

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**CÁLCULO DE FLUXO DE POTÊNCIA  
EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO  
COM MODELAGEM A QUATRO FIOS**

**Luis Fernando Ochoa Pizzali**

**Antonio Padilha Feltrin**  
**Orientador**

Dissertação submetida à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica


Ilha Solteira – SP, Maio de 2003

# **CÁLCULO DE FLUXO DE POTÊNCIA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO COM MODELAGEM A QUATRO FIOS**

***Luis Fernando Ochoa Pizalli***

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA - CAMPUS DE  
ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

  
Prof. Dr. Antonio Padilha Feltrin – orientador

  
Prof. Dr. Osvaldo Ronald Saavedra Mendez

  
Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro

Ilha Solteira-SP, maio de 2003.

## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar agradeço a Deus que me deu força e vontade para superar os obstáculos e me fez chegar até o final deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, Ramón e Martha, pelo esforço, amor, carinho, compressão e por acreditarem em mim em todos os momentos da minha vida. Ficam guardados os exemplos de vida, paciência, compreensão e trabalho que eles inculcaram em mim.

Ao professor Antonio Padilha Feltrin, pela orientação, confiança, amizade e por contribuir pela minha formação profissional e realização deste trabalho.

Ao professor visitante Rade M. Ciric, pela orientação, confiança, amizade e por suas críticas e sugestões na realização deste trabalho.

Aos professores Rubén Romero Lázaro, José Roberto Sanches Mantovani e Dario Eliecer Rodas Rendón, pelas diversas sugestões na realização deste trabalho.

Aos meus companheiros da pós-graduação do DEE, especialmente aos membros do Grupo de Pesquisa de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica, por seu constante apoio.

Finalmente, agradeço à Elucid Solutions S.A. e à FEPISA – Fundação de Ensino, Pesquisa e Extensão de Ilha Solteira pelo apoio financeiro.

## Resumo

Na maioria dos *software* existentes de fluxo de potência os efeitos do cabo neutro são transferidos para os cabos de fase ( $a$ ,  $b$  e  $c$ ) usando a redução de Kron. Devido ao fato do cabo neutro e a terra não serem explicitamente representados, os valores de suas correntes e tensões permanecem desconhecidos. Em algumas aplicações, como análises de qualidade de energia e segurança, análise de perdas, etc., o conhecimento das correntes e tensões do cabo neutro e terra pode ser de especial interesse. Neste trabalho é proposta uma modelagem geral para redes de distribuição radiais considerando modelos a quatro fios com ou sem aterramento do neutro, e para diferentes modelos de transformadores e cargas. O modelo proposto é implementado em um algoritmo de fluxo de potência baseado na técnica *backward-forward*. Na metodologia proposta, ambos o cabo neutro e a terra são explicitamente representados. O problema do sistema de distribuição trifásico com retorno pela terra, como caso especial de uma rede a quatro fios, é também considerado. Os resultados obtidos para vários alimentadores teste, de média e baixa tensão, com carga desequilibrada, são apresentados e discutidos.

## **Abstract**

The neutral wire in most power flow software is usually merged into phase wires using Kron's reduction. Since the neutral wire and the ground are not explicitly represented, neutral wire and ground currents and voltages remain unknown. In some applications, like power quality and safety analyses, loss analysis, etc., knowing the neutral wire and ground currents and voltages could be of special interest. In this work, a general modeling for radial distribution networks considering a four-wire model with or without neutral grounding, and different transformers and loads models, is proposed. The presented model is based on the backward-forward technique. In this novel use of the technique, both the neutral wire and ground are explicitly represented. A problem of three-phase distribution system with earth return, as a special case of a four-wire network, is also elucidated. Results obtained from several case studies using medium and low voltage test feeders with unbalanced load, are presented and discussed.

# Índice

Agradecimentos .....	iii
Resumo .....	iv
Abstract .....	v
Índice de Figuras .....	ix
Índice de Tabelas .....	xiv
Capítulo I – Introdução .....	1
Capítulo II – Os Sistemas de Distribuição .....	4
2.1 Introdução .....	4
2.2 Características dos Sistemas de Distribuição .....	5
2.2.1 Subestações de Distribuição .....	5
2.2.2 Alimentadores Radiais .....	6
2.2.3 Os consumidores .....	7
2.3 Aterramento dos Sistemas de Distribuição na MT .....	7
2.4 Sistema Monofilar com Retorno Pela Terra (MRT) .....	10
2.4.1 Características do Sistema MRT .....	11
2.4.1.1 Sistema Monofilar sem Transformador de Isolamento .....	11
2.4.1.2 Sistema Monofilar com Transformador de Aterramento .....	12
2.4.1.3 Sistema Monofilar com Neutro Parcial .....	14

---

2.4.2 Aterramento para o Sistema MRT .....	14
2.4.2.1 Aspectos de Segurança .....	15
2.5 Utilidade de uma Modelagem Geral .....	16
2.6 Métodos de Cálculo de Fluxo de Potência Existentes .....	17
2.6.1 Métodos Tradicionais de Cálculo de Fluxo de Potência .....	18
2.6.2 Métodos de Cálculo de Fluxo de Potência Radial .....	19
2.6.3 Método de Cálculo de Fluxo de Potência Escolhido .....	26
Capítulo III – Modelagem das Linhas com Retorno pela Terra, Cargas e Transformadores .....	27
3.1 Introdução .....	27
3.2 Linha de Carson .....	27
3.3 Modelagem Trifásica .....	30
3.4 Modelagem das Cargas .....	32
3.4.1 Cargas conectadas em Estrela .....	33
3.4.1.1 Modelo Potência Constante .....	34
3.4.1.2 Modelo Impedância Constante .....	34
3.4.1.3 Modelo Corrente Constante .....	35
3.4.1.4 Modelo Combinado .....	35
3.4.2 Cargas conectadas em Delta .....	36
3.4.2.1 Modelo Potência Constante .....	36
3.4.2.2 Modelo Impedância Constante .....	37
3.4.2.3 Modelo Corrente Constante .....	37
3.4.2.4 Modelo Combinado .....	38
3.4.3 Cargas Bifásicas e Monofásicas .....	38
3.5 Modelagem Trifásica de Transformadores .....	38

---

3.5.1 Perdas no núcleo .....	39
3.5.2 Inclusão dos Modelos dos Transformadores na Matriz Admitância .....	40
3.5.2.1 Transformador $Y_g - Y_g$ .....	41
3.5.2.2 Transformador $Y_g - D$ .....	44
3.5.2.3 Transformador $D - Y_g$ .....	48
Capítulo IV – Fluxo de Potência Trifásico a Quatro Fios .....	52
4.1 Introdução .....	52
4.2 Representação Matricial .....	52
4.3 Modelagem do Sistema .....	53
4.4 O Algoritmo de Fluxo de Potência .....	54
4.5 Renumeração das Linhas e Nós do Sistema .....	57
4.6 Redes Fracamente Malhadas .....	57
Capítulo V – Aplicações a Sistemas Reais e Testes .....	60
5.1 Redes .....	60
5.1.1 Dados das Redes .....	60
5.2 Resultados .....	66
Capítulo VI – Conclusões Gerais .....	84
Apêndice A .....	86
Apêndice B .....	93
Referências Bibliográficas .....	102



## Índice de Figuras

Figura 2.1	Rede de distribuição típica .....	6
Figura 2.2	Sistema trifásico a quatro fios com neutro multi-aterrado .....	8
Figura 2.3	Sistema trifásico a três fios alimentado com um transformador em delta .....	8
Figura 2.4	Sistema trifásico a quatro fios com neutro aterrado em um único ponto .....	9
Figura 2.5	Sistema trifásico a três fios aterrado em um único ponto .....	9
Figura 2.6	Sistema trifásico a cinco fios .....	10
Figura 2.7	Sistema MRT sem transformador de Isolamento .....	12
Figura 2.8	Sistema MRT com transformador de Isolamento .....	13
Figura 2.9	Sistema MRT com neutro parcial .....	14
Figura 2.10	Diagrama unifilar do alimentador principal .....	21
Figura 2.11	Ramo do Sistema Radial .....	23
Figura 3.1	Linha de Carson .....	28
Figura 3.2	Linha trifásica com retorno pela terra [2] .....	31
Figura 3.3	Carga conectada em Estrela .....	33
Figura 3.4	Carga conectada em Delta .....	36
Figura 3.5	Modelo Completo do Transformador .....	39
Figura 3.6	Diagrama de Conexões do Transformador $Y_g - Y_g$ .....	42

Figura 3.7	Circuito Equivalente do Transformador $Y_g - Y_g$ .....	43
Figura 3.8	Modelo com Injeção de Correntes do Transformador $Y_g - Y_g$ .....	43
Figura 3.9	Modelo de Implementação do Transformador $Y_g - Y_g$ .....	44
Figura 3.10	Diagrama de Conexões do Transformador $Y_g - D$ .....	45
Figura 3.11	Circuito Equivalente do Transformador $Y_g - D$ .....	46
Figura 3.12	Modelo com Injeção de Correntes do Transformador $Y_g - D$ .....	47
Figura 3.13	Modelo de Implementação do Transformador $Y_g - D$ .....	47
Figura 3.14	Diagrama de Conexões do Transformador $Y_g - D$ .....	48
Figura 3.15	Circuito Equivalente do Transformador $D - Y_g$ .....	49
Figura 3.16	Modelo com Injeção de Correntes do Transformador $D - Y_g$ .....	50
Figura 3.17	Modelo de Implementação do Transformador $D - Y_g$ .....	50
Figura 4.1	Ramo trifásico a quatro fios, considerando a terra .....	52
Figura 4.2	Modelagem da linha de distribuição trifásica a quatro fios multi-aterrada .....	53
Figura 4.3	Numeração das Linhas para Redes de Distribuição Radial .....	54
Figura 4.4	Rede de Distribuição Fracamente Malhada .....	58
Figura 4.5	Representação do breakpoint trifásico usando injeções de correntes nodais .....	58
Figura 5.1	Rede BT-29 .....	62
Figura 5.2	Rede IEEE-34 .....	63
Figura 5.3	Rede EEVP-475 – Zona Rural .....	64
Figura 5.4	Rede EEVP-475 – Zona Urbana .....	65
Figura 5.5	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso BT-29 a quatro fios modelando a carga como Admitância Constante .....	67

---

Figura 5.6	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso BT-29 usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Admitância Constante .....	68
Figura 5.7	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso IEEE-34 a quatro fios modelando a carga como Potência Constante .....	68
Figura 5.8	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso IEEE-34 usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Potência Constante .....	69
Figura 5.9	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso IEEE-34 a quatro fios modelando a carga como Admitância Constante .....	69
Figura 5.10	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso IEEE-34 usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Admitância Constante .....	69
Figura 5.11	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) a quatro fios modelando a carga como Potência Constante .....	70
Figura 5.12	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Potência Constante .....	70
Figura 5.13	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) a quatro fios modelando a carga como Potência Constante .....	71
Figura 5.14	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Potência Constante .....	71

---

Figura 5.15	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) a quatro fios modelando a carga como Potência Constante .....	71
Figura 5.16	Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Potência Constante .....	72
Figura 5.17	Tensões de Neutro: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante .....	73
Figura 5.18	Correntes de Neutro: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante .....	73
Figura 5.19	Tensões de Neutro: Caso IEEE-34 a quatro fios e modelando a carga como Admitância Constante (AC) e Potência Constante (PC) .....	74
Figura 5.20	Correntes de Neutro: Caso IEEE-34 a quatro fios e modelando a carga como Admitância Constante (AC) e Potência Constante (PC) .....	74
Figura 5.21	Tensões de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) modelando a carga como Potência Constante .....	75
Figura 5.22	Correntes de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) modelando a carga como Potência Constante .....	75
Figura 5.23	Tensões de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) modelando a carga como Potência Constante .....	75
Figura 5.24	Correntes de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) modelando a carga como Potência Constante .....	76
Figura 5.25	Tensões de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) modelando a carga como Potência Constante .....	76
Figura 5.26	Correntes de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) modelando a carga como Potência Constante .....	76

---

Figura 5.27	Desequilíbrio de Tensões: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante .....	77
Figura 5.28	Desequilíbrio da Tensão: Caso IEEE-34 a quatro fios e modelando a carga como Potência Constante (PC) e Admitância Constante (AC) .....	78
Figura 5.29	Desequilíbrio de Tensões: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) modelando a carga como Potência Constante .....	78
Figura 5.30	Desequilíbrio de Tensões: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) modelando a carga como Potência Constante .....	79
Figura 5.31	Desequilíbrio de Tensões: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) modelando a carga como Potência Constante .....	79
Figura 5.32	Tensões de Terra: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante .....	80
Figura 5.33	Correntes de Terra: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante .....	80
Figura 5.34	Tensões de Terra: Caso IEEE-34 analisando retornos pela terra e modelando a carga como Potência Constante (PC) e Admitância Constante (AC) .....	81
Figura 5.35	Correntes de Terra: Caso IEEE-34 analisando retornos pela terra e modelando a carga como Potência Constante (PC) e Admitância Constante (AC) .....	81
Figura 5.36	Tensões de Terra: Caso IEEE-34 tendo a resistividade do solo como parâmetro e modelando a carga como Potência Constante .....	82
Figura 5.37	Tensões de Terra: Caso IEEE-34 tendo a resistividade do solo como parâmetro e modelando a carga como Potência Constante .....	82

## Índice de Tabelas

Tabela 3.1	Submatrizes Características dos Transformadores Trifásicos ..	40
Tabela 5.1	Injeções Ativas e Reativas de Potência – Rede de Distribuição BT-29 .....	61
Tabela 5.2	Injeções Ativas e Reativas de Potência – Rede de Distribuição IEEE-34 .....	62
Tabela 5.3	Injeções dos Capacitores – Rede De Distribuição de IEEE-34	63
Tabela A-I	Elementos da Matriz 5x5 ( $\Omega$ ) – Rede BT-29 .....	90
Tabela A-II	Elementos da Matriz 5x5 ( $\Omega$ ) – Rede IEEE-34 .....	92

# Capítulo I

## Introdução

As redes de distribuição trifásicas a quatro fios são amplamente adotadas nos sistemas modernos de distribuição de energia elétrica [1], [2], [3], [4] e [5]. Os sistemas trifásicos a quatro fios multi-aterrados apresentam baixo custo de instalação e melhor arranjo da sensibilidade das proteções contra faltas do que no sistema trifásico a três fios. No entanto, o sistema é normalmente operado em situações de desequilíbrio como resultado da configuração das cargas. A corrente do neutro pode ser maior que as correntes de fase se as cargas trifásicas forem excessivamente desequilibradas em alguns trechos. Este desequilíbrio é prejudicial para a operação do sistema, confiabilidade e segurança [6], [7] e [8]. Por tal motivo, é importante para os engenheiros compreenderem as características inerentes deste tipo de sistema de potência quando são executados estudos de planejamento e da operação.

Freqüentemente os engenheiros usam programas de fluxo de potência trifásicos para analisar sistemas de distribuição desequilibrados. No entanto, a maioria dos programas de fluxo de potência existentes são implementados para analisar sistemas trifásicos a três fios. Os efeitos do cabo neutro e do aterramento são transferidos aos cabos de fase através da redução de Kron ou simplesmente são desconsiderados para simplificar o estudo. Sob estas circunstâncias, os efeitos dos neutros e do aterramento do sistema nas características da rede não podem ser explorados. O cabo neutro e o sistema de aterramento são uma parte importante dos sistemas de distribuição a quatro fios. Esta característica afeta não só a operação, mas também a segurança de dispositivos e de seres humanos. Por exemplo, as correntes do neutro podem interferir

com os sistemas de comunicação e equipamentos eletrônicos, aumentar as perdas dos sistemas e diminuir a sensibilidade dos relés de falta à terra, etc. Além disso, o aterramento pode afetar o potencial da terra, correntes de falta à terra e correntes de dispersão à terra, etc. Estes problemas são todos muito importantes para o planejamento e a operação do sistema. O não conhecimento das correntes e tensões no neutro, leva à perda de parte das informações importantes para engenheiros da distribuição [4].

As construções dos neutros variam amplamente de país a país e ainda de concessionária a concessionária no mesmo país. Existem diferentes soluções técnicas considerando neutro para sistemas em média tensão: sistema sem neutro (Brasil), sistema com neutro isolado (Itália, Finlândia, Suíça), sistema com neutro multi-aterrado e conectado com o aterramento do consumidor (EUA, Grécia), sistema com neutro solidamente aterrado (Inglaterra), sistema com aterramento resistivo do neutro (França, Inglaterra), sistema com aterramento indutivo do neutro (Bélgica, Espanha, Portugal, Holanda), sistema compensado via Petersen (Alemanha), etc. [3].

Devido à radialidade dos alimentadores, à relação X/R e ao comprimento muito variável das linhas na distribuição, as técnicas iterativas comumente usadas em estudos de fluxo de potência nas redes de transmissão não podem ser adotadas devido às pobres características de convergência que apresentam. Nas últimas décadas, diferentes procedimentos para fluxo de potência na distribuição têm sido propostos [9], [10], [11], [12], [13] e [14]. A experiência mostra que usando o procedimento *backward-forward* orientado a ramos, são obtidos muito bons resultados na análise de redes de distribuição reais de grande porte.

Visando a análise dos efeitos do neutro e do aterramento, neste trabalho é generalizado o eficiente e robusto procedimento *backward-forward* trifásico orientado a ramos [10]. Em outras palavras, a representação 3x3 da rede é expandida a uma representação 5x5, considerando as três fases, um cabo neutro e um cabo terra fictício. O método de fluxo de potência desenvolvido é geral, e pode ser aplicado na maioria dos tipos de redes de distribuição: média tensão (MT); baixa tensão (BT); a três fios, quatro fios com neutro aterrado (solidamente) ou isolado; e a três fios ou um fio com retorno pela terra (MRT). O problema dos sistemas de distribuição trifásicos com retorno pela terra [16] é também explicado com a utilização do algoritmo de fluxo de potência



generalizado proposto, como caso especial das redes a quatro fios, que pode ser encontrado no Brasil, África do Sul, Islândia e Austrália, entre outros.

Este trabalho tem a seguinte organização:

No Capítulo II apresentam-se os sistemas de distribuição, as suas características, o seu aterramento, o sistema monofilar com retorno pela terra (MRT). Os métodos de cálculo de fluxo de potência existentes são apresentados e discutidos.

No Capítulo III apresenta-se a modelagem das linhas com retorno pela terra. As cargas e os transformadores nos sistemas de distribuição são também modelados.

No Capítulo IV apresenta-se o algoritmo de fluxo de potência com modelagem a quatro fios.

No Capítulo V os resultados obtidos a partir de duas redes reais, de média e baixa tensão, e uma rede IEEE, de média tensão, são apresentados e discutidos.

No Capítulo VI são feitas as considerações finais e as conclusões deste trabalho.

O principal objetivo deste trabalho é demonstrar que modelagens de linhas de ordem maior podem ser incluídas no procedimento de [10] com mudanças pequenas e assim determinar o efeito desta inclusão na exatidão da solução. Portanto, o produto final deste trabalho é um algoritmo geral para o cálculo de fluxo de potência em sistemas de distribuição.

# Capítulo II

## Os Sistemas de Distribuição

### *2.1 Introdução*

O estudo mais freqüente de um sistema elétrico, seja este de transmissão ou distribuição, é o cálculo das condições de operação em regime permanente (estado quase-estacionário). Nestes cálculos, as grandezas de interesse são as tensões nas diferentes barras da rede, fluxos de potência ativa e reativa em todas as linhas, perdas nas linhas e nos transformadores, etc.

Estudos desta natureza são de grande importância em sistemas já existentes, visando resolver problemas de operação econômica, regulação de tensão, etc.; como também no planejamento de novos sistemas, abordando verificar o comportamento dos elementos nas diversas alternativas, compensação shunt, derivações de transformadores, etc.

Com o intuito de realizar estudos mais rápidos e econômicos, têm-se desenvolvido eficientes computacionais de fluxo de potência. Nas últimas décadas, aproveitando a grande disponibilidade dos recursos computacionais aperfeiçoou-se cada vez mais a simulação dos sistemas elétricos utilizando técnicas numéricas. Esses algoritmos estão baseados fundamentalmente nos seguintes métodos: Gauss-Seidel indireto (matriz admitância de nós), Gauss-Seidel direto (matriz impedância de nós), Newton-Raphson completo e versões desacopladas (desacoplado e desacoplado rápido). No entanto, esses algoritmos têm sido planejados exclusivamente para sistemas de transmissão e subtransmissão, portanto na modelagem dos mesmos estão implícitas as características

básicas de tais sistemas: desequilíbrios desprezíveis, transposições, alto valor da razão  $X/R$  e susceptâncias capacitivas apreciáveis nas linhas, etc. Este fato faz com que a aplicação destes algoritmos nos sistemas de distribuição não ofereça bons resultados e muitas vezes dificuldades de convergência. Por tal motivo, as companhias distribuidoras utilizam frequentemente métodos de análise simplificados que satisfazem limitadamente suas necessidades de curto prazo.

A crescente necessidade de estudos mais refinados motiva o desenvolvimento de algoritmos especializados de análise para sistemas de distribuição, que contemplem todas as características que os distinguem dos demais.

## ***2.2 Características dos Sistemas de Distribuição***

As redes de distribuição apresentam características muito particulares e que as diferenciam das redes de transmissão. Entre estas características distinguem-se: a topologia radial, as múltiplas conexões (monofásica (MRT), bifásica, etc.), as cargas de distinta natureza, as linhas com resistências muitas vezes comparáveis à reatância e na maioria das vezes sem transposições.

### **2.2.1 Subestações de Distribuição**

As redes elétricas são usualmente classificadas em três níveis: ( $>100$  kV) alta tensão, ( $1 - 100$  kV) média tensão e ( $<1$  kV) baixa tensão, cada qual adaptada para interligar diferentes distâncias e consumidores. Na subestação de distribuição é reduzida a voltagem de subtransmissão à de média tensão (MT). Comumente, utiliza-se para o controle de tensão no lado de MT um transformador com regulador com TAPs variáveis ou um banco de condensadores. O regulador automático com TAPs em transformadores de potência AT/MT de sistemas de distribuição permite efetuar a regulação com carga conectada (*Load Tap Changer – LTC*). Para um perfil de carga pesada, fluem mais correntes pelas linhas o que provoca uma maior queda de tensão. Este problema atenua-se em parte com o regulador de tensão (*Voltage Regulator – VR*) que eleva a tensão na barra da subestação de potência.

### 2.2.2 Alimentadores Radiais

Os sistemas de distribuição aéreos são tipicamente radiais, isto é, que existe só um caminho para o fluxo de potência entre a subestação de distribuição (nó principal) e o consumidor (ver Figura 2.1). Um sistema de distribuição típico pode ser composto de uma ou mais subestações de um ou mais alimentadores.

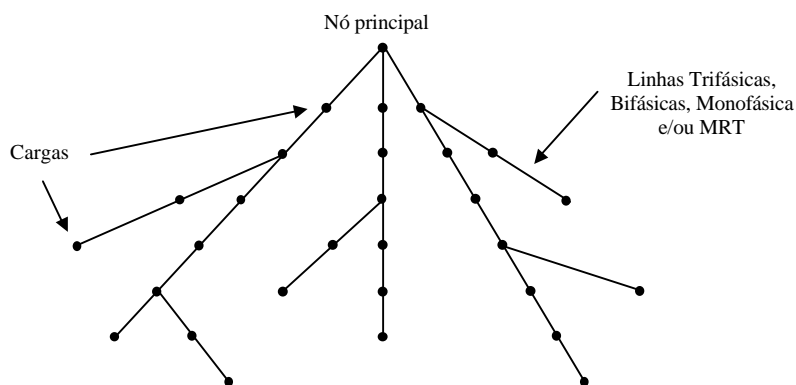


Figura 2.1. Rede de distribuição típica.

Um problema dos alimentadores radiais é a baixa confiabilidade. Esta pode ser aumentada utilizando um laço primário, o qual provê duas maneiras de alimentação em cada transformador. Neste sentido, qualquer trecho da rede pode ser isolado, sem interrupção, sendo que o tempo para localizar a falta e fazer o chaveamento necessário para restaurar o serviço é reduzido ao mínimo possível. Este procedimento pode ser feito de forma manual ou automática.

Contrariamente ao que sucede em sistemas de transmissão, na distribuição a resistência das linhas é comparável a sua reatância. Geralmente a razão  $X/R$  tem uma ampla faixa de variação, podendo chegar a ser muito menor do que 1.0.

Além disso, na distribuição praticamente não existem transposições devido o comprimento das linhas serem geralmente menores que 50 km. Isto motiva que as quedas de tensão devido aos acoplamentos entre as fases sejam desequilibradas. Por esse motivo, a modelagem mais exata das linhas é através de uma matriz simétrica cheia de  $3 \times 3$  ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ).

### 2.2.3 Os consumidores

Nestes sistemas podem-se encontrar muitos tipos de conexões: trifásicas, bifásicas ou monofásicas. Embora seja certo que na MT predominam as cargas trifásicas é freqüente encontrar cargas bifásicas, especialmente em zonas rurais. No entanto, é na BT onde se encontram as mais variadas conexões, consequência da grande quantidade de cargas residenciais de natureza monofásica. As companhias de distribuição tentam amortecer esses desequilíbrios que são gerados na BT repartindo equitativamente as cargas nas três fases.

Outro aspecto interessante na distribuição é a presença de cargas de distinta natureza. Os tipos de carga que comumente se encontram são: residenciais, comerciais, industriais e agro-industriais (estas últimas muito típicas em zonas rurais). Cada um desses tipos caracteriza-se por possuir um fator de potência típico e um determinado comportamento frente às variações de tensão e temperatura.

Por outro lado, a natureza desequilibrada de impedâncias e cargas destes sistemas não torna atrativa a transformação de componentes simétricas. A impossibilidade de desacoplar e modelar o sistema como uma rede de uma seqüência, torna mais complexa a análise de fluxo de potência. Portanto é necessário resolver este problema sobre uma base trifásica, com os componentes modelados de forma exata por fase.

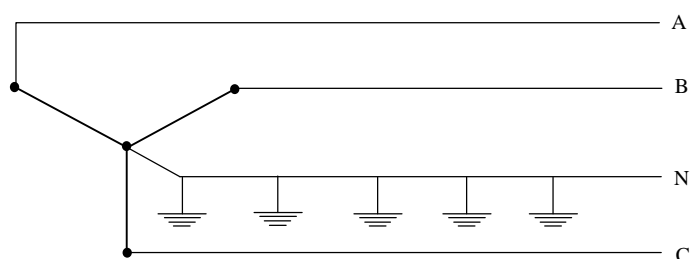
O algoritmo proposto neste trabalho inclui na sua modelagem todas as características antes mencionadas dos sistemas de distribuição.

## 2.3 Aterramento dos Sistemas de Distribuição na MT

Os sistemas de distribuição primários modernos são usualmente trifásicos a quatro fios multi-aterrados ou delta. Um sistema multi-aterrado a quatro fios, possui aterramento na subestação e um quarto cabo, o cabo neutro, é levado junto aos cabos das fases e aterrado periodicamente (ver Figura 2.2). Algumas empresas de distribuição fazem o aterramento só quatro vezes por milha enquanto outras fazem o aterramento em cada nó. Às vezes o transformador da subestação é aterrado através de uma impedância (aproximadamente  $1\ \Omega$ ) num esforço de diminuir os níveis das correntes de curto

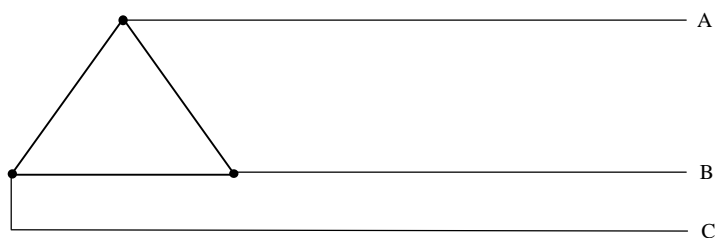
circuito. Algumas das mais importantes vantagens de um sistema trifásico a quatro fios multi-aterrado (em relação ao delta trifásico) são:

- Altas correntes de curto circuito permitindo um acionamento efetivo dos relés de sobrecorrente (principalmente relés de neutro);
- Baixo custo no serviço monofásico, especialmente no subterrâneo, devido a somente um cabo, chaves, fusíveis, etc., serem requeridos. Ao invés de duas vezes mais equipamento para o sistema delta.



**Figura 2.2. Sistema trifásico a quatro fios com neutro multi-aterrado.**

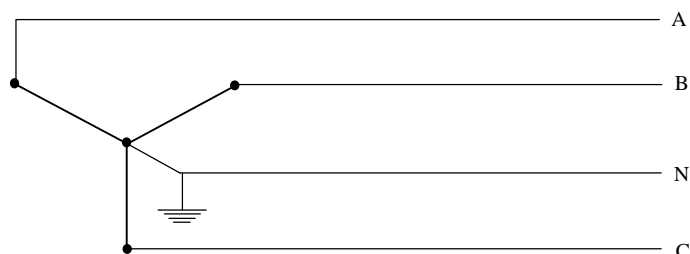
O segundo tipo de conexão mais popular para um sistema de distribuição é o sistema delta a três fios mostrado na Figura 2.3. Estes sistemas são mais antigos e geralmente utilizados em tensões menores do que os sistemas a quatro fios multi-aterrados. Eles são também muito populares nos sistemas de potência industriais. Embora ainda em uso, não são ativamente expandidos devido à falta de vantagens mostradas em relação ao esquema a quatro fios multi-aterrado. Este sistema apresenta melhor equilíbrio das fases em relação aos sistemas em estrela.



**Figura 2.3. Sistema trifásico a três fios alimentado com um transformador em delta.**

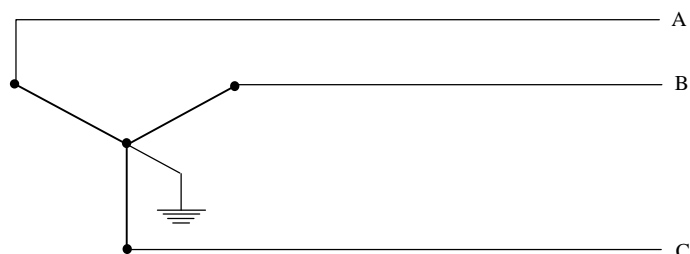
Os sistemas a quatro fios aterrados em um único ponto (Figura 2.4) são sistemas onde o condutor neutro é isolado em todos os pontos exceto na fonte. O condutor neutro

nestes sistemas é conectado ao ponto neutro dos enrolamentos do transformador fonte e à terra. A principal vantagem destes sistemas é a alta sensibilidade dos relés de falta à terra que pode ser obtida em relação aos sistemas multi-aterrados.



**Figura 2.4. Sistema trifásico a quatro fios com neutro aterrado em um único ponto.**

Nos sistemas trifásicos a três fios aterrados em um único ponto (Figura 2.5), os transformadores de distribuição monofásicos são conectados fase-a-fase. A conexão de transformadores de distribuição monofásicos ou trifásicos é usualmente delta-estrela aterrado ou delta-delta. A conexão estrela aterrado-delta é geralmente não utilizada devido ao fato de atuar como transformador de aterramento [30].

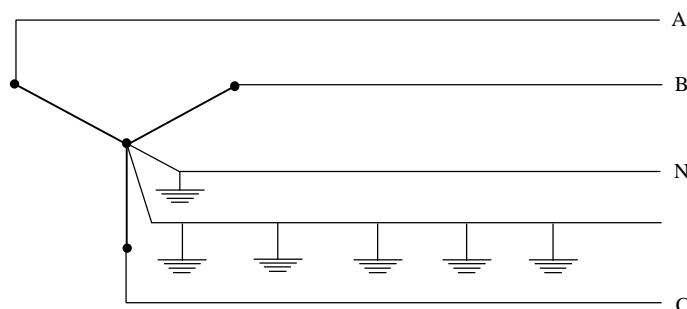


**Figura 2.5. Sistema trifásico a três fios aterrado em um único ponto.**

Recentemente, um projeto para a análise de sistemas de distribuição trifásicos a cinco fios foi desenvolvido na cidade de South Cooperstown, New York. Esse projeto teve a participação da EPRI, a Empire State Electric Energy Research Corporation, a New York State Electric and Gas Corporation e a New York State Energy Research and Development Authority.

Basicamente, além dos condutores trifásicos, o sistema a cinco fios (Figura 2.6) inclui um cabo neutro aterrado em um único ponto e um condutor separado multi-aterrado. As correntes primárias de desequilíbrio fluem através do neutro retornando ao transformador da subestação. Esta abordagem visa diminuir as tensões de fuga e os

campos eletromagnéticos, como também detectar mais facilmente as faltas de alta impedância [5], [28].



**Figura 2.6. Sistema trifásico a cinco fios.**

Os sistemas em estrela com neutro apresentados são alvo do presente estudo, devido à presença da modelagem 4x4 das linhas. O aterramento do neutro também propicia uma modelagem 5x5 na qual as correntes e tensões da terra podem ser conhecidas. A formulação matricial 5x5 pode ser utilizada também no sistema a cinco fios, obtendo-se correntes e tensões para cada um dos cabos existentes.

## ***2.4 Sistema Monofilar com Retorno Pela Terra (MRT)***

Uma possível solução para a eletrificação rural é o emprego do sistema Monofilar com Retorno por Terra (MRT). As linhas MRT são usadas principalmente onde a demanda de potência é muito baixa e a população rural muito dispersa. Esta solução é levada em conta quando o período de retorno do investimento não é necessariamente muito curto e soluções baratas de eletrificação precisam ser implementadas. Devido à distância coberta por estas linhas e à alta resistência dos condutores, as quedas de tensão através destas linhas são grandes. Devido aos problemas de compensação de tensão que aparecem nestes sistemas e à falta de equipamento, métodos alternativos para a regulação da tensão devem ser investigados [21].



### 2.4.1 Características do Sistema MRT

O Sistema Monofilar com Retorno pela Terra (MRT) constitui-se em um circuito elétrico para distribuição de energia através de um único fio. O retorno da corrente, como o próprio nome já esclarece, é efetuado através da terra.

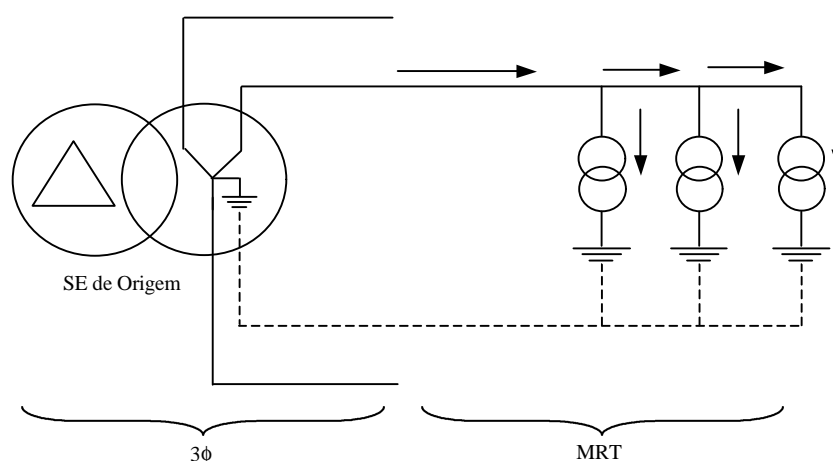
Este tipo de sistema é bem mais simples que um sistema trifásico convencional e, portanto, apresenta um custo inferior. Isso abre a possibilidade de utilizá-lo em regiões de baixa densidade populacional, característica marcante das zonas rurais.

