

MODELOS DE INVENTARIO

- **Modelo de la Cantidad fija de la orden.**

Los modelos de cantidad fija, se basan principalmente en que las cantidades de los pedidos son fijas pero el tiempo que pasa entre los pedidos no es el mismo, esto se hace porque se basan en que el punto de reorden depende totalmente del consumo y los consumos no son iguales.

a) Características

- Su funcionalidad principal está orientada a tratar de fijar un punto específico en que debe hacerse una nueva orden (R) y el tamaño que debe tener esa orden (Q).
- Su objetivo principal es minimizar los costos o maximizar contribuciones o ganancias y siempre tratar de que todos los parámetros como: costos para manejar los inventarios, costos de ordenar y costos de escasez, tengan un equilibrio.
- La relación entre R y Q muestra que cuando la situación del inventario baja al “punto específico en que debe hacerse una nueva orden”, debemos colocar una nueva orden.

b) Formulas que se emplean en dicho modelo.

La creación de un modelo cualquiera de inventarios, conlleva a desarrollar una relación funcional entre las variables de interés y la medida de su eficacia. Para ello definimos:

Costo (anual total) = costo (anual compra) + costo (anual de la orden) + costo anual (por mantener inventario).

Expresando la formulas teóricas en su equivalente matemático obtenemos:

TC = Costo anual total.

D = Demanda (anual).

C = Costo por unidad.

Q = Cantidad que debe ordenarse (el monto óptimo se denomina cantidad económica del pedido).

$$Q \text{ (optimo)} = \sqrt{2DS/H}$$

“Cantidad de pedido que minimiza los costos totales”.

S = Costo de preparación o de colocación de un pedido.

R = Punto de un nuevo pedido.

L = Plazo de reposición.

H= Costo anual de mantenimiento y de almacenamiento por unidad del inventario promedio.

Por tanto: $TC = DC + (D/Q) S + (Q/2) H$

Punto de reorden

$R = d \cdot L$ donde d= demanda diaria, semanal (prom)

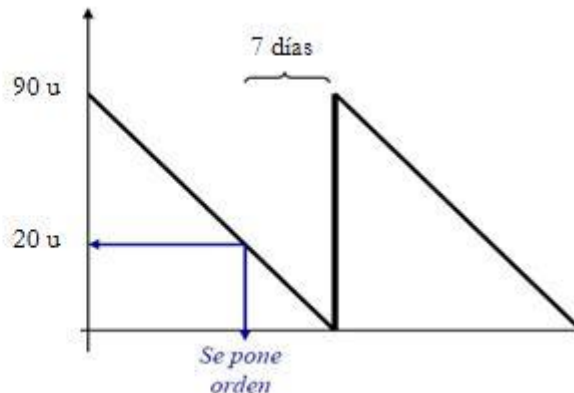
EJEMPLO: Una empresa enfrenta una demanda anual de 1.000 unidades de su principal producto. El costo de emitir una orden es de \$10 y se ha estimado que el costo de almacenamiento unitario del producto durante un año es de \$2,5. Asuma que el Lead Time (Tiempo de Espera) desde que se emite una orden hasta que se recibe es de 7 días. Determine la cantidad óptima de pedido utilizando EOQ que minimiza los costos totales. ¿Cuál es el punto de reorden (ROP)?

$$Q = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2(1000)(10)}{2,5}} = 89,4 \approx 90 \text{ unidades}$$

$$d = \frac{1000 \text{ [unidades/año]}}{365 \text{ [días/año]}} = 2,74 \text{ [unidades/día]}$$

