

# **Introducción a las simulaciones Monte Carlo**

**Máster InterUniversitario en Física Nuclear  
Curso 2024-25**

**José A. Briz**  
Grupo de Física Nuclear  
Universidad Complutense de Madrid

# Índice

1. Introducción. Historia y evolución de los métodos Monte Carlo
2. Generación de números aleatorios
3. Simulación del transporte de radiación
4. Técnicas de reducción de varianza
5. Principales códigos
6. Algunas aplicaciones de simulaciones MC

# Historia del método Monte Carlo

Antigüedad:



Israelitas antiguos y la toma de decisiones a partir de fenómenos aleatorios (Urim o Thummim)

En el Egipto antiguo (3500 a. C.) se jugaba un juego de azar, denominado los perros y los chacales con un dado de tres caras llamado astragali .

Siglo XVI: Desarrollo de la teoría de las probabilidades, en Francia

1777: Experimento de Buffon, para determinar el valor de la constante  $\pi$

G. C. de Buffon (1777): *Essai d'arithmétique morale. Supplément à l'Historie Naturelle.* Vol. 4

1899: Muestreo de recorridos aleatorios random walks en una dimensión para obtener soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales de tipo parabólico

J. W. S. Rayleigh (1899): *On the theory of resonance. Collected Scientific Papers* 1: 33-75

1901: Aplicación del muestreo de variables aleatorias a la resolución de integrales en teoría cinética de los gases

L. Kelvin (1901): *Nineteenth Century Clouds Over the Dynamical Theory of Heat and Light, Philosophical Magazine, Series 6, 2, 1.*

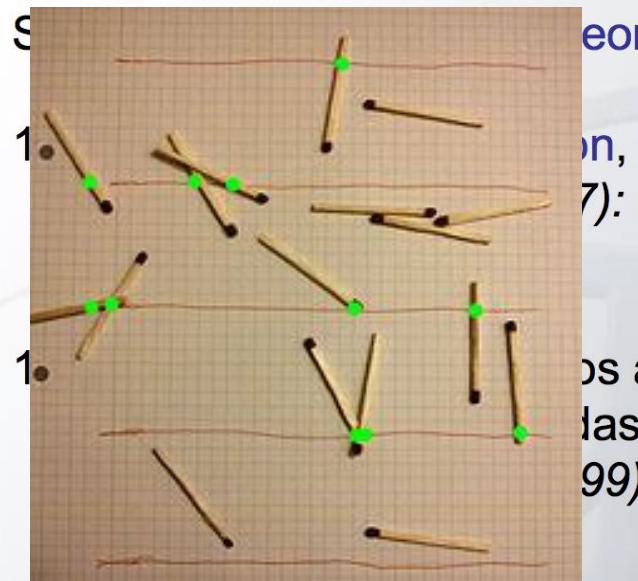
# Historia del método Monte Carlo

Antigüedad:



Israelitas antiguos y la toma de decisiones a partir de fenómenos aleatorios (Urim o Thummim)

En el Egipto antiguo (3500 a. C.) se jugaba un juego de azar, denominado los perros y los chacales.



## Experimento de Buffon (1777)

Sobre un papel con líneas paralelas distanciadas por la longitud de unas agujas.

Al lanzar las agujas, la probabilidad de que una aguja cruce una línea es

$$2/\pi$$

1901: Aplicación del muestreo cinética de los gases

L. Kelvin (1901): Nineteen Papers on the Kinetic Theory of Gases and on Molecular Motion  
*Light, Philosophical Magazine, Series 6, 2, 1.*

En la imagen:  $11/17=0.647$ ;  $2/\pi=0.637$

# Historia del método Monte Carlo

Antigüedad:



**Israelitas antiguos** y la toma de decisiones a partir de fenómenos aleatorios  
(Urim o Thummim)

En el **Egipto antiguo** (3500 a. C.) se jugaba un juego de azar, denominado los **perros y los chacales** con un dado de tres caras llamado **astragali**.

Siglo XVI: Desarrollo de la **teoría de las probabilidades**, en Francia

1777: **Experimento de Buffon**, para determinar el valor de la constante  $\pi$

G. C. de Buffon (1777): *Essai d'arithmétique morale. Supplément à l'Historie Naturelle.*  
Vol. 4

1899: Muestreo de recorridos aleatorios **random walks** en una dimensión para obtener soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales de tipo parabólico

J. W. S. Rayleigh (1899): *On the theory of resonance. Collected Scientific Papers*  
1: 33-75

1901: Aplicación del **muestreo de variables aleatorias** a la resolución de integrales en teoría cinética de los gases

L. Kelvin (1901): *Nineteenth Century Clouds Over the Dynamical Theory of Heat and Light, Philosophical Magazine, Series 6, 2, 1.*

# Historia del método Monte Carlo

## Proyecto Manhattan en Los Álamos (USA)

- 1945: Ensayo nuclear exitoso en Alamogordo (EEUU) + construcción del primer ordenador electrónico llamado ENIAC (18000 triodos de tubos + 500000 uniones soldadas). John Von Newman (profesor de Matemática y consultante en Los Álamos) propuso a Stan Frankel y a Nicholas Metropolis utilizar ENIAC en la reacción termonuclear.
- 1946: Revisión de los resultados de ENIAC, en Los Álamos. Presentes: Edward Teller, Enrico Fermi, John Von Newman, Norris Bradbury, Stanley Frankel, Anthony Turkevich y N. Metropolis, Stan Ulam. Stan Ulam propone a John Von Newman retomar las técnicas estadísticas.
- 1947: 11 de marzo, Newman envía carta a Robert Richtmeyer con el primer algoritmo estadístico aplicado a la solución de la difusión de neutrones en material fisionable. Nicholas Metropolis sugirió el nombre Monte Carlo inspirado en un tío de Stan Ulam que pedía dinero prestado porque según él, tenía que ir a Monte Carlo
- 1949: N. Metropolis, S. Ulam (1949): The Monte Carlo Method. Journal of American Statistical Association, 44: 335 – 341.

# Métodos Monte Carlo (MC)

**La simulación estadística de los procesos físicos a partir del muestreo de las variables aleatorias que los caracterizan.** El método se apoya en la continua generación de variables aleatorias a partir de **números aleatorios con distribución uniforme en el intervalo (0,1)**. Partiendo de esta secuencia se desarrollará todo el proceso de simulación.



# Métodos Monte Carlo (MC)

Los métodos basados en técnicas Monte Carlo tienen un conjunto de componentes en común, independientemente de cuál sea su área de aplicación.

Estos componentes deben ser analizados e implementados según los detalles del problema en cuestión:

- **Funciones de distribución de probabilidades:** Contienen la información relativa a los procesos físicos subyacentes. El sistema físico (o matemático) debe poder describirse mediante estas funciones.
- **Generador de números aleatorios:** Se debe disponer de una fuente de generación de números al azar uniformemente distribuidos entre 0 y 1.
- **Método de muestreo:** Se debe considerar una regla para muestrear las variables de las funciones de densidad de probabilidades.

# Métodos Monte Carlo (MC)

- **Método de conteo:** Los resultados deben ser acumulados para cada variable de interés.
- **Estimación del error:** Es conveniente determinar una estimación del error estadístico como una función del número de historias.

Además, pueden encontrarse componentes que involucran cuestiones de optimización, tales como:

- **Técnicas de reducción de varianza:** Opcionalmente, se pueden implementar técnicas de reducción de varianza como método para reducir el tiempo computacional de la simulación de Monte Carlo.
- **Técnicas de paralelización:** Consisten en algoritmos que aumentan la eficiencia a través del aprovechamiento de la propiedad aditiva del método de Monte Carlo junto con el uso de arquitecturas de computadoras avanzadas.

# Generación de números aleatorios

Una secuencia de número aleatorios es tal que es imposible predecir cuál será el siguiente número de la secuencia.

## ¿Se pueden generar números aleatorios?

NO.

En computación las secuencias de números aleatorios que se usan son en realidad pseudo-aleatorios puesto que son **generados por un algoritmo** que se encarga de que la secuencia sea lo suficientemente impredecible y que no se repita en ciclos. Estos algoritmos utilizan una semilla o número inicial como punto de partida para la generación de la secuencia. Dos secuencias serán iguales si son generadas con la misma semilla y por tanto es **recomendable usar distintas semillas** en cada simulación para variar la secuencia de números aleatorios que se utiliza.

# Generación de números aleatorios

- ✓ Algoritmos matemáticos o generadores de números aleatorios

## Números pseudo-aleatorios

**Se obtienen a partir de fórmulas o de algoritmos matemáticos Ej. Método de Newman, método de congruencias lineales, métodos de operaciones con bits.**

**Alta velocidad de generación**

**Poco espacio en memoria**

$$X_i = f(X_{i-1})$$

$$X_i = f(X_{i-1}, X_{i-2}, \dots, X_{i-k})$$

**Los métodos requieren de una única comprobación. Pasan los test estadísticos.**

**Período finito**

**Posibilidad de repetir la secuencia + saltos rápidos para paralelización**

**Son los utilizados actualmente en las simulaciones estadísticas.**

# Generación de números aleatorios

## Características necesarias

- ⑩ **Buena distribución.** Números uniformemente distribuidos entre 0 y 1
- ⑩ Generador con **periodo suficientemente largo** para evitar la repetición de números aleatorios
- ⑩ **Reproducibilidad.** Si se repite la simulación en las mismas condiciones, el resultado ha de ser el mismo

# Densidad de probabilidad y método de muestreo

Los métodos de muestreo tienen como finalidad generar valores aleatorios de una determinada variable  $x$  distribuida en el intervalo  $(x_{min}, x_{max})$  de acuerdo a alguna función de densidad de probabilidades  $p(x)$ .

