = \pm \frac{2x + 3y + 4}{\sqrt{4+9}} \Leftrightarrow$$

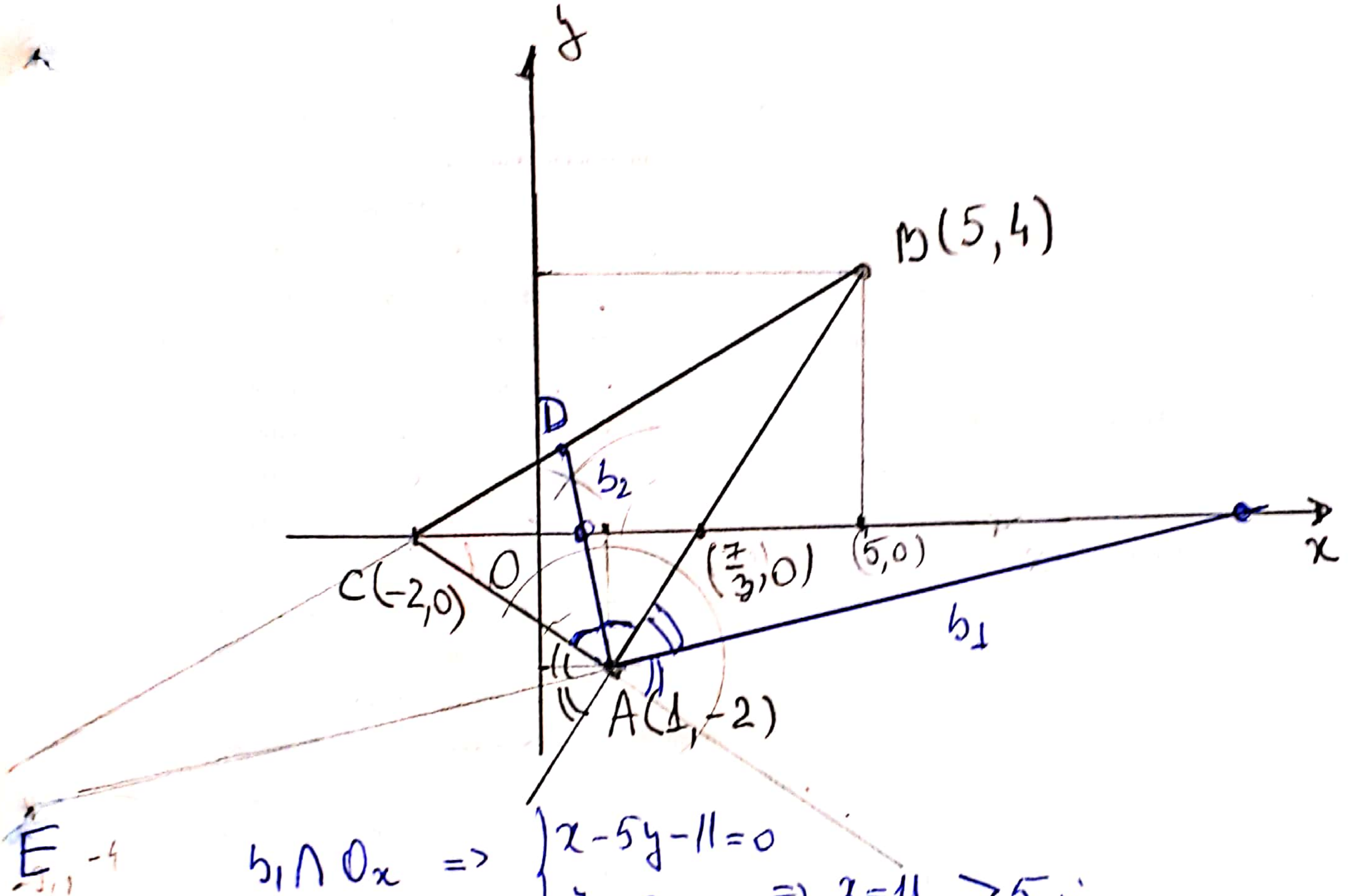
$$\Leftrightarrow \quad 3x - 2y - 7 = \pm(2x + 3y + 4) \quad \begin{matrix} \nearrow b_1 \\ \searrow b_2 \end{matrix}$$

$$b_1: \quad 3x - 2y - 7 - 2x - 3y - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{b_1:\ x - 5y - 11 = 0}$$

$$b_2: \quad 3x - 2y - 7 + 2x + 3y + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{b_2:\ 5x + y - 3 = 0}$$