$$ROP = dL = 2,74 \text{ [unidades/día]} \cdot 7 \text{ [días]}$$

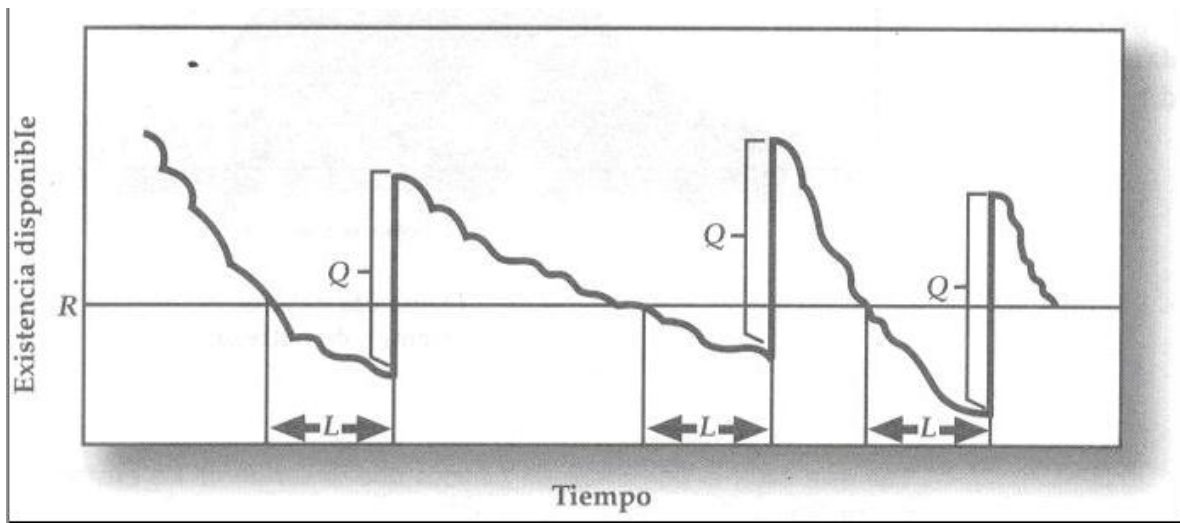
$$ROP = 19,18 \approx 20 \text{ unidades}$$



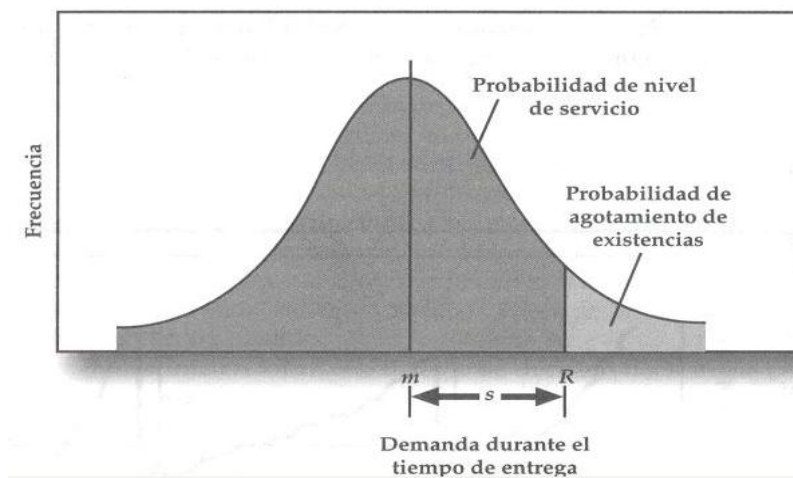
El tamaño óptimo de pedido (Q^*) que minimiza los costos totales es 90 unidades. Adicionalmente, cada vez que el inventario llega a 20 unidades se emite un nuevo pedido por 90 unidades.

- **Modelo de cantidad fija del pedido con existencia de reserva o inventario de seguridad**

El modelo es el siguiente:



R es el punto de reorden y Q es la cantidad del pedido, L es el tiempo de entrega.



z	Nivel de servicio (%)	Agotamiento de las existencias (%)
0	50.0	50.0
.5	69.1	30.9
1.0	84.1	15.9
1.1	86.4	13.6
1.2	88.5	11.5
1.3	90.3	9.7
1.4	91.9	8.1
1.5	93.3	6.7
1.6	94.5	5.5
1.7	95.5	4.5
1.8	96.4	3.6
1.9	97.1	2.9
2.0	97.7	2.3
2.1	98.2	1.8
2.2	98.6	1.4
2.3	98.9	1.1
2.4	99.2	.8
2.5	99.4	.6
2.6	99.5	.5
2.7	99.6	.4
2.8	99.7	.3
2.9	99.8	.2
3.0	99.9	.1

En este modelo la cantidad óptima de pedido se determina igual que en el modelo anterior y solo difiere la forma como se determina el punto de reorden:

$$R = \bar{d}L + Z\sigma_L$$

Donde:

R = Punto de reorden en unidades

\bar{d} = demanda diaria promedio

L = Tiempo de entrega en días

Z = Número de desviaciones estándar para una probabilidad específica de servicio

σ_L = Desviación estándar de uso durante la entrega.