A tecnologia MRT oferece uma significativa economia nos custos comparada com as soluções convencionais em certas aplicações. O sistema divide pela metade o número de condutores e isoladores a serem usados. Isto reduz a mão de obra para a construção da linha possibilitando postes mais leves. O sistema pode ser usado também para fornecer um conversor de fase, o qual converte uma alimentação monofásica em trifásica. Neste caso, um único fio substitui os quatro fios do sistema padrão trifásico ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  e neutro), permitindo que maiores economias sejam feitas. As redes MRT podem também ser modernizadas com a introdução de transformadores de isolamento adicionais quando a carga é aumentada, possibilitando uma implementação por etapas da infraestrutura e um investimento de capital adiado. O uso de postes menores e mais leves ajuda na construção em terrenos remotos e difíceis. O impacto visual é também muito menor, o que faz do sistema MRT adequado para áreas sensíveis ao meio ambiente.

Dependendo da natureza do sistema elétrico existente, dos tipos de sistemas de proteção, da carga a ser ligada e das características do solo onde será implantado, o sistema MRT pode apresentar diferentes versões [23].

#### 2.4.1.1 Sistema Monofilar sem Transformador de Isolamento

Constitui-se de um único condutor metálico ligado diretamente a uma das fases de uma linha trifásica, sendo o solo um caminho de retorno da corrente. Os transformadores de distribuição por eles alimentados têm seus enrolamentos primários ligados entre o condutor e solo, conforme se observa na Figura 2.7.



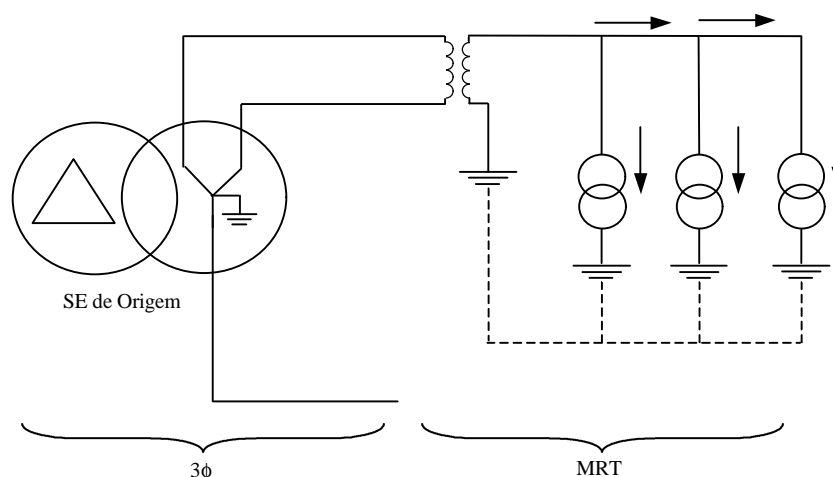
**Figura 2.7. Sistema MRT sem transformador de Isolamento.**

Este sistema só pode ser originado em alimentadores cuja saída da subestação de origem derive de um transformador com enrolamentos ligados em estrela-aterrado. No seu emprego deve-se procurar manter um adequado balanceamento de fases, com o objetivo de canalizar as correntes de retorno nas áreas servidas pelo sistema, reduzindo-se os riscos de atuação indevida dos dispositivos de proteção contra falta fase-terra da subestação.

Este sistema é o adotado no Brasil, tendo como principal vantagem o custo relativamente baixo ao conectar uma linha MRT com uma linha convencional. A desvantagem é seu efeito na proteção de falta à terra. A corrente da carga residual que passa pela terra retornará para o transformador fornecedor trifásico através do ponto de terra inicial [22].

#### *2.4.1.2 Sistema Monofilar com Transformador de Aterramento*

Consiste de um único condutor metálico partindo de um sistema trifásico através de um transformador de isolamento, tendo o solo como caminho de retorno da corrente. O transformador de isolamento tem seu enrolamento primário ligado a duas fases do sistema trifásico e o secundário entre o condutor metálico e a terra, conforme se vê na Figura 2.8.



**Figura 2.8. Sistema MRT com transformador de Isolamento.**

Para os casos onde o sistema deriva de uma ligação estrela-aterrado, sua utilização poderá vir a ser justificada aliando-se as seguintes vantagens:

- limitar a zona de circulação das correntes de retorno pela terra, evitando atuação indevida de dispositivos de proteção sensíveis à falta fase-terra de alta impedância;
- elevar a tensão para permitir o atendimento de uma área mais ampla em condições econômicas;
- limitar as correntes de curto circuito nas linhas MRT.

Como desvantagens, além do custo adicional do transformador de isolamento, pode-se destacar:

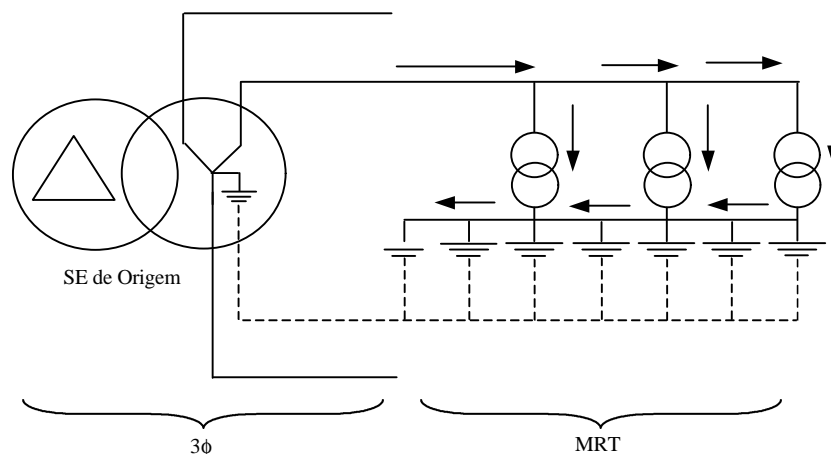
- limitação da capacidade do ramal à potência nominal do transformador de isolamento;
- limitação da potência do transformador de isolamento pela viabilidade de conseguir um aterramento seguro.

Por esses aspectos, sua aplicação deve ser acompanhada de um estudo técnico-econômico, no qual deve-se levar em conta, além dos fatores acima apresentados, outros tais como a extensão da área a ser atendida.

Esta solução é amplamente adotada na Austrália e na África do Sul.

### 2.4.1.3 Sistema Monofilar com Neutro Parcial

Consiste das interligações dos aterramentos dos transformadores do ramal MRT através de um condutor adicional. Desta forma, apresenta-se fisicamente como o sistema monofásico fase-neutro multi-aterrado, com a diferença de que o condutor neutro não está conectado à subestação de origem, conforme se observa na Figura 2.9.



**Figura 2.9. Sistema MRT com neutro parcial.**

Esta versão é empregada como solução para a utilização do MRT em regiões de solos de alta resistividade, quando se torna difícil obter valores de resistência de terra dos transformadores dentro dos limites máximos estabelecidos no projeto. Neste sistema, a interligação dos aterramentos dos transformadores forma uma única malha de terra, reforçada pelos aterramentos que podem ser acrescentados ao longo do ramal, contribuindo para baixar o valor da resistência equivalente em cada ponto.

### 2.4.2 Aterramento para o Sistema MRT

De modo geral, o aterramento de sistemas de alta tensão é meramente uma medida de proteção, pois a corrente flui no circuito de terra somente durante uma situação anormal. No entanto, no sistema MRT a corrente flui constantemente pela terra, surgindo a necessidade de um maior rigor para o aterramento destes sistemas.

A operação segura de qualquer sistema de distribuição exige a manutenção de baixas impedâncias de terra para garantir que os equipamentos de proteção operem em

condições de curto-circuito. Por isso, dentro de certos limites, o sistema MRT não apresenta maiores problemas que os encontrados nos sistemas convencionais, pressupondo-se que não ocorra nenhum acréscimo de resistência decorrente do aquecimento do solo circundante pela passagem da corrente de carga.

O aterramento do sistema MRT deverá ser adequadamente projetado e instalado, de maneira que apresente potenciais dentro dos limites de segurança, nas condições de qualquer tempo e estação.

O problema de obter aterramentos adequados para o sistema MRT é semelhante ao caso de exigência de baixa resistência de terra. As características indispensáveis são determinadas pela necessidade de se obter segurança e capacidade de corrente de carga [23].

#### *2.4.2.1 Aspectos de Segurança*

Os gradientes de tensão ao longo da superfície de terra, dentro e fora da malha de aterramento de uma subestação, podem ser elevados, pondo em risco homens e animais. Potenciais perigosos podem ocorrer quando elevadas correntes fluírem para o solo, seja por elevadas potências, seja por descargas atmosféricas.

A geometria do sistema de aterramento é, freqüentemente, mais complexa do que parece, e o conhecimento das características do subsolo é muitas vezes incompleto.

A primeira consideração a respeito do aterramento das linhas MRT é a proteção da vida de pessoas e animais. Estudos da ELETROBRÁS (1986) apontam o risco quando quedas de tensão no sistema de aterramento são superiores a 40 V. Na Austrália esse risco é reduzido através da aplicação de um coeficiente de segurança de 2 sobre 40 V, limitando a tensão máxima em 20 V em condições normais de operação. Com tal limitação o risco de morte é desprezível.

O risco associado com a queda de um condutor no solo para um sistema MRT é em geral menor do que o risco existente num sistema trifásico pelas seguintes razões:

- A queda do condutor MRT sobre o solo desenergiza a carga, enquanto que para um sistema trifásico a carga tem energia das duas outras fases.
- Os vãos do MRT são geralmente mais compridos e isto implica que um condutor caído resultará num maior contacto com o solo.
- A probabilidade de falha de uma linha é proporcional ao número de condutores e daí que uma linha MRT (fio único) tem uma vantagem com respeito da linha trifásica (três fios).

O método proposto proporciona a representação explícita da terra, isto é, a terra é modelada com um cabo o qual permite conhecer as correntes de retorno que circulam até a subestação e as tensões da terra.

## ***2.5 Utilidade de uma Modelagem Geral***

Nos últimos anos tem se notado um crescente interesse por desenvolver fluxos de potência especializados para sistemas de distribuição. Este interesse está baseado principalmente em duas fortes razões:

- As ferramentas de análise utilizadas até o momento não são as mais adequadas;
- A tendência da automatização dos sistemas de distribuição.

Como foi comentado, as principais ferramentas de análise disponíveis para resolver redes elétricas de distribuição são os fluxos de potência monofásicos desenvolvidos para sistemas de transmissão. Em geral, a aplicação direta de tais algoritmos a sistemas de distribuição apresenta, em muitos casos, más características de convergência [24].

Como consequência, as empresas de distribuição têm optado por usar, para estudos de planejamento e operação métodos simples de análise, os quais exigem entre outras coisas, uma grande simplificação na modelagem da rede (muitas vezes por falta de dados). Um destes estudos empregou como metodologia a redução da rede a um alimentador principal suplindo uma carga (no seu extremo) e um comprimento

equivalente [25]. Os resultados só permitiam conhecer de forma muito aproximada a queda de tensão total no extremo do alimentador e as perdas envolvidas. Outros estudos apontavam a distribuir a carga uniformemente numa área retangular e assim mostravam as relações entre a máxima queda de tensão, densidade da carga e tamanho e forma da área alimentada [26]. Técnicas para o cálculo aproximado de quedas de tensão e perdas em linhas com cargas uniformemente distribuídas ou áreas geométricas com densidades de carga constantes, são muito úteis devido a sua rapidez [32]. Estas abordagens eram utilizadas principalmente em planejamento. No entanto, os resultados de estudos tão generalizados dificilmente podiam ser aplicados diretamente para a resolução de problemas específicos como: fluxos de potência em ramais distintos da rede, tensão num determinado nó, fator de potência analisado desde um certo ponto da rede, etc. Além disso, devido ao erro dos cálculos as decisões a serem tomadas podiam não ser as mais acertadas, produzindo-se assim gastos não necessários para a empresa.

Nos países desenvolvidos (E.U.A. e alguns países da Europa) tem-se justificado em termos econômicos uma automação dos sistemas de distribuição cada vez mais completa. Chaves de controle remotas, telemetria e controle da iluminação pública são algumas das automações já implementadas. Um aumento na automação implica em um desenvolvimento paralelo do *hardware* e *software* utilizados. O *software* deveria interagir com a rede processando a informação recebida através dos medidores. Um cálculo de fluxo de potência trifásico eficaz, rápido, computacionalmente eficiente e que contemple todas as características já apontadas das redes de distribuição (acoplamentos, desequilíbrios, etc.) é parte importante deste *software*.

## ***2.6 Métodos de Cálculo de Fluxo de Potência Existentes***

Nesta parte serão analisados distintos métodos de fluxo de potência factíveis de serem utilizados, com o intuito de escolher e construir um algoritmo trifásico especializado para sistemas de distribuição. Primeiramente serão comentados os métodos tradicionais para posteriormente analisar os fluxos de potência radiais especificamente construídos para estes sistemas.

Na escolha do método mais adequado devem ser tomados em conta fatores como: rapidez de convergência, tempo de processamento, precisão e a facilidade de incluir novos modelos de componentes.

### 2.6.1 Métodos Tradicionais de Cálculo de Fluxo de Potência

Como foi mencionado, os estudos realizados sobre os métodos tradicionais: Gauss-Seidel, Newton-Raphson, etc., não mostram bons resultados quando são aplicados a redes de distribuição.

O método Gauss-Seidel indireto caracteriza-se por ser relativamente insensível às tensões iniciais estimadas, seu pouco requerimento de memória computacional (a Matriz de Admitância nodal  $Y$  é muito esparsa devido à configuração radial do sistema em estudo) e sua simples programação. No entanto, sua lenta convergência, acentuada nos sistemas radiais, o faz pouco atrativo. Esta lentidão deve-se principalmente ao não aproveitamento da natureza esparsa da matriz  $Y$ . A característica radial dos sistemas faz com que os valores da diagonal da matriz  $Y$  sejam pequenos. Logo, como o perfil de tensões da próxima iteração é inversamente proporcional a tais valores. Dessa forma, serão produzidas grandes oscilações da tensão tornando lenta a convergência.

Entretanto, os métodos Newton-Raphson completo e as versões desacopladas são amplamente conhecidos por suas excelentes características de convergência, sobretudo nas versões desacopladas. A principal desvantagem do Newton-Raphson completo consiste em ter que calcular e inverter para cada iteração a matriz Jacobiana, que é aproximadamente duas vezes o tamanho da matriz  $Y$ . Como a estrutura da matriz Jacobiana tem as mesmas características de esparsidade da matriz  $Y$ , é possível utilizar técnicas de bifatorização na inversão, reduzindo os tempos de processamento. Entretanto, as versões desacopladas contemplam uma série de aproximações que simplificam a matriz Jacobiana, fazendo menor o tempo de cada iteração. No entanto, estas aproximações consideram valores da razão  $X/R$  que não são efetivos em todos os sistemas de distribuição. Portanto, estes métodos não são atrativos de serem aplicados nestes sistemas, considerando que redes secundárias serão também analisadas.



O método de Gauss-Seidel direto é mais confiável que o método prévio (difícilmente diverge). Além disso, embora as tensões apresentem convergência de oscilações maiores do que no método indireto, o processo global converge muito mais rápido. Também, é menos dependente do tamanho do sistema. Isto acontece já que a matriz de impedância de nós (matriz  $Z$ ) é cheia e fornece um bom acoplamento matemático entre as tensões de barras, isto é, uma melhoria no valor de uma tensão (na média e baixa tensão) afeta imediatamente o cálculo das próximas tensões. No entanto, a principal desvantagem é a grande memória computacional requerida para armazenar explicitamente a matriz  $Z$  e o grande tempo de processamento para sua obtenção. Este problema pode ser solucionado armazenando a matriz  $Y$  e invertendo-a em cada iteração para obter a matriz  $Z$ . Isto reduz significativamente a quantidade de memória, mas ao mesmo tempo, produz um grande aumento na carga computacional. Por tais motivos, as publicações atuais dedicadas a sistemas de distribuição apontam na sua maioria ao desenvolvimento de fluxos de potência para redes radiais, ficando descartados os métodos descritos.

### 2.6.2 Métodos de Cálculo de Fluxo de Potência Radial

Os métodos de fluxo de potência radial têm sido aperfeiçoados e sua principal característica é o aproveitamento da topologia radial dos sistemas de distribuição. Os mais usados, dentro dos métodos orientados a ramos (*branch-oriented methods*), são:

- Método Escalonado (*Ladder Method*);
- Método Soma de Correntes (*Current Summation Method*);
- Método Soma de Potências (*Power Summation Method*).

Fazendo um resumo pode-se afirmar que estes métodos são só uma extensão da forma geral do método iterativo de Gauss-Seidel. O Método Escalonado [32] resolve a rede à montante (em direção do nó fonte), supondo previamente um perfil de tensão, aplicando diretamente as leis de corrente e tensão de Kirchhoff até chegar ao nó fonte. Deste modo é possível calcular a tensão do nó fonte. O erro obtido entre este valor e o especificado será somado ao perfil de tensão previamente suposto de tal modo que se

obtenha um novo perfil de tensão para a próxima iteração. A convergência é atingida quando a tensão resultante do nó fonte é a especificada.

Os métodos restantes constam de dois processos: à montante e à jusante. No processo à montante, previamente suposto um perfil de tensão, calculam-se as correntes (Soma de Correntes) ou as potências nodais (Soma de Potências), segundo cada caso. No processo à jusante obtém-se novos valores para as tensões, a partir do cálculo anterior. Estes valores de tensão são os que serão utilizados na próxima iteração. Finalmente, a convergência é checada com a tensão ou com a potência especificada.

Estes métodos aplicados a sistemas de distribuição em geral mostram melhores características de convergência (rapidez e confiabilidade) do que os tradicionais, segundo é descrito em [9], [10], [11], [40].

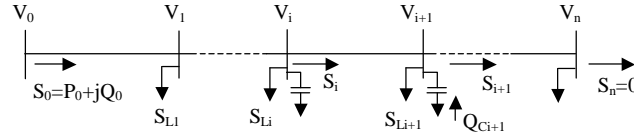
Por outro lado, o Método Escalonado tem como principal desvantagem o fato de limitar a profundidade dos subalimentadores (ramais laterais) do sistema, pois cada um deles necessita de subiterações. Além disso, sua característica de convergência não é boa para sistemas carregados [27]. Por estas razões este método não é o mais atrativo.

O Método de Soma de Correntes não tem sido referenciado com detalhes na literatura o que torna difícil a comparação com os métodos restantes. Porém, uma discussão em [9] o compara com o método de Soma de Potências. A discussão aponta que o uso da Soma de Potências apresenta um erro menor (dependente apenas das perdas do sistema) no processo iterativo do que a Soma de Correntes (erro dependente da tensão inicial). No entanto, o método de Soma de Correntes tem sido testado em diferentes cenários de carga e dimensão de redes, sem apresentar problemas de convergência [9].

A seguir descreve-se brevemente alguns dos métodos para o cálculo de fluxos de potência radiais para sistemas de distribuição mais destacados na literatura especializada, em ordem cronológica.

*M. E. Baran e F. F. Wu, 1989 [34]*

O sistema de distribuição considerado consiste de um alimentador radial. O diagrama unifilar de tal alimentador com  $n$  ramos/nós é mostrado na Figura 2.10.



**Figura 2.10. Diagrama unifilar do alimentador principal.**

Se a potência fornecida pela subestação for conhecida, a potência e a tensão do nó à jusante também o serão. Assim, obtém-se as seguintes fórmulas recursivas para cada ramo do alimentador:

$$P_{i+1} = P_i - r_{i+1}(P_i^2 + Q_i^2)/V_i^2 - P_{Li+1} \quad (2.1i)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - x_{i+1}(P_i^2 + Q_i^2)/V_i^2 - Q_{Li+1} + Q_{Ci+1} \quad (2.1ii)$$

$$V_{i+1}^2 = V_i^2 - 2(r_{i+1}P_i + x_{i+1}Q_i) + (r_{i+1}^2 + x_{i+1}^2)(P_i^2 + Q_i^2)/V_i^2 \quad (2.1iii)$$

Sendo,

$r_i$	resistência da linha à montante do nó $i$ ;
$x_i$	reatância da linha à montante do nó $i$ ;
$P_i, Q_i$	fluxos de potência ativa e reativa no ramo à montante do ramo $i+1$ que conecta o nó $i$ com o nó $i+1$ ;
$P_{Li}, Q_{Li}$	fluxos de potência ativa e reativa da carga no nó $i$ ;
$V_i$	valor da tensão do nó $i$ ; e
$Q_{ci}$	injeção de potência reativa do capacitor no nó $i$ .

A Eq. (2.1) é chamada de “equação do fluxo do ramo” e tem a seguinte forma:

$$x_{0i+1} = f_{0i+1}(x_{0i}) \quad (2.2)$$

Sendo,  $x_{0i+1} = [P_i \ Q_i \ V_i^2]^T$ .

Têm-se as seguintes condições terminais:

(i) na subestação; seja a tensão da subestação  $V^{sp}$ , logo

$$x_{00_3} = V_0^2 = V^{sp2} \quad (2.3i)$$

(ii) no final do alimentador principal;

$$x_{0n_1} = P_n = 0 \quad ; \quad x_{0n_2} = Q_n = 0 \quad (2.3ii)$$

As  $3n$  equações de fluxo de ramo de (2.2) junto com as 2 condições limitantes de (2.3) constituem o sistema de equações e são referenciados como “Equações *DistFlow*”. Elas são da forma:

$$G(x_0) = 0 \quad (2.4)$$

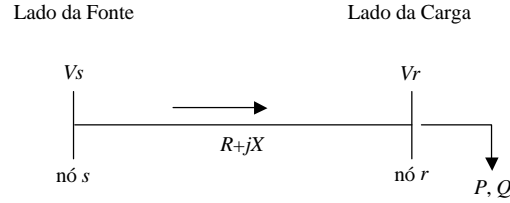
Sendo,  $x_0 = [x_{00}^T \cdots x_{0n}^T]^T$  as variáveis de ramo.

Esta metodologia é generalizada para incluir ramais laterais. A solução das “Equações *DistFlow*” é feita usando o método iterativo Newton-Raphson, o qual requer da elaboração de uma matriz jacobiana que tem que ser invertida no processo. O esforço computacional que precisa este método fica em evidência na análise de sistemas de grande porte, sendo três vezes maior na modelagem trifásica.

*R. Cespedes, 1990 [35]*

O método está baseado na equivalência elétrica e na eliminação do ângulo de fase nas equações a serem resolvidas, o que permite obter a solução exata trabalhando apenas com os módulos das tensões. A valor do ângulo da tensão não é importante na maioria dos estudos relacionados com os níveis de tensão na distribuição. Além do mais, a diferença entre os valores dos ângulos da tensão no alimentador não excede uns poucos graus. O algoritmo é aplicável no cálculo de fluxo de potência monofásico e trifásico.

A solução proposta para o problema de fluxo de potência é resolver para cada ramo a equação básica (2.5) que utiliza a Figura 2.11.



**Figura 2.11. Ramo do Sistema Radial.**

$$V_r^4 + [2 \cdot (PR + QX) - V_s^2] \cdot V_r^2 + (P^2 + Q^2) \cdot (R^2 + X^2) = 0 \quad (2.5)$$

Sendo,

$s$	nó fonte;
$r$	nó à jusante;
$V_s$	módulo da tensão do nó fonte;
$V_r$	módulo da tensão à jusante;
$P, Q$	cargas ativa e reativa; e
$R, X$	resistência e reatância do ramo.

A Eq. (2.5) não depende do ângulo da tensão, o que simplifica a formulação do problema. Na solução proposta  $P$  e  $Q$  são as cargas totais alimentadas pelo nó  $r$ , incluindo a carga do nó e aquelas alimentadas por ele, além das perdas.

As perdas de potências ativa e reativa são calculadas da seguinte maneira:

$$L_p = R \cdot (P^2 + Q^2) / V_r^2 \quad (2.6)$$

$$L_q = X \cdot (P^2 + Q^2) / V_r^2 \quad (2.7)$$

Sendo,

$L_p$	perdas ativas do ramo; e
$L_q$	perdas reativas do ramo.

O processo iterativo começa com o cálculo das potências equivalentes em cada nó somando todas as cargas da rede que são alimentadas por cada nó incluindo as perdas. Esta é chamada de iteração à montante desde os nós finais até o nó fonte. Logo, começando desde o nó fonte e usando (2.5), calcular a tensão  $V_r$  para cada nó. Esta é chamada de iteração à jusante, desde o nó fonte até os nós finais. Posteriormente, com as novas tensões recalcular as perdas. Se a variação da perda total respeito do valor previamente calculado é maior do que uma tolerância especificada, ir à iteração à montante. Caso contrário, calcular outros parâmetros requeridos, como as correntes por exemplo.

*S. K. Goswami e S. K. Basu, 1992 [36]*

O método apresentado neste artigo inicialmente desconsidera os efeitos das perdas assumindo que a potência total que passa por um nó (“potência somada”) é acumulada no mesmo nó. A tensão nos nós é calculada iterativamente conhecendo a tensão do nó à montante e determinando a perda na linha. Os cálculos das tensões e a determinação das perdas são então efetuados para todos os nós e linhas da rede. A perda total de potência na parte da rede à jusante do nó é chamada de “perda de potência somada”. Depois que uma iteração é completada, as “perdas de potência somadas” são conhecidas em todos os nós. A iteração seguinte será realizada modificando a “potência somada” adicionando as “perdas de potência somadas”.

O processo começa com a tensão conhecida na subestação para calcular a tensão no nó à jusante dela, o qual é logo repetido para a rede inteira. O primeiro passo para a solução é calcular as “potências somadas” em todos os nós. O segundo é calcular as tensões nos nós e as perdas nas linhas. O terceiro e último é calcular as “perdas de potência somadas” em todos os nós e ir depois ao primeiro passo. O processo continua até que as diferenças entre as perdas calculadas em duas iterações estejam dentro dos limites.

Goswami e Basu apresentam uma metodologia para a implementação computacional do algoritmo e aponta que os resultados obtidos com o algoritmo, são aproximados.

*C. S. Cheng e D. Shirmohammadi, 1995 [10]*

Esta metodologia está baseada no cálculo das correntes. Este método foi inicialmente proposto para redes monofásicas em 1988 [9] e adaptado para redes trifásicas em [10]. O algoritmo assume um perfil de tensões, calculando logo as injeções de correntes para tal condição. Posteriormente, são obtidos os fluxos de corrente nas linhas começando pelas mais distantes da subestação até as mais próximas dela (*backward sweep*). Usando as correntes nas linhas, é iniciado o processo à jusante onde são calculadas tensões em todos os nós começando pela subestação em direção aos nós mais distantes (*forward sweep*). Estes três últimos passos deverão ser repetidos até que a convergência seja atingida. A metodologia inclui também uma proposta de renumeração para melhorar o desempenho computacional do algoritmo.

*F. Zhang e C. S. Cheng, 1997 [37]*

Neste trabalho o método modificado de Newton para sistemas de distribuição radiais é derivado de tal forma que a matriz Jacobiana fique na forma  $UDU^T$ , sendo  $U$  a matriz triangular superior constante dependente apenas da topologia do sistema e  $D$  uma matriz diagonal de blocos resultante da estrutura radial e propriedades especiais do sistema de distribuição. Com esta formulação os passos convencionais para a formação da matriz Jacobiana são substituídos por varreduras à montante (*backward*) e à jusante (*forward*) nos alimentadores radiais com impedâncias equivalentes, para assim calcular a correção incremental das variáveis de estado.

As vantagens desta metodologia incluem:

- (1) é um método Newtoniano portanto pode ser estendido para outras aplicações tais como estimação de estado;
- (2) a matriz Jacobiana na forma  $UDU^T$  não precisa ser explicitamente formada, e as varreduras *backward* e *forward* são diretamente baseadas nas equações linearizadas de fluxo de potência. Assim, possíveis maus condicionamentos associados com a matriz Jacobiana e seus fatores  $LU$  são completamente evitados; e

- (3) os resultados dos testes têm mostrado que o método é tão robusto e eficiente quando o método de varredura *backward-forward* [9].

### 2.6.3 Método de Cálculo de Fluxo de Potência Escolhido

Uma análise da literatura especializada mostra que são duas as técnicas mais utilizadas para o cálculo de fluxo de potência em sistemas de distribuição: uma baseada no método de Newton envolvendo formação de matrizes jacobianas e cálculo do erro no fim do alimentador e dos ramais laterais [34], e outra baseada em varreduras à montante e à jusante envolvendo cálculo das correntes nos ramos [9], [10].

Um estudo que compara ambos métodos em [40] demonstra que a sensibilidade para diferentes cenários de cargas e variação da relação  $X/R$  é menor no método em [9]. Exemplos como o desenvolvimento do software DISFLO aplicado na Companhia PG&E (EUA) [9] e a implementação do algoritmo na empresa Elektrovojvodina (Iugoslávia) [31], entre outros, além da fácil implementação computacional, fazem com que o método escolhido para o desenvolvimento do algoritmo de fluxo de potência trifásico a quatro fios seja o método de Soma de Correntes com varredura *backward-forward* [9]. A modelagem completa do método será apresentada no Capítulo IV.



## Capítulo III

# Modelagem das Linhas com Retorno pela Terra, Cargas e Transformadores

### *3.1 Introdução*

Apresenta-se a modelagem completa das redes trifásicas, com ou sem condutor neutro e retorno pela terra. As modelagens das cargas nos sistemas de distribuição e dos transformadores com diferentes conexões são também apresentadas.

### *3.2 Linha de Carson*

O artigo de Carson [16] descreve as impedâncias de um condutor com retorno pela terra. A metodologia foi republicada no NAPS (North American Power Symposium) 2000 como uma das melhores contribuições do último século [38]. Carson considera um condutor único paralelo ao solo (Figura 3.1), conduzindo uma corrente  $I_a$  com retorno através do circuito  $g$ - $g'$  abaixo da superfície da terra (com resistividade uniforme e sendo de extensão infinita). A linha de Carson pode ser representada por um condutor único com retorno e com um raio médio geométrico (RMG) de 1 metro (ou 1 pé, dependendo das unidades utilizadas), localizado a uma distância de  $D_{ag}$  metros abaixo a linha aérea, sendo  $D_{ag}$  uma função da resistividade da terra ( $\rho$ ) [2].

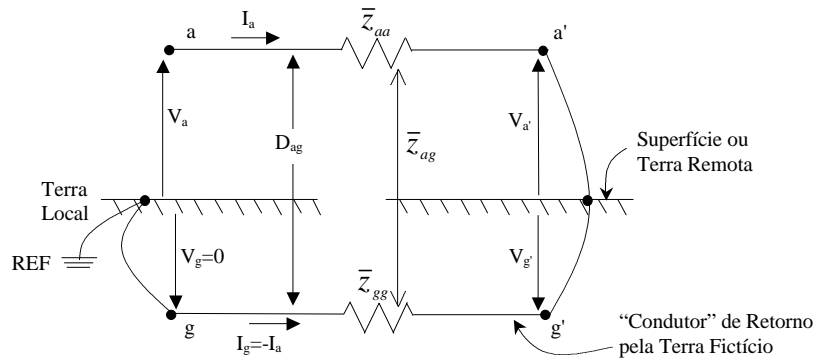


Figura 3.1. Linha de Carson.

Assim, para a linha de Carson:

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{gg'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_g - V_{g'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{aa} & \bar{z}_{ag} \\ \bar{z}_{ag} & \bar{z}_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ -I_a \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} \quad (3.1)$$

sendo  $V_a$ ,  $V_{a'}$ ,  $V_g$  e  $V_{g'}$  todas medições com relação à mesma referência, e  $V_g = 0$ .

Logo, subtraindo as duas equações:

$$V_a = (\bar{z}_{aa} + \bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{ag}) I_a = z_{aa} I_a \quad (3.2)$$

Assim,

$$z_{aa} \cong \bar{z}_{aa} + \bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{ag} \quad (3.3)$$

sendo que  $\bar{z}_{aa}$  representa a impedância própria da linha, e  $(\bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{ag})$  é a correção causada pela presença da terra.

O cálculo de  $\bar{z}_{aa}$  se reduz ao uso das equações de Carson considerando o solo como um condutor perfeito:

$$\bar{z}_{aa} = r_a + j4\pi \cdot 10^{-4} f \cdot \ln \left( \frac{2h_a}{RMG_a} \right) \Omega/\text{km} \quad (3.4)$$

Sendo

$r_a$  a resistência do cabo da fase  $a$  em  $\Omega/\text{km}$ ;

- $h_a$  a altura do cabo  $a$  em metros;  
 $RMG_a$  o raio médio geométrico do cabo da fase  $a$  em metros;  
 $f$  a frequência.

Igualando o termo de correção em (3.3) à equação simplificada de Carson (na qual os termos que incluem funções trigonométricas são eliminados) para a correção da impedância própria, obtém-se:

$$\begin{aligned} \bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{ag} = & 8\pi \cdot 10^{-4} f \cdot \left( \frac{\pi}{8} \right) \\ & + j8\pi \cdot 10^{-4} f \cdot \left( -0.0386 + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2}{5.619842 \cdot 10^{-3} \cdot h_a \cdot \sqrt{f/\rho}} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

em que  $\rho$  a resistividade do solo.

Reordenando os termos:

$$\begin{aligned} \bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{ag} = & \pi^2 \cdot 10^{-4} f - j0.0386 \cdot 8\pi \cdot 10^{-4} f \\ & + j4\pi \cdot 10^{-4} f \cdot \ln \frac{2}{5.6198 \cdot 10^{-3}} + j4\pi \cdot 10^{-4} f \cdot \ln \frac{\sqrt{\rho/f}}{h_a} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Analisando o lado direito de (3.6), pode-se identificar somente os termos dependentes da frequência. Esses três termos representam a impedância própria do solo  $\bar{z}_{gg}$ . Então, a impedância própria do solo  $\bar{z}_{gg}$  e a impedância mútua  $\bar{z}_{ag}$  da Figura 3.1 e (3.3) são:

$$\bar{z}_{gg} = \pi^2 \cdot 10^{-4} f - j0.0386 \cdot 8\pi \cdot 10^{-4} f + j4\pi \cdot 10^{-4} \cdot f \cdot \ln \frac{2}{5.6198 \cdot 10^{-3}} \quad (3.7)$$

$$\bar{z}_{ag} = -\frac{1}{2} \cdot j4\pi \cdot 10^{-4} f \cdot \ln \frac{\sqrt{\rho/f}}{h_a} = j2\pi \cdot 10^{-4} f \cdot \ln \frac{h_a}{\sqrt{\rho/f}} \quad (3.8)$$

Portanto a linha de Carson fica completamente representada em (3.4), (3.7) e (3.8), tendo assim a vantagem de possuir a terra como condutor fictício.