$b_1 \cap Ox \Rightarrow \begin{cases} x-5y-11=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow x=11 > 5$ și
$x=11 > -2$

$\Rightarrow b_1$ este bisectoarea exterioară

$b_2 \cap Ox \Rightarrow \begin{cases} 5x+y-3=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{3}{5}$

$-2 < \frac{3}{5} < 5$ deci b_2 este bisectoarea interioară.

Soluția 2.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(5-1)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{52} =$$
$$= 2\sqrt{13}.$$
$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-2-1)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{13}$$

Fie D piciorul bisectoarei interioare $\Rightarrow D \in (BC)$

și $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = 2.$

Relația $\frac{DB}{DC} = 2$ cu $D \in BC$ se scrie

vectorial $\vec{BD} = 2 \cdot \vec{DC} \Leftrightarrow \vec{r}_D - \vec{r}_B = 2(\vec{r}_C - \vec{r}_D)$

$\Leftrightarrow \vec{r}_B + 2 \cdot \vec{r}_C = \vec{r}_D + 2 \cdot \vec{r}_D \Leftrightarrow \vec{r}_D = \frac{1}{1+2}(\vec{r}_B + 2\vec{r}_C)$

Scrisă pe componente, această relație implică

$$\begin{cases} x_D = \frac{1}{3}(x_B + 2x_C) \\ y_D = \frac{1}{3}(y_B + 2y_C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = \frac{5+2(-2)}{3} \\ y_D = \frac{4+2\cdot 0}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{1}{3} \\ y_D = \frac{4}{3} \end{cases}$$

adică $D\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$.

$$AD: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -10x - 2y + 6 = 0 \quad | : (-2) \Leftrightarrow \boxed{5x + y - 3 = 0}$$

Aceasta este ecuația bisectoarei interioare AD sau b_2. $m_{b_2} = -5$.

Bisectoarea exterioară a lui $\hat{A}$ trece prin A și este perpendiculară pe b_2. Deci $m_{b_1} = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow$ AE sau b_1: $y+2 = \frac{1}{5}(x-1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5y+10 = x-1 \Leftrightarrow \boxed{x-5y-11=0}$

Sau altfel:

Piciorul bisectoarei exterioare fiind E, avem

$\frac{EB}{EC} = 2$ (t. bisectoarei exterioare).

Vectorial această relație se scrie:

$\vec{EB} = 2\cdot\vec{EC} \Leftrightarrow \vec{r}_B - \vec{r}_E = 2(\vec{r}_C - \vec{r}_E) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \vec{r}_E - 2\vec{r}_E = \vec{r}_B - 2\vec{r}_C \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \vec{r}_E = \frac{1}{1-2}(\vec{r}_B - 2\vec{r}_C)$. Pe componente:

$x_E = \frac{1}{-1}(x_B - 2x_C) \Leftrightarrow x_E = -(5+4) \Leftrightarrow \boxed{x_E = -9}$

$y_E = \frac{1}{-1}(y_B - 2y_C) \Leftrightarrow y_E = -(4-0) \Leftrightarrow \boxed{y_E = -4}$

Deci AE: $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -9 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -9 & 1 \end{vmatrix} y +$

$+ \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -9 & -4 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x - 10y - 22 = 0 \quad |:2$

$\boxed{x-5y-11=0}$.

(3). Găsiți coordonatele simetricului punctului $M(8,-9)$ față de dreapta care trece prin $A(3,-4)$ și $B(-1,-2)$.