= Desviación estándar durante un día (σ_d) por la raíz cuadrada del tiempo de entrega

$$\sigma_L = \sqrt{\sum_{i=1}^L \sigma_d^2} = \sqrt{L} * \sigma_d$$

Z σ_L = Cantidad de existencias de reserva o inventario de seguridad

Ejemplo

Un ejemplo puede ayudar a afianzar algunas de estas ideas. Supóngase que se administra un almacén que distribuye determinado tipo de desayunos a los vendedores al menudeo. Este alimento tiene las siguientes características:

Demanda promedio = 200 cajas al día

Tiempo de entrega = 4 días de reabastecimiento por parte del proveedor

Desviación estándar de la demanda diaria = 150 cajas

Nivel de servicio deseado = 95%

S = 20 dólares la orden

i = 20% al año

C = 10 dólares por caja

Se póngase que se utilizará un sistema de revisión continua y también que el almacén abre cinco días a la semana, 50 semanas al año o 250 días al año. Entonces, la demanda promedio anual = 250(200) = 50 000 cajas al año.

La cantidad económica de pedido es:

$$Q = \sqrt{\frac{2(20)(250)(200)}{10(.20)}} = \sqrt{10^6} = 1000 \text{ cajas}$$

La demanda promedio durante el tiempo de entrega es de 200 cajas al día durante cuatro días; por lo tanto, $m = 4(200) = 800$ cajas. La desviación estándar de la demanda durante tiempo de entrega es de $\sqrt{4}(150) = 300$ cajas.

El nivel de 95% requiere un factor de seguridad de $z = 1.65$ (véase la Tabla anterior). Por tanto se tiene que:

$$R = m + z\sigma = 800 + 1.65(300) = 1295$$

La política de decisión de inventarios del sistema Q consiste en colocar un pedido de 1000 cajas siempre que la posición de las existencias caiga a 1295. En promedio se levantarán 50 pedidos al año y habrá un promedio de cinco días de trabajo entre ellos. El tiempo variará según la demanda.

- **Modelo para periodos fijos de tiempo (modelo P)**

Es aconsejable en situaciones tales como:

- El inventario se cuenta en determinados periodos.
- Visitas rutinarias a los clientes.
- Cuando se desea ahorrar en los costos de transporte.
- Cuando se opera con base en un periodo de tiempo fijo.

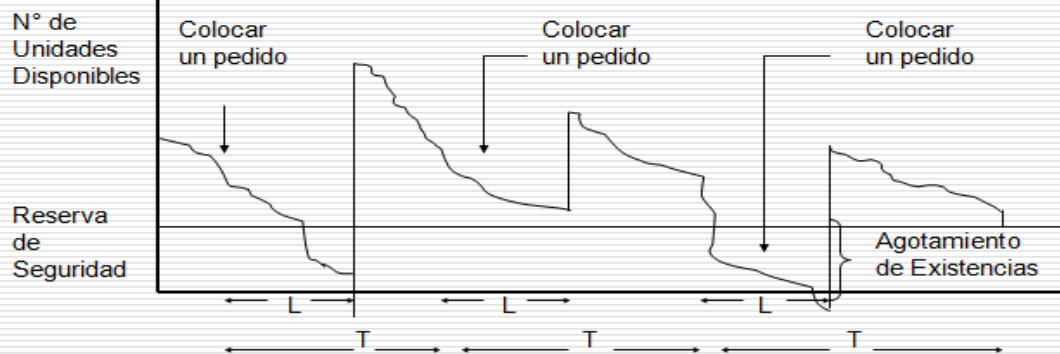
No exige conteo continuo de inventario disponible. Existencias pueden agotarse cuando la demanda es grande. Reserva de seguridad debe proteger el agotamiento de existencias durante:

- El periodo de revisión.
- El plazo que transcurre entre la colocación del pedido y la recepción del mismo.

MODELO DE PERIODO FIJO DE PEDIDO CON UN NIVEL DE SERVICIO ESPECIFICO

$$\text{Cantidad Del pedido} = \text{Demanda promedio durante el periodo de vulnerabilidad} + \text{Reserva de seguridad} + \text{Inventario disponible en el momento (más un pedido si lo hubiera)}$$

$$q = d(T+L) + z\sigma(T+L) + I$$



Modelo P tiene inventario promedio más grande por lo que debe protegerse contra el agotamiento de existencias durante el periodo de revisión, el modelo Q no tiene periodo de revisión.

PRONOSTICOS

Es la estimación de la demanda de un producto o varios productos de una compañía para un periodo de tiempo.

