Examen scris la Analiză 1
Grupa 311 31.01.2021
Subiect **A**

Exerciţiul 1. (8 puncte)

Fie funcţia $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$, definită prin

$$f(x)=\arccos x, \quad \forall x\in(-1,1).$$

Scrieţi formula lui Maclaurin de rang 3, asociată funcţiei f .

Exerciţiul 2. (8 puncte)

Fie (u_n) un şir de numere reale strict pozitive, descrescător, astfel încât seria $\sum_{n\geq 1} u_n$ este convergentă. Demonstraţi riguros natura seriei $\sum_{n\geq 1} 2^n u_{2^n}$.

Exerciţiul 3. (12 puncte)

a) (6pt) Consideraţi funcţia $f:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$ definită prin

$$f(x)=\frac{\sin x\left[\ln(\pi)-\ln\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right]}{(2^x-1)}, \quad \forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right).$$

Studiaţi intergrabilitatea improprie a acestei funcţii pe întreg domeniul de definiţie.

b) (6pt) Rezolvaţi integrala Riemann-Stieltjes

$$\int_2^3 x^2\sqrt{2x-3}\,d(\ln x).$$

Exerciţiul 4. (8 puncte)

Fie $a>0$ un număr real strict pozitiv. Consideraţi seria de puteri

$$\sum_{n\geq 1}\left(\frac{n^3}{3^n+a^n}\right)x^n.$$

Discutaţi în funţie de valorilea lui a raza de convergenţă a seriei de puteri. Pentru cazul particular $a=3$, specificaţi mulţimea de convergenţă.

Observaţii:

- redactaţi fiecare exerciţiu pe o foaie separată
- scrieţi numele, prenumele şi grupa pe fiecare foaie
- trimiteţi toate foile scanate/poze în ordine, într-un singur fişier pdf atât ca assignment Examen 311 - 31.01.2021 în MSTeams cât si pe link-ul de Forms, specificat în chat-ul şedinţei de ZOOM.
-

Examen scris la Analiză 1
Grupa 311 31.01.2021
Subiect **B**

Exercițiul 1. (8 puncte)

Fie funcția $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$, definită prin

$$f(x)=\arcsin x,\quad \forall x\in(-1,1).$$

Scrieți formula lui Maclaurin de rang 3, asociată funcției f .

Exercițiul 2. (8 puncte)

Fie $(c_n)_{n\geq 1}$ un şir de numere reale strict descrescător cu $\lim_{n\to\infty} c_n=0$. Considerați de asemenea şirul $(d_n)_{n\geq 1}$ astfel încât

$$\exists T>0,\ \text{astfel încât } \forall n\in\mathbb{N}\quad \text{are loc inegalitatea } |d_1+...+d_n|<T.$$

Studiați natura seriei $\sum_{n\geq 1} c_n d_n$.

Exercițiul 3. (16 puncte)

a) (6pt) Considerați funcția $f:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$ definită prin

$$f(x)=\frac{(2^x-1)}{\sin x\left[\ln(\pi)-\ln\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right]},\quad \forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right).$$

Studiați intergrabilitatea improprie a acestei funcții pe întreg domeniul de definiție.

b) (6pt) Rezolvați integrala Riemann-Stieltjes:

$$\int_2^3 x\sqrt[3]{5x-1}\,d(\ln x)$$

Exercițiul 4. (8 puncte)

Fie $a>0$ un număr real strict pozitiv. Considerați seria de puteri

$$\sum_{n\geq 1}\left(\frac{4^n+a^n}{n^3}\right)x^n.$$

Discutați în funție de valorilea lui a raza de convergență a seriei de puteri. Pentru cazul particular $a=4$, specificați mulțimea de convergență..

Observaţii:

- redactaţi fiecare exerciţiu pe o foaie separată
- scrieţi numele, prenumele şi grupa pe fiecare foaie
- trimiteţi toate foile scanate/poze în ordine, într-un singur fişier pdf atât ca assignment Examen 311 - 31.01.2021 în MSTeams cât si pe link-ul de Forms, specificat în chat-ul şedinţei de ZOOM.
-