Probabilidad de obtener  $x$  en un intervalo diferencial de longitud  $dx$  entre  $x_1$  y  $x_1+dx$ :

$$P \{x | x_1 < x < x_1 + dx\} = p(x_1)dx$$

La función  $p(x)$  debe ser positiva ( $p(x)>0$ ) y debe estar normalizada a uno

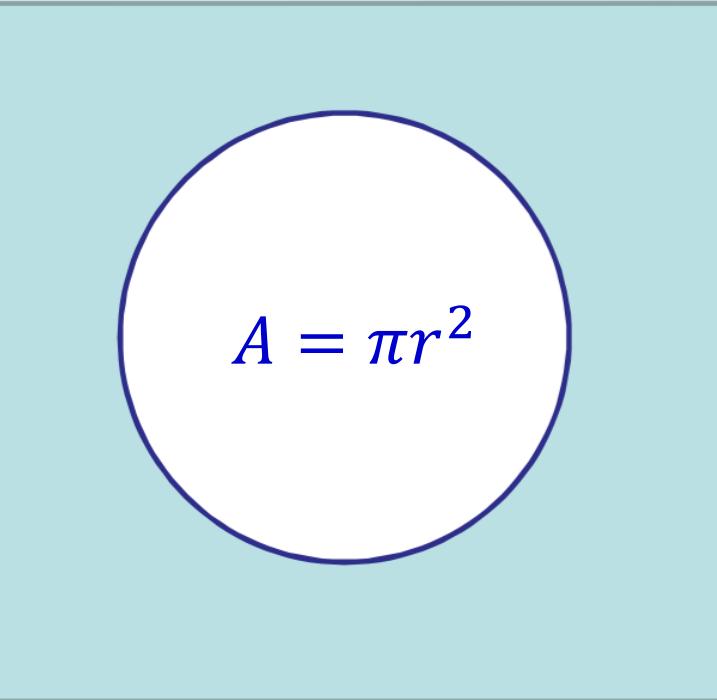
$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} p(x)dx = 1$$

# Incertidumbre estadística

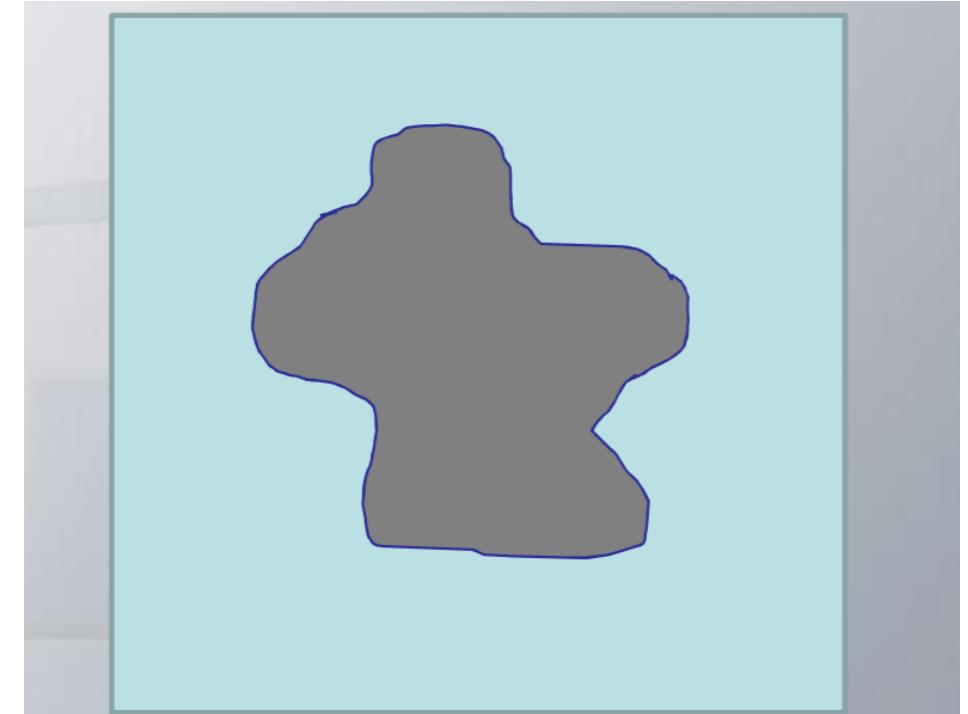
- Los **métodos MC son un método estadístico** y, por consiguiente para que los resultados obtenidos tengan sentido deben ir acompañados de su correspondiente incertidumbre.
- La **incertidumbre asociada a un resultado es inversamente proporcional a  $\sqrt{N}$**  siendo  $N$  el número de historias que se simulan.
  - Por lo tanto, si se quiere reducir la incertidumbre a la mitad se debe aumentar cuatro veces el número de historias simuladas.

# Métodos Monte Carlo

## Ejemplo: Cálculo de Áreas

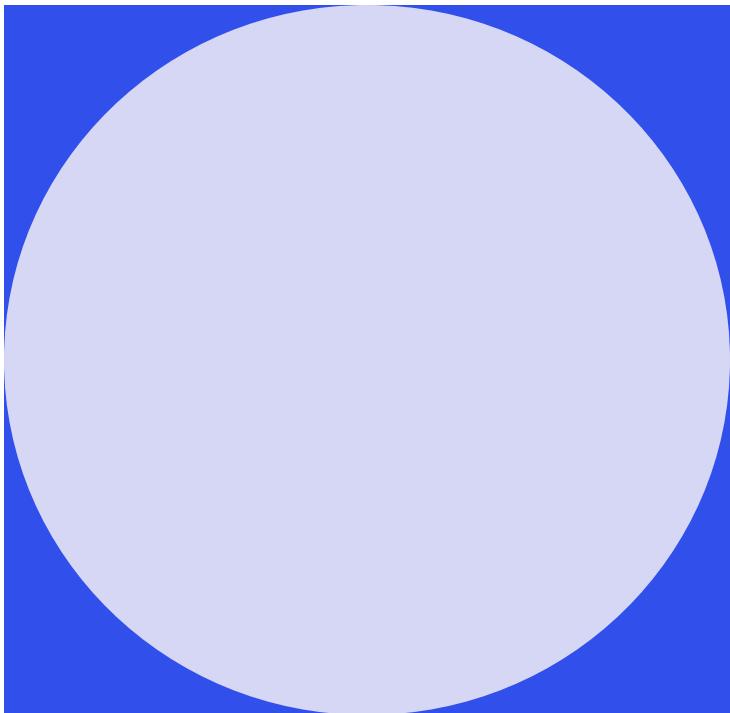


LOS MÉTODOS ANALÍTICOS SON MÁS RÁPIDOS. ÚTILES EN CASOS IDEALES O PARA REALIZAR UNA PRIMERA APROXIMACIÓN.



