

Logică EXAMEN – 20.01.2021

Rândul 2

Subiectul 1. a) Să se enunțe definiția intersecției și reuniunii unei familii de mulțimi, precum și a produsului cartezian a două mulțimi.

b) Să se arate că $(\bigcup_{i \in I} A_i) \times (\bigcup_{j \in J} B_j) = \bigcup_{(i,j) \in I \times J} (A_i \times B_j)$ și să se precizeze toate tautologiile care au fost folosite în demonstrație.

Subiectul 2. a) Enunțați definiția funcțiilor injective și dați un exemplu de funcție neinjectivă (cu justificare).

b) Să se arate că o funcție $\alpha : X \rightarrow Y$ este injectivă dacă și numai dacă cu α se poate simplifica la stânga.

c) Să se determine toate retractele funcției injective $f : X \rightarrow Y$, unde $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{a, b, c, d, e\}$ și

x	1	2	3	4
$f(x)$	e	a	d	b

Subiectul 3. a) Mulțime ordonată, latice, latice completă (3 definiții).

b) Să se dea exemplu de mulțime ordonată care nu e latice. Justificare.

c) Să se dea exemplu de latice care nu e latice completă. Justificare.

Subiectul 4. a) Aranjamente cu repetiție, aranjamente, combinaări, permutări (4 definiții).

b) Să se scrie toate funcțiile $f : \{a, b\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

c) Fie $|A| = n$ și $|B| = m$, unde $n, m \in \mathbb{N}$. Câte funcții $f : A \rightarrow B$ există ? (Demonstrații prin inducție.)

Logic EXAM – 20.01.2021

Row 2

Question 1. a) State the definitions of the intersection and union of a family of sets, and of the cartesian product of two sets.

b) Prove that $(\bigcup_{i \in I} A_i) \times (\bigcup_{j \in J} B_j) = \bigcup_{(i,j) \in I \times J} (A_i \times B_j)$, and state separately all the tautologies which were used in the proof.

Question 2. a) State the definition of the injective function, and give an example of a non-injective function (justify your answer).

b) Prove that a function $\alpha : X \rightarrow Y$ is injective if and only if α is left cancellable.

c) Find all the retracts of the injective function $f : A \rightarrow B$, where $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ and

x	1	2	3	4
$f(x)$	e	a	d	b

Question 3. a) Ordered set, lattice, complete lattice (3 definitions).

b) Give an example of an ordered set which is not a lattice (justify your answer).

c) Give an example of a lattice which is not a complete lattice (justify your answer).

Question 4. a) Arrangements with repetition, arrangements, combinations, permutations (4 definitions).

b) Write down all the functions $f : \{a, b\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

c) Let $|A| = n$ and $|B| = m$, where $n, m \in \mathbb{N}$. How many functions $f : A \rightarrow B$ exist ? (proof by induction.)