Métodos Cualitativos.

Son los que se basan en opiniones, subjetividades, conjeturas por parte de los gerentes, mercaderistas, clientes y el mercado.

Se utilizan cuando no hay datos históricos y cuando los productos son nuevos para el mercado.

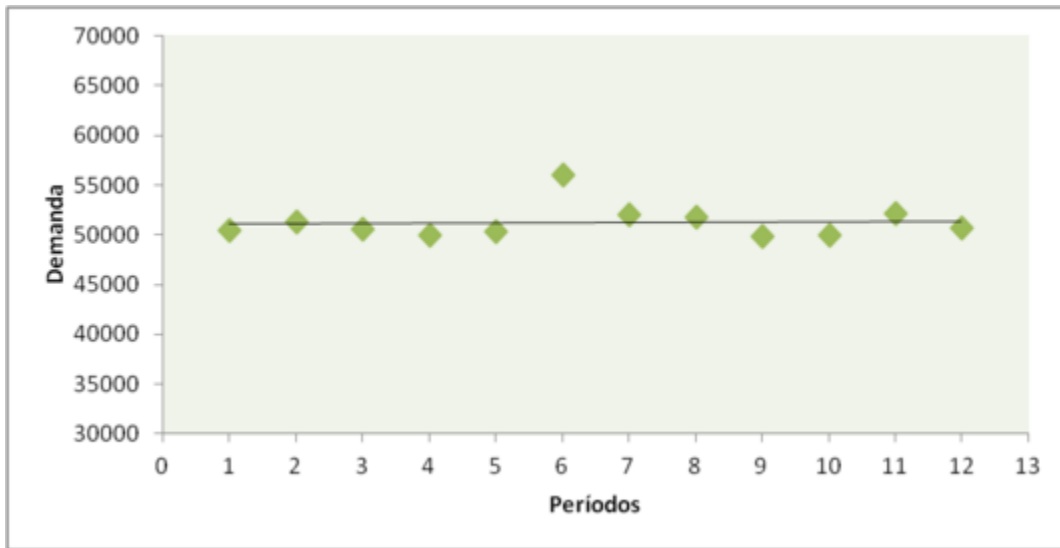
Métodos Cuantitativos

Se basan en datos históricos

- **Promedio Simple**

¿Cuándo utilizar un pronóstico de promedio simple?

Un pronóstico de promedio simple es el más sencillo de los métodos de pronóstico estándar. Este método es óptimo para patrones de demanda aleatorios o nivelados sin elementos estacionales o de tendencia.



Modelo de Promedio Simple

Fórmula

$$\hat{X}_t = \frac{\sum_{t=1}^n X_{t-1}}{n}$$

$$\hat{X}_t$$

Promedio de ventas en unidades en el período t

$$\Sigma$$

Sumatoria de datos

$$X_{t-1}$$

Ventas reales en unidades de los períodos anteriores a t

$$n$$

Número de datos

Ejemplo de aplicación de un pronóstico de Promedio Simple

Una compañía desea realizar un pronóstico para el mes de abril, teniendo en cuenta la siguiente información:

MES	VENTAS REALES
Enero	2560 unds
Febrero	3205 unds
Marzo	2830 unds
Abril	?

Solución

$$\hat{X}_4 = \frac{2560 + 3205 + 2830}{3}$$

$$\hat{X}_4 = 2865 \text{ unds}$$

El pronóstico de ventas para el período 4 (mes de abril) equivale a: 2865 unidades.

- **Pronostico Empírico**

También llamado pronostico empírico. Uno de los métodos más sencillos es usar el último dato como pronóstico para el siguiente periodo. Es decir el pronóstico de la demanda para el siguiente periodo es igual a la demanda observada en el periodo actual.

Por ejemplo si la demanda real para el miércoles ha sido 35 clientes, la demanda para el jueves será 35 clientes. Si la demanda real del jueves es 42 clientes, la demanda pronosticada para el viernes será de 42 clientes.

Este método puede tomar en cuenta una tendencia de la demanda. El incremento (o decremento) observado en la demanda de los dos últimos periodos se usa para ajustar la demanda actual con miras a elaborar un pronóstico.

Por ejemplo:

Si la demanda fue de 120 unidades en la última semana y de 108 unidades la semana anterior, el incremento de la demanda fue de 12 unidades en una semana por lo cual el pronóstico para la sig. Semana será de $120 + 12 = 132$ unidades. Si la demanda real de la semana siguiente resulta ser de 127 unidades, entonces el siguiente pronóstico será de $127 + 7 = 134$ unidades.