LOS MÉTODOS MC SON MUCHO MÁS GENERALES QUE LOS MÉTODOS ANALÍTICOS. SE ADAPTAN MEJOR A CONDICIONES REALISTAS

# Cálculo de áreas: ejemplo sencillo

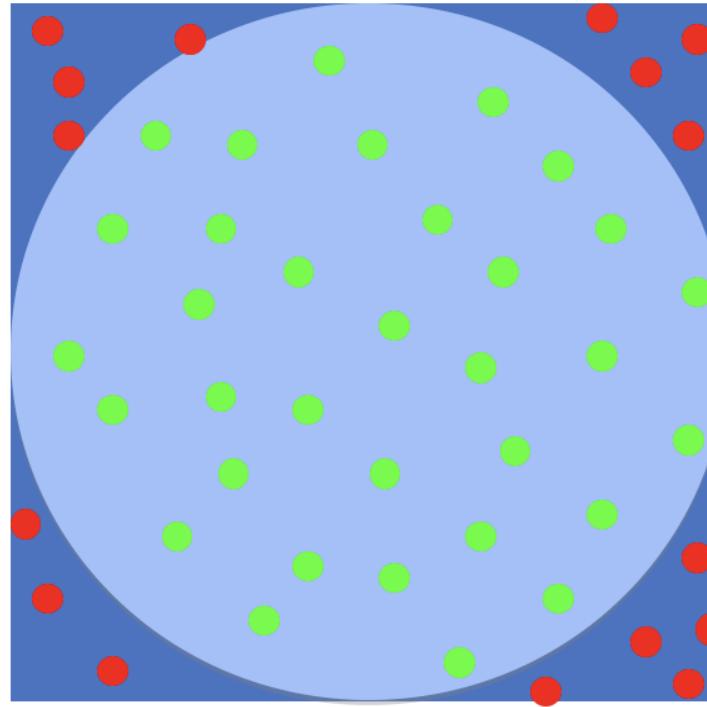


**Analytic result (exact):**

$$\text{Area circle} = \pi r^2$$

$$\text{Area square} = 4r^2$$

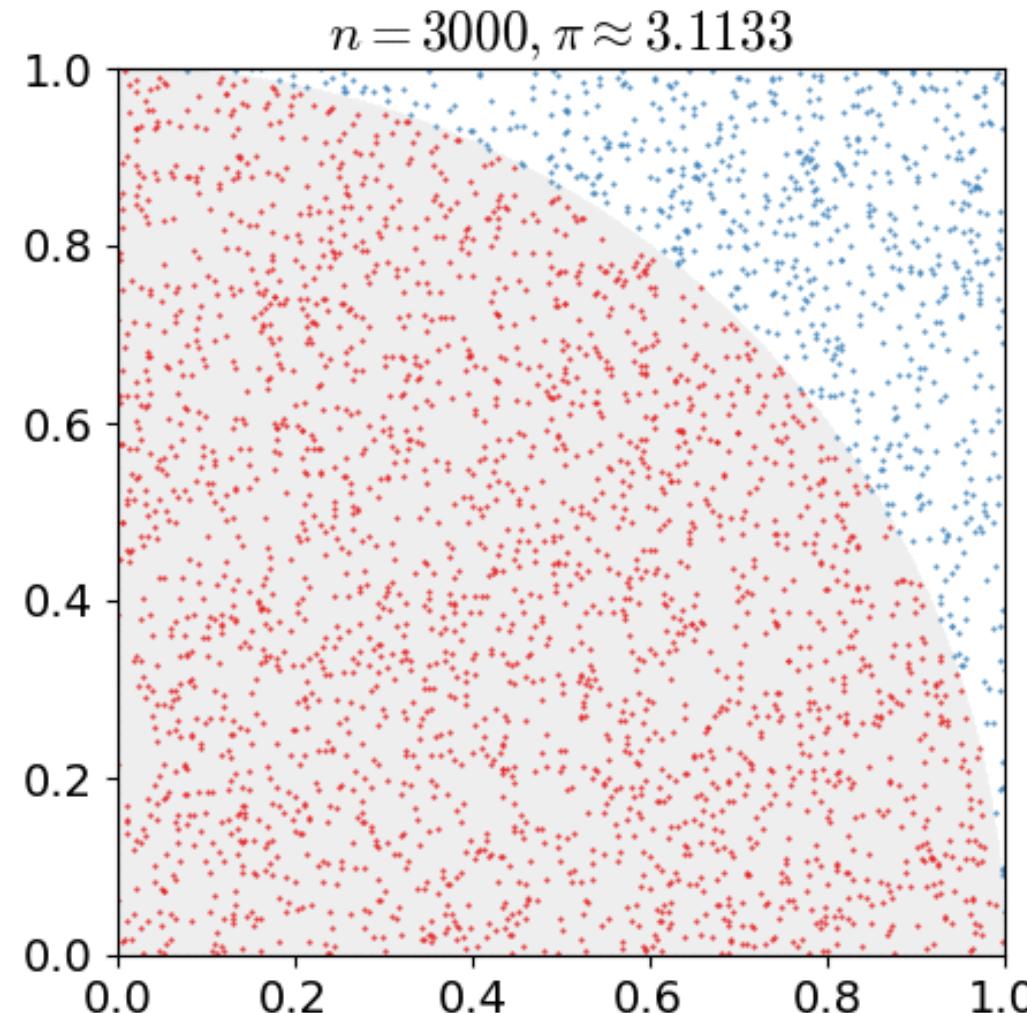
$$\frac{\text{Area circle}}{\text{Area square}} = \frac{\pi}{4} \cong 0.785$$



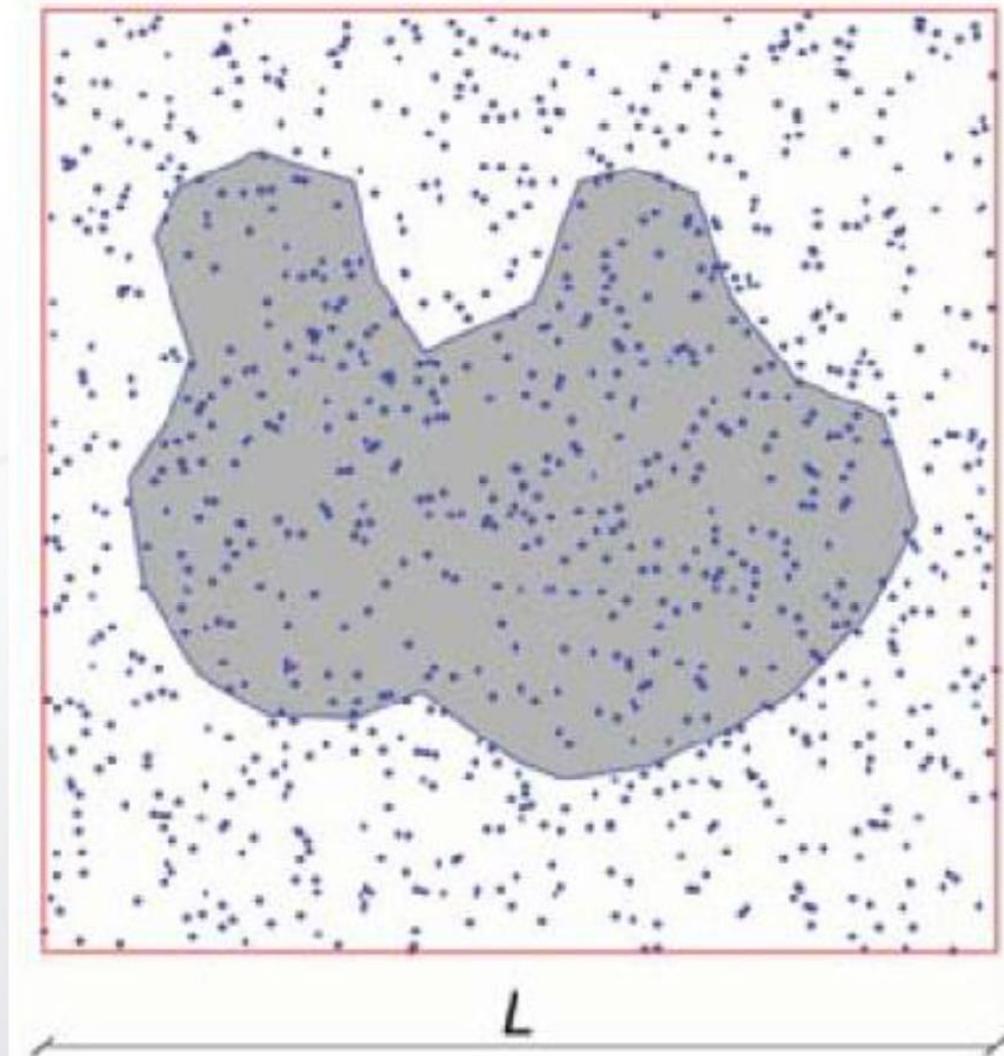
$$\text{Area circle} = \text{Area square} \frac{\text{In}}{\text{Out} + \text{In}}$$

$$\frac{\text{Area circle}}{\text{Area square}} = \frac{\text{In}}{\text{Out} + \text{In}} = \frac{31}{16 + 31} = 0.6596$$

# Cálculo de áreas: estimación valor pi



# Métodos Monte Carlo



The Monte Carlo method:

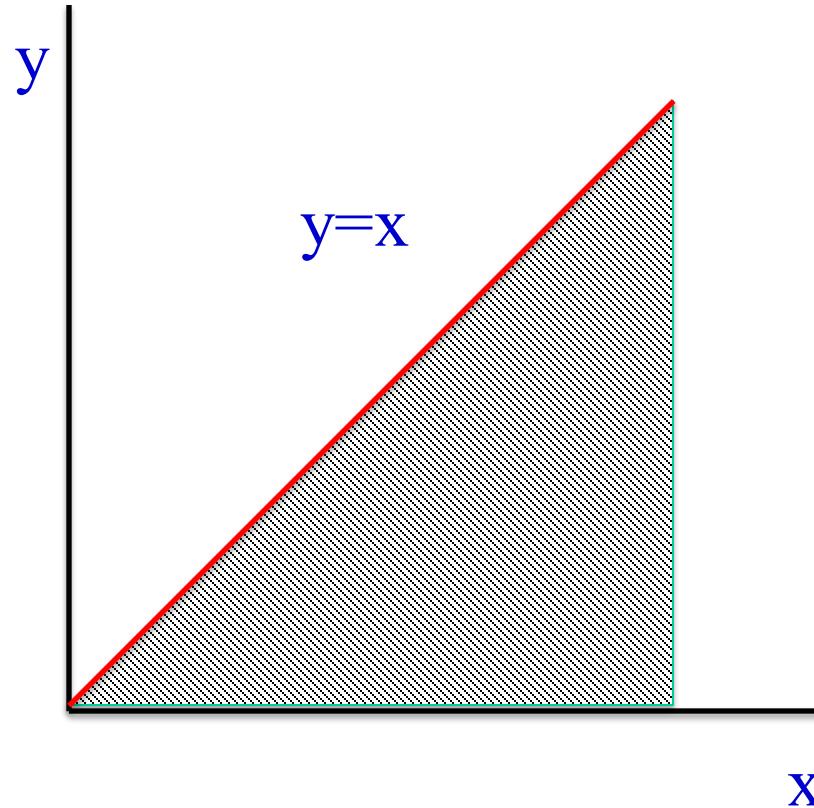
Sample  $N$  random points in  $L^2$

$$\text{Area} = \frac{N_{\text{inside}}}{N} L^2$$

Uncertainty:  $\frac{\Delta I}{I} \sim N^{-1/2}$

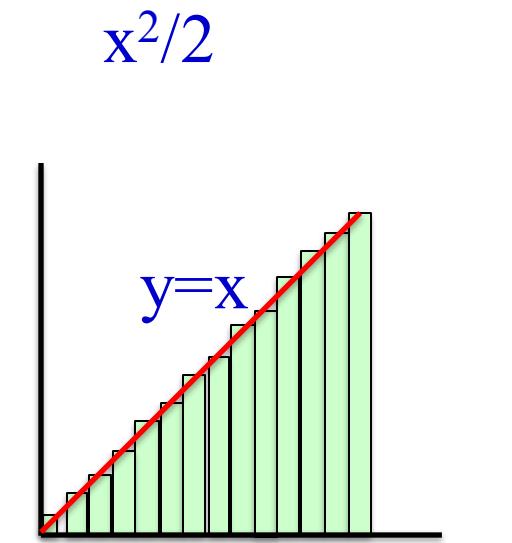
independent of the dimension

# Ejemplo: resolver integrales

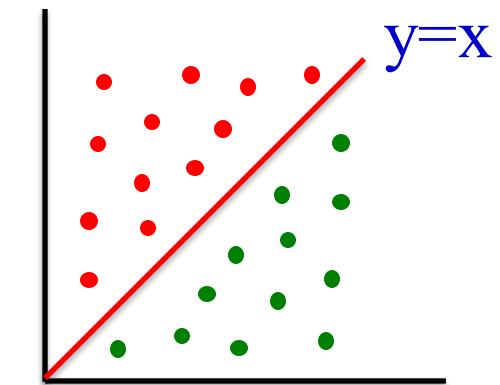


Analytic

Numerical



Monte Carlo



# Pros y contras

## ✓ Ventajas

- **Problemas complejos** puede ser resueltos sin simplificaciones
- **La precisión** de los resultados puede mejorarse simplemente ejecutando la simulación más tiempo (acumular más observaciones)
- No se necesita formular las **ecuaciones que gobiernan el proceso** para las magnitudes físicas de interés.