<u>Soluție</u> Ecuația dreptei AB:

$$AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & -4 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x - 4y - 10 = 0 \quad | : (-2)$$

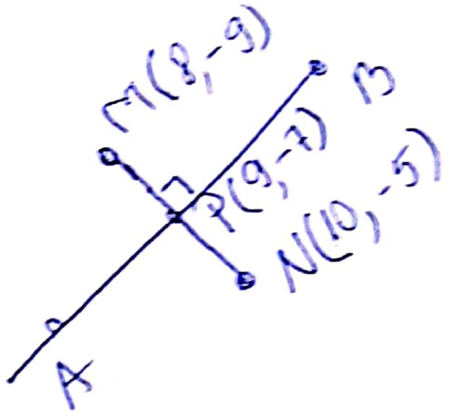
$$AB: \boxed{x + 2y + 5 = 0}$$

$$m_{AB} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{\perp} = 2$$

Ecuația dreptei d perpendiculară din M pe AB este:

$$d: y + 9 = 2(x - 8) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{d: 2x - y - 25 = 0}$$



$$\begin{cases} x + 2y + 5 = 0 \\ 2x - y - 25 = 0 \quad | \cdot 2 \end{cases}$$

$$5x - 45 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 9}$$

$$y = 2x - 25 \rightarrow y = 18 - 25 \Rightarrow \boxed{y = -7}$$

$\Rightarrow$ Proiecția P a punctului M pe dreapta AB are coordonatele $\boxed{P(9,-7)}$

Simetricul N al punctului M față de AB are coordonatele (x_N, y_N) iar P este mijlocul segmentului MN. Deci

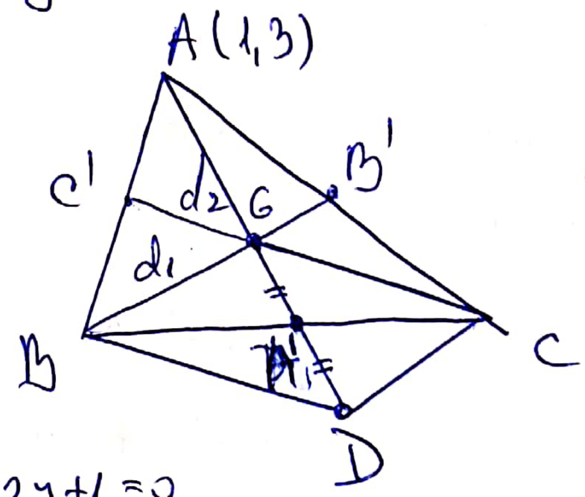
$$x_P = \frac{x_M + x_N}{2} \Leftrightarrow 9 = \frac{8 + x_N}{2} \Leftrightarrow x_N = 10$$

$$y_P = \frac{y_M + y_N}{2} \Leftrightarrow -7 = \frac{-9 + y_N}{2} \Leftrightarrow y_N = -5$$

$$\Rightarrow \boxed{N(10, -5)}.$$

4. Formați ecuațiile laturilor unui triunghi ABC dacă se dau vârful $A(1,3)$ și ecuațiile a două mediane $d_1: x - 2y + 1 = 0$ și $d_2: y - 1 = 0$.

<u>Soluție</u>



$A \notin d_1$
$A \notin d_2$.

$$G: \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_G = 1, \ y_G = 1$$

$$\boxed{G(1, 1)}$$

Fie D simetricul lui G față de A' unde A' este mijlocul lui [BC].