### 3.3 Modelagem Trifásica

Para modelar a linha trifásica procede-se similarmente à metodologia usada para a linha de Carson. Com a finalidade de representar a impedância de uma linha trifásica a três fios com retorno pela terra será utilizada a seguinte matriz 4x4:

$$[Z_{\text{linha } 3\phi \text{ 3fios}}] = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} & \bar{Z}_{ag} \\ \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} & \bar{Z}_{bg} \\ \bar{Z}_{ac} & \bar{Z}_{bc} & \bar{Z}_{cc} & \bar{Z}_{cg} \\ \bar{Z}_{ag} & \bar{Z}_{bg} & \bar{Z}_{cg} & \bar{Z}_{gg} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Esta matriz apresenta a impedância própria ( $\bar{Z}_{gg}$ ) e as mútuas da terra ( $\bar{Z}_{ag}$ ,  $\bar{Z}_{bg}$ ,  $\bar{Z}_{cg}$ ), com as quais se considera a terra como um condutor fictício. Os elementos da submatriz 3x3 em (3.9), que contempla as impedâncias próprias e mútuas das fases  $a$ ,  $b$  e  $c$ , são calculadas utilizando as equações de Carson considerando o solo como um condutor perfeito. Assim, para a fase  $a$ , a impedância própria é:

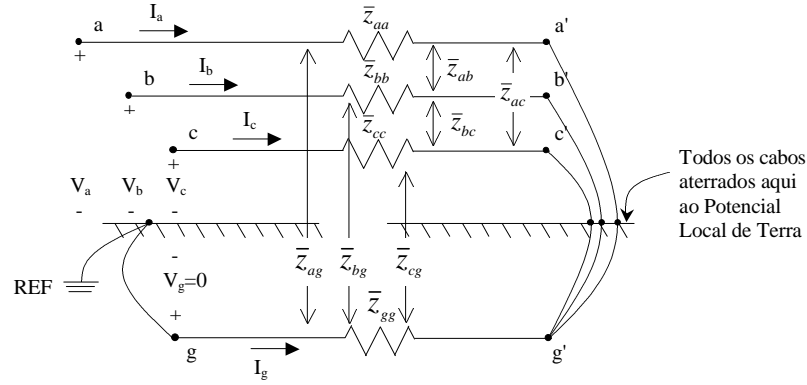
$$\bar{Z}_{aa} = r_a + j4\pi \cdot 10^{-4} f \cdot \ln \left( \frac{2h_a}{RMG_a} \right) \Omega/\text{km} \quad (3.10)$$

e a impedância mútua entre as fases  $a$  e  $b$  é:

$$\bar{Z}_{ab} = j4\pi \cdot 10^{-4} f \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{d_{ab}^2 + (h_a + h_b)^2}}{\sqrt{d_{ab}^2 + (h_a - h_b)^2}} \right) \Omega/\text{km} \quad (3.11)$$

em que  $d_{ab}$  é a distância horizontal entre os cabos das fases  $a$  e  $b$  em metros.

Para o cálculo da impedância própria e das mútuas da terra utiliza-se o modelo do retorno pela terra proposto em [2] para uma linha trifásica (Figura 3.2).



**Figura 3.2. Linha trifásica com retorno pela terra.**

Assim, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ab} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ac} & z_{bc} & z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Sendo que  $I_g = -(I_a + I_b + I_c)$  devido ao fato de que as fases estão aterradas no mesmo ponto.

Logo, as equações de queda de tensão são dadas por:

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \\ V_{gg'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_g - V_{g'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{aa} & \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{ag} \\ \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{bb} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{bg} \\ \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{cc} & \bar{z}_{cg} \\ \bar{z}_{ag} & \bar{z}_{bg} & \bar{z}_{cg} & \bar{z}_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_g \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Além disso, a condição da conexão no lado final da linha permite escrever:

$$V_{a'} - V_{g'} = 0, \quad V_{b'} - V_{g'} = 0, \quad V_{c'} - V_{g'} = 0 \quad (3.14)$$

Desde que  $V_g = 0$ , subtraí-se a quarta linha de (3.13) da primeira com o resultado:

$$\begin{aligned} V_a - (V_{a'} - V_{g'}) &= (\bar{z}_{aa} - 2\bar{z}_{ag} + \bar{z}_{gg})I_a + (\bar{z}_{ab} - \bar{z}_{ag} - \bar{z}_{bg} + \bar{z}_{gg})I_b \\ &\quad + (\bar{z}_{ac} - \bar{z}_{ag} - \bar{z}_{cg} + \bar{z}_{gg})I_c \end{aligned} \quad (3.15)$$

Por conveniência a equação (3.15) pode ser expressa na forma:

$$V_a = z_{aa}I_a + z_{ab}I_b + z_{ac}I_c \quad (3.16)$$

Assim, analogamente para as fases  $b$  e  $c$ , tem-se:

$$z_{aa} = \bar{z}_{aa} + \bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{ag} \quad (3.17a)$$

$$z_{bb} = \bar{z}_{bb} + \bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{bg} \quad (3.17b)$$

$$z_{cc} = \bar{z}_{cc} + \bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{cg} \quad (3.17c)$$

$$z_{ab} = \bar{z}_{ab} - \bar{z}_{ag} - \bar{z}_{bg} + \bar{z}_{gg} \quad (3.18a)$$

$$z_{ac} = \bar{z}_{ac} - \bar{z}_{ag} - \bar{z}_{cg} + \bar{z}_{gg} \quad (3.18b)$$

$$z_{bc} = \bar{z}_{bc} - \bar{z}_{bg} - \bar{z}_{cg} + \bar{z}_{gg} \quad (3.18c)$$

Os termos  $\bar{z}_{gg}$ ,  $\bar{z}_{ag}$ ,  $\bar{z}_{bg}$  e  $\bar{z}_{cg}$  de (3.17) e (3.18) são calculados utilizando (3.7) e (3.8). Assim, todos os elementos da representação matricial 4x4 em (3.9) da linha trifásica com retorno pela terra são calculados.

No caso de uma linha trifásica a quatro fios (com presença do cabo neutro) com retorno pela terra, a representação matricial 5x5 da linha é a seguinte:

$$[Z_{\text{linha } 3\phi \text{ 4fios}}] = \begin{bmatrix} \bar{z}_{aa} & \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{an} & \bar{z}_{ag} \\ \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{bb} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{bn} & \bar{z}_{bg} \\ \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{cc} & \bar{z}_{cn} & \bar{z}_{cg} \\ \bar{z}_{an} & \bar{z}_{bn} & \bar{z}_{cn} & \bar{z}_{nn} & \bar{z}_{ng} \\ \bar{z}_{ag} & \bar{z}_{bg} & \bar{z}_{cg} & \bar{z}_{ng} & \bar{z}_{gg} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Os valores dos elementos  $\bar{z}_{nn}$ ,  $\bar{z}_{an}$ ,  $\bar{z}_{bn}$  e  $\bar{z}_{cn}$ , vinculados ao cabo neutro, são obtidos utilizando (3.10) e (3.11). O elemento  $\bar{z}_{ng}$ , é calculado utilizando (3.8).

### 3.4 Modelagem das Cargas

As cargas num sistema de distribuição são especificadas tipicamente pela potência complexa consumida. As cargas podem ser especificadas em kVA e fator de potência, kW e fator de potência, ou kW e kVAr.

As cargas podem ser trifásicas, bifásicas ou monofásicas, sendo que as cargas trifásicas podem ser conectadas em delta ou em estrela. Diferentes modelos podem ser utilizados para representá-las em redes de distribuição [32]:

- Potência ativa e reativa constante;
- Corrente constante;
- Impedância constante (admitância constante); ou
- Qualquer combinação das três citadas acima.

Em todas as representações parte-se de um valor de potência aparente (especificada) e de um valor de tensão que, dependendo do modelo empregado, pode ou não sofrer alterações durante o processo iterativo.

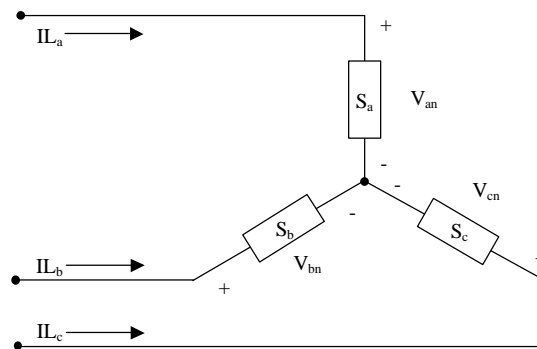
### 3.4.1 Cargas conectadas em Estrela

A Figura 3.3 ilustra o modelo de uma carga conectada em estrela. A notação para potências complexas e tensões especificadas é a seguinte:

$$\text{Fase } a: |S_a| \angle \theta_a = P_a + jQ_a \text{ e } |V_{an}| \angle \delta_a \quad (3.20)$$

$$\text{Fase } b: |S_b| \angle \theta_b = P_b + jQ_b \text{ e } |V_{bn}| \angle \delta_b \quad (3.21)$$

$$\text{Fase } c: |S_c| \angle \theta_c = P_c + jQ_c \text{ e } |V_{cn}| \angle \delta_c \quad (3.22)$$



**Figura 3.3. Carga conectada em Estrela.**

### 3.4.1.1 Modelo Potência Constante

As correntes nas linhas para cargas modeladas como potência constante são dadas por:

$$\begin{aligned} IL_a^P &= \left( \frac{S_a}{V_{an}} \right)^* = \frac{|S_a|}{|V_{an}|} \angle \delta_a - \theta_a = |IL_a| \angle \alpha_a \\ IL_b^P &= \left( \frac{S_b}{V_{bn}} \right)^* = \frac{|S_b|}{|V_{bn}|} \angle \delta_b - \theta_b = |IL_b| \angle \alpha_b \\ IL_c^P &= \left( \frac{S_c}{V_{cn}} \right)^* = \frac{|S_c|}{|V_{cn}|} \angle \delta_c - \theta_c = |IL_c| \angle \alpha_c \end{aligned} \quad (3.23)$$

Neste modelo as tensões de fase mudam em cada iteração e a potência aparente permanece constante.

### 3.4.1.2 Modelo Impedância Constante

A representação através da impedância constante é determinada primeiramente usando a potência complexa especificada e as tensões de fase assumidas:

$$\begin{aligned} Z_a &= \frac{|V_{an}|^2}{S_a^*} = \frac{|V_{an}|^2}{|S_a|} \angle \theta_a = |Z_a| \angle \theta_a \\ Z_b &= \frac{|V_{bn}|^2}{S_b^*} = \frac{|V_{bn}|^2}{|S_b|} \angle \theta_b = |Z_b| \angle \theta_b \\ Z_c &= \frac{|V_{cn}|^2}{S_c^*} = \frac{|V_{cn}|^2}{|S_c|} \angle \theta_c = |Z_c| \angle \theta_c \end{aligned} \quad (3.24)$$

As correntes das cargas são obtidas em função das impedâncias constantes, são dadas por:



$$\begin{aligned}
IL_a^Z &= \frac{V_{an}}{Z_a} = \frac{|V_{an}|}{|Z_a|} \angle \delta_a - \theta_a = |IL_a| \angle \alpha_a \\
IL_b^Z &= \frac{V_{bn}}{Z_b} = \frac{|V_{bn}|}{|Z_b|} \angle \delta_b - \theta_b = |IL_b| \angle \alpha_b \\
IL_c^Z &= \frac{V_{cn}}{Z_c} = \frac{|V_{cn}|}{|Z_c|} \angle \delta_c - \theta_c = |IL_c| \angle \alpha_c
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Neste modelo as tensões de fase mudam a cada iteração, mas a impedância calculada em (3.24) é mantida constante.

#### 3.4.1.3 Modelo Corrente Constante

Neste modelo as magnitudes das correntes são calculadas usando (3.23), sendo que as magnitudes são mantidas constantes e os ângulos mudam com a alteração do ângulo da tensão. Assim o fator de potência da carga mantém-se constante:

$$\begin{aligned}
IL_a^I &= |IL_a| \angle \delta_a - \theta_a \\
IL_b^I &= |IL_b| \angle \delta_b - \theta_b \\
IL_c^I &= |IL_c| \angle \delta_c - \theta_c
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Sendo

$d_{abc}$  ângulos da tensão de fase;  
 $q_{abc}$  ângulo do fator de potência.

#### 3.4.1.4 Modelo Combinado

A combinação das cargas pode ser realizada atribuindo uma porcentagem de cada um dos três modelos de carga descritos. A corrente de linha total que entra na carga é a soma dos três componentes.

$$\begin{aligned}
IL_a^I &= \alpha IL_a^P + \beta IL_a^Z + \gamma IL_a^I \\
IL_b^I &= \alpha IL_b^P + \beta IL_b^Z + \gamma IL_b^I \\
IL_c^I &= \alpha IL_c^P + \beta IL_c^Z + \gamma IL_c^I
\end{aligned} \tag{3.27}$$

sendo  $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$  e  $\alpha + \beta + \gamma = 1.0$ .

### 3.4.2 Cargas conectadas em Delta

O modelo para cargas conectadas em delta é mostrado na Figura 3.4. A notação para a potência complexa e as tensões especificadas da Figura 3.4 é a seguinte:

$$\text{Fase } ab: |S_{ab}| \angle \theta_{ab} = P_{ab} + jQ_{ab} \text{ e } |V_{ab}| \angle \delta_{ab} \quad (3.28)$$

$$\text{Fase } bc: |S_{bc}| \angle \theta_{bc} = P_{bc} + jQ_{bc} \text{ e } |V_{bc}| \angle \delta_{bc} \quad (3.29)$$

$$\text{Fase } ca: |S_{ca}| \angle \theta_{ca} = P_{ca} + jQ_{ca} \text{ e } |V_{ca}| \angle \delta_{ca} \quad (3.30)$$

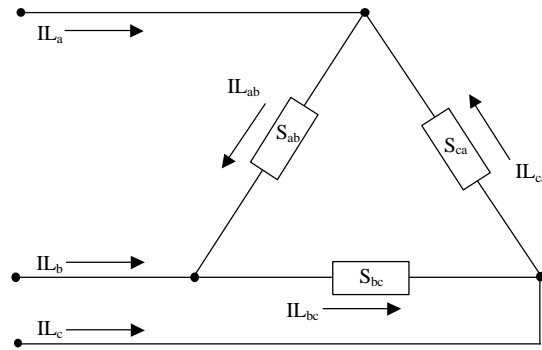


Figura 3.4. Carga conectada em Delta.

#### 3.4.2.1 Cargas de Potência Constante

As correntes nas cargas conectadas em delta são:

$$\begin{aligned} IL_{ab}^P &= \left( \frac{S_{ab}}{V_{ab}} \right)^* = \frac{|S_{ab}|}{|V_{ab}|} \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} = |IL_{ab}| \angle \alpha_{ab} \\ IL_{bc}^P &= \left( \frac{S_{bc}}{V_{bc}} \right)^* = \frac{|S_{bc}|}{|V_{bc}|} \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} = |IL_{bc}| \angle \alpha_{bc} \\ IL_{ca}^P &= \left( \frac{S_{ca}}{V_{ca}} \right)^* = \frac{|S_{ca}|}{|V_{ca}|} \angle \delta_{ca} - \theta_{ca} = |IL_{ca}| \angle \alpha_{ca} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Neste modelo as tensões de linha mudam a cada iteração resultando em novas magnitudes de correntes e ângulos no início de cada iteração.

### 3.4.2.2 Modelo Impedância Constante

A representação como impedância constante é determinada utilizando a potência complexa e as tensões de linha especificadas:

$$\begin{aligned} Z_{ab} &= \frac{|V_{ab}|^2}{S_{ab}^*} = \frac{|V_{ab}|^2}{|S_{ab}|} \angle \theta_{ab} = |Z_{ab}| \angle \theta_{ab} \\ Z_{bc} &= \frac{|V_{bc}|^2}{S_{bc}^*} = \frac{|V_{bc}|^2}{|S_{bc}|} \angle \theta_{bc} = |Z_{bc}| \angle \theta_{bc} \\ Z_{ca} &= \frac{|V_{ca}|^2}{S_{ca}^*} = \frac{|V_{ca}|^2}{|S_{ca}|} \angle \theta_{ca} = |Z_{ca}| \angle \theta_{ca} \end{aligned} \quad (3.32)$$

As correntes das cargas conectadas em delta em função das impedâncias constantes, são:

$$\begin{aligned} IL_{ab}^Z &= \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{|V_{ab}|}{|Z_{ab}|} \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} = |IL_{ab}| \angle \alpha_{ab} \\ IL_{bc}^Z &= \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{|V_{bc}|}{|Z_{bc}|} \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} = |IL_{bc}| \angle \alpha_{bc} \\ IL_{ca}^Z &= \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{|V_{ca}|}{|Z_{ca}|} \angle \delta_{ca} - \theta_{ca} = |IL_{ca}| \angle \alpha_{ca} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Neste modelo as tensões de linha mudam a cada iteração mas a impedância calculada inicialmente em (3.32) permanece constante.

### 3.4.2.3 Modelo Corrente Constante

Neste modelo as magnitudes das correntes são calculadas usando (3.31) e logo são mantidas, enquanto que o ângulo da tensão ( $\delta$ ) muda a cada iteração. Isto mantém o fator de potência da carga constante:

$$\begin{aligned}
IL_{ab}^I &= |IL_{ab}| \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} \\
IL_{bc}^I &= |IL_{bc}| \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} \\
IL_{ca}^I &= |IL_{ca}| \angle \delta_{ca} - \theta_{ca}
\end{aligned} \tag{3.34}$$

#### 3.4.2.4 Modelo Combinado

A combinação das cargas pode ser realizada atribuindo uma porcentagem de cada um dos três modelos de carga descritos. A corrente de linha total que entra na carga é a soma dos três componentes.

$$\begin{aligned}
IL_{ab}^I &= \alpha IL_{ab}^P + \beta IL_{ab}^Z + \gamma IL_{ab}^I \\
IL_{bc}^I &= \alpha IL_{bc}^P + \beta IL_{bc}^Z + \gamma IL_{bc}^I \\
IL_{ca}^I &= \alpha IL_{ca}^P + \beta IL_{ca}^Z + \gamma IL_{ca}^I
\end{aligned} \tag{3.35}$$

sendo  $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$  e  $\alpha + \beta + \gamma = 1.0$ .

#### 3.4.3 Cargas Bifásicas e Monofásicas

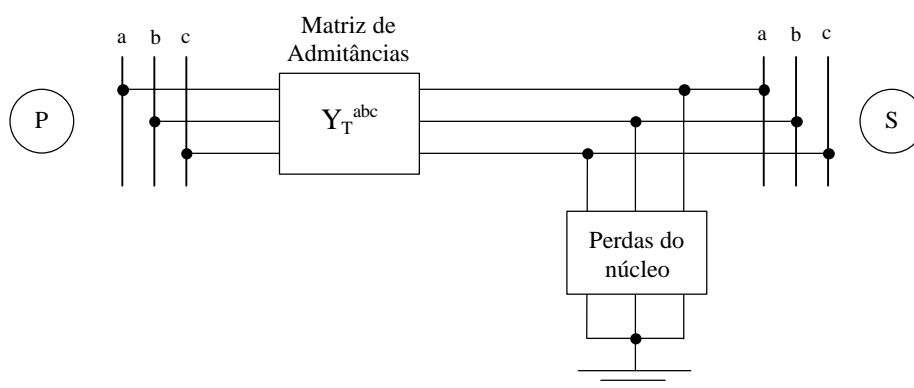
Em ambos tipos de carga, conectada em estrela ou delta, as cargas monofásicas e bifásicas podem ser modeladas atribuindo às correntes das fases faltantes o valor zero. As correntes das fases presentes são calculadas usando as mesmas equações apropriadas para potência constante, impedância constante, e corrente constante.

### 3.5 Modelagem Trifásica de Transformadores

A existência de uma grande quantidade de transformadores nos sistemas de distribuição é um fato que merece destaque. Seus efeitos num sistema de distribuição são significativos: perdas, corrente de seqüência zero, aterramento, e estratégia de proteção. Embora o transformador seja um dos componentes mais importantes nos sistemas modernos de potência, a modelagem do transformador é geralmente pouco desenvolvida na análise. No presente trabalho são discutidos diferentes modelos de transformadores e a implementação para seu uso na análise de sistemas de distribuição.

Baseado no fato que o sistema é desequilibrado, o transformador convencional modelado em termos dos componentes simétricos não é adequado. Além disso, existem diversas conexões de transformadores que podem levar a uma representação imprópria da matriz  $Y_{bus}$ , pois a matriz torna-se singular. Uma modelagem para evitar este problema deve levar em conta a “injeção de correntes artificiais” [39].

O transformador trifásico pode ser representado por dois blocos, como mostra a Figura 3.5. Um bloco representa a matriz de admitância em p.u.  $Y_T^{abc}$ , e outro bloco modela as perdas no núcleo como função da tensão do lado secundário do transformador.



**Figura 3.5. Modelo Completo do Transformador.**

### 3.5.1 Perdas no Núcleo

As perdas no núcleo do transformador são modeladas como elemento shunt em cada fase no terminal secundário do transformador. As características das perdas no núcleo variam de acordo com a “qualidade” do transformador. Testes do EPRI (Electric Power Research Institute) [39] indicam que as perdas de potência ativa e reativa no núcleo do transformador podem ser expressas como funções da tensão terminal do transformador. Assim, as funções para as perdas do núcleo do transformador, representadas em p.u., na potência base do sistema são:

$$P(p.u.) = \frac{KVA}{Base\ do\ Sistema} \left( A|V|^2 + Be^{c|V|^2} \right) \quad (3.36)$$

$$Q(p.u.) = \frac{KVA}{Base\ do\ Sistema} \left( D|V|^2 + Ee^{F|V|^2} \right) \quad (3.37)$$

Sendo, tipicamente,

$$A = 0,00267 \quad B = 0,734 \times 10^{-9} \quad C = 13,5$$

$$D = 0,00167 \quad E = 0,268 \times 10^{-13} \quad C = 22,7$$

$|V|$  é a magnitude da tensão em p.u.

Deve ser destacado que os coeficientes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ , e  $F$ , são constantes dependentes do transformador. Se existe melhor informação disponível, as funções podem ser facilmente modificadas.

### 3.5.2 Inclusão dos Modelos dos Transformadores na Matriz Admitância

Por simplificação, três transformadores monofásicos idênticos (banco de transformadores) são assumidos. Assim, as submatrizes características usadas na formação das matrizes admitância para transformadores trifásicos para as nove conexões mais comuns são dadas na Tabela 3.1.

**TABELA 3.1**  
**SUBMATRIZES CARACTERÍSTICAS DOS TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS [39]**

Conexão do Transformador		Admitância Própria		Admitância Mútua	
Barra P	Barra S	$Y_p^{abc}$	$Y_s^{abc}$	$Y_p^{abc}$	$Y_s^{abc}$
Y-aterrado	Y-aterrado	$Y_I$	$Y_I$	$-Y_I$	$-Y_I$
Y-aterrado	Y	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y-aterrado	Delta	$Y_I$	$Y_{II}$	$Y_{III}$	$Y_{III}^t$
Y	Y-aterrado	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y	Y	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y	Delta	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$Y_{III}$	$Y_{III}^t$
Delta	Y-aterrado	$Y_{II}$	$Y_I$	$Y_{III}^t$	$Y_{III}$
Delta	Y	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$Y_{III}^t$	$Y_{III}$
Delta	Delta	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$

Sendo,

$$Y_I = \begin{bmatrix} y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{bmatrix} \quad Y_{II} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2y_t & -y_t & -y_t \\ -y_t & 2y_t & -y_t \\ -y_t & -y_t & 2y_t \end{bmatrix} \quad Y_{III} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -y_t & y_t & 0 \\ 0 & -y_t & y_t \\ y_t & 0 & -y_t \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

e  $y_t$  é a admitância por fase do transformador em p.u.

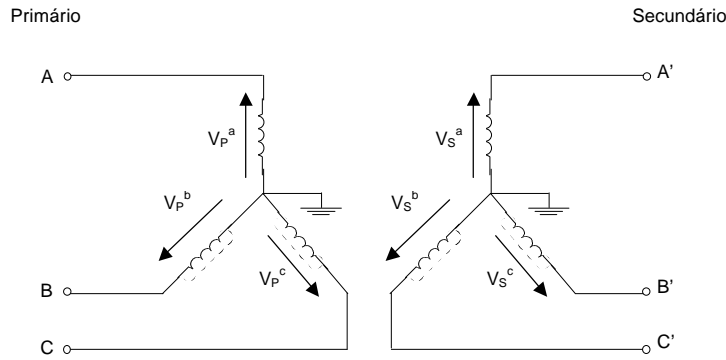
Se o transformador apresentar uma relação de taps fora da nominal  $\alpha:\beta$  entre os enrolamentos primário e secundário, sendo que  $\alpha$  e  $\beta$  são taps do lado primário e do secundário em p.u., respectivamente, logo as submatrizes devem ser modificadas como segue:

- (a) Dividir a matriz de admitâncias próprias do primário por  $\alpha^2$ ;
- (b) Dividir a matriz de admitâncias próprias do secundário por  $\beta^2$ ; e
- (c) Dividir as matrizes de admitâncias mútuas por  $\alpha\beta$ .

Os modelos elétricos (circuitos equivalentes) e os modelos de implementação (circuitos equivalentes modificados para análise de fluxo de potência) das três conexões mais comuns, estrela aterrado–estrela aterrado (Yg–Yg), estrela aterrado–delta (Yg–D), e delta–estrela aterrado (D–Yg), são apresentados nesta seção e foram extraídos de [39]. Os modelos de implementação das outras conexões podem ser derivados através de um processo similar.

### 3.5.2.1 Transformador Estrela Aterrado–Estrela Aterrado (Yg–Yg)

O diagrama de conexões do transformador estrela aterrado–estrela aterrado é mostrado na Figura 3.6.



**Figura 3.6. Diagrama de Conexões do Transformador Yg–Yg.**

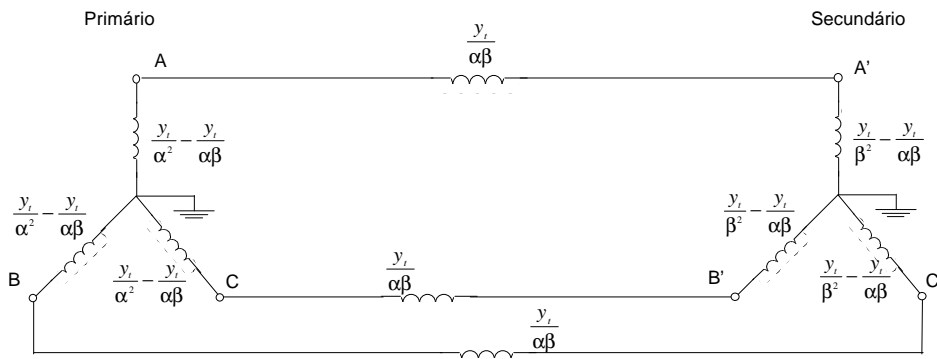
Da Tabela 3.1, a matriz admitância para o transformador estrela aterrado–estrela aterrado é:

$$Y_T^{abc} = \begin{bmatrix} Y_I & -Y_I \\ -Y_I & Y_I \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} y_t & 0 & 0 & -y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 0 & 0 & -y_t & 0 \\ 0 & 0 & y_t & 0 & 0 & -y_t \\ \hline -y_t & 0 & 0 & y_t & 0 & 0 \\ 0 & -y_t & 0 & 0 & y_t & 0 \\ 0 & 0 & -y_t & 0 & 0 & y_t \end{array} \right] \quad (3.39)$$

Se os taps  $\alpha$  e  $\beta$  não são iguais a 1, isto é, valor fora do nominal, então a matriz de admitância deve ser modificada como em (3.40). A Equação (3.40) é a forma geral da matriz de admitância para o transformador estrela aterrado–estrela aterrado nominal ou fora do nominal. O circuito equivalente de (3.40) é mostrado na Figura 3.7.

$$Y_T^{abc} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \frac{y_t}{\alpha^2} & 0 & 0 & -\frac{y_t}{\alpha\beta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{y_t}{\alpha^2} & 0 & 0 & -\frac{y_t}{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{y_t}{\alpha^2} & 0 & 0 & -\frac{y_t}{\alpha\beta} \\ \hline -\frac{y_t}{\alpha\beta} & 0 & 0 & \frac{y_t}{\beta^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{y_t}{\alpha\beta} & 0 & 0 & \frac{y_t}{\beta^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{y_t}{\alpha\beta} & 0 & 0 & \frac{y_t}{\beta^2} \end{array} \right] \quad (3.40)$$

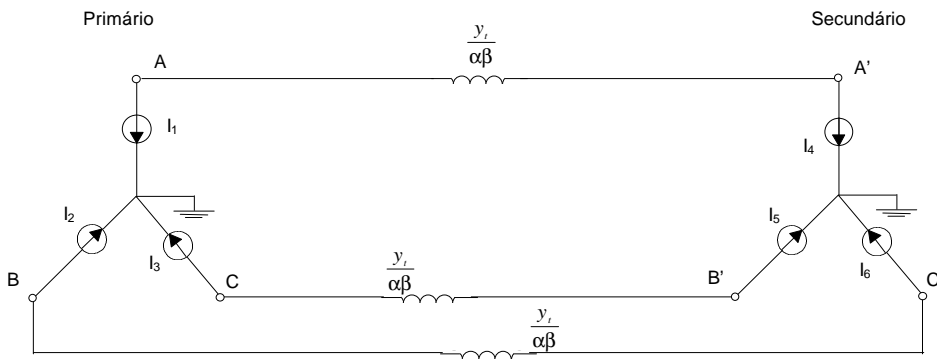




**Figura 3.7. Circuito Equivalente do Transformador Yg–Yg.**

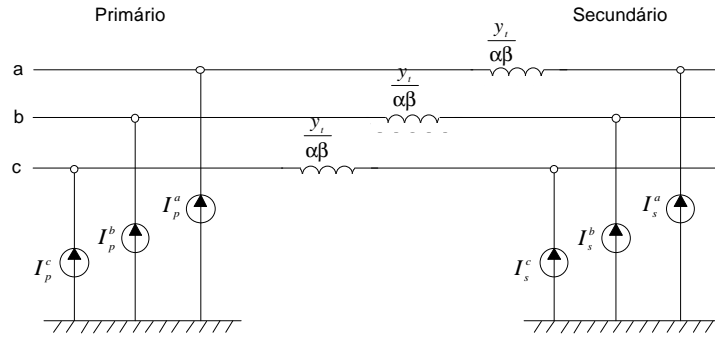
Para um transformador estrela aterrado–estrela aterrado com relação de taps nominal, ambos  $\alpha$  e  $\beta$  são iguais a 1, os elementos shunt no circuito equivalente desaparecem, mas para uma relação de taps fora da nominal,  $\alpha$  e/ou  $\beta$  podem ser diferentes de 1, os elementos shunt refletem o efeito da relação de taps.

O modelo com injeção de correntes do transformador estrela aterrado–estrela aterrado é mostrado na Figura 3.8.



**Figura 3.8. Modelo com Injeção de Correntes do Transformador Yg–Yg.**

O modelo de implementação que pode ser usado no fluxo de potência orientado a ramos é obtido redesenhando a Figura 3.8, como mostrada na Figura 3.9 [39].



**Figura 3.9. Modelo de Implementação do Transformador Yg-Yg.**

Sendo,

$$I_p^a = -I_1 = -\left(\frac{y_t}{\alpha^2} - \frac{y_t}{\alpha\beta}\right) \cdot V_p^a \quad (3.41)$$

$$I_p^b = -I_2 = -\left(\frac{y_t}{\alpha^2} - \frac{y_t}{\alpha\beta}\right) \cdot V_p^b \quad (3.42)$$

$$I_p^c = -I_3 = -\left(\frac{y_t}{\alpha^2} - \frac{y_t}{\alpha\beta}\right) \cdot V_p^c \quad (3.43)$$

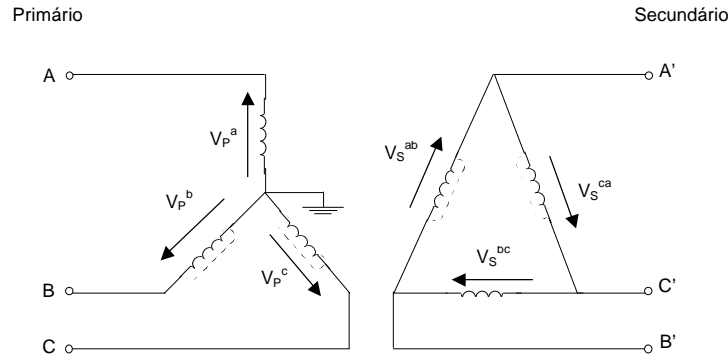
$$I_s^a = -I_4 = -\left(\frac{y_t}{\beta^2} - \frac{y_t}{\alpha\beta}\right) \cdot V_s^a \quad (3.44)$$

$$I_s^b = -I_5 = -\left(\frac{y_t}{\beta^2} - \frac{y_t}{\alpha\beta}\right) \cdot V_s^b \quad (3.45)$$

$$I_s^c = -I_6 = -\left(\frac{y_t}{\beta^2} - \frac{y_t}{\alpha\beta}\right) \cdot V_s^c \quad (3.46)$$

### 3.5.2.2 Transformador Estrela Aterrado-Delta (Yg-D)

O diagrama de conexões do transformador estrela aterrado-delta é mostrado na Figura 3.10.



**Figura 3.10. Diagrama de Conexões do Transformador Yg-D.**

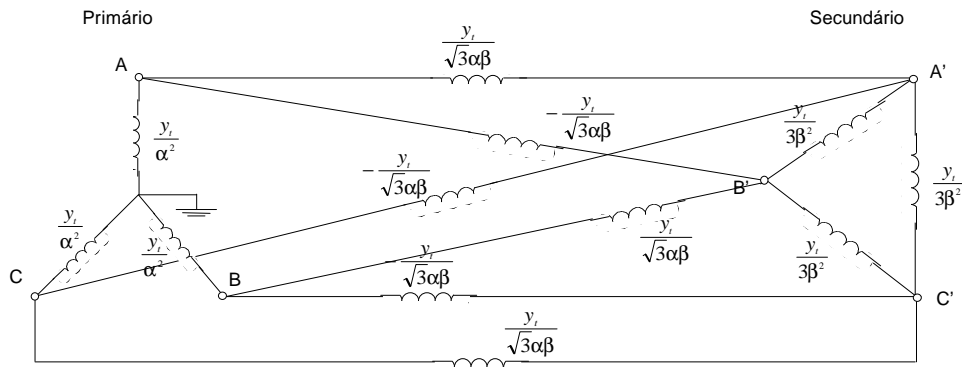
Da Tabela 3.1, a matriz de admitância para o transformador estrela aterrado–delta é:

$$Y_T^{abc} = \begin{bmatrix} Y_I & Y_{III} \\ Y_{III}' & Y_{II} \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} y_t & 0 & 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & \frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & y_t & 0 & 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & \frac{y_t}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & y_t & \frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} \\ \hline -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{y_t}{\sqrt{3}} & \frac{2}{3}y_t & -\frac{1}{3}y_t & -\frac{1}{3}y_t \\ \frac{y_t}{\sqrt{3}} & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{3}y_t & \frac{2}{3}y_t & -\frac{1}{3}y_t \\ 0 & \frac{y_t}{\sqrt{3}} & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{3}y_t & -\frac{1}{3}y_t & \frac{2}{3}y_t \end{array} \right] \quad (3.47)$$

Para um transformador estrela aterrado–delta com taps fora da posição nominal, a matriz de admitância é modificada como é mostrado a seguir:

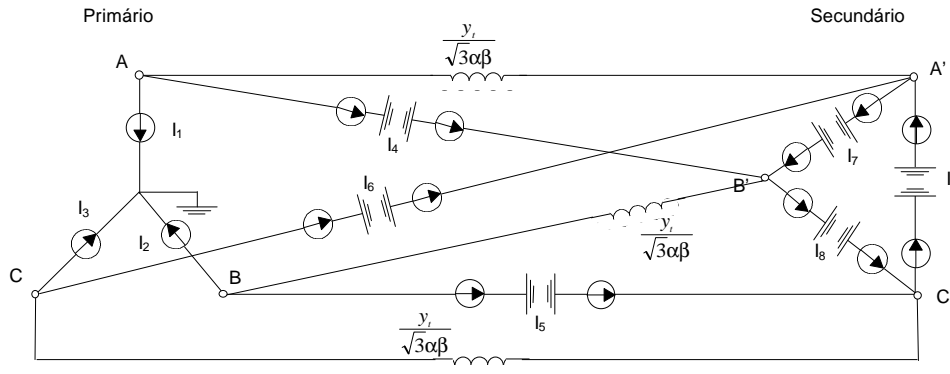
$$Y_T^{abc} = \begin{bmatrix} \frac{y_t}{\alpha^2} & 0 & 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 \\ 0 & \frac{y_t}{\alpha^2} & 0 & 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \\ 0 & 0 & \frac{y_t}{\alpha^2} & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \\ -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & \frac{2y_t}{3\beta^2} & -\frac{1y_t}{3\beta^2} & -\frac{1y_t}{3\beta^2} \\ \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 & -\frac{1y_t}{3\beta^2} & \frac{2y_t}{3\beta^2} & -\frac{1y_t}{3\beta^2} \\ 0 & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & -\frac{1y_t}{3\beta^2} & -\frac{1y_t}{3\beta^2} & \frac{2y_t}{3\beta^2} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

O circuito equivalente de (3.48) é mostrado na Figura 3.11.