## ✓ Desventajas

- **Alto coste computacional** para alcanzar una buena precisión en algunos casos
- **Incertidumbre estadística** en los resultados

# Simulación del transporte de la radiación

## Planteamiento del problema:

Dada una fuente de radiación en un material, determinar la fluencia y distribución espacial de la energía depositada.

## Nótese que:

1. Los eventos de interacción son estocásticos y por tanto también lo es el proceso de transporte
2. El problema envuelve múltiples variables:
  - tipo de partícula
  - coordinadas de posición(3)
  - energía (1)
  - dirección de movimiento (2)

## PROBLEMA ADECUADO PARA ESTUDIAR CON SIMULACIONES MC

- 1954: E. Hayward and J. Hubbell Monte Carlo of photons
- 1963: M. Berger Monte Carlo of charged particles

# Simulación del transporte de la radiación

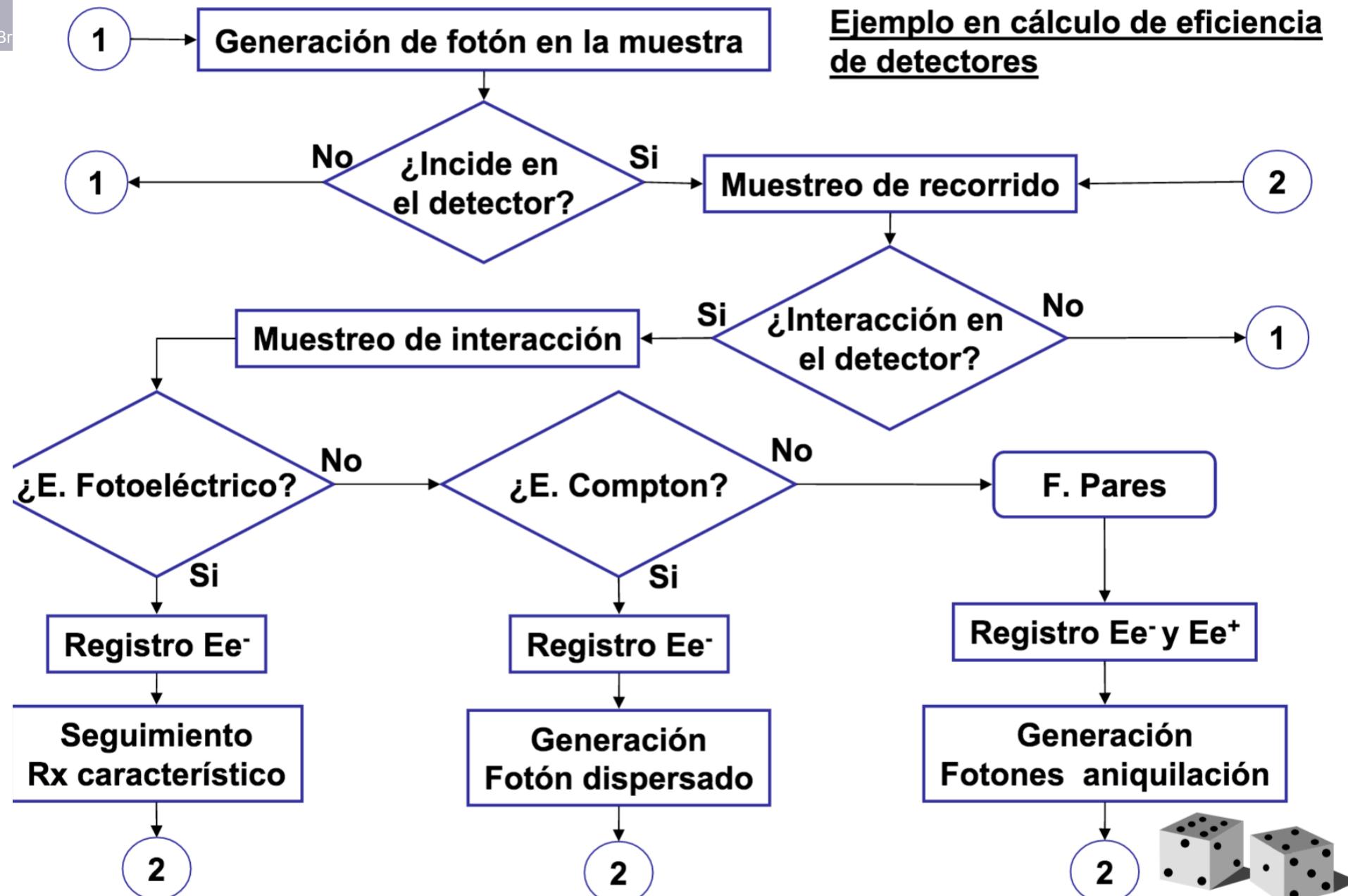
## Resumen de las etapas

- Definición del objetivo y alcance de la simulación
- Construcción del **modelo estocástico** del sistema a simular, definición de los **procesos** que lo conforman, sus **interrelaciones** y las variables de salida que caracterizan al sistema
- Selección o construcción de las **funciones de densidad de probabilidad** (fdp) de las variables asociadas a cada uno de los procesos estocásticos
- **Muestreo** de las variables aleatorias, su **combinación según el modelo** estocástico y acumulación de los resultados obtenidos en variables temporales o de salida
- Cálculo de los valores de las variables de salida y de la incertidumbre asociada.

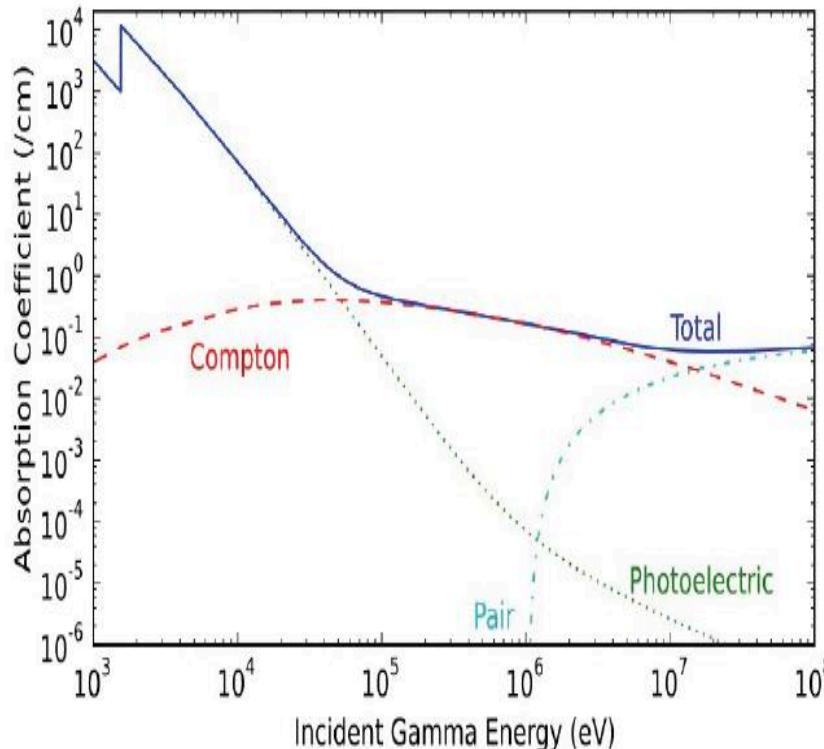
# Algoritmo básico simulación Monte Carlo

- ✓ Bucle sobre el número de partículas primarias:
  1. Inicializar la posición y momento de la partícula inicial
  2. Si la partícula está en vacío se propaga hasta la primera interfase con otro material
  3. **Determinar la sección eficaz total de interacción ( $\sigma$ ) a la energía y en el material actual**
  4. **Evaluar el recorrido libre medio hasta la próxima interacción:**  $\lambda = 1/(N\sigma)$
  5. **Determinar la longitud recorrida hasta la siguiente interacción:**  $p(s) = \left(\frac{1}{\lambda}\right) e^{-s/\lambda}$
  6. **Decidir la interacción:**  $P_i = \frac{\sigma_i}{\sigma} \quad i=1,2,\dots,n$
  7. Determinar la pérdida de energía (y/o cambio de dirección) a partir de la sección eficaz diferencial para el mecanismo de interacción i. Actualizamos energía y dirección del movimiento
  8. Añadir partículas secundarias generadas por la interacción al “stack” de partículas para ser propagadas
  9. Guardar la contribución de la interacción a las magnitudes físicas observables deseadas (energía, tiempo, momento, etc...)
  10. Volver a paso 2 a menos que:
    - 1) energía partícula cae por debajo del umbral establecido o
    - 2) partícula sale de la geometría