- **Promedio móvil simple**

Se usa para estimar el promedio de una serie de tiempo de demanda y para suprimir los efectos de las fluctuaciones al azar. Este método resulta más útil cuando la demanda no tiene tendencias pronunciadas ni fluctuaciones estacionales.

Implica simplemente calcular la demanda promedio para los n periodos más recientes con el fin de utilizarla como pronóstico del periodo siguiente. Para el pronóstico siguiente una vez conocida la demanda, la demanda más antigua incluida en el promedio anterior se sustituye por la demanda mas reciente y luego se vuelve a calcular el promedio.

Es decir:

$$F_{t+1} = \text{Suma de las } n \text{ ultimas demandas} / n = D_t + D_{t-1} + D_{t-2} + \dots + D_{t-n+1}$$

Dónde:

D_t = demanda real en el periodo t

n = número total de periodos incluidos en el promedio

F_{t+1} = Pronostico para el periodo $t+1$

Ejercicio:

a) Tomando los datos de la fábrica de pasta dental elabore un pronóstico móvil de 5 semanas para estimar cuantas cajas de pasta dental se necesitaran para la semana 11.

$$\text{Tenemos que } F_{11} = (60 + 55 + 61 + 58 + 66) / 5 = 60 \text{ cajas}$$

b) Si la demanda real en la semana 11 fue 55 cajas obtener el pronóstico móvil de 5 semanas para la semana 12

$$M_{12} = (55 + 60 + 55 + 61 + 58) / 5 =$$

El pronóstico es de 57.8 cajas.

- **Promedio Móvil Ponderado**

Es una variación del promedio móvil en la que no todos los datos tienen el mismo peso.

Esto permite que los datos que tienen mayor importancia tengan mayor peso.

Los pesos deben sumar 1

La distribución de los pesos determina la velocidad de respuesta del pronóstico

Ejemplo:

Tal vez una tienda departamental se de cuenta de que en un periodo de cuatro meses, el mejor pronóstico se deriva utilizando 40% de las ventas reales durante el mes más reciente, 30% de dos meses antes, 20% de tres meses antes y 10% de hace cuatro meses. Si las ventas reales fueron:

Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5
100	90	105	95	?

Formula $F_t = W_1 A_{t-1} + W_2 A_{t-2} + W_3 A_{t-3} + \dots + W_n A_{t-n} +$

W_1 = ponderación dada a la ocurrencia real para el periodo t-1

W_2 = ponderación dada a la ocurrencia real para el periodo t-2

W_n = ponderación dada a la ocurrencia real para el periodo t-n

n = número total de periodos en el pronósticos

por lo tanto el pronóstico para el mes 5 sería

$$F_5 = 0.40 (95) + 0.30(105) + 0.20 (90) + 0.10 (100)$$

$$= 38 + 31.5 + 18 + 10$$

$$= 97.5$$

Suponga que las ventas para el mes 5 resultaron ser de 110.

- **Exponencial aminorado**

Es un método de promedio móvil ponderado muy refinado que permite calcular el promedio de una serie de tiempo, asignando a las demandas mayor ponderación que a las demandas anteriores. Es el método de pronóstico formal que se usa más

a menudo, por su simplicidad y por la reducida cantidad de datos que requiere. A diferencia del método de promedio móvil ponderado, que requiere n periodos de demanda pasada y n ponderaciones, la suavización exponencial requiere solamente tres tipos de datos: el pronóstico del último periodo, la demanda de ese periodo y un parámetro suavizador, alfa α , cuyo valor fluctúa entre 0 y 1.0. Para elaborar un pronóstico con suavización exponencial, será suficiente que calculemos un promedio ponderado de la demanda más reciente y el pronóstico calculado para el último periodo. La ecuación correspondiente a este pronóstico es:

$$F_{t+1} = \alpha(\text{Demanda para este periodo}) + (1 - \alpha) (\text{Pronostico calculado para el último periodo})$$

$$= \alpha D_t + (1 - \alpha) F_t$$

$$= F_t + \alpha (D_t - F_t)$$

Por lo tanto el pronóstico para el periodo siguiente es igual al pronóstico del periodo actual más una proporción del error del pronóstico correspondiente al mismo periodo actual.