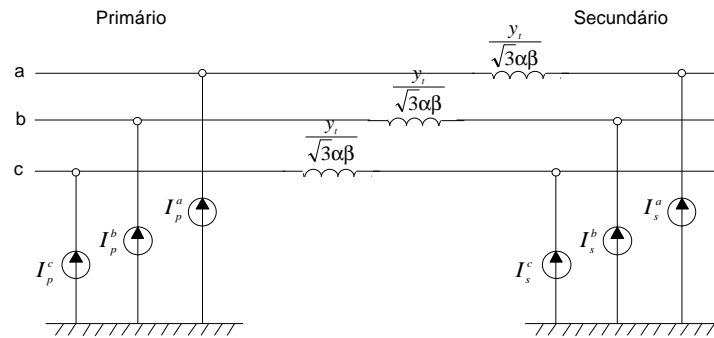
**Figura 3.11. Circuito Equivalente do Transformador Yg–D.**

Só as linhas equivalentes entre os lados primário e secundário na mesma fase são usados para formar a matriz de admitância do sistema. Todas as outras linhas equivalentes são representadas por suas injeções de corrente equivalentes. O modelo com injeção de correntes do transformador estrela aterrado–delta é mostrado na Figura 3.12 [39].



**Figura 3.12. Modelo com Injeção de Correntes do Transformador Yg-D.**

O modelo de implementação que pode ser utilizado no fluxo de potência orientado a ramos é obtido redesenhando a Figura 3.12, como mostrado na Figura 3.13.



**Figura 3.13. Modelo de Implementação do Transformador Yg-D.**

Sendo,

$$I_p^a = -I_1 - I_4 = -\frac{y_t}{\alpha^2} \cdot V_p^a + \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^a - V_s^b) \quad (3.49)$$

$$I_p^b = -I_2 - I_5 = -\frac{y_t}{\alpha^2} \cdot V_p^b + \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^b - V_s^c) \quad (3.50)$$

$$I_p^c = -I_3 - I_6 = -\frac{y_t}{\alpha^2} \cdot V_p^c + \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^c - V_s^a) \quad (3.51)$$

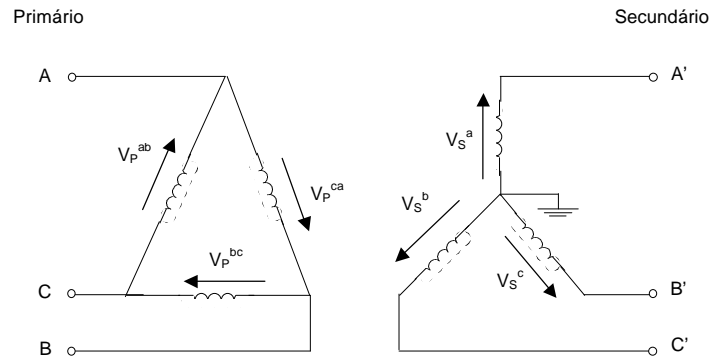
$$I_s^a = I_6 - I_7 + I_9 = -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^c - V_s^a) - \frac{y_t}{3\beta^2} \cdot V_s^{ab} + \frac{y_t}{3\beta^2} \cdot V_s^{ca} \quad (3.52)$$

$$I_s^b = I_4 + I_7 - I_8 = -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^a - V_s^b) + \frac{y_t}{3\beta^2} \cdot V_s^{ab} - \frac{y_t}{3\beta^2} \cdot V_s^{bc} \quad (3.53)$$

$$I_s^c = I_5 + I_8 - I_9 = -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^b - V_s^c) + \frac{y_t}{3\beta^2} \cdot V_s^{bc} - \frac{y_t}{3\beta^2} \cdot V_s^{ca} \quad (3.54)$$

### 3.5.2.3 Transformador Delta–Estrela Aterrado (D–Yg)

O diagrama de conexões do transformador delta–estrela aterrado é mostrado na Figura 3.14.



**Figura 3.14. Diagrama de Conexões do Transformador Yg–D.**

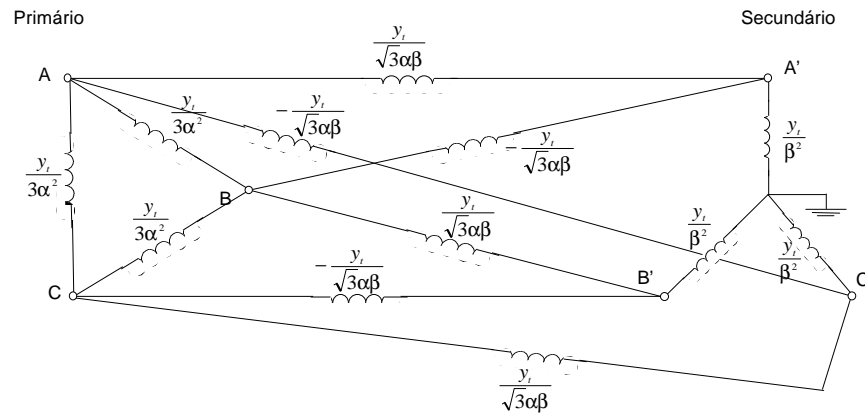
Da Tabela 3.1, a matriz admitância para o transformador delta–estrela aterrado é:

$$Y_T^{abc} = \begin{bmatrix} Y_{II} & Y_{III} \\ Y_{III} & Y_I \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \frac{2}{3}y_t & -\frac{1}{3}y_t & -\frac{1}{3}y_t & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{y_t}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{3}y_t & \frac{2}{3}y_t & -\frac{1}{3}y_t & \frac{y_t}{\sqrt{3}} & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{3}y_t & -\frac{1}{3}y_t & \frac{2}{3}y_t & 0 & \frac{y_t}{\sqrt{3}} & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} \\ \hline -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & \frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 & y_t & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & \frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 & y_t & 0 \\ \frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & y_t \end{array} \right] \quad (3.55)$$

Para um transformador delta–estrela aterrado com taps fora da posição nominal, a matriz de admitância é modificada como é mostrado a seguir:

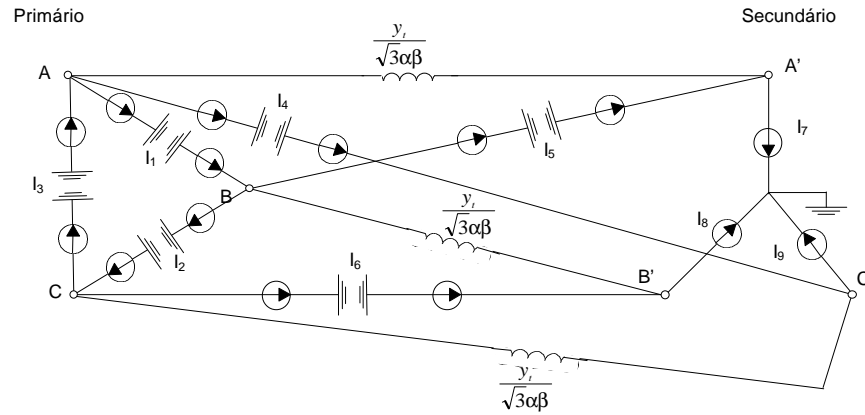
$$Y_T^{abc} = \begin{bmatrix} \frac{2y_t}{3\alpha^2} & -\frac{1y_t}{3\alpha^2} & -\frac{1y_t}{3\alpha^2} & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \\ -\frac{1y_t}{3\alpha^2} & \frac{2y_t}{3\alpha^2} & -\frac{1y_t}{3\alpha^2} & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 \\ -\frac{1y_t}{3\alpha^2} & -\frac{1y_t}{3\alpha^2} & \frac{2y_t}{3\alpha^2} & 0 & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \\ \hline -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 & \frac{y_t}{\beta^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 & \frac{y_t}{\beta^2} & 0 \\ \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 & -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} & 0 & 0 & \frac{y_t}{\beta^2} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

O circuito equivalente de (3.56) é mostrado na Figura 3.15.



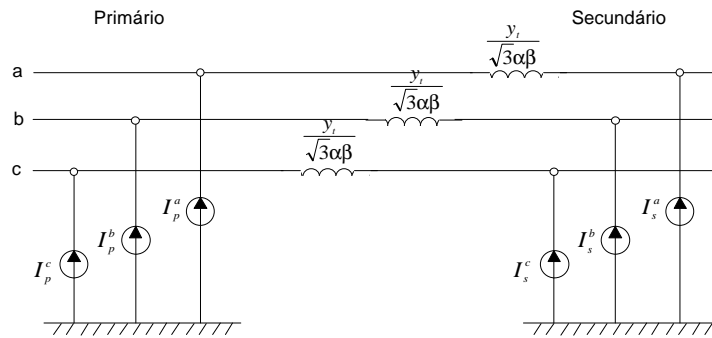
**Figura 3.15. Circuito Equivalente do Transformador D–Yg.**

Só as linhas equivalentes entre os lados primário e secundário na mesma fase são usadas para formar a matriz de admitância do sistema. Todas as outras linhas equivalentes são representadas por suas injeções de corrente equivalentes. O modelo com injeção de correntes do transformador delta–estrela aterrado é mostrado na Figura 3.16 [39].



**Figura 3.16. Modelo com Injeção de Correntes do Transformador D–Yg.**

O modelo de implementação que pode ser usado no fluxo de potência orientado a ramos é obtido redesenhando a Figura 3.16, como mostrado na Figura 3.17.



**Figura 3.17. Modelo de Implementação do Transformador D–Yg.**

Sendo,

$$I_p^a = -I_1 + I_3 - I_4 = -\frac{y_t}{3\alpha^2} \cdot V_p^{ab} + \frac{y_t}{3\alpha^2} \cdot V_p^{ca} + \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^a - V_s^c) \quad (3.57)$$

$$I_p^b = I_1 - I_2 - I_5 = \frac{y_t}{3\alpha^2} \cdot V_p^{ab} - \frac{y_t}{3\alpha^2} \cdot V_p^{bc} + \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^b - V_s^a) \quad (3.58)$$

$$I_p^c = I_2 - I_3 - I_6 = \frac{y_t}{3\alpha^2} \cdot V_p^{bc} - \frac{y_t}{3\alpha^2} \cdot V_p^{ca} + \frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^c - V_s^b) \quad (3.59)$$

$$I_s^a = I_5 - I_7 = -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^b - V_s^a) - \frac{y_t}{\beta^2} \cdot V_s^a \quad (3.60)$$



$$I_s^b = I_6 - I_8 = -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^c - V_s^b) - \frac{y_t}{\beta^2} \cdot V_s^b \quad (3.61)$$

$$I_s^c = I_4 - I_9 = -\frac{y_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \cdot (V_p^a - V_s^c) - \frac{y_t}{\beta^2} \cdot V_s^c \quad (3.62)$$

## Capítulo IV

# Fluxo de Potência com Modelagem a Quatro Fios

### 4.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se um método de fluxo de potência trifásico a quatro fios para análise de sistemas de distribuição primários e secundários. Este método é uma extensão do método de fluxo de potência trifásico para análise em tempo real de sistemas de distribuição em [10]. A modelagem matricial 3x3 das linhas é estendida para uma modelagem 5x5 pertencente ao caso mais complexo onde o neutro e a terra são explicitamente modelados. No algoritmo apresentado calculam-se os valores das tensões e correntes do neutro e da terra, visando melhorar a precisão no cálculo estes resultados.

### 4.2 A Representação Matricial

No algoritmo de fluxo de potência trifásico, cada nó ou ramo na rede é numerado por um único índice, sem considerar o número de fases desse nó ou ramo. A Figura 4.1 mostra o ramo  $l$  entre os nós  $i$  e  $j$  com admitâncias shunt e cargas ligadas aos nós.

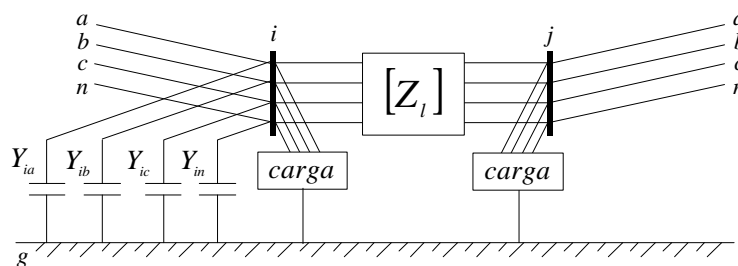


Figura 4.1. Ramo trifásico a quatro fios, considerando a terra.

Sendo

$a, b, c$  as fases;  
 $n$  o cabo neutro;  
 $g$  a terra;

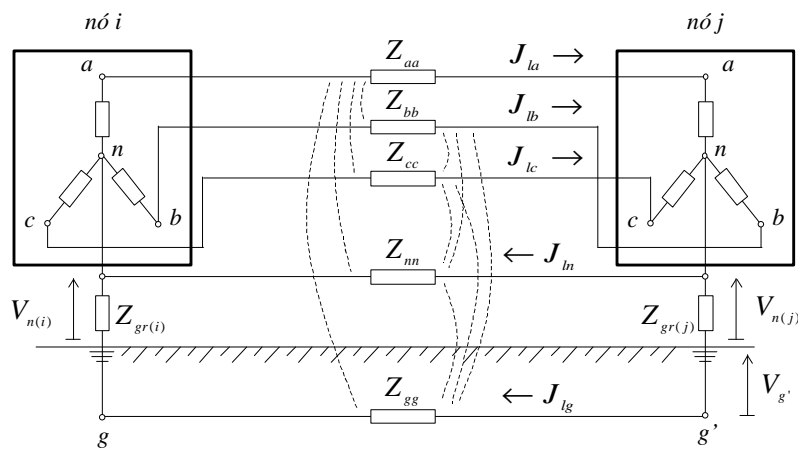
Considerando a Figura 4.1, a matriz 5x5 pode representar a impedância série  $Z_l$  do ramo  $l$ :

$$[Z_l] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{an} & Z_{ag} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bn} & Z_{bg} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} & Z_{cn} & Z_{cg} \\ Z_{an} & Z_{bn} & Z_{cn} & Z_{nn} & Z_{ng} \\ Z_{ag} & Z_{bg} & Z_{cg} & Z_{ng} & Z_{gg} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Se qualquer fase, cabo neutro ou aterramento do ramo não existir, a linha e coluna correspondentes nessa matriz passam a conter elementos iguais zeros. A capacitância shunt das linhas de BT pode ser desprezada na maioria dos estudos, mas a modelagem permite incluí-la.

### 4.3 A Modelagem do Sistema

Considerando o caso mais complexo, a modelagem da linha de distribuição trifásica a quatro fios multi-aterrada, o ramo  $l$  é mostrado na Figura 4.2.



**Figura 4.2. Modelagem da linha de distribuição trifásica a quatro fios multi-aterrada.**

Sendo

$J_{la}, J_{lb}, J_{lc}, J_{ln}, J_{lg}$	as correntes no ramo $l$ ;
$Z_{gr(i)}, Z_{gr(j)}$	as impedâncias de aterramento dos nós $i$ e $j$ ;
$V_{n(i)}, V_{n(j)}$	as tensões do neutro dos nós $i$ e $j$ ; e

#### 4.4 O Algoritmo de Fluxo de Potência

A rede de distribuição radial é resolvida eficientemente com a aplicação direta das leis de Kirchhoff de tensões e correntes (*KVL* e *KCL*). A presença de barras PQ (cargas modeladas como potência constante) torna a rede não linear, fazendo com que o processo de compensação seja iterativo. Para sua implementação, o método utiliza uma abordagem orientada aos ramos para melhorar o desempenho numérico. Esta abordagem aproveita o ordenamento por camadas (ver Figura 4.3) feito após uma renumeração que será explicada posteriormente. Com a utilização de camadas é simples localizar os nós extremos e os caminhos à jusante e à montante. Assim, os processos *backward* e *forward*, descritos a seguir, tornam-se de fácil implementação.

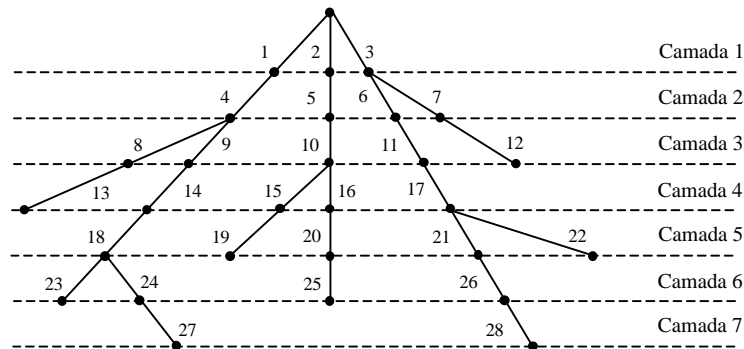


Figura 4.3. Numeração das Linhas para Redes de Distribuição Radial.

Seja o nó principal a referência com a magnitude e ângulo da tensão conhecidos. O algoritmo iterativo 5x5 proposto para resolução de sistemas radiais consiste de três passos.

Na iteração  $k$ :

### 1. Cálculo nodal da corrente para todos os nós

$$\begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \\ I_{in} \\ I_{ig} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} (S_{ia}/V_{ia})^{*(k-1)} \\ (S_{ib}/V_{ib})^{*(k-1)} \\ (S_{ic}/V_{ic})^{*(k-1)} \\ -\frac{Z_{gi}}{Z_{nni} + Z_{gi}}(I_{ia}^{(k)} + I_{ib}^{(k)} + I_{ic}^{(k)}) \\ -\frac{Z_{nni}}{Z_{nni} + Z_{gi}}(I_{ia}^{(k)} + I_{ib}^{(k)} + I_{ic}^{(k)}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{iaa} & Y_{iab} & Y_{iac} & Y_{ian} & 0 \\ Y_{iba} & Y_{ibb} & Y_{ibc} & Y_{ibn} & 0 \\ Y_{ica} & Y_{icb} & Y_{icc} & Y_{icn} & 0 \\ Y_{ina} & Y_{inb} & Y_{inc} & Y_{inn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \\ V_{in} \\ V_{ig} \end{bmatrix}^{(k-1)} \quad (4.2)$$

Sendo

$I_{ia}, I_{ib}, I_{ic}, I_{in}, I_{ig}$	as injeções de correntes no nó $i$ ;
$S_{ia}, S_{ib}, S_{ic}$	as injeções de potência programadas (conhecidas) no nó $i$ ;
$V_{ia}, V_{ib}, V_{ic}, V_{in}, V_{ig}$	as tensões no nó $i$ ;
$Y_{ia}, Y_{ib}, Y_{ic}, Y_{in}$	as admitâncias próprias dos elementos shunt no nó $i$ ;
$Y_{ixy}$	a admitância mútua entre os elementos shunt $x$ e $y$ no nó $i$ ( $x = a, b, c, n$ ; $y = a, b, c, n$ ; $\forall x \neq y$ ); e
$Z_{gi}$	a impedância de aterramento no nó $i$ ( $Z_{gi} = Z_{gri} + Z_{ggi}$ ).

A matriz de admitância dos elementos shunts é simétrica. As admitâncias mútuas na maioria das redes de distribuição são desprezíveis.

### 2. Etapa *Backward* – cálculo da corrente em todos os ramos

Começando desde o ramo na última camada e se movimentando em direção do nó principal, a corrente no ramo  $l$  é:

$$\begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \\ J_{ln} \\ J_{lg} \end{bmatrix}^{(k)} = - \begin{bmatrix} I_{ja} \\ I_{jb} \\ I_{jc} \\ I_{jn} \\ I_{jg} \end{bmatrix}^{(k)} + \sum_{m \in M} \begin{bmatrix} J_{ma} \\ J_{mb} \\ J_{mc} \\ J_{mn} \\ J_{mg} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (4.3)$$

em que  $M$  é o conjunto de ramos ligados à jusante ao nó  $j$ .

### 3. Etapa *Forward* – cálculo da tensão para todos os nós

Começando da primeira camada e se movimentando em direção da última camada, a tensão do nó  $j$  é:

$$\begin{bmatrix} V_{ja} \\ V_{jb} \\ V_{jc} \\ V_{jn} \\ V_{jg} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \\ V_{in} \\ V_{ig} \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{an} & Z_{ag} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bn} & Z_{bg} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} & Z_{cn} & Z_{cg} \\ Z_{an} & Z_{bn} & Z_{cn} & Z_{nn} & Z_{ng} \\ Z_{ag} & Z_{bg} & Z_{cg} & Z_{ng} & Z_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \\ J_{ln} \\ J_{lg} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (4.4)$$

#### *Correção da Tensão*

Deve ser feita a correção das tensões dos nós com neutro aterrado e dos nós à jusante. As tensões dos nós com neutro aterrado na iteração  $k$  é a seguinte:

$$V_{in}^{(k)} = Z_{gi} J_{gi}^{(k)}, \quad i \in \{\text{nós aterrados}\} \quad (4.5)$$

#### *Critério de Convergência*

Após esses passos serem executados numa iteração, os erros entre as potências calculadas e as conhecidas de cada nó para todas as fases, cabo neutro e terra são calculados:

$$\begin{aligned} \Delta S_{ia}^{(k)} &= V_{ia}^{(k)} (I_{ia}^{(k)})^* + Y_{ia}^* |V_{ia}|^2 - S_{ia}^{(k)} \\ \Delta S_{ib}^{(k)} &= V_{ib}^{(k)} (I_{ib}^{(k)})^* + Y_{ib}^* |V_{ib}|^2 - S_{ib}^{(k)} \\ \Delta S_{ic}^{(k)} &= V_{ic}^{(k)} (I_{ic}^{(k)})^* + Y_{ic}^* |V_{ic}|^2 - S_{ic}^{(k)} \\ \Delta S_{in}^{(k)} &= V_{in}^{(k)} (I_{in}^{(k)})^* + Y_{in}^* |V_{in}|^2 \\ \Delta S_{ig}^{(k)} &= V_{ig}^{(k)} (I_{ig}^{(k)})^* \end{aligned} \quad (4.6)$$

Se a parte real ou imaginária de qualquer erro de potência é maior que o critério de convergência, os passos 1, 2 e 3 são repetidos até alcançar a convergência.

#### *Valores Iniciais*

Um bom procedimento de inicialização dos valores das tensões é:

$$\begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \\ V_{in} \\ V_{ig} \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} V_{ref} \\ a^2 \cdot V_{ref} \\ a \cdot V_{ref} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (4.7)$$

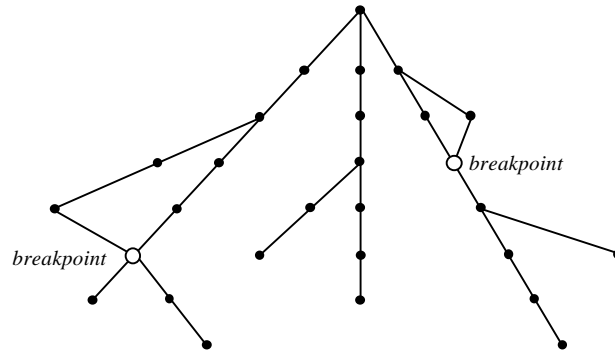
#### 4.5 Renumeração das Linhas e Nós do Sistema

Devido ao fato de que o método proposto é orientado a ramos [10], em contraste com os fluxos de potência clássicos, e à radialidade das redes de distribuição, pode-se implementar computacionalmente o algoritmo proposto de uma maneira eficiente. Para isto, numeram-se os ramais nas camadas que vão se afastando do nó principal como mostra a Figura 4.3. A numeração dos ramais numa camada começa só após finalizar aquela dos ramais da camada anterior. O número de cada nó é igual àquele pertencente ao ramal que une o dito nó com outro mais próximo do nó principal.

As bases de dados das empresas de distribuição de energia elétrica possuem uma certa codificação alfanumérica para cada nó do sistema primário ou secundário. Esta base de dados tem que passar por um processo de renumeração para ser usada no algoritmo proposto. Este procedimento pode ser interno do programa, mantendo a renumeração original para efeitos de entrada e saída de dados.

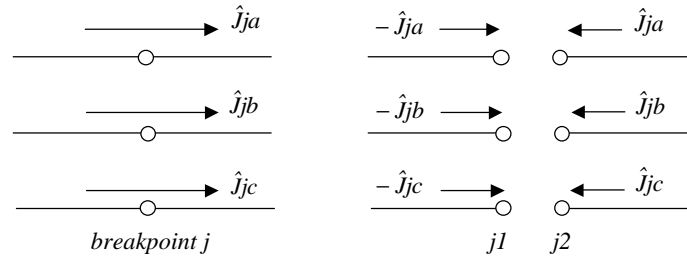
#### 4.6 Redes Fracamente Malhadas

A Figura 4.4 mostra um exemplo de um sistema de distribuição fracamente malhado contendo dois laços simples. O algoritmo de fluxo de potência radial não pode ser aplicado diretamente nesta rede. No entanto, selecionando dois pontos de ruptura (*breakpoints*), esta rede pode ser convertida a uma configuração radial. As correntes dos ramos interrompidos pela criação de cada *breakpoint* podem ser substituídas por injeções de correntes nos seus dois nós finais, sem afetar as condições de operação do sistema. Esta rede radial resultante pode agora ser resolvida pela técnica descrita anteriormente.



**Figura 4.4. Rede de Distribuição Fracamente Malhada.**

A Figura 4.5 mostra um *breakpoint* trifásico,  $j$ . Para este *breakpoint*, as correntes devem ser injetadas nas três fases com polaridade oposta nos dois nós finais,  $j1$  e  $j2$ . Estas correntes são determinadas num processo iterativo fora do fluxo de potência radial.



**Figura 4.5. Representação do *breakpoint* trifásico usando injeções de correntes nodais.**

Na iteração  $\mu$ ,

$$\begin{bmatrix} I_{j1a}^{(\mu)} \\ I_{j1b}^{(\mu)} \\ I_{j1c}^{(\mu)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{J}_{ja}^{(\mu)} \\ \hat{J}_{jb}^{(\mu)} \\ \hat{J}_{jc}^{(\mu)} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} I_{j2a}^{(\mu)} \\ I_{j2b}^{(\mu)} \\ I_{j2c}^{(\mu)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{ja}^{(\mu)} \\ \hat{J}_{jb}^{(\mu)} \\ \hat{J}_{jc}^{(\mu)} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

As correntes trifásicas para todos os *breakpoints* são obtidas para solucionar a seguinte equação linear complexa:

$$[Z_B][\hat{J}]^{(\mu)} = [\hat{V}]^{(\mu)} \quad (4.9)$$



---

sendo  $\left[\hat{V}\right]$  o vetor do erro das tensões trifásicas dos *breakpoints* e  $\left[Z_B\right]$  uma matriz complexa constante, referida como a matriz de impedância do *breakpoint*. Esta matriz consiste principalmente de blocos de submatrizes 3x3. Numericamente, a submatriz diagonal  $Z_{ii}$  é igual à soma das impedâncias dos ramos pertencentes ao laço  $i$ . A submatriz fora da diagonal  $Z_{ij}$ , é diferente de zero só se o laço  $i$  e o laço  $j$  têm um ou mais ramos comuns. Os sinais das submatrizes fora da diagonal dependem da direção relativa das injeções de correntes do *breakpoints* para os laços  $i$  e  $j$  [10].

## Capítulo V

### Aplicações a Sistemas Reais e Testes

#### 5.1 Redes

O método de fluxo de potência proposto, usando representação de redes 5x5 é aplicado em redes de distribuição de BT e MT. Neste trabalho as seguintes redes são usadas:

- Rede BT de 29 barras da cidade de Bragança Paulista, SP.
- Rede MT IEEE de 34 barras.
- Rede MT EEVP de 475 barras da cidade de Tarumã, SP.

##### 5.1.1 Dados das Redes

*Rede BT de 29 barras da cidade de Bragança Paulista, SP. (BT-29)*

A rede de distribuição radial real de baixa tensão de 29 nós, Figura 5.1. A tensão base da rede e a tensão de referência no nó principal são  $V_b = V_{ref} = 121,244$  V. As injeções de potências ativas e reativas de carga são mostradas na Tabela 5.1. A rede apresenta bitolas CA #2/0, CAA #2 e CAA#1/0 para as três fases e bitolas CA #2 e CA #2 para o cabo neutro, em diferentes trechos da rede. O nível do carregamento é baixo. A relação X/R, nas impedâncias próprias das fases, varia entre 0,91 e 1,33.

*Rede MT IEEE de 34 barras. (IEEE-34)*

O alimentador de média tensão IEEE de 34 barras [17] e [18], Figura 5.2, tem uma tensão base de  $V_b = 24,9$  kV, e uma tensão de referência no nó principal de  $V_{ref} = 25,647$  kV. As injeções de potências ativas e reativas e dos capacitores são mostradas nas Tabelas 5.2 e 5.3, respectivamente. A rede apresenta bitolas CAA #1/0, CAA #2 e CAA#4 para as três fases e o cabo neutro, em diferentes trechos da rede. O nível do carregamento é baixo. A relação X/R, nas impedâncias próprias das fases, varia entre 0,68 e 1,81.

*Rede MT EEVP de 475 barras da cidade de Tarumã, SP. (EEVP-475)*

A rede de distribuição radial real de média tensão de 475 barras (ver Figuras 5.3 e 5.4) tem uma tensão base de  $V_b = 13,8$  kV, e uma tensão de referência no nó principal de  $V_{ref} = 13,8$  kV. Esta rede é administrada pela Empresa de Eletricidade Vale Paranapanema (EEVP). A rede apresenta bitolas CAA #1/0, CAA #2 e CAA#4 para as três fases e o cabo neutro, em diferentes trechos da rede. O nível do carregamento é baixo. A relação X/R, nas impedâncias próprias das fases, varia entre 0,40 e 5,01.

**TABELA 5.1**  
**INJEÇÕES ATIVAS E REATIVAS DE POTÊNCIA – REDE DE DISTRIBUIÇÃO BT-29**  
**(NÓS COM CARGAS)**

nó	$P_a$ (W)	$Q_a$ (VAr)	$P_b$ (W)	$Q_b$ (VAr)	$P_c$ (W)	$Q_c$ (VAr)
2	451,4	148,4	209,7	68,9	0,0	0,0
5	0,0	0,0	18,1	5,9	329,2	108,2
7	641,7	210,9	397,9	130,8	504,9	166,0
8	188,2	61,9	268,8	88,4	0,0	0,0
9	166,0	54,6	97,2	31,9	349,3	114,8
11	262,5	86,3	142,4	46,8	120,1	39,5
12	326,4	107,3	441,0	144,9	331,3	108,9
13	147,2	48,4	310,4	102,0	127,1	41,8
14	377,1	123,9	348,6	114,6	403,5	132,6
15	1044,4	343,3	1185,4	389,6	1020,1	335,3
18	330,6	108,7	562,5	184,9	754,2	247,9
19	0,0	0,0	236,8	77,8	216,0	71,0
20	311,1	102,3	544,4	178,9	234,7	77,1
21	294,4	96,8	59,7	19,6	0,0	0,0
22	112,5	37,0	112,5	37,0	0,0	0,0
23	113,9	37,4	0,0	0,0	0,0	0,0
24	0,0	0,0	170,8	56,1	170,8	56,1
25	570,8	187,6	273,6	89,9	0,0	0,0
26	507,6	166,8	291,0	95,6	343,1	112,8
27	144,4	47,5	366,7	120,5	569,4	187,2
28	118,1	38,8	118,1	38,8	0,0	0,0

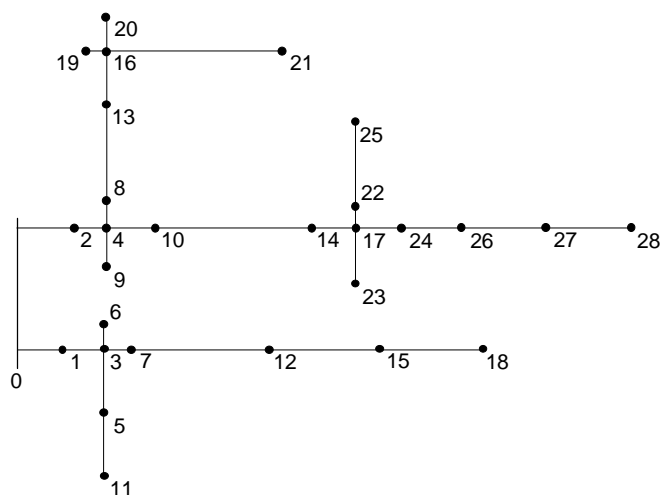


Figura 5.1. Rede BT-29.