# LA CONSTRUCCIÓN DE LA HISTORIA DE UN FOTÓN



# Elección de la interacción



3 procesos interacción posibles:

- Dispersión Compton
- Producción de pares
- Efecto fotoeléctrico

En un cierto momento del transporte del fotón, imaginemos que tenemos un fotón de 2 MeV, las secciones eficaces son:

$$\mu_{\text{Compton}} = 0.1 \text{ cm}^{-1}$$

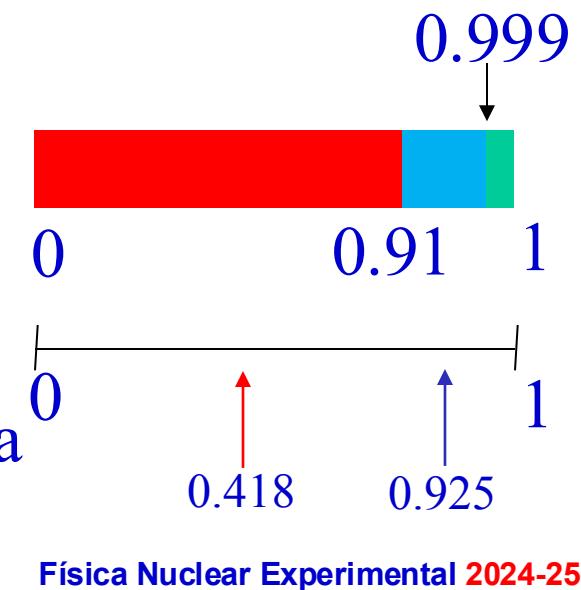
$$\mu_{\text{Pair}} = 0.01 \text{ cm}^{-1}$$

$$\mu_{\text{photoelectric}} = 0.0001 \text{ cm}^{-1}$$

1. Renormalizamos las tres probabilidades al intervalo (0,1):

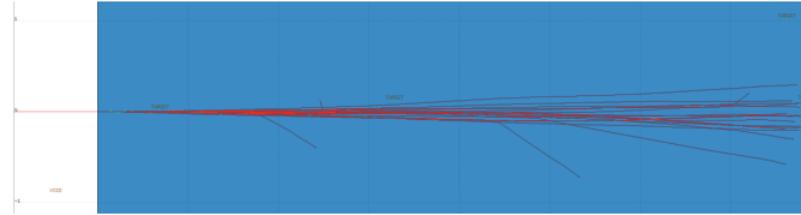
la suma de las tres probabilidades deber ser 1 (100%)

2. Generamos número aleatorio en el intervalo (0,1) para elegir la interacción en el siguiente paso de la propagación de la partícula

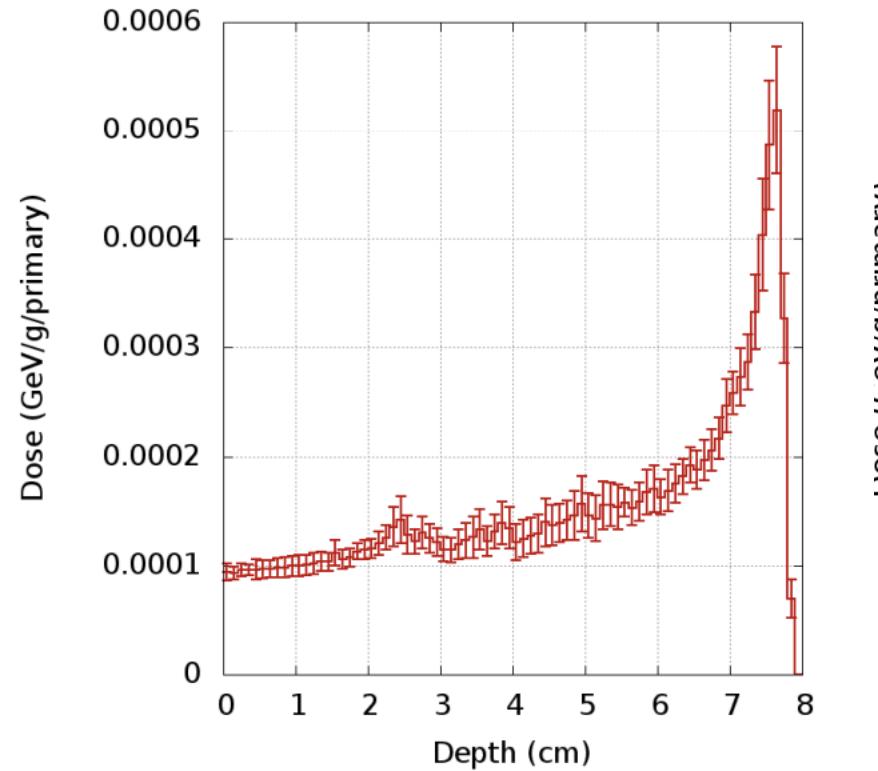


# Incertidumbre estadística

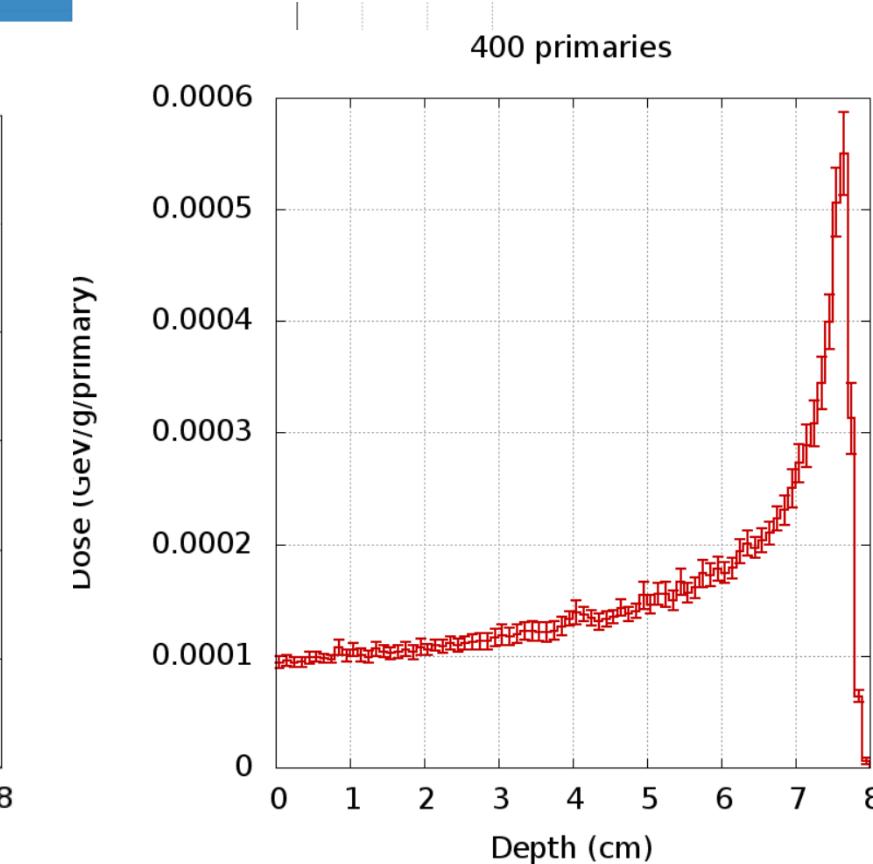
## Example: 100-MeV proton beam on water



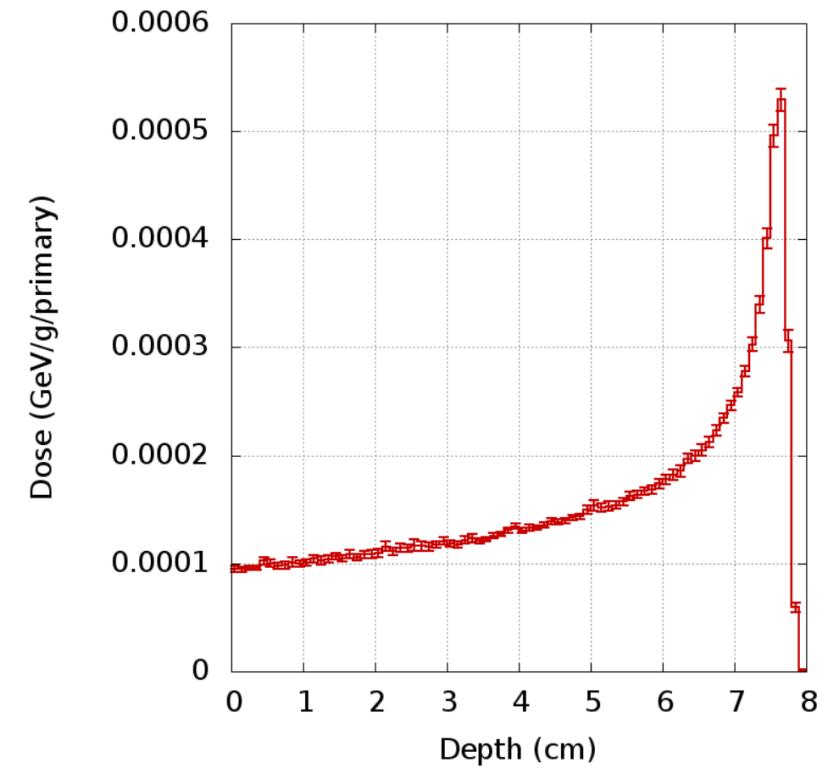
100 primaries



400 primaries



1600 primaries



# TÉCNICAS DE REDUCCIÓN DE LA VARIANZA

# Reducir varianza o tiempo de CPU ?

Estimador del coste computacional =  $\sigma^2 \times t$

( $\sigma^2$  = Varianza,  $t$  =tiempo de CPU por partícula primaria)

- algunas técnicas de “biasing” para reducir  $\sigma^2$ , otras a reducir el  $t$
- frecuentemente al reducir  $\sigma^2$  crece  $t$ , y *viceversa*
- entonces, minimizar el producto  $\sigma^2 \times t \rightarrow$  reducir  $\sigma^2$  a un ritmo mayor que crece  $t$  y viceversa
- la elección depende del problema, a veces combinar diferentes técnicas es lo más efectivo
- una mala elección o forzar excesivamente una de las variables puede tener consecuencias catastróficas en la otra haciendo que se dispare el coste computacional

# Técnicas de reducción de varianza

Una distribución puramente aleatoria no es óptima en muchos casos. Se usan técnicas de reducción de varianza para reducir el tiempo de cálculo con que se obtiene el valor de incertidumbre buscada.

