## Funcții derivabile

**Exercițiul 1:** Determinați derivata de ordinul n a următoarelor funcții:

- a)  $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$  definită prin  $f(x)=(1+x)^r$ , unde  $r\in\mathbb{R}$ ;
- b)  $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$  definită prin  $f(x)=x\cdot\ln(1+x)$ ;
- c)  $f:(-\infty,-1)\to\mathbb{R}$  definită prin  $f(x)=x\cdot\ln(1-x)$ ;
- d)  $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$  definită prin  $f(x)=\sqrt{3x+4}$ ;
- e)  $f:(-\frac{1}{2},\infty)\to\mathbb{R}$  definită prin  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ .

**Exercițiul 2:**Determinați derivata de ordinul n a următoarelor funcții:

- a)  $f: \mathbb{R} \setminus -\frac{b}{a} \to \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = \frac{1}{ax+b}$ ;
- b)  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = \sin(ax + b)$ ;
- c)  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = \cos(ax + b)$ ;
- d)  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = e^{ax+b}$ .

Exercițiul 3: Calculați derivatele următoarelor funcții:

- a)  $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$  definită prin  $f(x)=x^x$ ;
- b)  $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$  definită prin  $f(x)=x^{\frac{1}{x}};$
- c)  $f:(0,\pi)\to\mathbb{R}$  definită prin  $f(x)=\sin x^x;$
- d)  $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$  definită prin  $f(x)=x^{\sin x}$ ;

**Exercițiul 4:** Arătați că  $\frac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln x < \frac{1}{x}$  oricare ar fi x > 0.

## Exercițiul 5:

a) Arătați că pentru orice număr natural  $n \geq 2$ au loc inegalitățile

$$na^{n-1} < \frac{b^n - a^n}{b - a} < nb^{n-1}$$

oricare ar fi $a, b \in (0, +\infty)$  cu a < b.

**b)** Deduceți că pentru oricare număr natural n,

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}, \qquad \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} > \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+2}.$$

## Excercițiul 6:

Fie funcția  $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$  definită prin

$$f(x) = x + |x - 1|$$

oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$ .

- a) Să se arate că funcția f are derivate laterale în punctul  $x_0 = 1$ ;
- b) Să se calculeze derivatele laterale în punctul  $x_0 = 1$ ;
- c) Este funcția f derivabilă la stânga în punctul  $x_0=1$ ? Dar la dreapta?
- d) Are funcția f derivată în punctul  $x_0 = 1$ ?
- e) Este funcția f derivabilă în punctul  $x_0 = 1$ ;