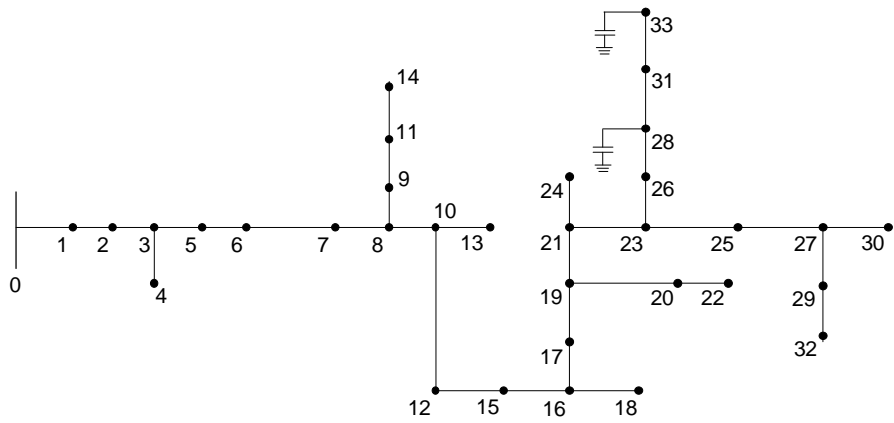
TABELA 5.2

**INJEÇÕES ATIVAS E REATIVAS DE POTÊNCIA – REDE DE DISTRIBUIÇÃO IEEE-34  
(NÓS COM CARGAS)**

nó	$P_a$ (kW)	$Q_a$ (kVAr)	$P_b$ (kW)	$Q_b$ (kVAr)	$P_c$ (kW)	$Q_c$ (kVAr)
1	0,0	0,0	15,0	7,5	12,5	7,0
2	0,0	0,0	15,0	7,5	12,5	7,0
3	0,0	0,0	8,0	4,0	0,0	0,0
4	0,0	0,0	8,0	4,0	0,0	0,0
8	0,0	0,0	2,5	1,0	0,0	0,0
9	17,0	8,5	0,0	0,0	0,0	0,0
10	0,0	0,0	22,5	11,0	2,0	1,0
11	84,5	43,5	0,0	0,0	0,0	0,0
12	3,5	1,5	0,0	0,0	2,0	1,0
13	0,0	0,0	20,0	10,0	0,0	0,0
14	67,5	35,0	0,0	0,0	0,0	0,0
15	13,5	6,5	12,0	6,0	25,0	10,0
16	0,0	0,0	2,0	1,0	0,0	0,0
19	3,5	1,5	1,0	0,5	3,0	1,5
21	6,5	3,0	8,5	4,5	9,5	5,0
22	150,0	75,0	150,0	75,0	150,0	75,0
23	10,0	5,0	17,5	9,0	61,5	31,0
24	1,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0
25	43,0	27,5	35,0	24,0	96,0	54,5
26	4,5	2,5	0,0	0,0	0,0	0,0
27	24,0	12,0	16,0	8,5	21,0	11,0
28	139,5	107,5	147,5	111,0	145,0	110,5
29	0,0	0,0	14,0	7,0	0,0	0,0
30	18,0	11,5	20,0	12,5	9,0	7,0
31	0,0	0,0	24,0	11,5	0,0	0,0
32	0,0	0,0	14,0	7,0	0,0	0,0
33	20,0	16,0	31,5	21,5	20,0	16,0

**TABELA 5.3**  
**INJEÇÕES DOS CAPACITORES – REDE DE DISTRIBUIÇÃO IEEE-34**  
**(NÓS COM CAPACITORES)**

nó	$Q_{Ca}$ (kVAr)	$Q_{Cb}$ (kVAr)	$Q_{Cc}$ (kVAr)
28	100,0	100,0	100,0
33	150,0	150,0	150,0



**Figura 5.2. Rede IEEE-34.**

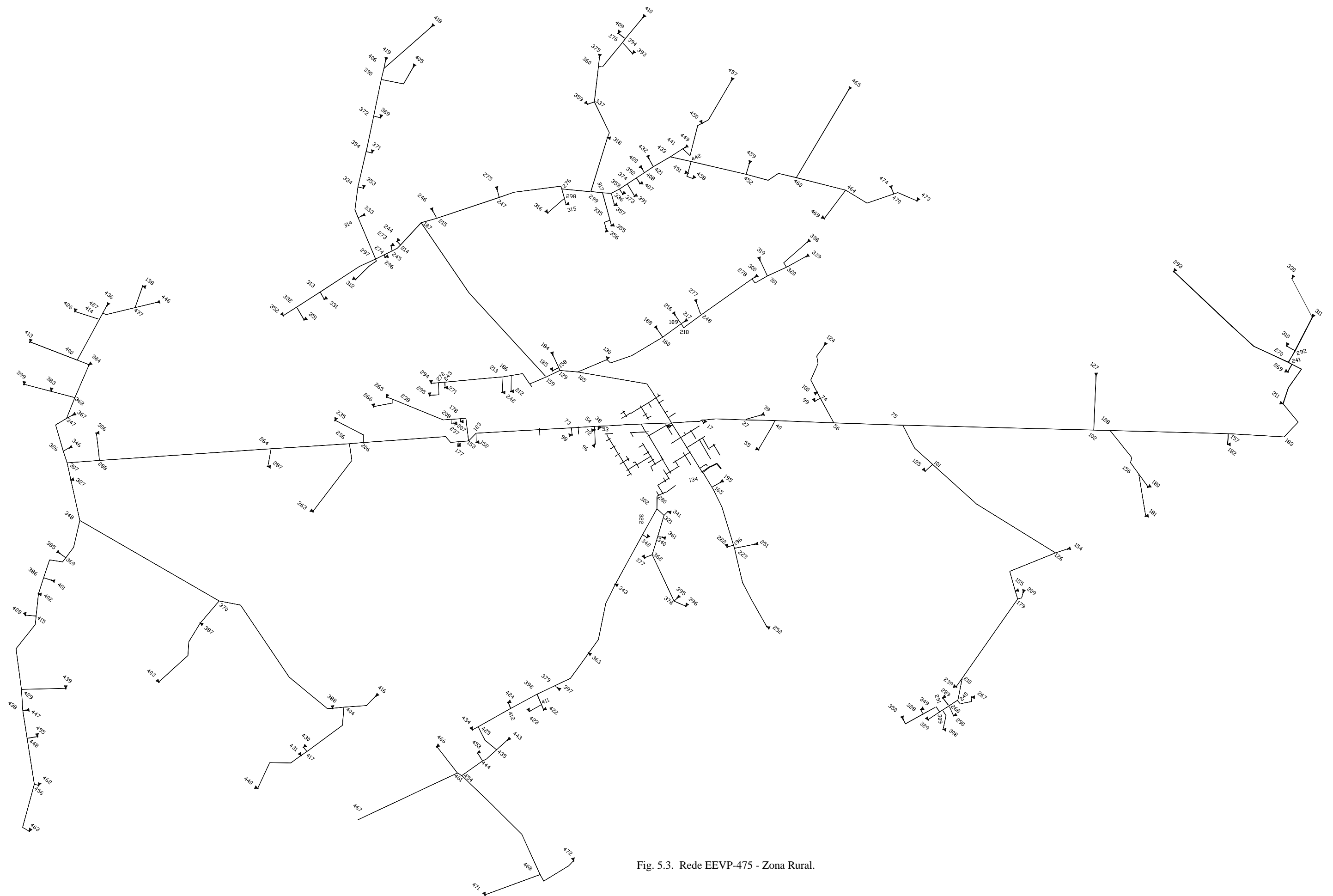


Fig. 5.3. Rede EEVP-475 - Zona Rural.

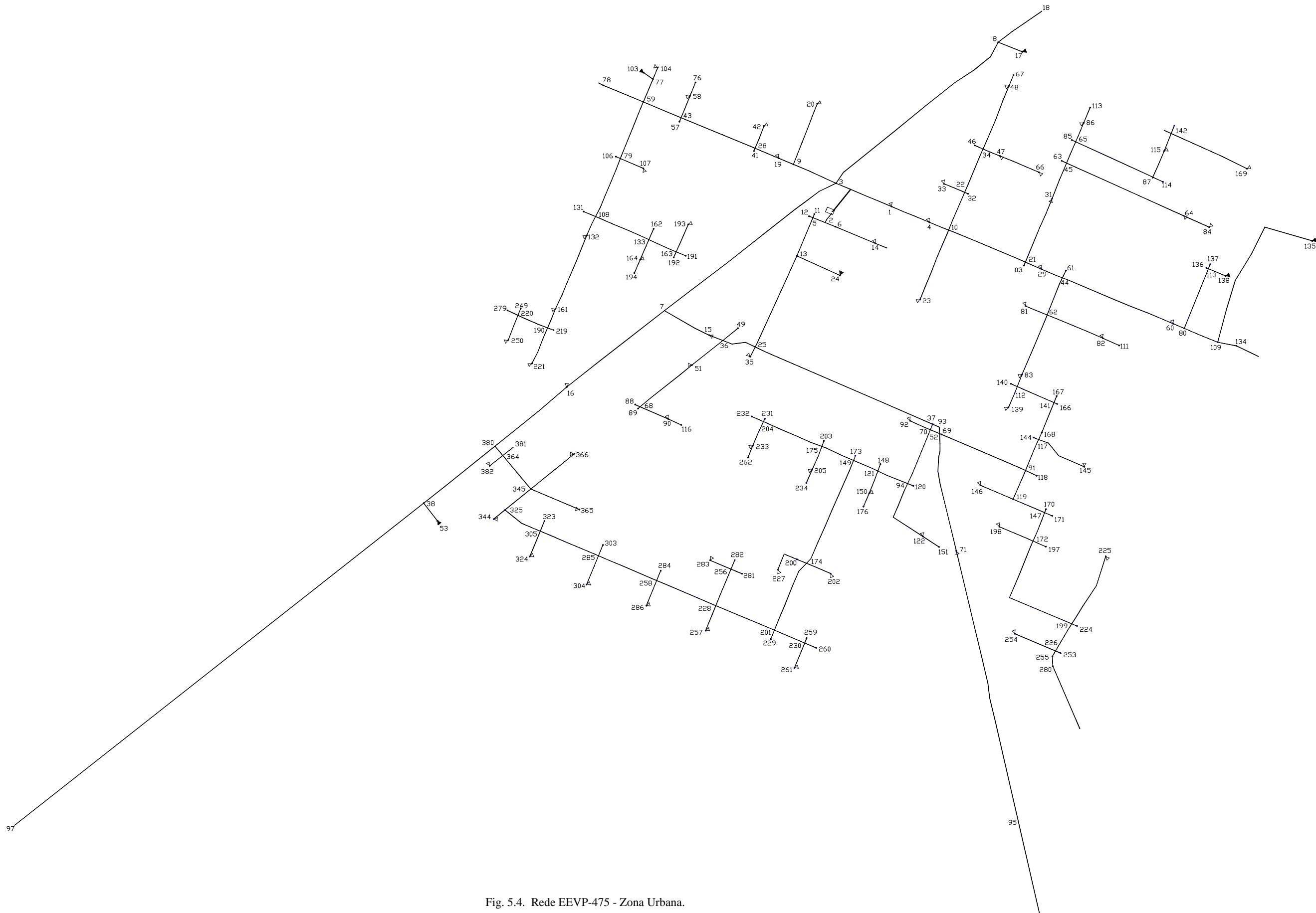


Fig. 5.4. Rede EEP-475 - Zona Urbana.

## 5.2 Resultados

Para os cálculos das impedâncias de todos os cabos onde a terra não foi modelada como condutor, considerou-se a modelagem completa de Carson [16], usando os termos de correção com as equações simplificadas (redução da matriz 5x5 em 4x4, ver Apêndice A). Quando a terra foi modelada como condutor, os efeitos da terra nos cabos foram incluídos nesse mesmo valor (manteve-se a matriz 5x5 ou 4x4). A impedância do condutor de terra fictício foi desenvolvida baseada nas equações de queda de tensão para uma linha trifásica com retorno pela terra [2] e o cálculo completo das impedâncias de Carson (ver exemplo de cálculo no Apêndice A). Em todos os casos utilizou-se uma resistividade média do solo de 100  $\Omega$ -m.

Para simplificar os cálculos do alimentador IEEE-34, o transformador 24,9/4,16 kV foi substituído com uma linha, assim o sistema foi modelado com um único valor de tensão. Os reguladores automáticos de tensão (AVR) tampouco foram representados.

O modelo proposto foi testado com diferentes modelos de carga: admitância constante e potência constante. Considerou-se o modelo de admitância constante como o mais adequado, dentro dos modelos não combinados, para representar o consumo residencial, e o modelo de potência constante para representar o consumo industrial.

Um item importante analisado é o desequilíbrio da tensão. Para tal efeito, foi utilizada a porcentagem de desequilíbrio definida em [32] usando as magnitudes dos valores das tensões trifásicas.

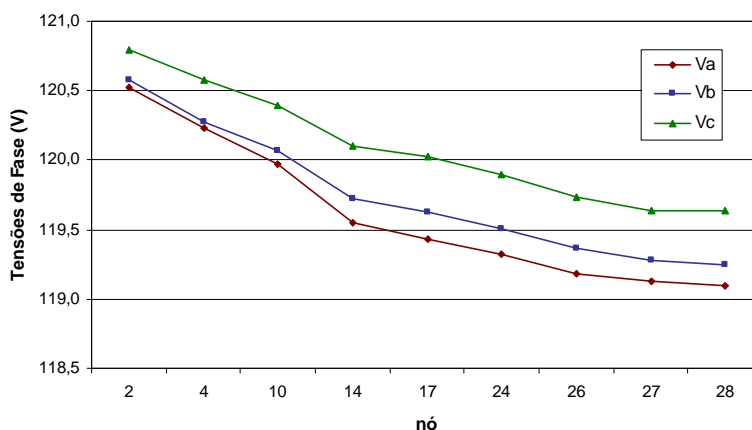
$$\text{Desequilíbrio da Tensão} = \frac{\text{variação máxima das tensões respeito da tensão média}}{\text{tensão média}} \times 100\% \quad (5.1)$$

Com a finalidade de mostrar o desempenho do fluxo de potência trifásico a quatro fios, os resultados vão ser comparados com um fluxo de potência que usa a redução de Kron (matriz 3x3). Nos cálculos das impedâncias dos sistemas testados com o fluxo de potência tradicional (a três fios) considerou-se solo ideal (não levou em conta a resistividade do solo).

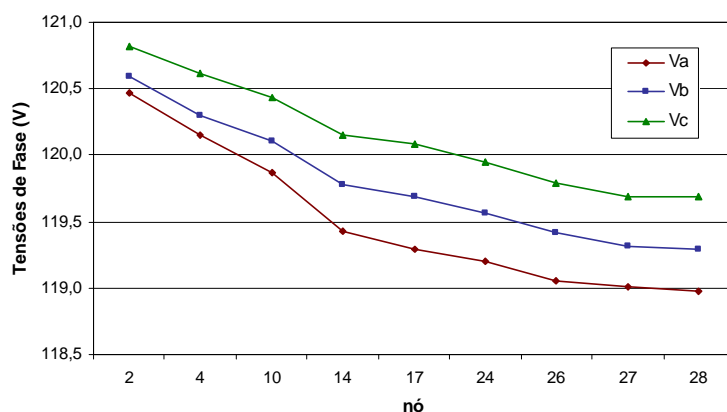


Os resultados serão apresentados para os caminhos principais de cada rede utilizada. Para a rede BT-29 os nós analisados são: 2-4-10-14-17-24-26-27-28. O caminho estudado na rede IEEE-34 é: 1-2-3-5-6-7-8-10-12-15-16-17-19-21-23-25-27-29-32. No alimentador 1 da rede EEVP-475 o caminho analisado é: 1-4-10-21-29-44-60-80-109-134-165-196-223-252, para o alimentador 2: 2-5-13-25-37-52-69-91-119-147-172-199-226-255-280-302-322-343-363-379-398-412-425-435-444-454-461-468-472, e para o alimentador 3: 3-9-19-28-43-59-78-105-129-159-187-215-247-276-299-317-336-358-374-392-408-421-433-442-452-460-464-470-474. O critério principal para a escolha destes caminhos foi o comprimento e o carregamento dos mesmos.

As Figuras 5.5 e 5.6 mostram as tensões de fase da rede de baixa tensão BT-29 para uma modelagem de carga de Admitância Constante. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto (fluxo de potência a quatro fios) e o método tradicional (fluxo de potência a três fios, usando a redução de Kron para o cabo neutro). A simulação foi feita considerando o cabo neutro isolado (sem aterramento).

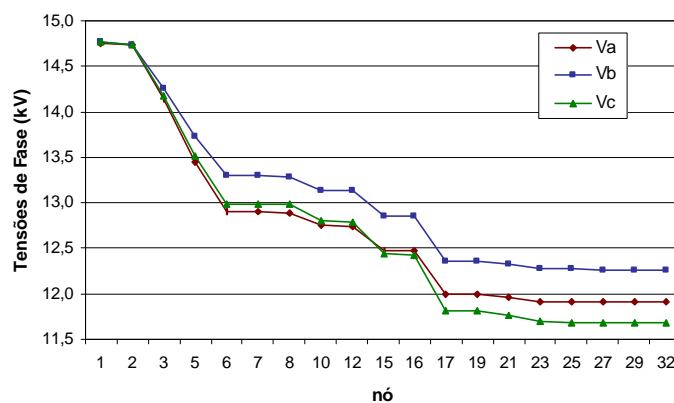


**Figura 5.5. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso BT-29 a quatro fios modelando a carga como Admitância Constante.**

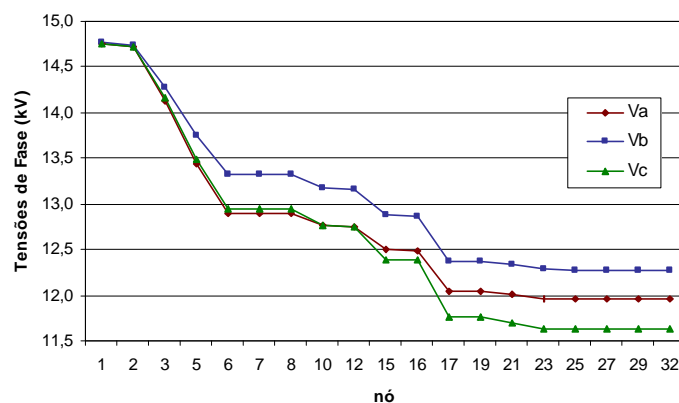


**Figura 5.6. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso BT-29 usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Admitância Constante.**

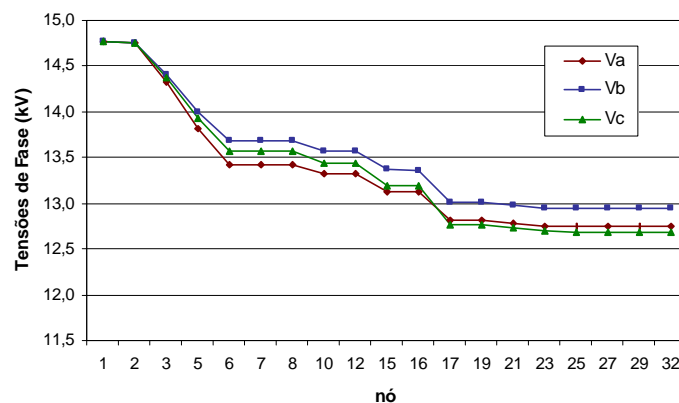
As Figuras 5.7 a 5.10 mostram as tensões de fase da rede de média tensão IEEE-34 para as duas modelagens de carga utilizadas. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto (fluxo de potência a quatro fios) e o método tradicional (fluxo de potência a três fios, usando a redução de Kron para o cabo neutro). A simulação foi feita considerando o cabo neutro isolado (sem aterramento).



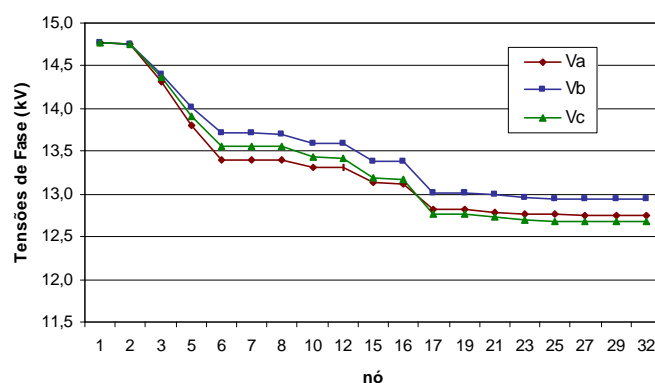
**Figura 5.7. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso IEEE-34 a quatro fios modelando a carga como Potência Constante.**



**Figura 5.8. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso IEEE-34 usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Potência Constante.**

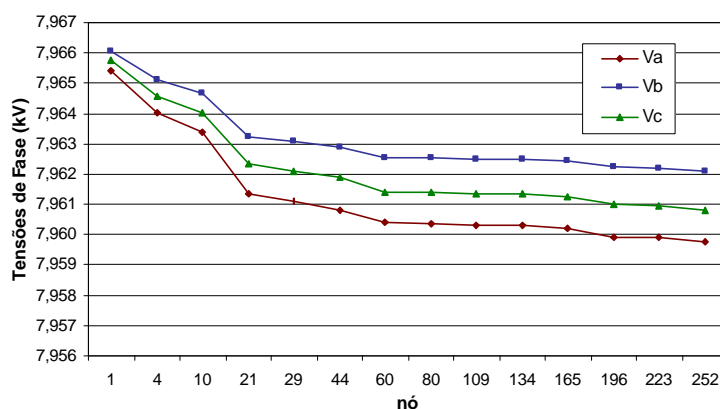


**Figura 5.9. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso IEEE-34 a quatro fios modelando a carga como Admitância Constante.**

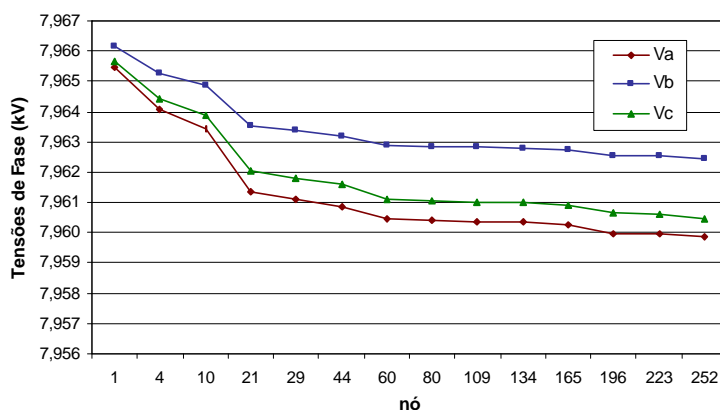


**Figura 5.10. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso IEEE-34 usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Admitância Constante.**

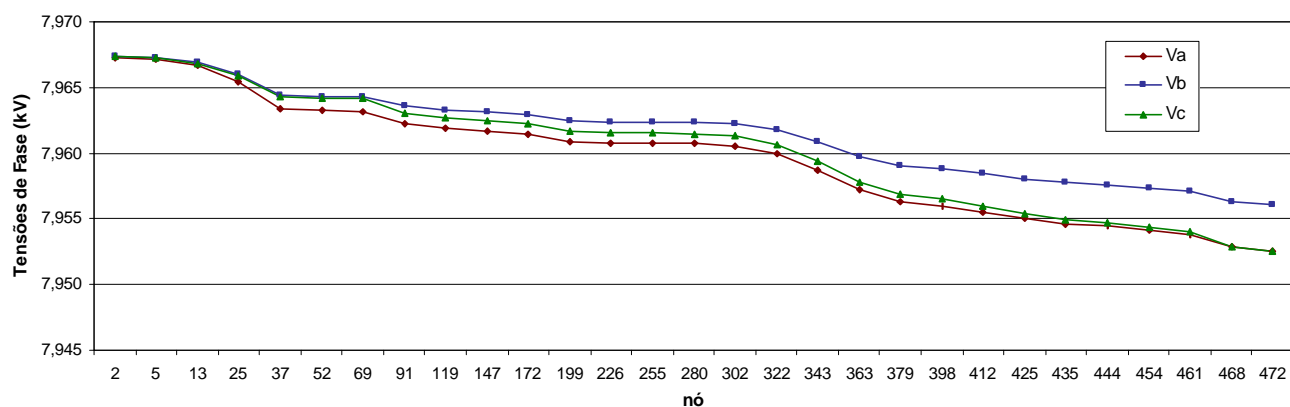
As Figuras 5.11 a 5.16 mostram as tensões de fase da rede de média tensão EEVP-475, para uma modelagem de carga de Potência Constante. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto (fluxo de potência a quatro fios) e o método tradicional (fluxo de potência a três fios, usando a redução de Kron para o cabo neutro). São apresentados os resultados para os três alimentadores da rede. A rede original apresenta somente três fios, por tal motivo foi adicionado um cabo neutro para fazer os testes. A simulação foi feita considerando o cabo neutro isolado (sem aterramento).



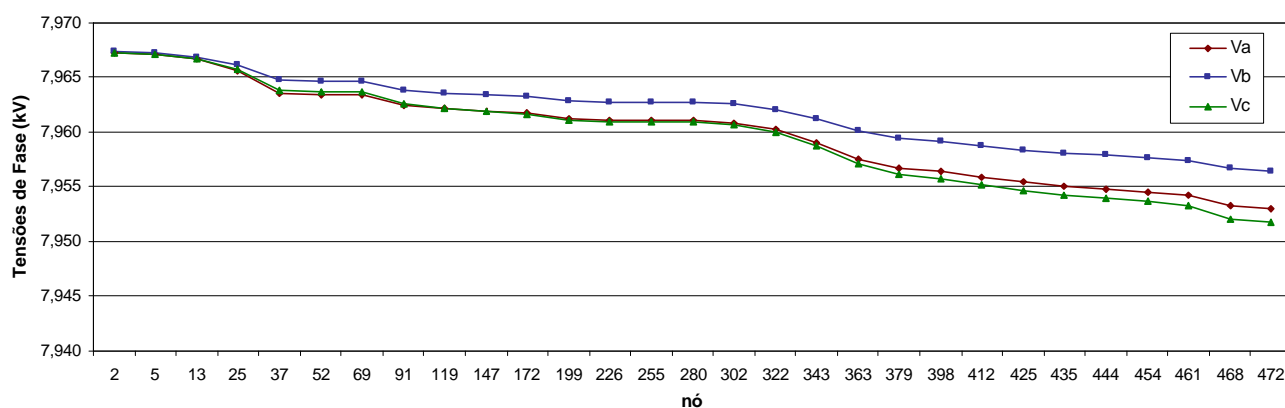
**Figura 5.11. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) a quatro fios modelando a carga como Potência Constante.**



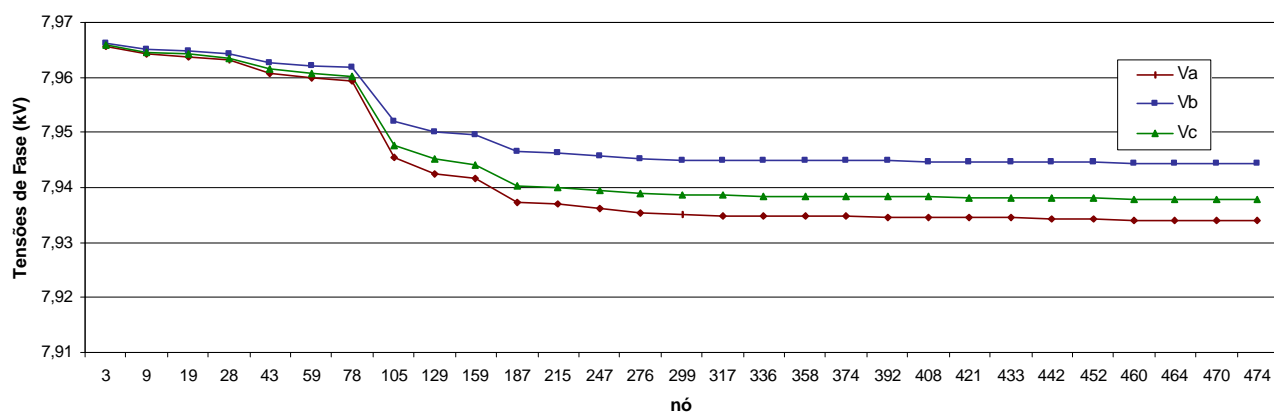
**Figura 5.12. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Potência Constante.**



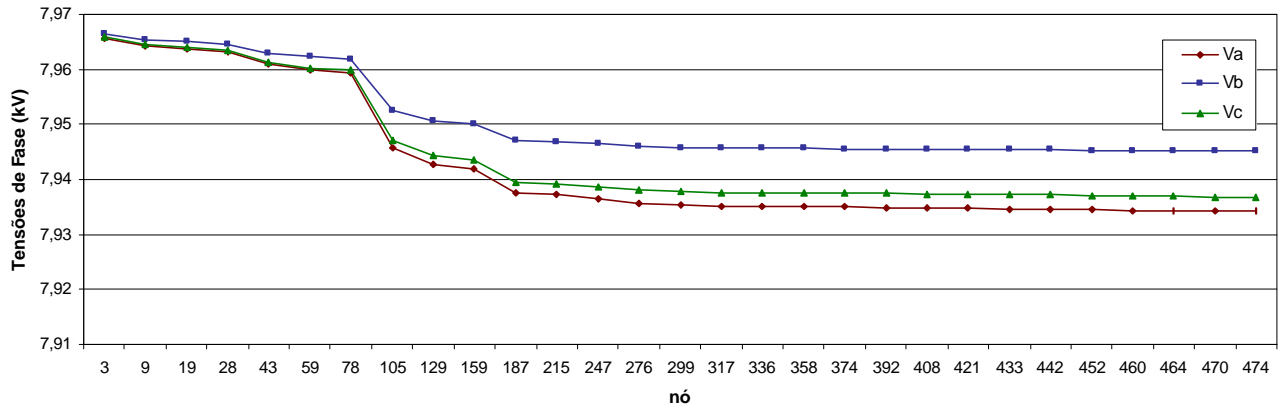
**Figura 5.13. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) a quatro fios modelando a carga como Potência Constante.**



**Figura 5.14. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Potência Constante.**



**Figura 5.15. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Proposto: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) a quatro fios modelando a carga como Potência Constante.**



**Figura 5.16. Tensões de Fase usando o Fluxo de Potência Tradicional: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) usando a redução de Kron para o cabo neutro e modelando a carga como Potência Constante.**

A variação entre os resultados mostrados por ambas metodologias é pequena. A diferença máxima no caso da rede BT-29 foi de 0,1%, para o IEEE-34 foi de 0,5% e para o caso EEVP-475 de 0,01%. Isto nos leva a dizer que quando as tensões e as correntes do neutro não são de interesse específico a redução de Kron é justificável.

As Figuras 5.17 e 5.18 mostram as tensões do cabo neutro e as correntes de retorno da rede de baixa tensão BT-29, para uma modelagem de carga de Admitância Constante. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto. Foram criados quatro cenários para os testes:

- C1. Rede de BT com neutro isolado;
- C2. Rede de BT multi-aterrada, resistência do solo  $R_{gr} = 0,2 \, \Omega$  nos seguintes nós de cruzamento ou finais: 3, 4, 11, 16, 17, 18, 25, 28,  $R_{gr} = 0,1 \, \Omega$  no transformador MT/BT;
- C3. Igual do que no caso C2, mas  $R_{gr} = 0,5 \, \Omega$ ; e
- C4. Rede de BT com todos os nós aterrados,  $R_{gr} = 0,1 \, \Omega$ .

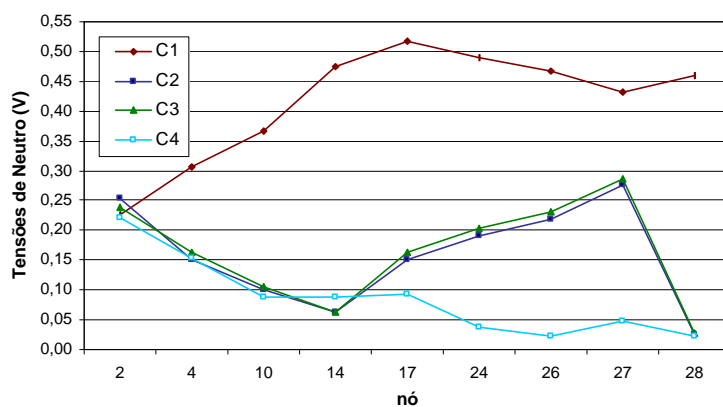


Figura 5.17. Tensões de Neutro: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante.

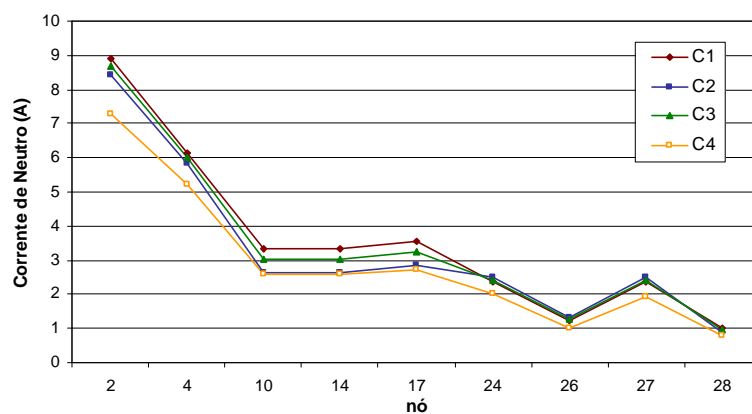
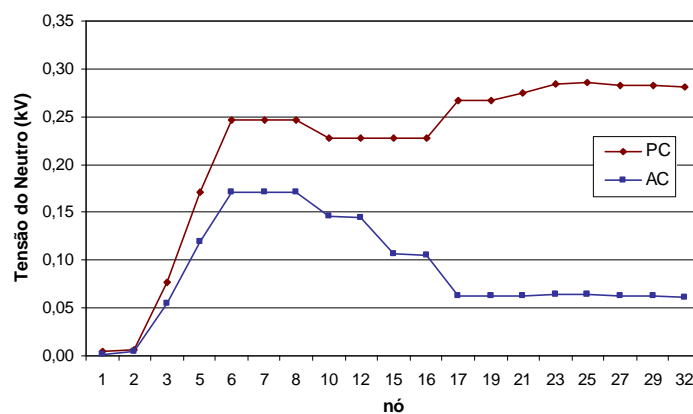
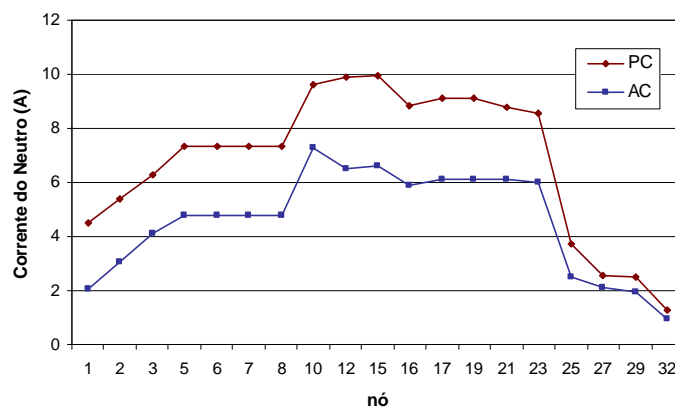


Figura 5.18. Correntes de Neutro: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante.

As Figuras 5.19 e 5.20 mostram as tensões do cabo neutro e as correntes de retorno da rede de média tensão IEEE-34, para uma modelagem de carga de Admitância Constante e Potência Constante. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto. A simulação foi feita considerando o cabo neutro isolado (sem aterramento).



**Figura 5.19. Tensões de Neutro: Caso IEEE-34 a quatro fios e modelando a carga como Admitância Constante (AC) e Potência Constante (PC).**



**Figura 5.20. Correntes de Neutro: Caso IEEE-34 a quatro fios e modelando a carga como Admitância Constante (AC) e Potência Constante (PC).**

As Figuras 5.21 e 5.22 mostram as tensões do cabo neutro e as correntes de retorno da rede de média tensão EEVP-475, para uma modelagem de carga de Potência Constante. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto. A simulação foi feita considerando o cabo neutro isolado (sem aterramento).



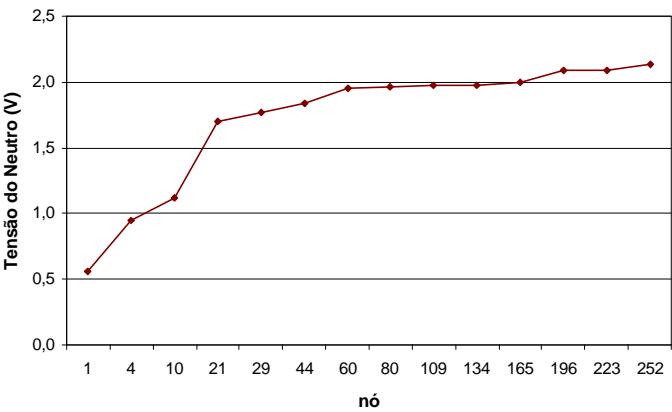


Figura 5.21. Tensões de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) modelando a carga como Potência Constante.

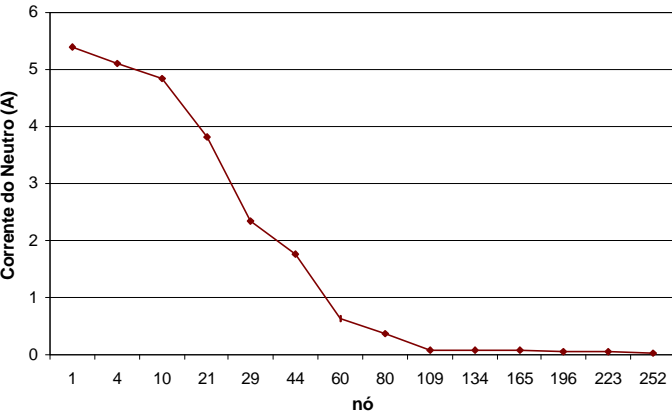


Figura 5.22. Correntes de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) modelando a carga como Potência Constante.