## Cuándo son útiles las TRV?

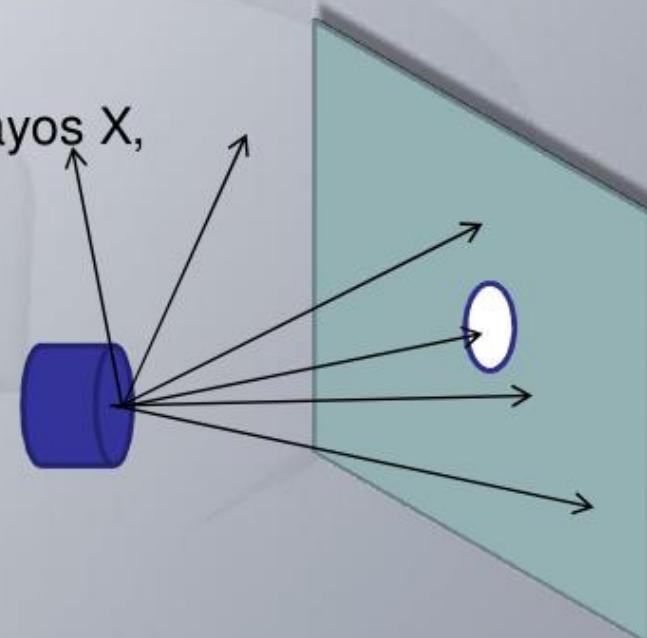
En aquellos casos en que la probabilidad de sumar contribuciones a la magnitud bajo estudio es muy baja

## Ejemplo?

Cámaras de ionización muy delgadas, emisión de rayos X,

## Técnicas típicas:

- Selección rango
- Pesado eventos
- Interacciones forzadas
- Aceleran considerablemente el cálculo
- Modificación del peso de eventos!!!
- Son válidas si dan el mismo resultado (Usar con cuidado)



# Técnicas de reducción de varianza

→ Técnica de **Forzado de interacciones**: una varianza elevada proviene de una baja probabilidad de interacción.

Espectro de fotones emitidos por el efecto bremsstrahlung. → **Se incrementa artificialmente la cantidad de fotones emitidos por este efecto** debido a su baja probabilidad comparada con otros eventos como la interacción elástica e inelástica.

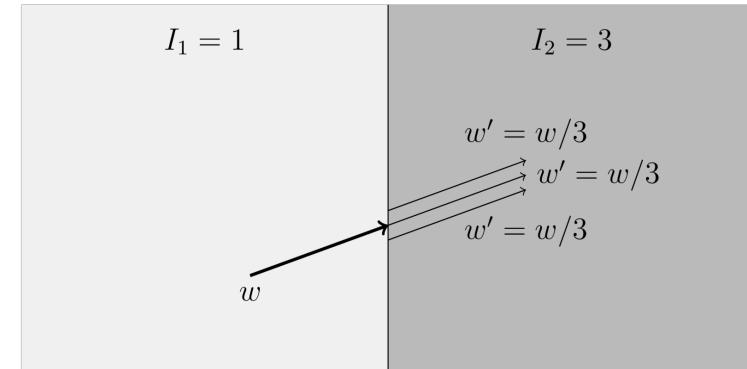
# Técnicas de reducción de varianza

- Técnicas de **particionado** y **ruleta rusa** se utilizan en problemas donde el interés está concentrado en una región espacial.
- La idea básica de estos métodos consiste en **favorecer el flujo de radiación hacia la región de interés y descartar la radiación que abandona la región**.

**Particionado:** consiste en transformar una partícula en un conjunto de partículas idénticas cuando la partícula está entrando en la zona de interés (reduciendo el peso de cada partícula)

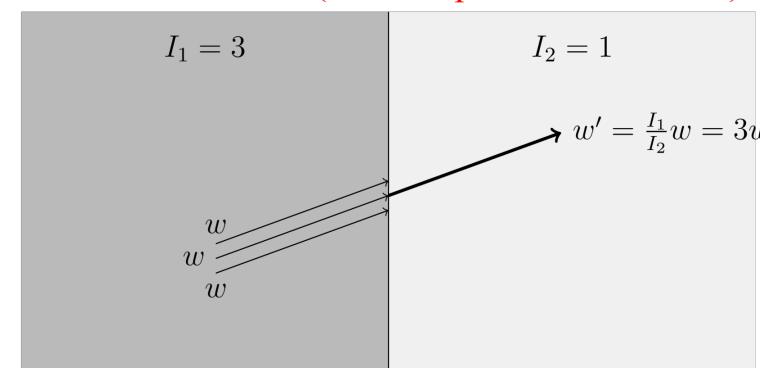
**Ruleta rusa:** consiste en eliminar, con una cierta probabilidad, una partícula que está saliendo del volumen de interés

**Particionado** (reduce  $\sigma$  pero incrementa  $t$ )



$I$  : importance,  $w$ : particle weight  
 Particle split into  $I_2/I_1 = 3$  particles  
 Weight of "split" particle multiplied by  $I_1/I_2 = 1/3$

**Ruleta rusa** (reduce  $t$  pero incrementa  $\sigma$ )



$I$  : importance,  $w$ : particle weight  
 Particles killed with probability  $I_2/I_1 = 1/3$   
 Surviving particle weight increased by  $I_1/I_2 = 3$

# PRINCIPALES CÓDIGOS MONTE CARLO (TRANSPORTE DE RADIACIÓN)

# Principales códigos MC

- **ETRAN (ElectronTRANsport):**

- Primer código Monte Carlo creado para simular el **transporte de electrones y fotones** a través de geometrías sencillas (Seltzer, 1991).
- Su rango de validez está comprendido entre **1 keV** y **100 GeV**.

- **FLUKA (FLUktuierendeKAskade) (Ferrari *et al.* 2005).**



- Reproduce la propagación en la materia de hasta **60 partículas** diferentes, incluyendo electrones y fotones (**desde 1 keV hasta 1000 TeV**), hadrones (**hasta 20 TeV**), neutrones (incluyendo térmicos) e iones pesados.
- Permite reproducir **geometrías complejas**.
- Su código fuente, está desarrollado en FORTRAN77.
- Múltiples aplicaciones en aceleradores, física partículas, física médica, etc...

# Principales códigos MC

## EGS (Electron Gamma Shower):

- La versión actual se denomina EGSnrc (Kawrakow, 2001; Kawrakow *et al.* 2002).
- Simula el transporte de **electrones, fotones y positrones** considerando sólo interacciones electromagnéticas.
- Su rango de validez está comprendido entre **1 keV y 10 GeV**.
- La geometría se puede construir mediante un código usuario denominado BEAMnrc (Rogers *et al.* 1995a, 1995b) que incorpora módulos geométricos especialmente diseñados para **problemas de interés en física médica**.
- Además, al incorporar técnicas de reducción de varianza y haber sido extensamente validado, es **un código Monte Carlo muy popular en física médica**.
- No es código abierto y puede requerir que el usuario desarrolle parte del código en lenguaje MORTTRAN\* para definir geometrías complejas.

\*MORTTRAN es More Fortran, una extensión de Fortran para computación científica

# Principales códigos MC

- **GEANT4** (GeometryANd Tracking):



- Simula el transporte de todo tipo de partículas en un rango de validez en energía comprendido entre **250 eV y unos 10 TeV** (Agostinelli *et al.*, 2003).
- Especialmente potente en la reproducción de **geometrías complejas** y puede ser utilizado en aplicaciones de interés tanto en física de altas energías como en física médica.
- Requiere que el usuario desarrolle parte del código en lenguaje C++.
- **Código fuente es totalmente público**

- **MCNP** (Monte Carlo N-Particle):



Los Álamos National Laboratory

- **Transporte de neutrones, fotones y electrones** (Brown *et al.*, 2002).
- Por su validación, es considerado **el código más fiable para el transporte de neutrones**.
- Incorpora técnicas de reducción de varianza.
- Su código fuente no es accesible y es **necesario un registro de pago** para utilizarlo.

# Principales códigos MC

- **MCNPX** (Monte Carlo N-ParticleeXtended):
  - **Extiende la aplicación** del código MCNP4C3 **a casi todo tipo de partículas** en un amplio rango de energías.
  - El código fuente, desarrollado en FORTRAN90, sólo está disponible de manera restringida mediante un acuerdo previo con los desarrolladores.
- **PENELOPE** (PENetration and EnergyLOSS of Positrons and Electrons):
  - **Código abierto** para el transporte de **electrones, fotones y positrones**
  - No considera reacciones foto-nucleares
  - Rango de energías comprendido **entre 50 eV y 1 GeV**; por esta razón, su principal campo de aplicación es la física médica.
  - La geometría se construye a partir de superficies cuádricas e incorpora técnicas de reducción de varianza (Salvat *et al.*, 2006)

# Métodos MC en Física Médica

- Los equipos de diagnóstico y terapia son complejos. Además, los procesos de emisión y absorción de radiación en el cuerpo dependen de las propiedades de este (densidad de tejidos, composición, etc)
- No se pueden modelar de un modo realista mediante métodos analíticos → Monte Carlo
- Problema: Tiempo de cálculo. En muchos casos, para evitar hacer simulaciones se siguen usando métodos semi-analíticos (ejemplo: pencil-beam para planificación de tratamiento en radioterapia).

