Examen Calcul numeric Baciulescu Raul, 236

Problema 2

Găsiți o formulă de cuadratură de tip Gauss de forma:

$$\int_0^{\infty} e^{-t^2} f(t)dt = A_1 f(t_1) + A_2 f(t_2) + R(f)$$

Cuadratura pare sa fie una de tipul Gauss-Hermite, insa nu este potrivit intervalul((0, ∞) ! $= (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$.

Putem face schimbarea de variabila t = u^2 => dt = 2udu

$\int_0^{\infty} e^{-t^2} f(t)dt$= $\int_0^{\infty} e^{-u^4} f(u^4)$2udu.

Am ajung astfel la o forma Gauss-Laguerre.

$\int_0^{\infty} e^{-u^4} f(u^2)$2udu = $A_1 f(u_1^2) + A_2 f(u_2^2) + R(f)$

De asemenea conform Laguerre avem:

$\int_0^{\infty} e^{-u^4} f(u^2)$2udu = $wf(u_1^2) + wf(u_2^2) + R(f)$,$w_i = \frac{1}{(n+1)^2 L_{n+1}(u_i)}$

u_1 *si* u_2 radacinile polinomului Laguerre =>

$L_2(u) = \frac{u^2-4\text{u}+2}{2}$, deci $u_1 = 2 - \sqrt{2}, u_2 = 2 - \sqrt{2}$

Stiind ca n = 2 aplicam formula pentru weight-uri:

$w_1 = \frac{1}{(n+1)^2 L_{n+1}(u_i)} = \frac{1}{(-1+\sqrt{2})\text{^}2}$

$w_2 = \frac{1}{(1+\sqrt{2})\text{^}2}$