- La constante, α , toma valores entre 0 y 1
- Una α cercana a uno da una alta velocidad de respuesta
- Una α cercana a cero da una baja velocidad de respuesta

Ejemplo:

Utilizando el ejemplo de CCC con promedio móvil de $n=3$ calcule el pronóstico para la semana 13 con suavizamiento exponencial y $\alpha=0.10$

El pronóstico para el día 13 era de 175 llamadas y la demanda real fue de 170 llamadas

$$F_{t+1} = \alpha D_t + (1 - \alpha) F_t$$

$$F_{13} = 0.1 (170) + (0.9) 175 = 174.5 \text{ llamadas}$$

- **Exponencial aminorado con tendencia**

Consideremos ahora una serie de tiempo de la demanda con una demanda con una tendencia.

En una serie de tiempo, una tendencia consiste en un incremento o decremento sistemático de los promedios de la serie a través del tiempo

En este enfoque, las estimaciones para el promedio y la tendencia son suavizadas, para lo cual se requieren solamente dos constantes de suavización. Calculamos el promedio y la tendencia para cada periodo

$A_t = \alpha(\text{Demanda en este periodo}) + (1 - \alpha) (\text{Promedio} + \text{Estimación de la tendencia en el ultimo periodo})$

$$= \alpha D_t + (1 - \alpha) (A_{t-1} + T_{t-1})$$

$T_t = \beta(\text{promedio de este periodo} - \text{Promedio del ultimo periodo}) + (1 - \beta) (\text{Estimación de la tendencia en el ultimo periodo})$

$$= \beta (A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta) T_{t-1}$$

$$F_{t+1} = A_t + T_t$$

Donde: A_t = promedio exponencialmente suavizado de la serie en el periodo

T_t = Promedio exponencialmente suavizado de la tendencia en el periodo t

α = parámetro de suavización para el promedio, con un valor entre 0 y 1

β = parámetro de suavización para la tendencia, con un valor entre 0 y 1

F_{t+1} = pronóstico para el periodo $t + 1$

Las estimaciones del promedio y la tendencia correspondientes al último periodo, que se requieren en el primer pronóstico, pueden obtenerse a partir de datos del pasado o basarse en una estimación aproximada si no existen datos históricos. Para encontrar los valores de α y β , es frecuente que el analista ajuste sistemáticamente a α y β hasta que obtenga los errores del pronóstico mas bajos posibles.

Ejemplo:

Medanalysis, Inc. Ofrece servicios de laboratorio clínico a los pacientes de Health Providers, una agrupación de 10 médicos familiares asociados que brindan un nuevo programa de mantenimiento de la salud. Los gerentes están interesados en pronosticar el número de pacientes que van a requerir análisis de sangre cada semana. Es preciso comprar suministros y tomar una decisión acerca del número de muestras sanguíneas que serían enviadas a otro laboratorio, para compensar las limitaciones de la capacidad del laboratorio principal. Las informaciones recientes acerca de los efectos nocivos que provoca el colesterol en el corazón han generado un incremento en las solicitudes de análisis ordinarios de sangre en todo el país. En promedio, Medanalysis realizó 28 análisis de sangre cada semana

durante las cuatro últimas semanas. La tendencia en ese periodo fue de tres pacientes adicionales por semana. La demanda en esta semana fue de 27 análisis de sangre. Usaremos $\alpha = 0.20$ y $\beta = 0.20$ para calcular el pronóstico correspondiente a la semana próxima.

Solución

$A_0 = 28$ pacientes y también $T_0 = 3$ pacientes

El pronóstico para la semana 2 (la semana siguiente) es:

$$= \alpha D_t + (1 - \alpha) (A_t - 1 + T_t - 1)$$

$$A_1 = 0.20(27) + 0.80(28+3) = 30.2$$

$$T_1 = 0.20(30.2-28) + 0.80 (3) = 2.8$$

$$F_2 = 30.2 + 2.8 = 33 \text{ análisis de sangre}$$

Si el número real de análisis sanguíneos requeridos en la semana 2 resultara ser 44, entonces el pronóstico actualizado para la semana 3 sería el siguiente:

$$A_2 = 0.20(44) + 0.80(30.2 + 2.8) = 35.2 = \beta (A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta) T_t - 1$$

$$T_2 = 0.2(35.2 - 30.2) + 0.80(2.8) = 3.2$$

$$F_3 = 35.2 + 3.2 = 38.4, \text{ es decir } 38 \text{ análisis de sangre.}$$