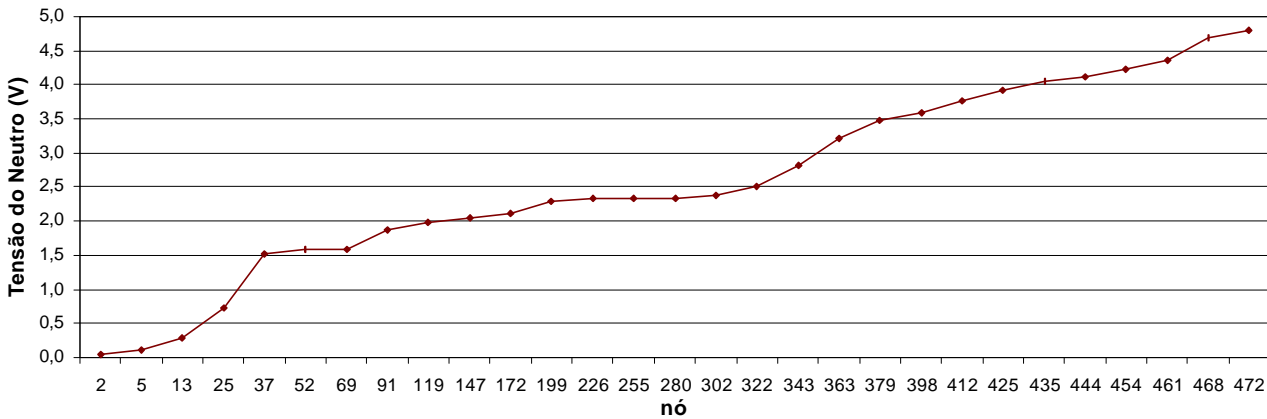


Figura 5.23. Tensões de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) modelando a carga como Potência Constante.

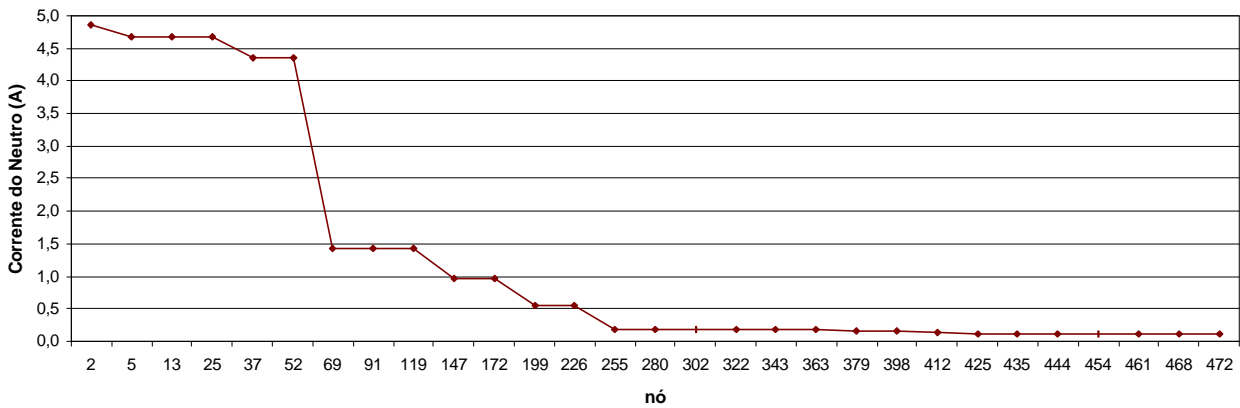


Figura 5.24. Correntes de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) modelando a carga como Potência Constante.

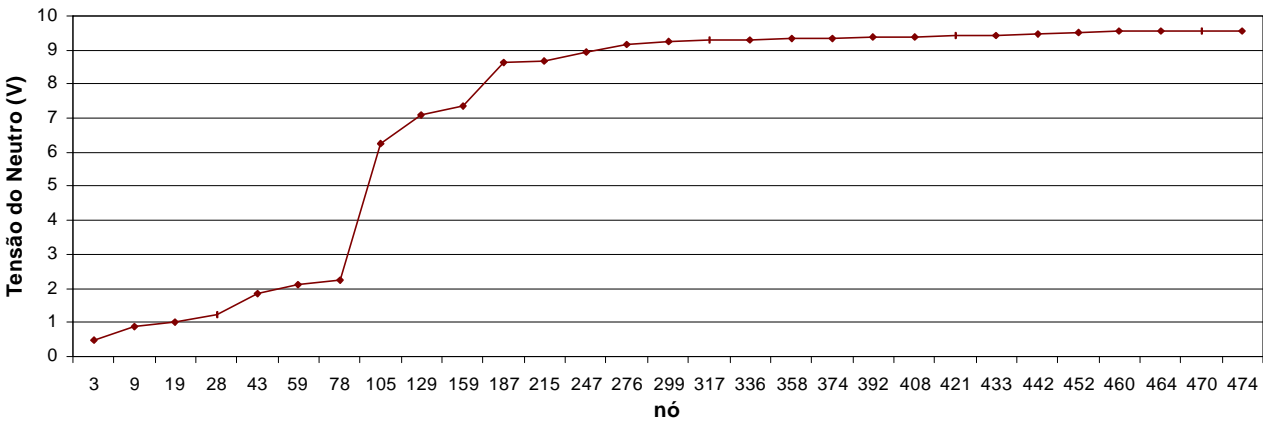


Figura 5.25. Tensões de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) modelando a carga como Potência Constante.

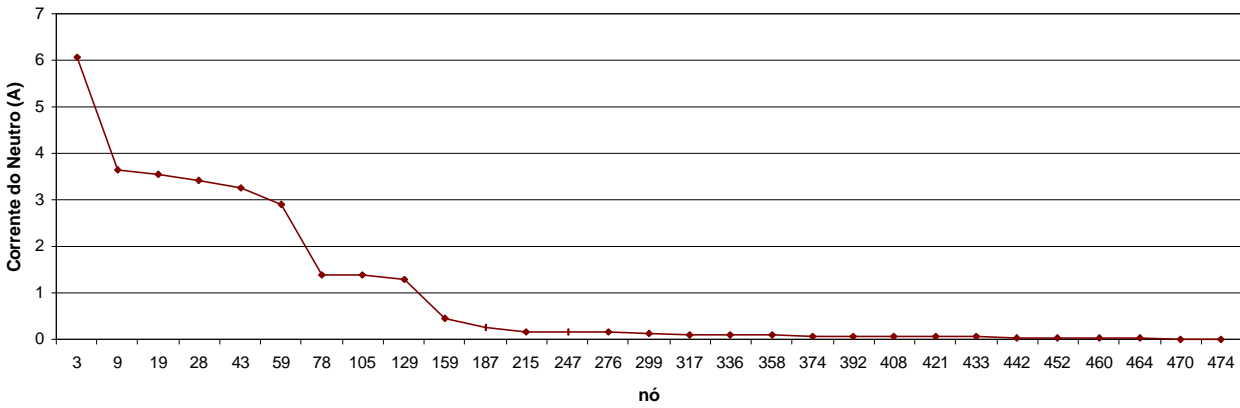
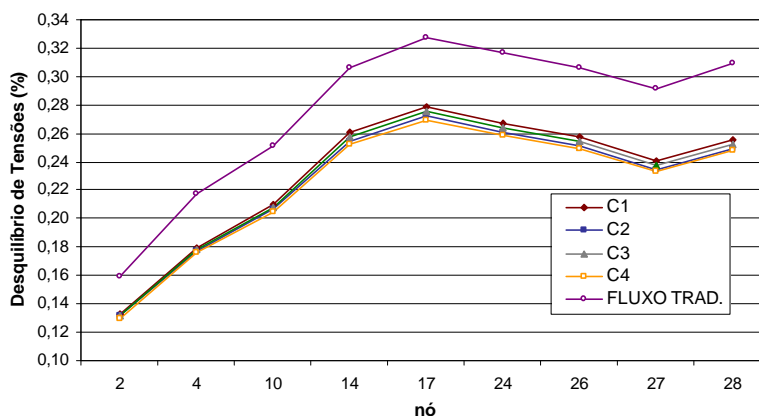


Figura 5.26. Correntes de Neutro: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) modelando a carga como Potência Constante.

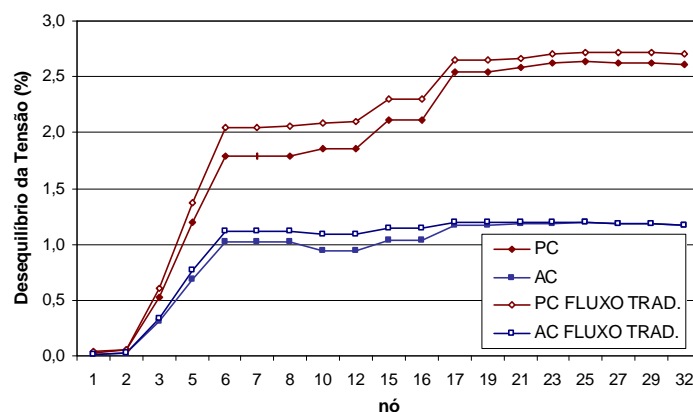
As tensões do neutro e as correntes de retorno são apreciáveis. O valor máximo da tensão do neutro no caso da rede BT-29 foi de 0,5 V e de 8,9 A para a corrente de retorno; para o IEEE-34 foi de 286 V e 9,9 A (presentes na modelagem de PC); para o caso EEVP-475 foi de 9,5 V e 6,1 A (presentes no Alimentador 3).

A Figura 5.27 mostra os desequilíbrios das tensões da rede de baixa tensão BT-29, para uma modelagem de carga de Admitância Constante. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto (fluxo de potência a quatro fios) e o método tradicional (fluxo de potência a três fios, usando a redução de Kron para o cabo neutro). Usaram-se os quatro cenários descritos anteriormente.



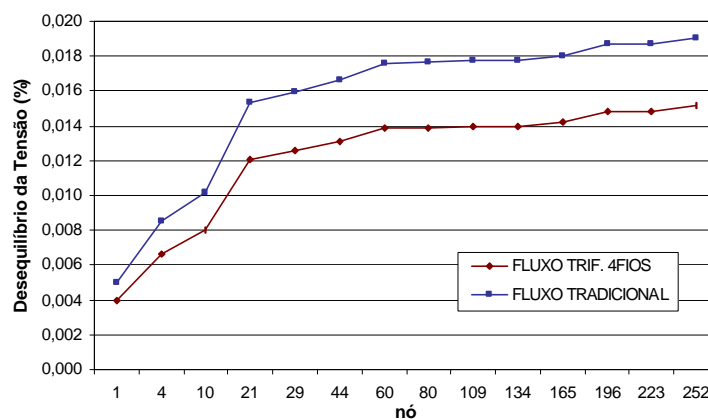
**Figura 5.27. Desequilíbrio de Tensões: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante.**

A Figura 5.28 mostra os desequilíbrios das tensões da rede de média tensão IEEE-34, para uma modelagem de carga de Admitância Constante. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto (fluxo de potência a quatro fios) e o método tradicional. A simulação foi feita considerando o cabo neutro isolado (sem aterramento).

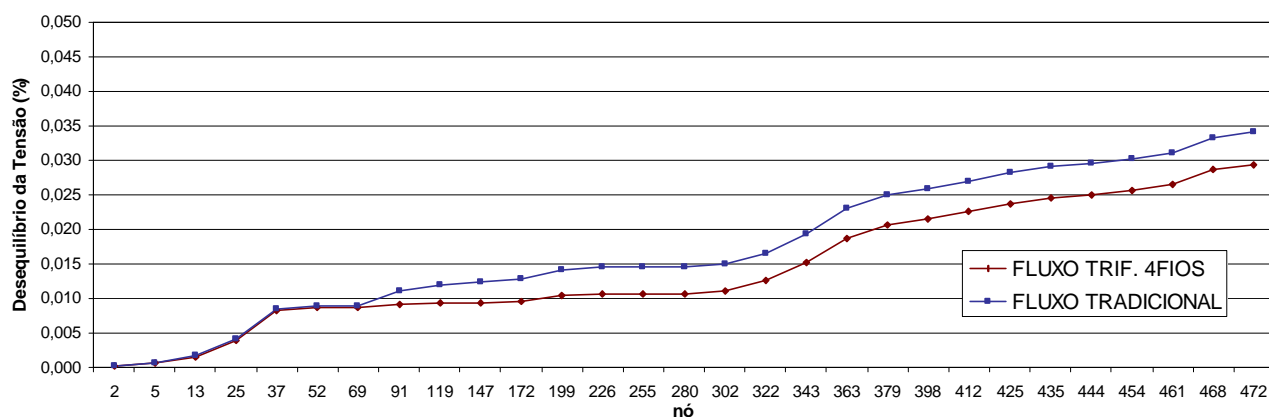


**Figura 5.28. Desequilíbrio da Tensão: Caso IEEE-34 a quatro fios e modelando a carga como Potência Constante (PC) e Admitância Constante (AC).**

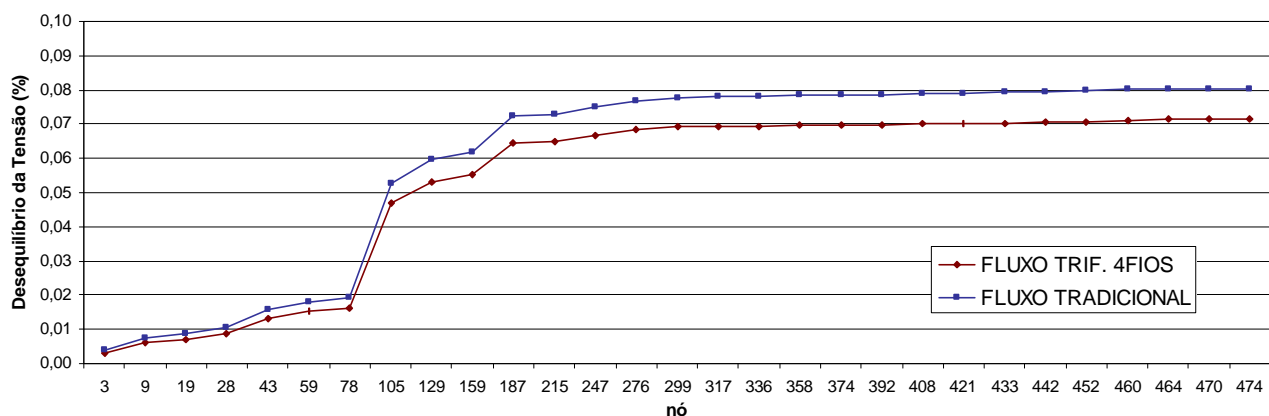
As Figuras 5.29 a 5.31 mostram os desequilíbrios das tensões da rede de média tensão EEVP-475, para uma modelagem de carga de Potência Constante. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto (fluxo de potência a quatro fios) e o método tradicional (fluxo de potência a três fios, usando a redução de Kron para o cabo neutro). A simulação foi feita considerando o cabo neutro isolado (sem aterramento).



**Figura 5.29. Desequilíbrio de Tensões: Caso EEVP-475 (Alimentador 1) modelando a carga como Potência Constante.**



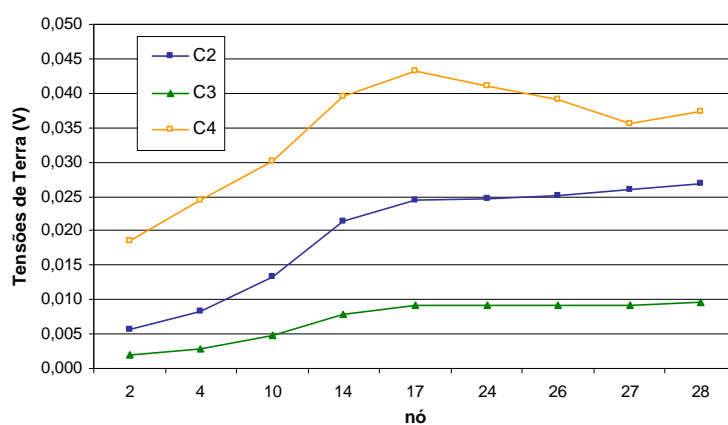
**Figura 5.30. Desequilíbrio de Tensões: Caso EEVP-475 (Alimentador 2) modelando a carga como Potência Constante.**



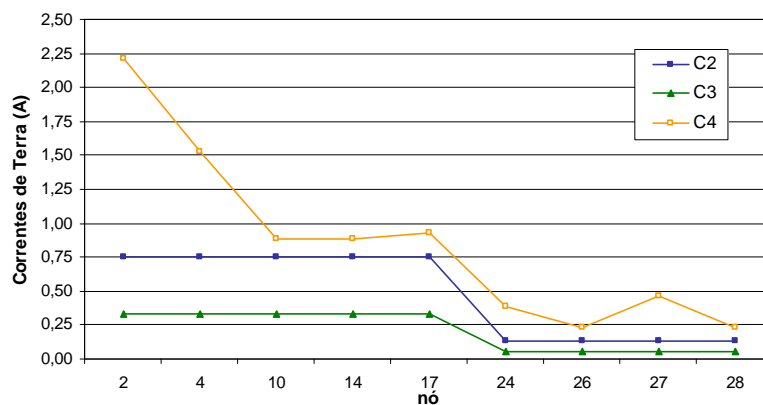
**Figura 5.31. Desequilíbrio de Tensões: Caso EEVP-475 (Alimentador 3) modelando a carga como Potência Constante.**

O valor máximo do desequilíbrio obtido com o método proposto no caso da rede BT-29 foi de 0,28 %; para o IEEE-34 foi de 2,63 % (presente na modelagem de PC); para o caso EEVP-475 foi de 0,07 % (presente no Alimentador 3). Observa-se que os valores dos desequilíbrios obtidos com o fluxo de potência tradicional superam em todos os casos aqueles obtidos com o método proposto.

As Figuras 5.32 e 5.33 mostram as tensões da terra e as correntes de retorno da rede de baixa tensão BT-29, para uma modelagem de carga de Admitância Constante. Os resultados foram obtidos a partir do método. Usaram-se os quatro cenários descritos anteriormente.

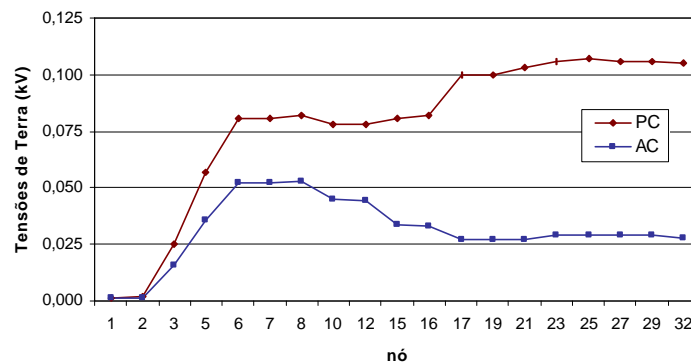


**Figura 5.32. Tensões de Terra: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante.**

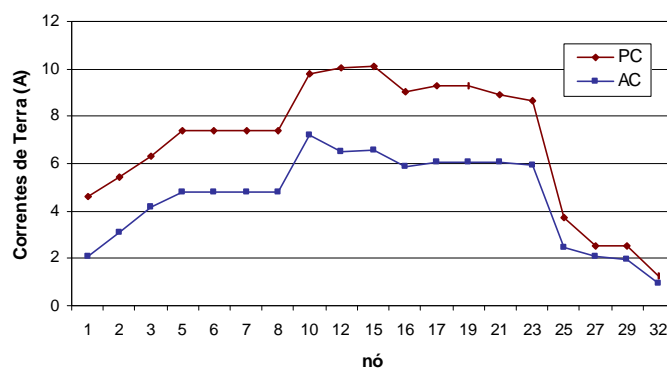


**Figura 5.33. Correntes de Terra: Caso BT-29 modelando a carga como Admitância Constante.**

As Figuras 5.34 e 5.35 mostram as tensões da terra e as correntes de retorno da rede de média tensão IEEE-34, para as duas modelagens de carga utilizadas. O cabo neutro foi retirado e a terra foi modelada como cabo fictício para criar um sistema com retorno pela terra. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto.



**Figura 5.34. Tensões de Terra: Caso IEEE-34 analisando retornos pela terra e modelando a carga como Potência Constante (PC) e Admitância Constante (AC).**

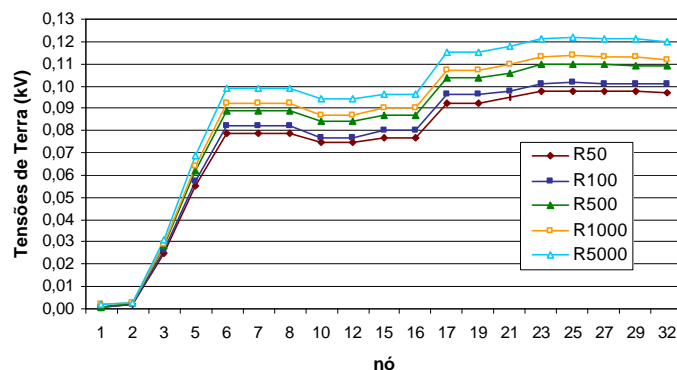


**Figura 5.35. Correntes de Terra: Caso IEEE-34 analisando retornos pela terra e modelando a carga como Potência Constante (PC) e Admitância Constante (AC).**

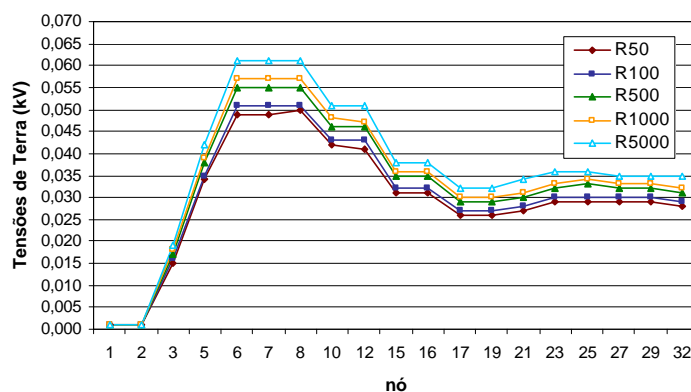
Observa-se nos testes com a rede BT-29 que o aumento da impedância do aterramento faz com que as tensões e correntes de terra diminuam. No teste feito com o alimentador IEEE-34 obteve-se perfis de tensão de terra com tendências similares àqueles obtidos com a modelagem de linha a quatro fios (*a*, *b*, *c* e neutro). Isto se deve ao fato de apresentar os mesmos desequilíbrios de cargas. No entanto, os valores apresentados no teste com retorno pela terra foram menores.

As Figuras 5.36 e 5.37 mostram as tensões da terra da rede de média tensão IEEE-34, para as duas modelagens de carga utilizadas e tendo como parâmetro a resistividade do solo ( $\rho$ ). O cabo neutro foi retirado e a terra foi modelada como cabo fictício para criar um sistema com retorno pela terra. Utilizaram-se as seguintes resistividades do

solo: 50, 100, 500, 1.000 e 5.000  $\Omega$ -m. Os resultados foram obtidos a partir do método proposto.



**Figura 5.36. Tensões de Terra: Caso IEEE-34 tendo a resistividade do solo como parâmetro e modelando a carga como Potência Constante.**



**Figura 5.37. Tensões de Terra: Caso IEEE-34 tendo a resistividade do solo como parâmetro e modelando a carga como Admitância Constante.**

Observa-se que o aumento da resistividade do solo faz com que as tensões de terra diminuam. A diferença existente entre as diferentes resistividades é pouca, portanto é justificável o uso de uma resistividade de 100  $\Omega$ -m como padrão.

A principal vantagem da metodologia proposta é que permite a análise de fluxo de potência em todos os tipos de redes de distribuição reais de grande porte incluindo redes de distribuição a quatro fios com multi-aterramento sendo o mais complexo. O método de fluxo de potência proposto permite pesquisar os efeitos dos neutros e o sistema de aterramento na operação das redes de distribuição.



---

O desempenho do algoritmo *backward-forward* não é afetado, em termos de convergência, quando o cabo neutro e a terra são explicitamente representados. No entanto, como é de esperar, o tempo de processamento aumenta devido aos cálculos adicionais. Nos testes realizados, obteve-se incrementos na faixa de 4 a 30% na análise 4x4 e na faixa de 60 a 140% na análise 5x5, ambos com relação à análise 3x3.

O método de fluxo de potência proposto pode ser aplicado na rede de distribuição trifásica a cinco fios apresentada em [5] e [28] devido ao fato de que o quarto cabo de aterramento e o quinto cabo neutro podem ser representados explicitamente.

## Capítulo VI

### Conclusões Gerais

O algoritmo proposto visa analisar as características inerentes dos sistemas de distribuição a quatro fios multi-aterrados, sendo o caso mais complexo. Consideram-se nesta abordagem os efeitos do neutro e o aterramento em detalhe. Os resultados obtidos indicam que se os efeitos do cabo neutro forem desconsiderados, os valores das tensões, correntes e o desequilíbrio do sistema serão incorretos. Além disso, quanto maior for o desequilíbrio do sistema, maiores serão as divergências nos cálculos.

Este trabalho tem descrito também a importância do aterramento do sistema na análise do sistema. Diferentes resistências de aterramento e número de pontos aterrados no cabo neutro, fazem que os perfis de tensão e as correntes de falta à terra sejam muito diferentes. Portanto, é necessário considerar os efeitos do aterramento no planejamento e operação dos sistemas de distribuição multi-aterrados.

A aplicação do aterramento múltiplo do neutro pode beneficiar à operação do sistema, mas também faz com que as suas características sejam mais complexas, precisando assim de uma modelagem mais profunda. No entanto, os resultados obtidos mostram que quando as correntes e tensões do neutro não são de interesse específico, a redução de Kron é justificável.

Linhas com modelagem matricial  $4 \times 4$  ( $a, b, c, n$ ),  $5 \times 5$  ( $a, b, c, n, g$ ) ou ainda de maior ordem podem ser facilmente adicionadas no método para o cálculo de fluxo de potência trifásico em [10]. A maioria das modelagens de elementos trifásicos existentes

---

para sistemas de distribuição podem ser bem representadas [15]. Redes fracamente malhadas com ou sem presença de barras PV podem ser incluídas também.

Um *software* baseado na técnica de solução de fluxo de potência 5x5 proposta pode ser útil para a avaliação dos diferentes planejamentos do neutro. Além do mais, pode ser uma ferramenta eficiente para estudos de qualidade de energia, análises de segurança, análises de curto circuito, e outras aplicações onde as tensões e correntes do neutro e a terra sejam de particular interesse.

Cabe destacar que as empresas distribuidoras de energia elétrica estão melhorando cada vez mais a sua base de dados das redes e dos consumidores (estimação de curvas de cargas e outros) e uma boa base de dados exige algoritmos melhores e mais completos para análise de redes de distribuição.

# APÊNDICE A

## EXEMPLO DE CÁLCULO DAS IMPEDÂNCIAS DAS LINHAS

Para o exemplo de cálculo da matriz 5x5 e 4x4 (considerando ou não o cabo neutro) foi escolhida a rede IEEE-34. Será analisado o trecho 0-1 da Figura 5.2.

As distâncias horizontais e verticais das fases  $a$ ,  $b$  e  $c$ , e o cabo neutro são:

$$\begin{aligned}d_{ab} &= 0,7620 \text{ m} \\d_{ac} &= 1,3716 \text{ m} \\d_{an} &= 0,4572 \text{ m} \\d_{bc} &= 2,1336 \text{ m} \\d_{bn} &= 1,2192 \text{ m} \\d_{cn} &= 0,9144 \text{ m} \\h_a &= h_b = h_c = 8,5344 \text{ m} \\h_n &= 7,3152 \text{ m}\end{aligned}$$

A bitola do cabo utilizado para as três fases e o neutro é ACSR #2 6/1, assim a resistência e o radio médio geométrico do cabo é obtida de tabelas:

$$\begin{aligned}R_a &= R_b = R_c = R_n = R = 1,0501173 \text{ } \Omega/\text{km} \\R_{MGa} &= R_{MGb} = R_{MGc} = R_{MGn} = R_{MG} = 1,274\text{E-}06 \text{ km}\end{aligned}$$

O comprimento do trecho 0-1 é de 0,7864 km. A frequência do sistema é 60 Hz e a resistividade solo 100  $\Omega$ -m.

Logo, procedemos a calcular os elementos da matriz 5x5 de (3.19). Para calcular a impedância própria da terra  $\bar{z}_{gg}$  usamos (3.7):

$$\bar{z}_{gg} = \pi^2 \cdot 10^{-4} (60) - j0.0386 \cdot 8\pi \cdot 10^{-4} (60) + j4\pi \cdot 10^{-4} \cdot (60) \cdot \ln \frac{2}{5.6198 \cdot 10^{-3}}$$

$$\bar{z}_{gg} = 0,059218 + j0,437114 \quad \Omega/\text{km}$$

Para calcular a impedância mútua da terra com cada fase ( $\bar{z}_{ag}$ ,  $\bar{z}_{bg}$ ,  $\bar{z}_{cg}$ ) e o cabo neutro ( $\bar{z}_{ng}$ ), usamos (3.8):

$$\bar{z}_{ag} = \bar{z}_{bg} = \bar{z}_{cg} = j2\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \frac{8,5344}{\sqrt{(100)/(60)}} = j0,071202 \quad \Omega/\text{km}$$

$$\bar{z}_{ng} = j2\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \frac{7,3152}{\sqrt{(100)/(60)}} = j0,065391 \quad \Omega/\text{km}$$

As impedâncias próprias das três fases e o neutro são calculadas com (3.10):

$$\bar{z}_{aa} = \bar{z}_{bb} = \bar{z}_{cc} = (1,0501173) + j4\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \left( \frac{2(8,5344 \times 10^{-3})}{(1,274 \times 10^{-6})} \right)$$

$$\bar{z}_{aa} = \bar{z}_{bb} = \bar{z}_{cc} = 1,050117 + j0,716498 \quad \Omega/\text{km}$$

$$\bar{z}_{nn} = (1,0501173) + j4\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \left( \frac{2(7,3152 \times 10^{-3})}{(1,274 \times 10^{-6})} \right)$$

$$\bar{z}_{nn} = 1,050117 + j0,704875 \quad \Omega/\text{km}$$

As impedâncias mútuas das três fases e o neutro são calculadas com (3.11):

$$\bar{z}_{ab} = j4\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{(0,762)^2 + ((8,5344) + (8,5344))^2}}{\sqrt{(0,762)^2 + ((8,5344) - (8,5344))^2}} \right)$$

$$\bar{z}_{ab} = j0,234493 \quad \Omega/\text{km}$$

$$\bar{z}_{ac} = j4\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{(1,3716)^2 + ((8,5344) + (8,5344))^2}}{\sqrt{(1,3716)^2 + ((8,5344) - (8,5344))^2}} \right)$$

$$\bar{z}_{ac} = j0,190342 \quad \Omega/\text{km}$$

$$\bar{z}_{an} = j4\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{(0,4572)^2 + ((8,5344) + (7,3152))^2}}{\sqrt{(0,4572)^2 + ((8,5344) - (7,3152))^2}} \right)$$

$$\bar{z}_{an} = j0,188464 \quad \Omega/\text{km}$$

$$\bar{z}_{bc} = j4\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{(2,1336)^2 + ((8,5344) + (8,5344))^2}}{\sqrt{(2,1336)^2 + ((8,5344) - (8,5344))^2}} \right)$$

$$\bar{z}_{bc} = j0,157371 \quad \Omega/\text{km}$$

$$\bar{z}_{bn} = j4\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{(1,2192)^2 + ((8,5344) + (7,3152))^2}}{\sqrt{(1,2192)^2 + ((8,5344) - (7,3152))^2}} \right)$$

$$\bar{z}_{bn} = j0,167484 \quad \Omega/\text{km}$$

$$\bar{z}_{cn} = j4\pi \cdot 10^{-4} (60) \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{(0,9144)^2 + ((8,5344) + (7,3152))^2}}{\sqrt{(0,9144)^2 + ((8,5344) - (7,3152))^2}} \right)$$

$$\bar{z}_{cn} = j0,176693 \quad \Omega/\text{km}$$

Assim, obtém-se a matriz simétrica 5x5:

$$[Z_{0-1}]_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{aa} & \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{an} & \bar{z}_{ag} \\ \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{bb} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{bn} & \bar{z}_{bg} \\ \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{cc} & \bar{z}_{cn} & \bar{z}_{cg} \\ \bar{z}_{an} & \bar{z}_{bn} & \bar{z}_{cn} & \bar{z}_{nn} & \bar{z}_{ng} \\ \bar{z}_{ag} & \bar{z}_{bg} & \bar{z}_{cg} & \bar{z}_{ng} & \bar{z}_{gg} \end{bmatrix}$$

$$[Z_{0-1}]_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} 1,0501 + j0,7165 & j0,2345 & j0,1903 & j0,1885 & j0,0712 \\ j0,2345 & 1,0501 + j0,7165 & j0,1574 & j0,1675 & j0,0712 \\ j0,1903 & j0,1574 & 1,0501 + j0,7165 & j0,1767 & j0,0712 \\ j0,1885 & j0,1675 & j0,1767 & 1,0501 + j0,7049 & j0,0654 \\ j0,0712 & j0,0712 & j0,0712 & j0,0654 & 0,0592 + j0,4371 \end{bmatrix} \quad \Omega/\text{km}$$

Multiplicando pelo comprimento do trecho, obtém-se:

$$[Z_{0-1}]_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} 0,8258 + j0,5634 & j0,1844 & j0,1496 & j0,1482 & j0,0560 \\ j0,1844 & 0,8258 + j0,5634 & j0,1238 & j0,1317 & j0,0560 \\ j0,1496 & j0,1238 & 0,8258 + j0,5634 & j0,1390 & j0,0560 \\ j0,1482 & j0,1317 & j0,1390 & 0,8258 + j0,5543 & j0,0514 \\ j0,0560 & j0,0560 & j0,0560 & j0,0514 & 0,0466 + j0,3437 \end{bmatrix} \quad \Omega$$

A matriz 5x5 é utilizada quando o cabo neutro e o condutor fictício da terra são analisados. Se o sistema apresentar o cabo neutro isolado (sem aterramento) os efeitos

do condutor fictício da terra podem ser transferidos às três fases e ao neutro usando (3.17) e (3.18), para obter a matriz 4x4.

$$z_{aa} = z_{bb} = z_{cc} = (0,8258 + j0,5634) + (0,0466 + j0,3437) - 2(j0,0560)$$

$$z_{aa} = z_{bb} = z_{cc} = 0,8723 + j0,7952 \quad \Omega$$

$$z_{ab} = (j0,1844) - (j0,0560) - (j0,0560) + (0,0466 + j0,3437)$$

$$z_{ab} = 0,0466 + j0,4162 \quad \Omega$$

$$z_{ac} = (j0,1496) - (j0,0560) - (j0,0560) + (0,0466 + j0,3437)$$

$$z_{ac} = 0,0466 + j0,3815 \quad \Omega$$

$$z_{an} = (j0,1482) - (j0,0560) - (j0,0514) + (0,0466 + j0,3437)$$

$$z_{an} = 0,0466 + j0,3845 \quad \Omega$$

$$z_{bc} = (j0,1238) - (j0,0560) - (j0,0560) + (0,0466 + j0,3437)$$

$$z_{bc} = 0,0466 + j0,3555 \quad \Omega$$

$$z_{bn} = (j0,1317) - (j0,0560) - (j0,0514) + (0,0466 + j0,3437)$$

$$z_{bn} = 0,0466 + j0,3680 \quad \Omega$$

$$z_{cn} = (j0,1390) - (j0,0560) - (j0,0514) + (0,0466 + j0,3437)$$

$$z_{cn} = 0,0466 + j0,3753 \quad \Omega$$

$$z_{nn} = (0,8258 + j0,5543) + (0,0466 + j0,3437) - 2(j0,0514)$$

$$z_{nn} = 0,8723 + j0,7952 \quad \Omega$$

Assim, obtém-se a matriz simétrica 4x4:

$$[Z_{0-1}]_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} & z_{an} \\ z_{ab} & z_{bb} & z_{bc} & z_{bn} \\ z_{ac} & z_{bc} & z_{cc} & z_{cn} \\ z_{an} & z_{bn} & z_{cn} & z_{nn} \end{bmatrix}$$

$$[Z_{0-1}]_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0,8723 + j0,7952 & 0,0466 + j0,4162 & 0,0466 + j0,3815 & 0,0466 + j0,3845 \\ 0,0466 + j0,4162 & 0,8723 + j0,7952 & 0,0466 + j0,3555 & 0,0466 + j0,3680 \\ 0,0466 + j0,3815 & 0,0466 + j0,3555 & 0,8723 + j0,7952 & 0,0466 + j0,3753 \\ 0,0466 + j0,3845 & 0,0466 + j0,3680 & 0,0466 + j0,3753 & 0,8723 + j0,7952 \end{bmatrix} \Omega$$

## MATRIZES 5X5 UTILIZADAS

### A) REDE BT-29

A Tabela A-I mostra os elementos da matriz 5x5 para cada ramo do sistema na baixa tensão de 29 barras da cidade de Bragança Paulista – SP. Esta matriz descreve o sistema completo tendo o cabo neutro e a terra, explicitamente modelados. Para o cálculo das impedâncias foi considerada a de resistividade do solo de 100  $\Omega$ -m.