Atunci D este și simetricul lui A față de G.

$$x_G = \frac{x_A + x_D}{2} \Leftrightarrow 1 = \frac{1 + x_D}{2} \Rightarrow x_D = 1$$

$$y_G = \frac{y_A + y_D}{2} \Leftrightarrow 1 = \frac{3 + y_D}{2} \Rightarrow y_D = -1$$

$$\Rightarrow \boxed{D(1,-1)}$$

$DB \parallel d_2 \Rightarrow m_{DB} = m_{d_2} \Leftrightarrow m_{DB} = 0$

$\Rightarrow \boxed{DB : y = -1}$ $\quad (y + 1 = 0(x-1))$

$\{B\} = d_1 \cap DB \Rightarrow$

$B : \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow x = -3 \Rightarrow \boxed{B(-3,-1)}$

$DC \parallel d_1 \Rightarrow m_{DC} = m_{d_1} \Leftrightarrow m_{DC} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow DC : y + 1 = \frac{1}{2}(x-1) \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \boxed{DC : x - 2y - 3 = 0}$

$\{C\} = d_2 \cap DC \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} y - 1 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \boxed{C(5,1)}$

$$\Rightarrow AB : \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 4x - 4y + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x - y + 2 = 0}$$

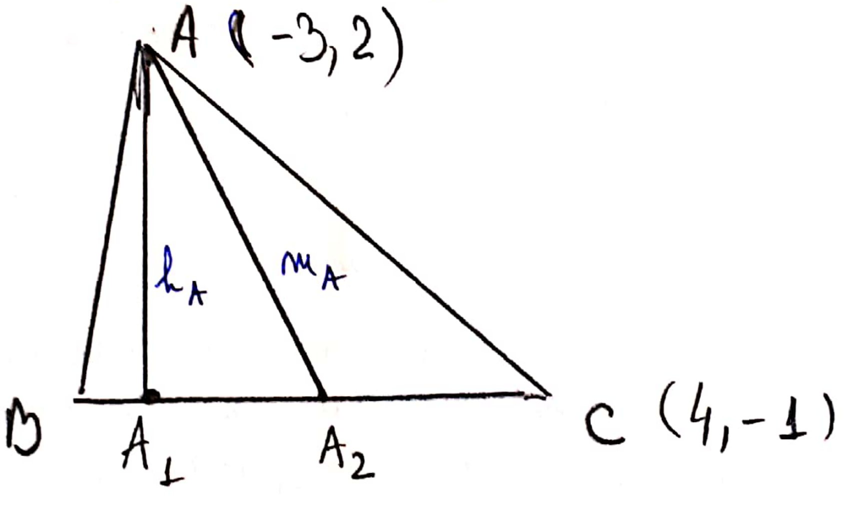
$$AC: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x+4y-14=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{AC: x+2y-7=0}$$

$$BC: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -3 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -2x+8y+2=0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{BC: x-4y-1=0}$$

5. Determinați ecuațiile laturilor unui triunghi dacă se cunosc un vârf $C(4,-1)$ și ecuațiile înălțimii $2x-3y+12=0$ și a medianei $2x+3y=0$ duse din vârful A.



Soluție

$$\begin{cases} 2x-3y+12=0 \\ 2x+3y=0 \end{cases} \Rightarrow 4x+12=0 \Rightarrow x=-3$$

$$\Rightarrow y=2$$

$$\Rightarrow \boxed{A(-3,2)} \qquad \Rightarrow AC: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$\boxed{x + 7y + 5 = 0}$ AC

$CB \perp h_A$, $m_{h_A} = \frac{2}{3} \Rightarrow m_{CB} = -\frac{3}{2}$

$CB: \; y+1 = -\frac{3}{2}(x-4) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2y + 2 = -3x + 12 \Leftrightarrow \boxed{3x + 2y - 10 = 0}$ BC.

$BC \cap m_A = \{A_2\}$ A_2 - mijlocul lui BC

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y - 10 = 0 & | \cdot (-2) \\ 2x + 3y = 0 & | \cdot 3 \end{cases}$$

$5y + 20 = 0 \Rightarrow y = -4$

$2x - 12 = 0 \Rightarrow x = 6$

$\Rightarrow \boxed{A_2(6, -4)}$

$x_{A_2} = \frac{x_B + x_C}{2} \Leftrightarrow 6 = \frac{x_B + 4}{2} \Rightarrow x_B = 8$

$y_{A_2} = \frac{y_B + y_C}{2} \Leftrightarrow -4 = \frac{y_B + (-1)}{2} \Leftrightarrow y_B = -7.$

$\Rightarrow \boxed{B(8, -7)}$ $\Rightarrow AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 8 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{9x + 11y + 5 = 0}$ AB

(6) Formați ecuația cercului care are centrul pe dreapta $d: 4x-5y-3=0$ și este tangent dreptelor $d_1: 2x-3y-10=0$ și $d_2: 3x-2y+5=0$.