# Métodos MC en física médica

## MC en radioterapia

- Permiten **calcular la dosis depositada** por la radiación (fotones, electrones, protones) en el paciente.
- Muy importante para un correcto tratamiento.
- Un **tiempo de cálculo excesivo** lleva a que no se llegue a usar en muchos casos, prefiriendo métodos semi-analíticos (pencil-beam).
- Los **métodos semi-analíticos fallan** cuando hay distribuciones de dosis complejas o cuando el tejido a irradiar es muy heterogéneo → Métodos MC
- Principales códigos: EGSnrc, VMC++, DPM, penEasy

# Métodos MC en física médica

## MC en protonterapia y hadronterapia

- Permiten calcular la dosis depositada por protones y hadrones (núcleos de  $^4\text{He}$ ,  $^{12}\text{C}$ , etc) en diferentes materiales biológicos
- Muy importante para un correcto tratamiento. La precisión de la simulación es un parámetro crítico.
- En este caso, la complejidad del problema (fragmentación de los iones incidentes, activación del medio biológico mediante reacciones nucleares, etc), lo hace prácticamente inabordable mediante métodos analíticos.
- Principales códigos: Geant4  
FLUKA

# Métodos MC en física médica

## MC en imagen médica

Permiten:

Simular adquisiciones realistas en escáneres

Permite incorporar todos los efectos de la radiación en el paciente y en los detectores.

Útil para comprender mejor los equipos, guiar posibles mejoras, obtener adquisiciones donde se dispone de toda la información de cada evento, etc.

Diseño de escáneres

Procesado y corrección de datos

Reconstrucción de imagen

Principales códigos:

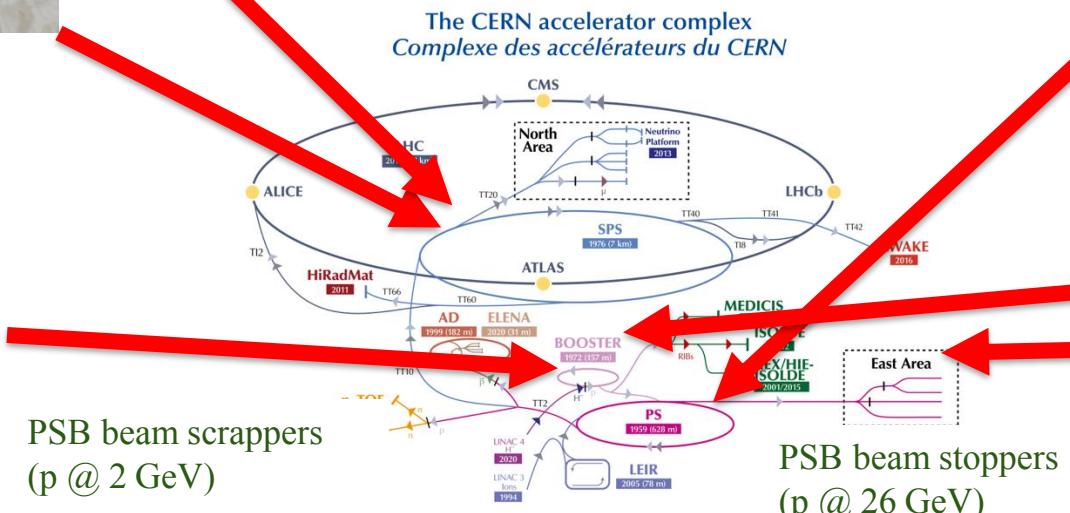
- SimSET [10]
- GATE (Geant4) [11]
- Eidolon (MCNP) [12]
- PETSIM [13]
- PeneloPET (PENELOPE) [14]

# Aceleradores del CERN

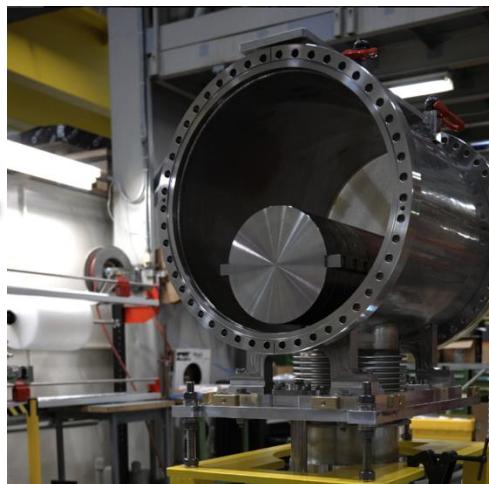


SPS beam dumps  
( $p$  @ 450 GeV)

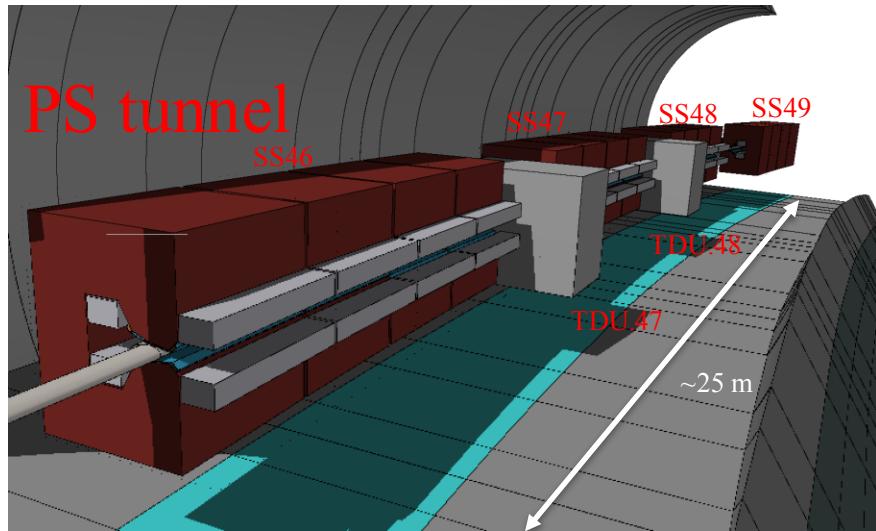
PS beam dumps  
( $p$  @ 26 GeV)



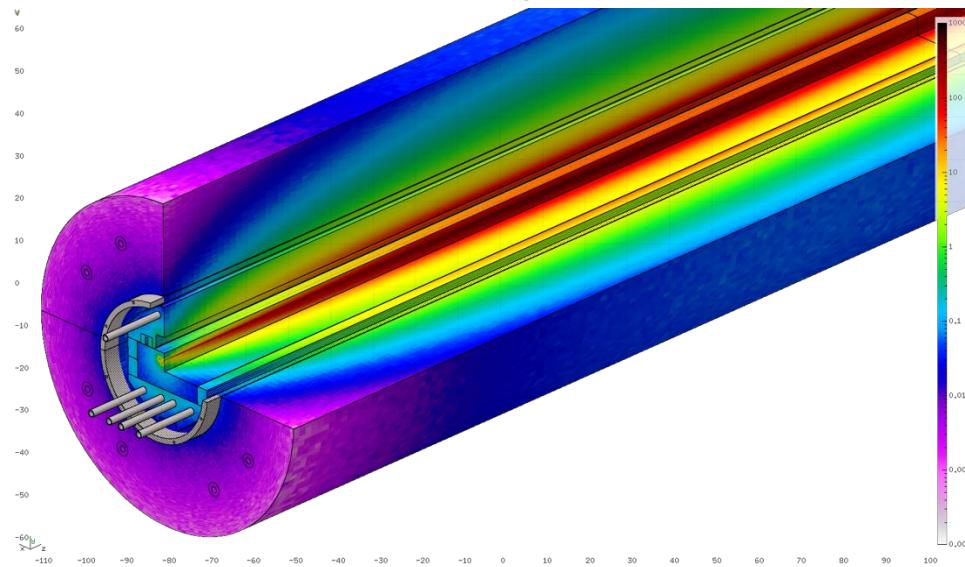
Diseño muchos elementos de los aceleradores está guiado por simulaciones Monte Carlo



# MC transporte partículas

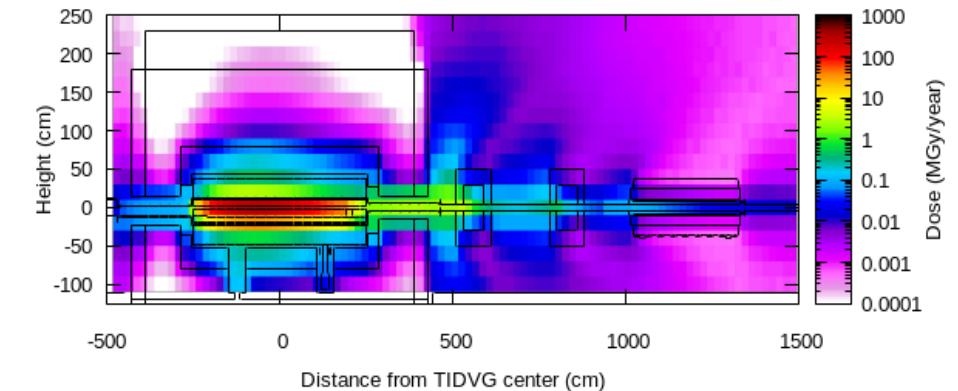


Mapas 3D energía depositada



- Diseño equipamiento:
- Elección materiales
- Optimización forma
- Elegir ubicación óptima
- Estimar tiempos enfriamiento (RP)