Para o cenário C1 das aplicações, considerando o neutro isolado, a matriz 5x5 é transformada em 4x4 jogando os efeitos da terra para cada um dos quatro cabos existentes (*a*, *b*, *c* e neutro) como explicado no exemplo de cálculo.

Para os casos C2, C3 e C4 das aplicações, considerando o neutro multi-aterrado, a matriz 5x5 é usada na íntegra.

**TABELA A-I**  
**ELEMENTOS DA MATRIZ 5X5 (W) – REDE BT-29 (PARTE 1)**

		[Zaa]	[Xab]	[Xac]	[Xan]	[Xag]		[Zbb]	[Zbc]	[Zbn]
0	1	0,0161 +j 0,0108	j 0,0053	j 0,0044	j 0,0053	j 0,0010	0,0161 +j 0,0108	j 0,0052	j 0,0044	
0	2	0,0218 +j 0,0146	j 0,0071	j 0,0059	j 0,0072	j 0,0014	0,0218 +j 0,0146	j 0,0071	j 0,0060	
1	3	0,0142 +j 0,0095	j 0,0047	j 0,0038	j 0,0047	j 0,0009	0,0142 +j 0,0095	j 0,0046	j 0,0039	
2	4	0,0104 +j 0,0070	j 0,0034	j 0,0028	j 0,0034	j 0,0007	0,0104 +j 0,0070	j 0,0034	j 0,0028	
3	5	0,0231 +j 0,0152	j 0,0068	j 0,0056	j 0,0069	j 0,0013	0,0231 +j 0,0152	j 0,0068	j 0,0057	
3	6	0,0076 +j 0,0051	j 0,0025	j 0,0021	j 0,0025	j 0,0005	0,0076 +j 0,0051	j 0,0025	j 0,0021	
3	7	0,0084 +j 0,0055	j 0,0025	j 0,0021	j 0,0025	j 0,0005	0,0084 +j 0,0055	j 0,0025	j 0,0021	
4	8	0,0070 +j 0,0069	j 0,0031	j 0,0026	j 0,0031	j 0,0006	0,0070 +j 0,0069	j 0,0031	j 0,0026	
4	9	0,0142 +j 0,0095	j 0,0047	j 0,0038	j 0,0047	j 0,0009	0,0142 +j 0,0095	j 0,0046	j 0,0039	
4	10	0,0132 +j 0,0131	j 0,0059	j 0,0049	j 0,0059	j 0,0011	0,0132 +j 0,0130	j 0,0058	j 0,0049	
5	11	0,0200 +j 0,0132	j 0,0059	j 0,0049	j 0,0059	j 0,0011	0,0200 +j 0,0131	j 0,0058	j 0,0049	
7	12	0,0305 +j 0,0201	j 0,0090	j 0,0074	j 0,0091	j 0,0017	0,0305 +j 0,0200	j 0,0089	j 0,0075	
8	13	0,0195 +j 0,0193	j 0,0087	j 0,0072	j 0,0087	j 0,0017	0,0195 +j 0,0192	j 0,0086	j 0,0072	
10	14	0,0216 +j 0,0213	j 0,0096	j 0,0079	j 0,0097	j 0,0018	0,0216 +j 0,0213	j 0,0095	j 0,0080	
12	15	0,0315 +j 0,0208	j 0,0093	j 0,0077	j 0,0094	j 0,0018	0,0315 +j 0,0207	j 0,0092	j 0,0078	
13	16	0,0139 +j 0,0138	j 0,0062	j 0,0051	j 0,0062	j 0,0012	0,0139 +j 0,0137	j 0,0061	j 0,0052	
14	17	0,0077 +j 0,0076	j 0,0034	j 0,0028	j 0,0034	j 0,0007	0,0077 +j 0,0075	j 0,0034	j 0,0028	
15	18	0,0326 +j 0,0215	j 0,0096	j 0,0079	j 0,0097	j 0,0018	0,0326 +j 0,0214	j 0,0095	j 0,0080	
16	19	0,0074 +j 0,0048	j 0,0022	j 0,0018	j 0,0022	j 0,0004	0,0074 +j 0,0048	j 0,0022	j 0,0018	
16	20	0,0070 +j 0,0069	j 0,0031	j 0,0026	j 0,0031	j 0,0006	0,0070 +j 0,0069	j 0,0031	j 0,0026	
16	21	0,0336 +j 0,0222	j 0,0099	j 0,0082	j 0,0100	j 0,0019	0,0336 +j 0,0221	j 0,0098	j 0,0083	
17	22	0,0053 +j 0,0035	j 0,0016	j 0,0013	j 0,0016	j 0,0003	0,0053 +j 0,0035	j 0,0015	j 0,0013	
17	23	0,0132 +j 0,0131	j 0,0059	j 0,0049	j 0,0059	j 0,0011	0,0132 +j 0,0130	j 0,0058	j 0,0049	
17	24	0,0137 +j 0,0090	j 0,0040	j 0,0033	j 0,0041	j 0,0008	0,0137 +j 0,0090	j 0,0040	j 0,0034	
22	25	0,0294 +j 0,0194	j 0,0087	j 0,0072	j 0,0087	j 0,0017	0,0294 +j 0,0193	j 0,0086	j 0,0072	
24	26	0,0200 +j 0,0132	j 0,0059	j 0,0049	j 0,0059	j 0,0011	0,0200 +j 0,0131	j 0,0058	j 0,0049	
26	27	0,0210 +j 0,0139	j 0,0062	j 0,0051	j 0,0062	j 0,0012	0,0210 +j 0,0138	j 0,0061	j 0,0052	
27	28	0,0242 +j 0,0159	j 0,0071	j 0,0059	j 0,0072	j 0,0014	0,0242 +j 0,0159	j 0,0071	j 0,0060	



**TABELA A-I**  
**ELEMENTOS DA MATRIZ 5X5 (W) – REDE BT-29 (PARTE 2)**

		[Xbg]	[Zcc]	[Xcn]	[Xcg]	[Znn]	[Zng]	[Zgg]
0	1	j 0,0010	0,0161 +j 0,0107	j 0,0039	j 0,0010	0,0161 +j 0,0109	j 0,0010	0,0010 +j 0,0074
0	2	j 0,0013	0,0218 +j 0,0145	j 0,0052	j 0,0013	0,0218 +j 0,0147	j 0,0014	0,0014 +j 0,0101
1	3	j 0,0009	0,0142 +j 0,0095	j 0,0034	j 0,0008	0,0142 +j 0,0096	j 0,0009	0,0009 +j 0,0066
2	4	j 0,0006	0,0104 +j 0,0069	j 0,0025	j 0,0006	0,0104 +j 0,0070	j 0,0007	0,0007 +j 0,0048
3	5	j 0,0013	0,0231 +j 0,0151	j 0,0050	j 0,0012	0,0231 +j 0,0153	j 0,0013	0,0013 +j 0,0096
3	6	j 0,0005	0,0076 +j 0,0050	j 0,0018	j 0,0005	0,0076 +j 0,0051	j 0,0005	0,0005 +j 0,0035
3	7	j 0,0005	0,0084 +j 0,0055	j 0,0018	j 0,0005	0,0084 +j 0,0056	j 0,0005	0,0005 +j 0,0035
4	8	j 0,0006	0,0070 +j 0,0068	j 0,0023	j 0,0006	0,0105 +j 0,0070	j 0,0006	0,0006 +j 0,0044
4	9	j 0,0009	0,0142 +j 0,0095	j 0,0034	j 0,0008	0,0142 +j 0,0096	j 0,0009	0,0009 +j 0,0066
4	10	j 0,0011	0,0132 +j 0,0130	j 0,0043	j 0,0011	0,0200 +j 0,0132	j 0,0011	0,0011 +j 0,0083
5	11	j 0,0011	0,0200 +j 0,0131	j 0,0043	j 0,0011	0,0200 +j 0,0132	j 0,0011	0,0011 +j 0,0083
7	12	j 0,0017	0,0305 +j 0,0199	j 0,0066	j 0,0016	0,0305 +j 0,0202	j 0,0018	0,0017 +j 0,0127
8	13	j 0,0016	0,0195 +j 0,0191	j 0,0064	j 0,0016	0,0294 +j 0,0195	j 0,0017	0,0017 +j 0,0122
10	14	j 0,0018	0,0216 +j 0,0212	j 0,0070	j 0,0018	0,0326 +j 0,0215	j 0,0019	0,0018 +j 0,0136
12	15	j 0,0017	0,0315 +j 0,0206	j 0,0068	j 0,0017	0,0315 +j 0,0209	j 0,0018	0,0018 +j 0,0131
13	16	j 0,0012	0,0139 +j 0,0137	j 0,0045	j 0,0011	0,0210 +j 0,0139	j 0,0012	0,0012 +j 0,0087
14	17	j 0,0006	0,0077 +j 0,0075	j 0,0025	j 0,0006	0,0116 +j 0,0076	j 0,0007	0,0007 +j 0,0048
15	18	j 0,0018	0,0326 +j 0,0213	j 0,0070	j 0,0018	0,0326 +j 0,0215	j 0,0019	0,0018 +j 0,0136
16	19	j 0,0004	0,0074 +j 0,0048	j 0,0016	j 0,0004	0,0074 +j 0,0049	j 0,0004	0,0004 +j 0,0031
16	20	j 0,0006	0,0070 +j 0,0068	j 0,0023	j 0,0006	0,0105 +j 0,0070	j 0,0006	0,0006 +j 0,0044
16	21	j 0,0019	0,0336 +j 0,0220	j 0,0073	j 0,0018	0,0336 +j 0,0222	j 0,0019	0,0019 +j 0,0140
17	22	j 0,0003	0,0053 +j 0,0034	j 0,0011	j 0,0003	0,0053 +j 0,0035	j 0,0003	0,0003 +j 0,0022
17	23	j 0,0011	0,0132 +j 0,0130	j 0,0043	j 0,0011	0,0200 +j 0,0132	j 0,0011	0,0011 +j 0,0083
17	24	j 0,0008	0,0137 +j 0,0089	j 0,0030	j 0,0007	0,0137 +j 0,0090	j 0,0008	0,0008 +j 0,0057
22	25	j 0,0016	0,0294 +j 0,0193	j 0,0064	j 0,0016	0,0294 +j 0,0195	j 0,0017	0,0017 +j 0,0122
24	26	j 0,0011	0,0200 +j 0,0131	j 0,0043	j 0,0011	0,0200 +j 0,0132	j 0,0011	0,0011 +j 0,0083
26	27	j 0,0012	0,0210 +j 0,0138	j 0,0045	j 0,0011	0,0210 +j 0,0139	j 0,0012	0,0012 +j 0,0087
27	28	j 0,0013	0,0242 +j 0,0158	j 0,0052	j 0,0013	0,0242 +j 0,0160	j 0,0014	0,0014 +j 0,0101

## B) REDE IEEE-34

A Tabela A-II mostra os elementos da matriz 5x5 para cada ramo do sistema IEEE 34 barras. Esta matriz descreve o sistema completo tendo o cabo neutro e a terra, explicitamente modelados. Para o cálculo das impedâncias foi considerada a de resistividade do solo de 100  $\Omega$ -m.

Quando é considerado o neutro isolado, a matriz 5x5 é transformada em 4x4 jogando os efeitos da terra para cada um dos quatro cabos existentes (*a*, *b*, *c* e neutro) como explicado no exemplo de cálculo.

Quando é analisada a rede trifásica a três fios, são desconsiderados os elementos correspondentes ao neutro da matriz 5x5 e é transformada em 4x4 jogando os efeitos da terra para cada um dos três cabos existentes (*a*, *b* e *c*).

**TABELA A-II**  
**ELEMENTOS DA MATRIZ 5X5 (W) – REDE IEEE-34 (PARTE 1)**

		[Zaa]	[Xab]	[Xac]	[Xan]	[Xag]	[Zbb]	[Xbc]	[Xbn]
0	1	0,8258 +j 0,5634	j 0,1844	j 0,1496	j 0,1482	j 0,0560	0,8258 +j 0,5634	j 0,1238	j 0,1317
1	2	0,5537 +j 0,3778	j 0,1237	j 0,1003	j 0,0994	j 0,0375	0,5537 +j 0,3778	j 0,0830	j 0,0883
2	3	10,3159 +j 7,0387	j 2,3037	j 1,8695	j 1,8518	j 0,6994	10,3159 +j 7,0387	j 1,5463	j 1,6455
3	4	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	0,6508 +j 1,1833	j 0,0000	j 0,3142
3	5	12,0026 +j 8,1896	j 2,6803	j 2,1751	j 2,1546	j 0,8138	12,0026 +j 8,1896	j 1,7991	j 1,9145
5	6	9,5157 +j 6,4927	j 2,1250	j 1,7244	j 1,7081	j 0,6452	9,5157 +j 6,4927	j 1,4263	j 1,5178
6	7	0,0032 +j 0,0022	j 0,0007	j 0,0006	j 0,0006	j 0,0002	0,0032 +j 0,0022	j 0,0005	j 0,0005
7	8	0,0992 +j 0,0677	j 0,0222	j 0,0180	j 0,0178	j 0,0067	0,0992 +j 0,0677	j 0,0149	j 0,0158
8	9	0,1918 +j 0,3486	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0926	j 0,0378	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000
8	10	3,2679 +j 2,2298	j 0,7298	j 0,5922	j 0,5866	j 0,2216	3,2679 +j 2,2298	j 0,4898	j 0,5213
9	11	5,3993 +j 9,8169	j 0,0000	j 0,0000	j 2,6065	j 1,0640	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000
10	12	0,2689 +j 0,1834	j 0,0600	j 0,0487	j 0,0483	j 0,0182	0,2689 +j 0,1834	j 0,0403	j 0,0429
10	13	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	0,3398 +j 0,6178	j 0,0000	j 0,1640
11	14	1,5407 +j 2,8013	j 0,0000	j 0,0000	j 0,7438	j 0,3036	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000
12	15	6,5422 +j 4,4639	j 1,4610	j 1,1856	j 1,1744	j 0,4436	6,5422 +j 4,4639	j 0,9806	j 1,0435
15	16	0,1664 +j 0,1136	j 0,0372	j 0,0302	j 0,0299	j 0,0113	0,1664 +j 0,1136	j 0,0249	j 0,0265
16	17	11,7882 +j 8,0433	j 2,6324	j 2,1363	j 2,1161	j 0,7993	11,7882 +j 8,0433	j 1,7669	j 1,8803
16	18	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	2,6161 +j 4,7565	j 0,0000	j 1,2629
17	19	0,0032 +j 0,0022	j 0,0007	j 0,0006	j 0,0006	j 0,0002	0,0032 +j 0,0022	j 0,0005	j 0,0005
19	20	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000
19	21	1,5683 +j 1,0701	j 0,3502	j 0,2842	j 0,2815	j 0,1063	1,5683 +j 1,0701	j 0,2351	j 0,2502
20	22	2,2399 +j 2,2904	j 0,7548	j 0,6125	j 0,6067	j 0,2292	2,2399 +j 2,2904	j 0,5066	j 0,5391
21	23	1,8660 +j 1,2732	j 0,4167	j 0,3382	j 0,3350	j 0,1265	1,8660 +j 1,2732	j 0,2797	j 0,2976
21	24	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	0,1817 +j 0,3303	j 0,0000	j 0,0877
23	25	0,6465 +j 0,4411	j 0,1444	j 0,1172	j 0,1161	j 0,0438	0,6465 +j 0,4411	j 0,0969	j 0,1031
23	26	0,0896 +j 0,0611	j 0,0200	j 0,0162	j 0,0161	j 0,0061	0,0896 +j 0,0611	j 0,0134	j 0,0143
25	27	0,8578 +j 0,5853	j 0,1916	j 0,1554	j 0,1540	j 0,0582	0,8578 +j 0,5853	j 0,1286	j 0,1368
26	28	0,4321 +j 0,2948	j 0,0965	j 0,0783	j 0,0776	j 0,0293	0,4321 +j 0,2948	j 0,0648	j 0,0689
27	29	0,0896 +j 0,0611	j 0,0200	j 0,0162	j 0,0161	j 0,0061	0,0896 +j 0,0611	j 0,0134	j 0,0143
27	30	0,2753 +j 0,1878	j 0,0615	j 0,0499	j 0,0494	j 0,0187	0,2753 +j 0,1878	j 0,0413	j 0,0439
28	31	1,1651 +j 0,7949	j 0,2602	j 0,2111	j 0,2091	j 0,0790	1,1651 +j 0,7949	j 0,1746	j 0,1858
29	32	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	1,5555 +j 1,0652	j 0,0000	j 0,2631
31	33	0,1696 +j 0,1157	j 0,0379	j 0,0307	j 0,0305	j 0,0115	0,1696 +j 0,1157	j 0,0254	j 0,0271

**TABELA A-II**  
**ELEMENTOS DA MATRIZ 5X5 (W) – REDE IEEE-34 (PARTE 2)**

		[Xbg]	[Zcc]	[Xcn]	[Xcg]	[Znn]	[Xng]	[Zgg]
0	1	j 0,0560	0,8258 +j 0,5634	j 0,1390	j 0,0560	0,8258 +j 0,5543	j 0,0514	0,0466 +j 0,3437
1	2	j 0,0375	0,5537 +j 0,3778	j 0,0932	j 0,0375	0,5537 +j 0,3717	j 0,0345	0,0312 +j 0,2305
2	3	j 0,6994	10,3159 +j 7,0387	j 1,7358	j 0,6994	10,3159 +j 6,9247	j 0,6425	0,5816 +j 4,2939
3	4	j 0,1283	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	0,6508 +j 1,1580	j 0,1157	0,1047 +j 0,7733
3	5	j 0,8138	12,0026 +j 8,1896	j 2,0197	j 0,8138	12,0026 +j 8,0570	j 0,7475	0,6767 +j 4,9961
5	6	j 0,6452	9,5157 +j 6,4927	j 1,6012	j 0,6452	9,5157 +j 6,3876	j 0,5926	0,5365 +j 3,9609
6	7	j 0,0002	0,0032 +j 0,0022	j 0,0005	j 0,0002	0,0032 +j 0,0021	j 0,0002	0,0002 +j 0,0013
7	8	j 0,0067	0,0992 +j 0,0677	j 0,0167	j 0,0067	0,0992 +j 0,0666	j 0,0062	0,0056 +j 0,0413
8	9	j 0,0000	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	0,1918 +j 0,3412	j 0,0341	0,0309 +j 0,2278
8	10	j 0,2216	3,2679 +j 2,2298	j 0,5499	j 0,2216	3,2679 +j 2,1937	j 0,2035	0,1842 +j 1,3603
9	11	j 0,0000	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	5,3993 +j 9,6070	j 0,9598	0,8688 +j 6,4149
10	12	j 0,0182	0,2689 +j 0,1834	j 0,0452	j 0,0182	0,2689 +j 0,1805	j 0,0167	0,0152 +j 0,1119
10	13	j 0,0670	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	0,3398 +j 0,6046	j 0,0604	0,0547 +j 0,4037
11	14	j 0,0000	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	1,5407 +j 2,7414	j 0,2739	0,2479 +j 1,8306
12	15	j 0,4436	6,5422 +j 4,4639	j 1,1009	j 0,4436	6,5422 +j 4,3916	j 0,4074	0,3688 +j 2,7232
15	16	j 0,0113	0,1664 +j 0,1136	j 0,0280	j 0,0113	0,1664 +j 0,1117	j 0,0104	0,0094 +j 0,0693
16	17	j 0,7993	11,7882 +j 8,0433	j 1,9836	j 0,7993	11,7882 +j 7,9131	j 0,7342	0,6646 +j 4,9068
16	18	j 0,5155	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	2,6161 +j 4,6549	j 0,4651	0,4210 +j 3,1082
17	19	j 0,0002	0,0032 +j 0,0022	j 0,0005	j 0,0002	0,0032 +j 0,0021	j 0,0002	0,0002 +j 0,0013
19	20	j 0,0000	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	0,0000 +j 0,0000
19	21	j 0,1063	1,5683 +j 1,0701	j 0,2639	j 0,1063	1,5683 +j 1,0528	j 0,0977	0,0884 +j 0,6528
20	22	j 0,2292	2,2399 +j 2,2904	j 0,5687	j 0,2292	2,2399 +j 2,2531	j 0,2105	0,1905 +j 1,4069
21	23	j 0,1265	1,8660 +j 1,2732	j 0,3140	j 0,1265	1,8660 +j 1,2526	j 0,1162	0,1052 +j 0,7767
21	24	j 0,0358	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	0,1817 +j 0,3232	j 0,0323	0,0292 +j 0,2158
23	25	j 0,0438	0,6465 +j 0,4411	j 0,1088	j 0,0438	0,6465 +j 0,4340	j 0,0403	0,0364 +j 0,2691
23	26	j 0,0061	0,0896 +j 0,0611	j 0,0151	j 0,0061	0,0896 +j 0,0602	j 0,0056	0,0051 +j 0,0373
25	27	j 0,0582	0,8578 +j 0,5853	j 0,1443	j 0,0582	0,8578 +j 0,5758	j 0,0534	0,0484 +j 0,3571
26	28	j 0,0293	0,4321 +j 0,2948	j 0,0727	j 0,0293	0,4321 +j 0,2901	j 0,0269	0,0244 +j 0,1799
27	29	j 0,0061	0,0896 +j 0,0611	j 0,0151	j 0,0061	0,0896 +j 0,0602	j 0,0056	0,0051 +j 0,0373
27	30	j 0,0187	0,2753 +j 0,1878	j 0,0463	j 0,0187	0,2753 +j 0,1848	j 0,0171	0,0155 +j 0,1146
28	31	j 0,0790	1,1651 +j 0,7949	j 0,1960	j 0,0790	1,1651 +j 0,7821	j 0,0726	0,0657 +j 0,4850
29	32	j 0,1074	0,0000 +j 0,0000	j 0,0000	j 0,0000	1,5555 +j 1,0442	j 0,0969	0,0877 +j 0,6475
31	33	j 0,0115	0,1696 +j 0,1157	j 0,0285	j 0,0115	0,1696 +j 0,1139	j 0,0106	0,0096 +j 0,0706

## APÊNDICE B

O artigo a seguir foi aceito para sua publicação na revista *IEEE Transactions on Power Systems* pertencente à *IEEE Power Engineering Society*., e sumariza o presente trabalho.

# Power Flow in Four-Wire Distribution Networks – General Approach

Rade M. Ciric, Antonio Padilha, *Member, IEEE*, and Luis F. Ochoa, *Student Member, IEEE*

**Abstract--** The neutral wire in most power flow software is usually merged into phase wires using Kron's reduction. Since the neutral wire and the ground are not explicitly represented, neutral wire and ground currents and voltages remain unknown. In some applications, like power quality and safety analyses, loss analysis, etc., knowing the neutral wire and ground currents and voltages could be of special interest. In this paper, a general power flow algorithm for three-phase four-wire radial distribution networks, considering neutral grounding, based on backward-forward technique, is proposed. In this novel use of the technique, both the neutral wire and ground are explicitly represented. A problem of three-phase distribution system with earth return, as a special case of a four-wire network, is also elucidated. Results obtained from several case studies using medium and low voltage test feeders with unbalanced load, are presented and discussed.

**Index Terms--** Distribution networks, power flow, three-phase four-wire, earth return, unbalance.

## I. INTRODUCTION

THREE-phase four-wire distribution networks (DNs) are widely adopted in modern power distribution systems [1], [2], [3], [4] and [5]. A multi-grounded three-phase four-wire service has higher sensitivity for fault protection than a three-phase three-wire service. The return current is due to both the unbalanced load and the non-linear characteristics of electrical equipment through the distribution feeder. The return current may be larger than the phase currents if three-phase loads are seriously unbalanced in some segments. The neutrals play an important role in power quality and safety problems [6], [7] and [8]. The design of neutrals varies widely from country to country and even from utility to utility within the same country. The different technical solutions considering the neutral in medium voltage are: systems without neutral (Brazil), systems with an isolated neutral (Italy, Finland, Switzerland), systems with multiple grounding of the neutral and connecting the utility neutral with customer grounding (USA, Greece), systems with solid neutral grounding (UK), systems with resistance neutral grounding (France, UK), systems with reactance neutral grounding (Belgium, Spain, Portugal, Netherlands), and systems compensated via a

"Petersen" coil (Germany), to name a few [3].

An efficient and robust three-phase power flow algorithm for large-scale DNs with dispersed generators is the chief tool for a Distribution Management System (DMS) today. In the last decade, different procedures have been proposed for distribution power flow [9], [10], [11], [12], [13], [14] and [15]. Experience demonstrates that very good results are obtained using the backward-forward procedure while handling large-scale real-life DNs. These methods may be classified as current summation methods, power summation methods and admittance summation methods.

The neutral wire in the existing power flow software is usually merged into phase wires using Kron's reduction. Since the neutral wire and ground are not explicitly represented, neutral wire and ground currents and voltages remain unknown. In some applications like power quality and safety analyses, loss analysis etc., it is of special interest to ascertain the neutral wire and ground currents and voltages.

In order to calculate neutral wire and ground currents and voltages, here the efficient and robust three-phase branch-oriented backward-forward procedure [10] is generalized. It is expanded the 3x3 network representation to a 5x5 representation, considering three-phase wires, neutral wire and assumed ground wire. The developed distribution power flow method is of general usage since it can be applied for most of the existing DNs: medium voltage (MV); low voltage (LV); three-wire, four-wire, with (solidly) grounded neutral, or isolated neutral wire; and three-wire and single-wire DNs with earth return. A problem of a three-phase distribution system with an earth return distribution [16] is also elucidated by the employment of the proposed generalized power flow algorithm, as a special case of a four-wire network, which can be found in Brazil, South Africa, Iceland and Australia, among others.

The main objectives of this work are to demonstrate that higher order line models can be included in the procedure of [10] with minor changes and then to determine the effect of this inclusion on the accuracy of the solution.

## II. POWER FLOW ALGORITHM

In the three-phase power flow algorithm, each node or line section in the network is numbered by a single index, regardless of the number of phases of this node or line section [10]. Figure 1 represents line section  $l$  between nodes  $i$  and  $j$  with shunt admittances and loads attached to the nodes.

<sup>1</sup> The authors would like to thank the ELUCID Solutions S.A., Sao Paulo, SP, Brazil, and FAPESP (contract no. 00/120099-1), for their financial support and commitment to this project.

R. M. Ciric is presently a postdoctoral researcher at UNESP – Ilha Solteira, SP, Brazil.

A. Padilha is with UNESP – Ilha Solteira, SP, Brazil.

L. F. Ochoa is a M.Sc. Student at UNESP – Ilha Solteira, SP, Brazil.

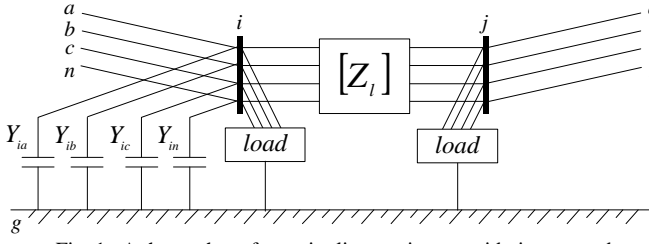


Fig. 1. A three-phase four-wire line section, considering ground.

Based on Fig. 1, a 5x5 matrix can represent the series impedance  $Z_l$  of the line section  $l$ :

$$[Z_l] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{an} & Z_{ag} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bn} & Z_{bg} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} & Z_{cn} & Z_{cg} \\ Z_{an} & Z_{bn} & Z_{cn} & Z_{nn} & Z_{ng} \\ Z_{ag} & Z_{bg} & Z_{cg} & Z_{ng} & Z_{gg} \end{bmatrix} \quad \text{where}$$

$a, b, c$  – phase lines  
 $n$  – neutral wire  
 $g$  – ground

If any phase, neutral wire or grounding of the line section does not exist, the corresponding row and column in this matrix contain all zero entries. The shunt capacitance part of LV lines can be neglected. Branch numbering scheme for radial DN is exactly like in [10].

#### A. Model

Model of the three-phase four-wire multi-grounded distribution line is shown on Fig. 2.

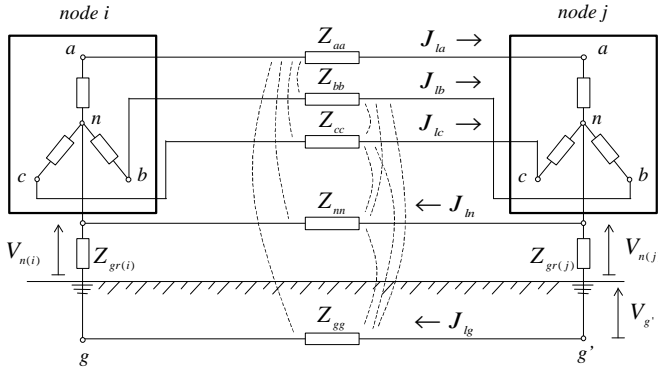


Fig. 2. Model of the three-phase four-wire multi-grounded distribution line.

#### B. Power Flow Algorithm

Assuming the root node to be the slack node with known voltage magnitude and angle, here the procedure from [10] is generalized. The proposed 5x5 iterative algorithm to solve the radial system consists of three steps, as follows.

At iteration  $k$ :

##### 1. Nodal current calculation

$$\begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \\ I_{in} \\ I_{ig} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} (S_{ia}/V_{ia})^{(k-1)*} \\ (S_{ib}/V_{ib})^{(k-1)*} \\ (S_{ic}/V_{ic})^{(k-1)*} \\ -\frac{Z_{gi}}{Z_{nni} + Z_{gi}}(I_{ia}^{(k)} + I_{ib}^{(k)} + I_{ic}^{(k)}) \\ -\frac{Z_{nni}}{Z_{nni} + Z_{gi}}(I_{ia}^{(k)} + I_{ib}^{(k)} + I_{ic}^{(k)}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$- \begin{bmatrix} Y_{ia} \\ Y_{ib} \\ Y_{ic} \\ Y_{in} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \\ V_{in} \\ V_{ig} \end{bmatrix}^{(k-1)}$$

where

$I_{ia}, I_{ib}, I_{ic}, I_{in}, I_{ig}$   
 $S_{ia}, S_{ib}, S_{ic}$

are current injections at node  $i$ ;  
 are scheduled (known) power injections at node  $i$ ;  
 are voltages at node  $i$ ;  
 are admittances of all shunt elements at node  $i$ ; and  
 is grounding impedance at node  $i$  ( $Z_{gi} = Z_{gri} + Z_{ggi}$ ).

##### 2. Backward sweep – section current calculation

Starting from the line section in the last layer and moving towards the root node, the current in line section  $l$  is:

$$\begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \\ J_{ln} \\ J_{lg} \end{bmatrix}^{(k)} = - \begin{bmatrix} I_{ja} \\ I_{jb} \\ I_{jc} \\ I_{jn} \\ I_{jg} \end{bmatrix}^{(k)} + \sum_{m \in M} \begin{bmatrix} J_{ma} \\ J_{mb} \\ J_{mc} \\ J_{mn} \\ J_{mg} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (2)$$

where

$J_{la}, J_{lb}, J_{lc}, J_{ln}, J_{lg}$  are the current flows on line section  $l$ ; and  
 $M$  is the set of line sections connected downstream to node  $j$ .

##### 3. Forward sweep – nodal voltage calculation

Starting from the first layer and moving towards the last layer, the voltage at node  $j$  is:

$$\begin{bmatrix} V_{ja} \\ V_{jb} \\ V_{jc} \\ V_{jn} \\ V_{jg} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \\ V_{in} \\ V_{ig} \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{an} & Z_{ag} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bn} & Z_{bg} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} & Z_{cn} & Z_{cg} \\ Z_{an} & Z_{bn} & Z_{cn} & Z_{nn} & Z_{ng} \\ Z_{ag} & Z_{bg} & Z_{cg} & Z_{ng} & Z_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \\ J_{ln} \\ J_{lg} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (3)$$

##### Voltage correction

Voltage correction in the nodes with grounded neutral and downstream nodes should be performed. Voltage in the nodes with neutral grounded at iteration  $k$  is as follows:

$$V_{in}^{(k)} = Z_{gri} J_{lg}^{(k)}, \quad i \in \{\text{Grounded nodes}\} \quad (4)$$

##### Convergence criterion

After these steps are executed in one iteration, the power

mismatches at each node for all phases, neutral wire and ground are calculated:

$$\begin{aligned}\Delta S_{ia}^{(k)} &= V_{ia}^{(k)} \left( I_{ia}^{(k)} \right)^* - Y_{ia}^* \left| V_{ia}^{(k)} \right|^2 - S_{ia} \\ \Delta S_{ib}^{(k)} &= V_{ib}^{(k)} \left( I_{ib}^{(k)} \right)^* - Y_{ib}^* \left| V_{ib}^{(k)} \right|^2 - S_{ib} \\ \Delta S_{ic}^{(k)} &= V_{ic}^{(k)} \left( I_{ic}^{(k)} \right)^* - Y_{ic}^* \left| V_{ic}^{(k)} \right|^2 - S_{ic} \\ \Delta S_{in}^{(k)} &= V_{in}^{(k)} \left( I_{in}^{(k)} \right)^* - Y_{in}^* \left| V_{in}^{(k)} \right|^2 \\ \Delta S_{ig}^{(k)} &= V_{ig}^{(k)} \left( I_{ig}^{(k)} \right)^*\end{aligned}\quad (5)$$

If the real or imaginary part of any of the power mismatches is greater than a convergence criterion, steps 1, 2 and 3 are repeated until convergence is achieved.