Soluție Centrul C are coordonatele (α,β), deci $\boxed{4\alpha-5\beta-3=0}$

cercul este tangent dreptelor d_1 și d_2 deci

$$d(C,d_1)=d(C,d_2)=R.$$

$$d(C,d_1)=d(C,d_2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2\alpha-3\beta-10|}{\sqrt{4+9}}=\frac{|3\alpha-2\beta+5|}{\sqrt{9+4}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\alpha-3\beta-10=\pm(3\alpha-2\beta+5).$$

I $\begin{cases} 2\alpha-3\beta-10=3\alpha-2\beta+5 \\ 4\alpha-5\beta-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha+\beta+15=0 & \mid\cdot 5 \\ 4\alpha-5\beta-3=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9\alpha+72=0 \Rightarrow \boxed{\alpha=-8}$$

$$\Rightarrow \boxed{\beta=-7} \Rightarrow C_1(-8,-7)$$

$$R_1=\frac{|2(-8)-3(-7)-10|}{\sqrt{4+9}} \Rightarrow \boxed{R_1=\frac{5}{\sqrt{13}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{C}_1 : (x+8)^2+(y+7)^2 = \frac{25}{13}}$$

II. $\begin{cases} 2\alpha - 3\beta - 10 = -(3\alpha - 2\beta + 5) \\ 4\alpha - 5\beta - 3 = 0 \end{cases}$

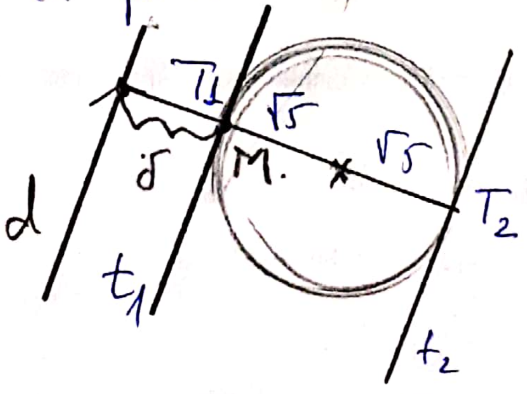
$\Leftrightarrow \begin{cases} 5\alpha - 5\beta - 5 = 0 \\ 4\alpha - 5\beta - 3 = 0 \;|\cdot(-1) \end{cases} \Leftrightarrow \left(\begin{cases} \alpha - \beta - 1 = 0 \\ 4\alpha - 5\beta - 3 = 0 \end{cases} \right)$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 2} \Rightarrow \boxed{\beta = 1} \Rightarrow C_2(2, 1)$

$\Rightarrow R_2 = \frac{|2\cdot 2 - 3\cdot 1 - 10|}{\sqrt{4+9}} \Leftrightarrow R_2 = \frac{9}{\sqrt{13}}$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{C}_2 : (x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{81}{13}}$$

(7) Determinați pe cercul $16x^2+16y^2+48x-8y-43=0$ punctul M cel mai apropiat de dreapta $d: 8x-4y+73=0$ și calculați distanța δ de la punctul M la dreapta d.



$\mathcal{C}: 16x^2+16y^2+48x-8y-43=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+3x-\frac{1}{2}y-\frac{43}{16}=0$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{43}{16}+\frac{^{4)}9}{4}+\frac{1}{16}$

$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{4}\right)^2=5 \Rightarrow \boxed{C\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right), R=\sqrt{5}.}$

$m_d=2$ Scriem ecuația tangentei la cerc, paralelă cu dreapta d, adică de pantă 2.