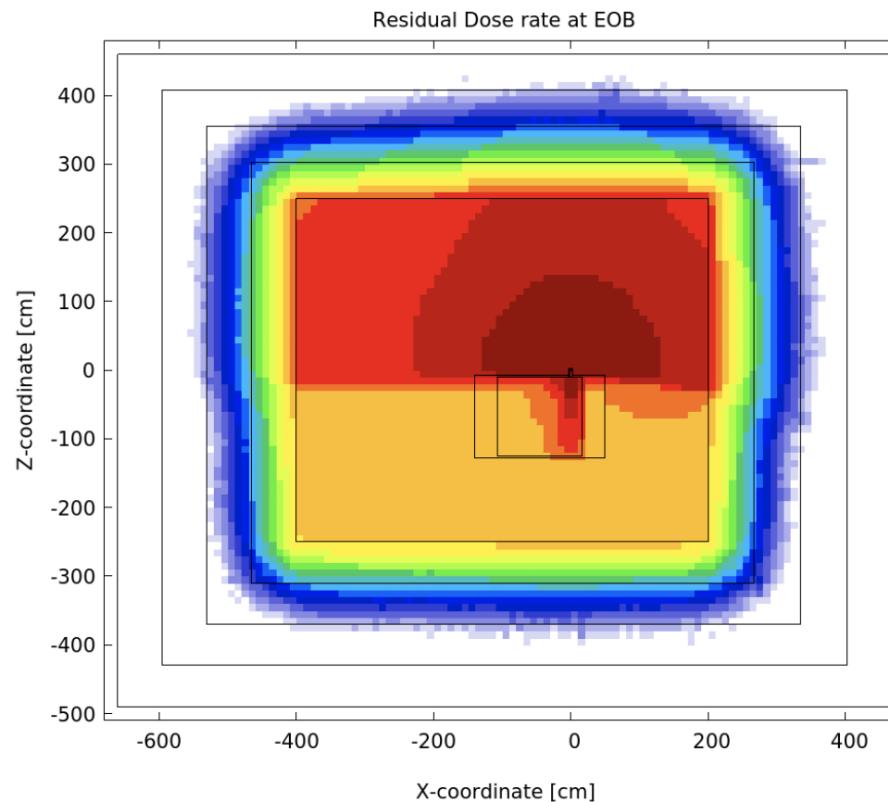
Dosis absorbidas anuales



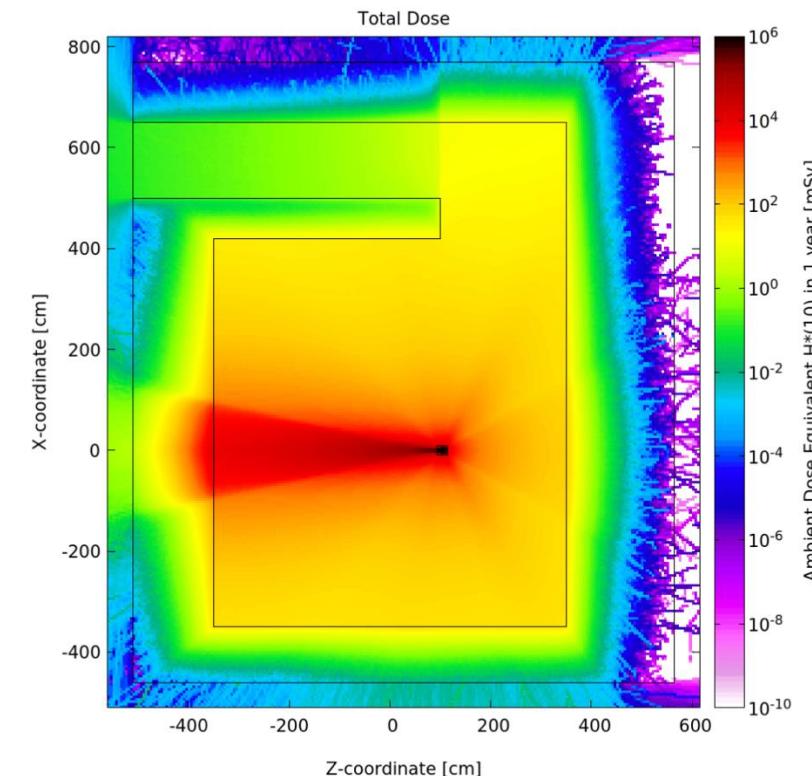
# Diseño instalaciones médicas



**Ciclotrón de 17 MeV para PET**



**Acelerador lineal de electrones de 15 MeV para radioterapia**



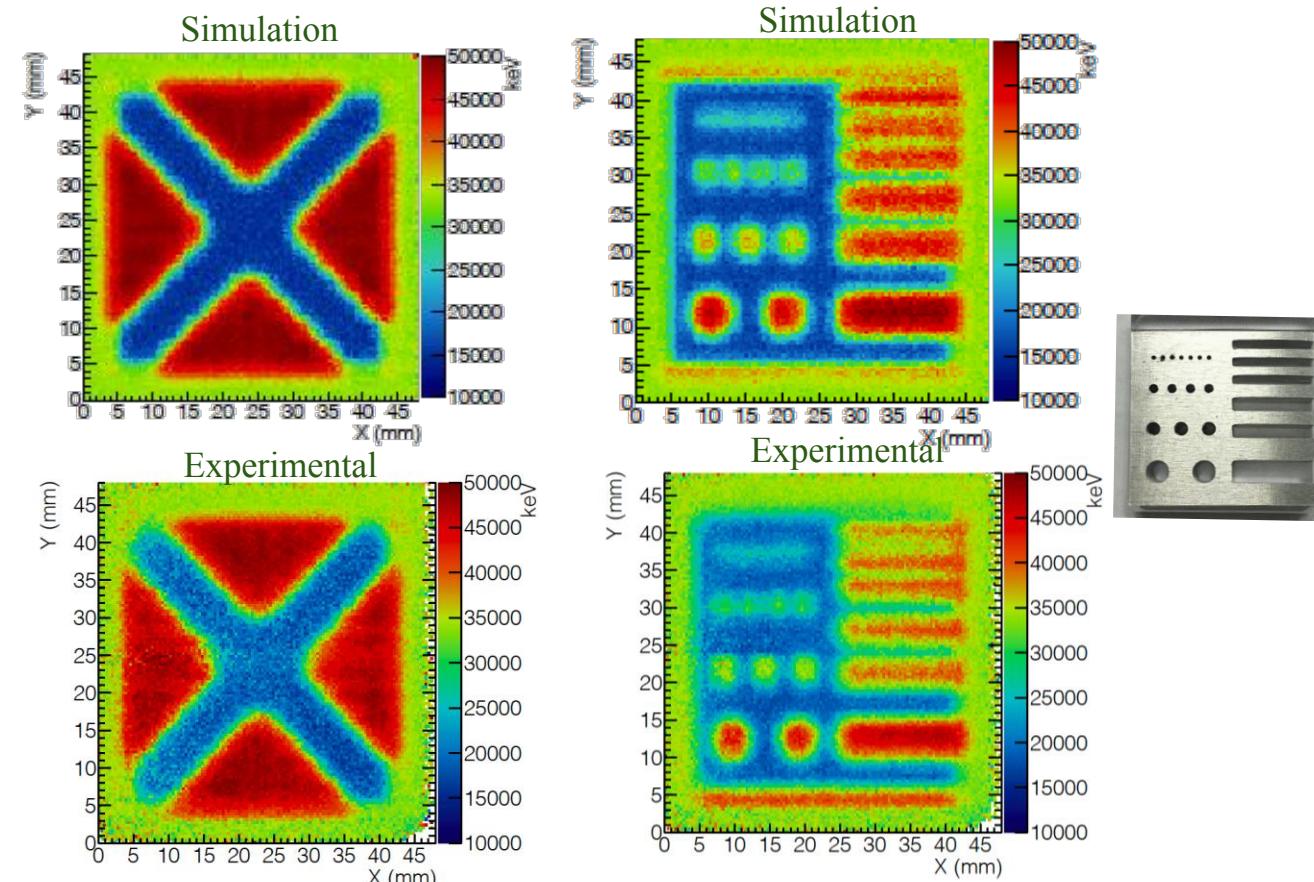
# Preparación experimentos usando simulaciones

Predecir resultados

Entender factores más influentes y los problemas encontrados en un experimento

**Importante:**  
descripción detallada  
geometría y  
propiedades del haz  
del experimento

Ayuda en la  
preparación  
experimentos



Experimento:



# Some other applications

## ✓ Health:

- “[A random walk Monte Carlo simulation study of COVID-19-like infection spread](#)”
- “[Human health risk assessment of toxic elements in South Korean cabbage, Kimchi, using Monte Carlo simulation](#)”

## ✓ Finance:

- “[Sensitivity estimation of conditional value at risk using randomized quasi-Monte Carlo](#)”
- “Complex system in finance: Monte Carlo evaluation of first passage time density function”

## ✓ Production:

- “[Robustness evaluation of production plans using Monte Carlo Simulation](#)”
- “[Monte Carlo Tree Search for online decision making in smart industrial production](#)”

## ✓ Transport:

- “[Three-dimensional \(3D\) Monte-Carlo modeling for UAS collision risk management in restricted airport airspace](#)”

## ✓ Engineering/Science:

- Design and optimization of graphene quantum dot-based luminescent solar concentrator using Monte-Carlo simulation
- “[Risk analysis of an underground gas storage facility using a physics-based system performance model and Monte Carlo simulation](#)”
- “Nonlinear robust fault diagnosis of power plant gas turbine using Monte Carlo-based adaptive threshold approach”