$t: y=2x+n$ – toate dreptele paralele cu d

$d(C,t)=\sqrt{5}$

$t: 2x-y+n=0$

$d(C,t)=\frac{\left|2\left(-\frac{3}{2}\right)-\frac{1}{4}+n\right|}{\sqrt{4+1}}=\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \left|-{}^{4)}3-\frac{1}{4}{}^{4)}+n\right|=5 \Leftrightarrow |-13+4n|=20$

I $-13+4n=20 \Rightarrow \boxed{n_1=\frac{33}{4}}$

$t_1: y=2x+\frac{33}{4} \Leftrightarrow \boxed{8x-4y+33=0}: t_1$

II $13-4n=20 \Rightarrow n=-\frac{7}{4}$

$\Rightarrow t_2: y=2x-\frac{7}{4} \Leftrightarrow \boxed{8x-4y-7=0}: t_2$

I $t_1 \cap \mathcal{C}$

$$\begin{cases} y = 2x + \frac{33}{4} \\ x^2 + y^2 + 3x - \frac{1}{2}y - \frac{43}{16} = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + \left(2x + \frac{33}{4}\right)^2 + 3x - \frac{1}{2}\left(2x + \frac{33}{4}\right) - \frac{43}{16} = 0$$

$$x^2 + 4x^2 + 33x + \frac{9 \cdot 121}{16} + 3x - x - \frac{33}{8} - \frac{43}{16} = 0$$

$$5x^2 + 35x + \frac{1089 - 66 - 43}{16} = 0$$

$$5x^2 + 35x + \frac{980}{16} = 0 \Leftrightarrow 5x^2 + 35x + \frac{245}{4} = 0 \mid :5$$

$$x^2 + 7x + \frac{49}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_{1,2} = -\frac{7}{2}}$$

$$\Rightarrow y = -7 + \frac{33}{4} = \frac{5}{4}.$$

$$\boxed{T_1\left(-\frac{7}{2}, \frac{5}{4}\right)}$$

$$d_1 = d(T_1, d) = \frac{\left|18 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) - 4 \cdot \frac{5}{4} + 73\right|}{\sqrt{64 + 16}} =$$

$$= \frac{|-28 - 5 + 73|}{\sqrt{80}} = \frac{40}{4\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}.$$

II $t_2 \cap \mathcal{C}$.

$$\begin{cases} y = 2x - \frac{7}{4} \\ x^2 + y^2 + 3x - \frac{1}{2}y - \frac{43}{16} = 0 \end{cases}$$

$$x^2+\left(2x-\frac{7}{4}\right)^2+3x-\frac{1}{2}\left(2x-\frac{7}{4}\right)-\frac{43}{16}=0$$

$$x^2+4x^2-7x+\frac{49}{16}+3x-x+\frac{{}^{2/}7}{8}-\frac{43}{16}=0$$

$$5x^2-5x+\frac{49+14-43}{16}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x^2-5x+\frac{20}{16}=0 \quad |:5$$

$$x^2-x+\frac{4}{16}=0 \Leftrightarrow x^2-x+\frac{1}{4}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow y=2\cdot\frac{1}{2}-\frac{7}{4}=1-\frac{7}{4}=-\frac{3}{4}$$

$$T_2\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{4}\right).\quad \delta_2=d(T_2,d).\Rightarrow$$

$$\delta_2=\frac{\left|8\cdot\frac{1}{2}-4\left(-\frac{3}{4}\right)+73\right|}{\sqrt{64+16}}=\frac{|4+3+73|}{\sqrt{80}}=$$

$$=\frac{80}{\sqrt{80}}=\frac{\cancel{80}\sqrt{80}}{\cancel{80}}=4\sqrt{5}$$

Deci cel mai apropiat punct este T_1 (T_2 este cel mai îndepărtat punct). ($\delta_2=\delta_1+2R$).

Scanned with CamScanner