#### Flat start

The initial voltage for all nodes should be equal to the root node voltage:

$$\begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \\ V_{in} \\ V_{ig} \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} V_{ref} \\ a^2 \cdot V_{ref} \\ a \cdot V_{ref} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad a = e^{j\frac{2\pi}{3}}. \quad (6)$$

Equations for calculation of the impedance matrix in a 5x5 representation are given in the Appendix. Most of the existing models of three-phase elements of the distribution network (lines, loads, shunt capacitors, distribution transformers, dispersed generators) can be applied in the proposed 5x5 power flow method according to the general form given in [15].

### III. TEST NETWORKS

The proposed power flow method using a 5x5 network representation is applied on numerous MV and LV DNs. In this paper the following networks are used:

- Four-wire three-phase MV feeder with isolated neutral (without ground conductor),
- Three-phase MV line with earth return (without neutral wire), and
- Four-wire three-phase LV distribution network.

The test network used in cases A and B is the IEEE 34-bus radial distribution network [17] and [18], Fig. 3. Base voltage of the network is  $V_b = 24.9$  kV, and the reference voltage in the root node is  $V_{ref} = 25.647$  kV. Simplifying, the autotransformer 24.9/4.16 kV/kV in the original IEEE 34-bus test feeder is replaced with the line and the network is modeled with the single voltage level. The automatic voltage regulator is also not represented. Mutual and self ground impedances  $Z_{ag}$ ,  $Z_{bg}$ ,  $Z_{cg}$ ,  $Z_{ng}$  and  $Z_{gg}$  (elements of the fifth row and fifth column of the 5x5 matrix) are computed as shown in Appendix. The values for the IEEE 34-bus DN are shown in Table I. It should be noted that mutual and self impedances of phases  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and neutral (additional elements of the 5x5) are performed using Carson's equations, considering the ground as a perfect conductor [2]. For space reason, it is solely presented in Table II the 5x5 matrix for the 1-2 line section. The assumed ground conductor impedance is developed based

on voltage drop equations for the three-phase line with earth return [2] and full Carson's impedance calculation [16].

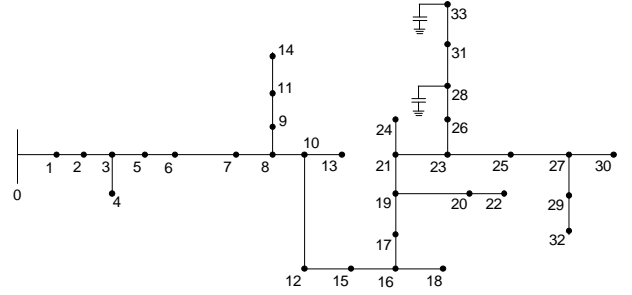


Fig. 3. IEEE 34-bus MV test feeder, Cases A and B.

TABLE I  
MUTUAL AND SELF GROUND IMPEDANCE – IEEE 34-BUS DN  
(SD: SENDING BUS AND RV: RECEIVING BUS)

SD	RV	$Z_{ag}$ (Ω)	$Z_{bg}$ (Ω)	$Z_{cg}$ (Ω)	$Z_{ng}$ (Ω)	$Z_{gg}$ (Ω)
0	1	j0.0560	j0.0560	j0.0560	j0.0514	0.0466 + j0.3437
1	2	j0.0375	j0.0375	j0.0375	j0.0345	0.0312 + j0.2305
2	3	j0.6994	j0.6994	j0.6994	j0.6425	0.5816 + j4.2939
3	4	j0.0000	j0.1283	j0.0000	j0.1157	0.1047 + j0.7733
3	5	j0.8138	j0.8138	j0.8138	j0.7475	0.6767 + j4.9961
5	6	j0.6452	j0.6452	j0.6452	j0.5926	0.5365 + j3.9609
6	7	j0.0002	j0.0002	j0.0002	j0.0002	0.0002 + j0.0013
7	8	j0.0067	j0.0067	j0.0067	j0.0062	0.0056 + j0.0413
8	9	j0.0378	j0.0000	j0.0000	j0.0341	0.0309 + j0.2278
8	10	j0.2216	j0.2216	j0.2216	j0.2035	0.1842 + j1.3603
9	11	j1.0640	j0.0000	j0.0000	j0.9598	0.8688 + j6.4149
10	12	j0.0182	j0.0182	j0.0182	j0.0167	0.0152 + j0.1119
10	13	j0.0000	j0.0670	j0.0000	j0.0604	0.0547 + j0.4037
11	14	j0.3036	j0.0000	j0.0000	j0.2739	0.2479 + j1.8306
12	15	j0.4436	j0.4436	j0.4436	j0.4074	0.3688 + j2.7232
15	16	j0.0113	j0.0113	j0.0113	j0.0104	0.0094 + j0.0693
16	17	j0.7993	j0.7993	j0.7993	j0.7342	0.6646 + j4.9068
16	18	j0.0000	j0.5155	j0.0000	j0.4651	0.4210 + j3.1082
17	19	j0.0002	j0.0002	j0.0002	j0.0002	0.0002 + j0.0013
19	20	j0.0000	j0.0000	j0.0000	j0.0000	0.0000 + j0.0000
19	21	j0.1063	j0.1063	j0.1063	j0.0977	0.0884 + j0.6528
20	22	j0.2292	j0.2292	j0.2292	j0.2105	0.1905 + j1.4069
21	23	j0.1265	j0.1265	j0.1265	j0.1162	0.1052 + j0.7767
21	24	j0.0000	j0.0358	j0.0000	j0.0323	0.0292 + j0.2158
23	25	j0.0438	j0.0438	j0.0438	j0.0403	0.0364 + j0.2691
23	26	j0.0061	j0.0061	j0.0061	j0.0056	0.0051 + j0.0373
25	27	j0.0582	j0.0582	j0.0582	j0.0534	0.0484 + j0.3571
26	28	j0.0293	j0.0293	j0.0293	j0.0269	0.0244 + j0.1799
27	29	j0.0061	j0.0061	j0.0061	j0.0056	0.0051 + j0.0373
27	30	j0.0187	j0.0187	j0.0187	j0.0171	0.0155 + j0.1146
28	31	j0.0790	j0.0790	j0.0790	j0.0726	0.0657 + j0.4850
29	32	j0.0000	j0.1074	j0.0000	j0.0969	0.0877 + j0.6475
31	33	j0.0115	j0.0115	j0.0115	j0.0106	0.0096 + j0.0706

TABLE II  
5X5 IMPEDANCE MATRIX FOR THE 1-2 LINE SECTION (Ω)

0.5537 + j0.3778	j0.1237	j0.1003	j0.0994	j0.0375
j0.1237	0.5537 + j0.3778	j0.0830	j0.0883	j0.0375
j0.1003	j0.0830	0.5537 + j0.3778	j0.0932	j0.0375
j0.0994	j0.0883	j0.0932	0.5537 + j0.3717	j0.0345
j0.0375	j0.0375	j0.0375	j0.0345	0.0312 + j0.2305

Case A considers an isolated neutral; therefore the fifth row and fifth column contain all zero elements. Since in case B the neutral wire does not exist, the fourth row and fourth column of the 5x5 impedance matrix contain all zero entries. All impedances calculations use a 100 Ω-m ground resistivity (except where ground resistivity is a parameter).

Test network used in case C is the 29-node radial real-life distribution network (LV-29 DN), Fig. 4. The base voltage of the network is  $V_b = 121.244$  V. Real and reactive load injections are shown in Table III.

Four cases of LV network are analyzed:

- LV network with isolated neutral (without ground conductor);
- Multi-grounded LV network, grounding resistance  $R_{gr} = 0.2$  Ω in the following nodes: 3, 4, 11, 16, 17, 18, 25,

- 28,  $R_{gr} = 0.1 \Omega$  in substation MV/LV;  
 C3. Same as in case C2, but  $R_{gr} = 0.5 \Omega$ ;  
 C4. LV network with all nodes grounded,  $R_{gr} = 0.1 \Omega$ .

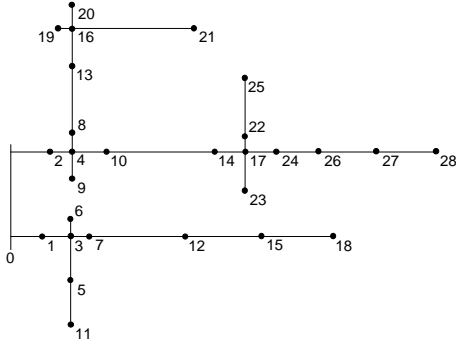


Fig. 4. LV-29 test feeder, Case C.

TABLE III  
 REAL AND REACTIVE LOAD INJECTIONS – LV-29 DN  
 (NON-ZERO ELEMENTS)

node	$P_{La}$ (W)	$Q_{La}$ (VAR)	$P_{Lb}$ (W)	$Q_{Lb}$ (VAR)	$P_{Lc}$ (W)	$Q_{Lc}$ (VAR)
2	451.4	148.4	209.7	68.9	0.0	0.0
5	0.0	0.0	18.1	5.9	329.2	108.2
7	641.7	210.9	397.9	130.8	504.9	166.0
8	188.2	61.9	268.8	88.4	0.0	0.0
9	166.0	54.6	97.2	31.9	349.3	114.8
11	262.5	86.3	142.4	46.8	120.1	39.5
12	326.4	107.3	441.0	144.9	331.3	108.9
13	147.2	48.4	310.4	102.0	127.1	41.8
14	377.1	123.9	348.6	114.6	403.5	132.6
15	1044.4	343.3	1185.4	389.6	1020.1	335.3
18	330.6	108.7	562.5	184.9	754.2	247.9
19	0.0	0.0	236.8	77.8	216.0	71.0
20	311.1	102.3	544.4	178.9	234.7	77.1
21	294.4	96.8	59.7	19.6	0.0	0.0
22	112.5	37.0	112.5	37.0	0.0	0.0
23	113.9	37.4	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.0	0.0	170.8	56.1	170.8	56.1
25	570.8	187.6	273.6	89.9	0.0	0.0
26	507.6	166.8	291.0	95.6	343.1	112.8
27	144.4	47.5	366.7	120.5	569.4	187.2
28	118.1	38.8	118.1	38.8	0.0	0.0

#### IV. APPLICATIONS

The proposed method for distribution power flow is tested on numerous MV and LV real life DNs. In this paper, the proposed power flow in a 5x5 network representation is applied on three DNs. Two types of load models are applied: constant admittance and constant power.

Results obtained by performing the proposed power flow method on IEEE 34-bus DN, case A, are shown from Fig. 5 to Fig. 9. Figure 5 shows voltages of the neutral wire in the four-wire three-phase IEEE 34-bus network when the loads are modeled as a constant power or constant admittance. The neutral voltage at the end node (275 V) is generated by the flow of the return current in the neutral wire, Fig.5. Figures 6 and 7 show phase voltages when the loads are modeled as a constant admittance or constant power, respectively. Figure 8 shows voltage unbalance in case A, when the loads are modeled as a constant power or constant admittance load, according to the IEEE Std. 446. Figure 9 shows neutral current in the main path in case A, for constant power and constant admittance load models. Since in the proposed model neutral wire and ground are explicitly represented, it is possible to calculate power losses in the neutral wire and in the ground. Real power losses in the neutral wire in the considered IEEE 34-bus DN are about 3% of the total real power losses.

Results from the use of the suggested power flow method on IEEE 34-bus DN with earth return, case B, are shown on Fig. 10 to Fig. 16. Differences in phase voltages obtained from the three-phase power flow method [10] and the proposed method ranged 1.5 % (Fig. 10, Fig. 13). Figures 14 and 15 show ground voltages after modeling for different ground resistivity (50 – 5000  $\Omega$ -m), for constant power and constant admittance load models, respectively [2]. Figure 16 shows ground current in the three-phase MV line with earth return.

The results obtained by performing the proposed power flow method on LV-29 DN are shown on Fig. 17 to Fig. 24. The differences in phase voltages obtained from the conventional three-phase power flow [10] and the proposed method were up to 0.2 % (Fig. 17, Fig. 18). The neutral voltage at the end node is induced by the flow of the return current in the neutral conductor (case C1) and by the ground impedance in the case of a multi-grounded LV network (Fig. 20). When it is difficult to make a proper grounding, most of the current flows through the neutral conductor. A high neutral voltage at the end node may cause not only common-mode noise problems in sensitive electronic pieces of equipment but it may also represent a safety issue [4]. The voltage unbalance, according to the IEEE Std. 446, is less than 0.3% in all cases (Fig. 21). Figures 23 and 24 show respectively neutral wire and ground currents in the evaluated LV-29 DN, when the loads are modeled as constant admittance. The current in the neutral wire is about 30% of the phase currents in the considered LV-29 DN.

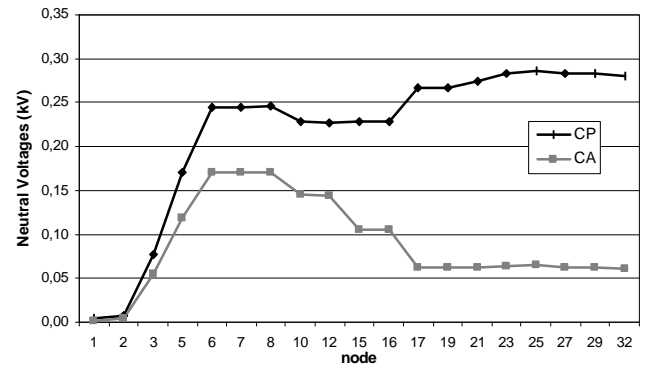


Fig. 5. Neutral Voltage: Case A with Constant Power (CP) and Constant Admittance (CA) Load Model.

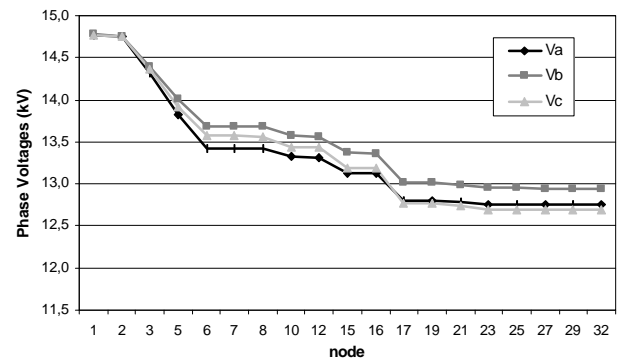


Fig. 6. Phase Voltages: Case A with Constant Admittance Load Model.

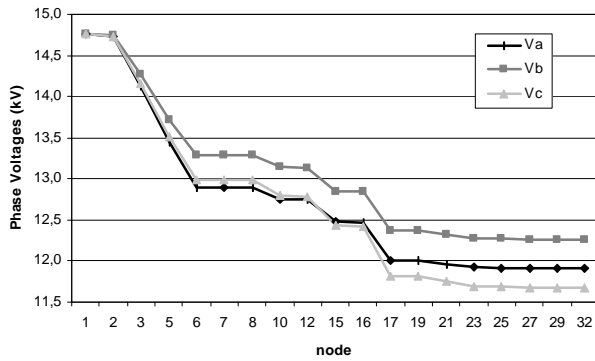


Fig. 7. Phase Voltages: Case A with Constant Power Load Model.

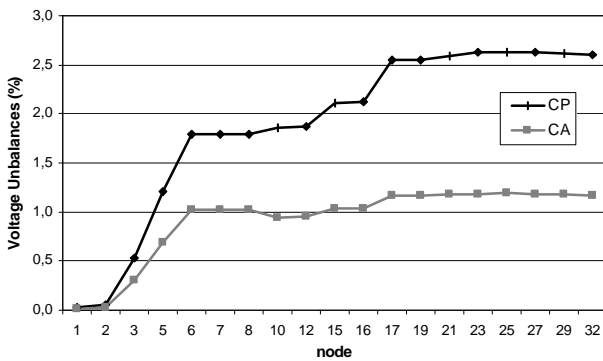


Fig. 8. Voltage Unbalance: Case A with Constant Power (CP) and Constant Admittance (CA) Load Model according to the IEEE Std. 446.

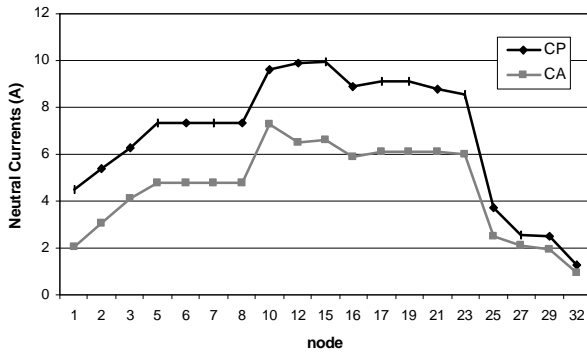


Fig. 9. Neutral current: Case A with Constant Power (CP) and Constant Admittance (CA) Load Model.

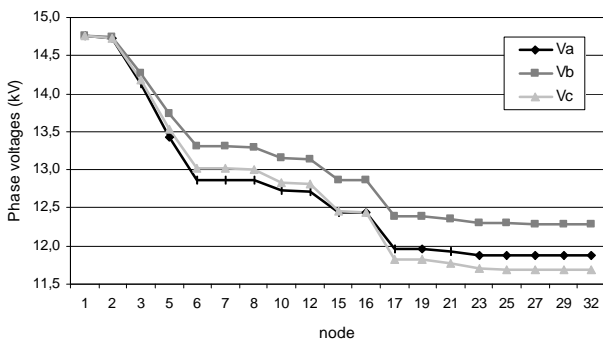


Fig. 10. Phase Voltages using proposed power flow method: Case B with Constant Power Load Model.

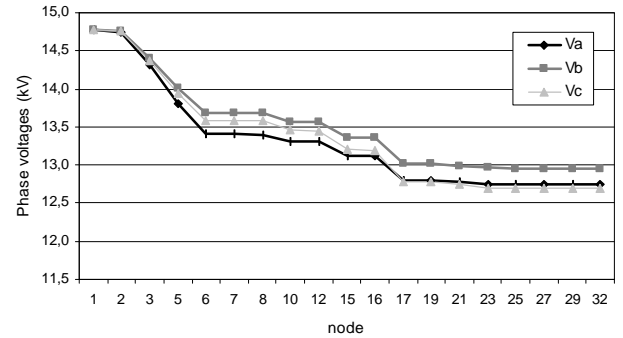


Fig. 11. Phase Voltages using proposed power flow method: Case B with Constant Admittance Load Model.

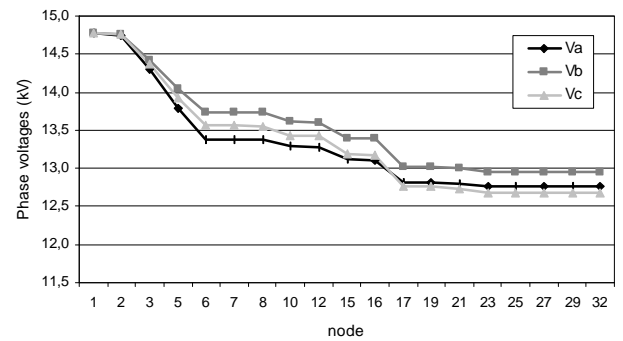


Fig. 12. Phase Voltages using ordinary three-phase power flow method: Case B with Constant Admittance Load Model.

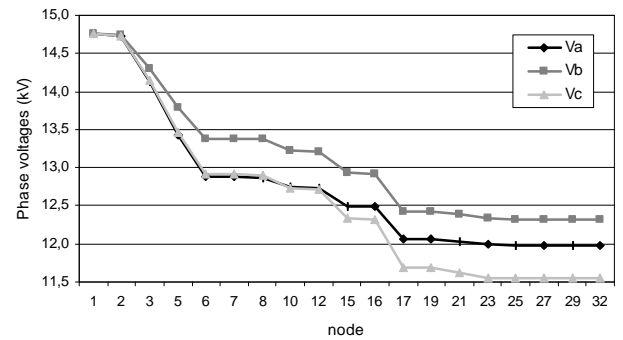


Fig. 13. Phase Voltages using ordinary three-phase power flow method: Case B with Constant Power Load Model.

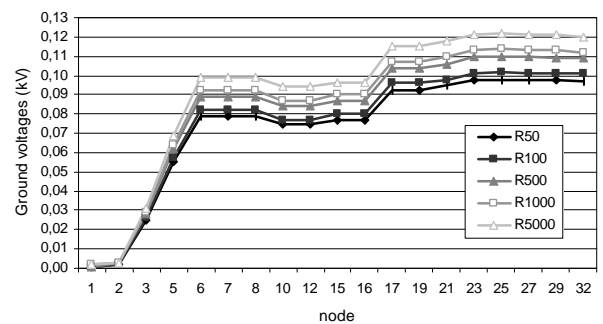


Fig. 14. Ground Voltages: Case B with different ground resistance and Constant Power Load Model.



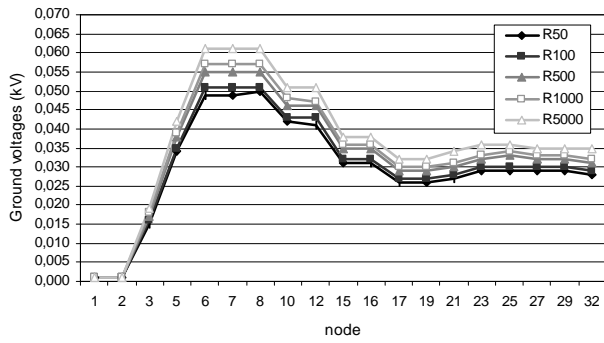


Fig. 15. Ground Voltages: Case B with different ground resistance and Constant Admittance Load Model.

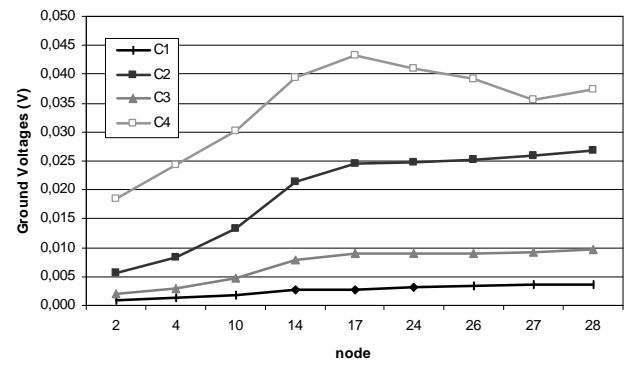


Fig. 19. Ground Voltages: Case C with Constant Admittance Load Model.

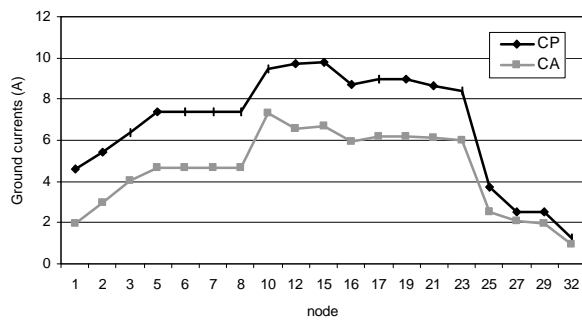


Fig. 16. Ground Current: Case B with Constant Power (CP) and Constant Admittance (CA) Load Model.

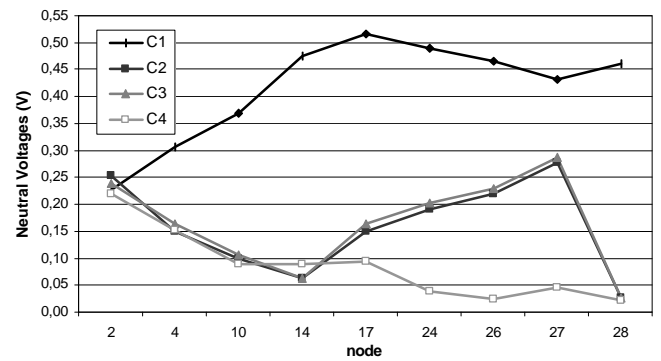


Fig. 20. Neutral Voltages: Case C with Constant Admittance Load Model.

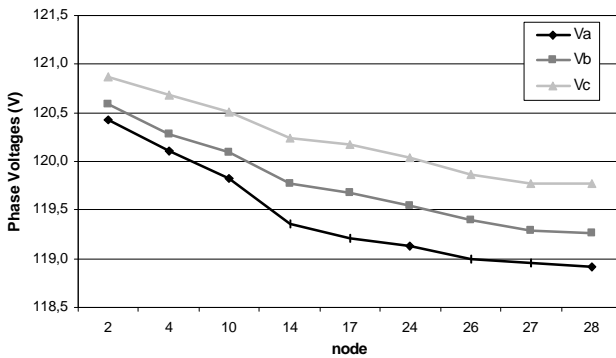


Fig. 17. Phase Voltages using conventional three-phase power flow method: Case C with Constant Admittance Load Model.

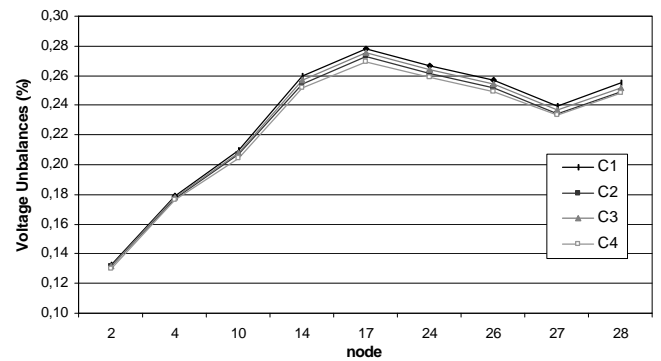


Fig. 21. Voltage Unbalances: Case C with Constant Admittance Load Model according to the IEEE Std. 446.

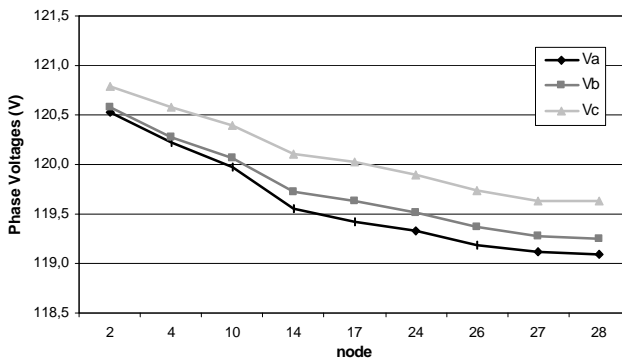


Fig. 18. Phase Voltages using proposed power flow method: Case C with Constant Admittance Load Model and Isolated Neutral (C1).

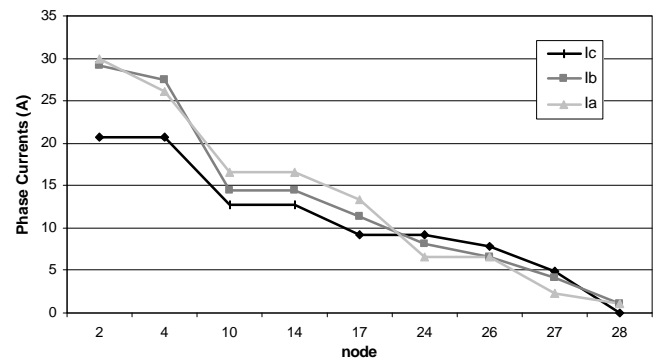


Fig. 22. Phase Currents: Case C with Constant Admittance Load Model and Isolated Neutral (C1).

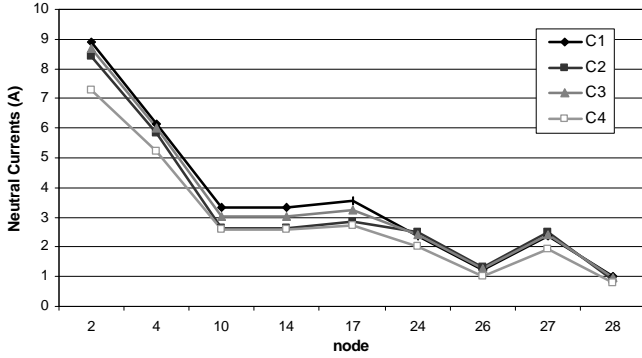


Fig. 23. Return currents: Case C with Constant Admittance Load Model.

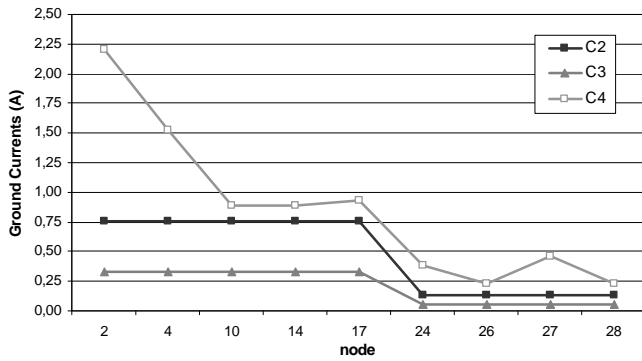


Fig. 24. Ground Currents: Case C with Constant Admittance Load Model.

Generally, load model plays a significant role in all power flow simulations. The results showed a large difference in the phase voltages due to the load model (7.0%), and a minor difference as a function of the line model (1.5%). The off-diagonal shunt admittances were neglected in all simulations, as stated in (1). However, the influence of the mutual shunt admittances on the solution was also investigated. Considering Case A, when the neutral wire and ground were explicitly represented, the difference in phase voltages with and without off-diagonal shunt admittance terms in (1), was up to 0.95 %.

Results showed that Kron's reduction is acceptable when neutral and ground current are not of specific interest. Moreover, the return currents may be calculated using 3x3 approach, after which the voltages in return paths may be obtained using the original 5x5 matrices. Kron's reduction is avoided with this proposed method when the focus is to calculate currents and voltages in an explicit manner.

The proposed method was tested on MV real-life network 475 nodes in Assis (Sao Paulo state, Brazil). When the peak load case was simulated, the 5x5 and the 3x3 backward-forward techniques converged after three iterations, with a computing time of 770 and 430 milliseconds, respectively, when a 544 MHz computer processor was used.

## V. CONCLUSIONS

In this paper, a power flow algorithm for three-phase four-wire radial DN's, considering neutral wire and multi-grounding, is proposed. High-order line models (4x4, 5x5 and higher) may easily be added to a common solution method for

three-phase power flow [10]. Most of the existing models of three-phase elements of the distribution system can be well represented [15]. The introduced 5x5 network representation can easily be incorporated into a power flow solution technique for weakly meshed DN's with PV nodes. The proposed power flow method enables the user to investigate the effects of neutrals and system grounding on the operation of real-life DN's.

The software package based on the proposed 5x5 power flow solution technique can be useful for the evaluation of different neutral designs. Moreover, it can be an efficient tool for power quality studies, safety analysis, short circuit analysis, or other applications, where neutral and ground currents and voltages are of particular interest [19], [20].

## VI. APPENDIX

The equations for calculation of impedance matrix elements in 5x5 representation are as follows.

Using the ground return modeling of [2] for a three-phase line (Fig. A), we obtain:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ab} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ac} & z_{bc} & z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (i)$$

where

$$z_{xx} = \bar{z}_{xx} + \bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{xg} \quad (ii)$$

$$z_{xy} = \bar{z}_{xy} - \bar{z}_{xg} - \bar{z}_{yg} + \bar{z}_{gg} \quad (iii)$$

$$x = a, b, c; y = a, b, c; \forall x \neq y$$

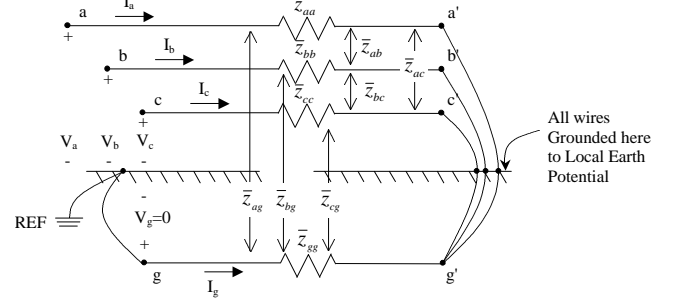


Fig. A. Three-phase line with earth return [2].

In the case of wire  $a$ ,  $\bar{z}_{aa}$  represents the self-impedance of the line (if the ground is a perfect conductor), and the term  $(\bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{ag})$  is the correction caused by the ground influence.

Using the effect of the finite conductivity of the ground (correction part) of the simplified Carson's equations for self-impedance, we obtain the following equation:

$$\begin{aligned} \bar{z}_{gg} - 2\bar{z}_{ag} &= \pi^2 \cdot 10^{-4} f - j0.0386 \cdot 8\pi \cdot 10^{-4} f \\ &+ j4\pi \cdot 10^{-4} \cdot f \ln \frac{2}{5.6198 \cdot 10^{-3}} + j4\pi \cdot 10^{-4} \cdot f \ln \frac{\sqrt{\rho/f}}{h_a} \quad \Omega/\text{km} \quad (iv) \end{aligned}$$

where

$f$  is the frequency (Hz);

$h_a$  is the height of wire (m);

$\rho$  is the ground resistivity ( $\Omega\text{-m}$ ).

Looking at the right side of (iv), we can easily identify the

terms that are only frequency dependent. These three terms represent the ground self-impedance  $\bar{z}_{gg}$ . Therefore, the ground self-impedance  $\bar{z}_{gg}$  and the mutual impedance  $\bar{z}_{ag}$  from Fig. A and (iv) are, respectively

$$\bar{z}_{gg} = \pi^2 \cdot 10^{-4} f - j0.0386 \cdot 8\pi \cdot 10^{-4} f + j4\pi \cdot 10^{-4} \cdot f \ln \frac{2}{5.6198 \cdot 10^{-3}} \quad \Omega/\text{km} \quad (v)$$

$$\bar{z}_{ag} = -\frac{1}{2} \cdot j4\pi \cdot 10^{-4} \cdot f \ln \frac{\sqrt{\rho_f}}{h_a} \quad \Omega/\text{km} \quad (vi)$$

$$= j2\pi \cdot 10^{-4} \cdot f \ln \frac{h_a}{\sqrt{\rho_f}}$$

Hence, for a three-phase line with earth return, the 5x5 matrix representation of the line is as follows:

$$[Z_{line}] = \begin{bmatrix} \bar{z}_{aa} & \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{ac} & 0 & \bar{z}_{ag} \\ \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{bb} & \bar{z}_{bc} & 0 & \bar{z}_{bg} \\ \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{cc} & 0 & \bar{z}_{cg} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{z}_{ag} & \bar{z}_{bg} & \bar{z}_{cg} & 0 & \bar{z}_{gg} \end{bmatrix} \quad (vii)$$

The self and mutual impedances of phases  $a$ ,  $b$  and  $c$  in (vii), are calculated using the Carson's equations, considering the ground as a perfect conductor [2]. Self and mutual impedances of the ground use (v) and (vi). Zero elements on matrix (vii) are due to the absence of neutral wire.

For neutral wire calculations, mutual ground impedance should be computed using (vi) and mutual  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and self impedances should be computed using the Carson's equations, considering the ground as a perfect conductor [2].

## VII. ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank UNESP – Ilha Solteira, SP, Brazil, for the use of their facilities. R. M. Ciric is grateful to the Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) for its financial support to undertake this research (Project no. 00/12099-1).

## VIII. REFERENCES

- [1] E. Lakervi and E. J. Holmes, *Electricity Distribution Network Design*, IEE Power Engineering Series 21, London: Peter Peregrines Ltd. On behalf of the IEE, 1995.
- [2] P. M. Anderson, *Analysis of Faulted Power Systems*, New York: IEEE Press Power Systems Engineering Series, 1995, pp. 71-83.
- [3] A. P. Meliopoulos, J. Kennedy, C. A. Nucci, A. Borghetti, and G. Contaxies, "Power distribution practices in USA and Europe: Impact on power quality," in *Proc. 1998 International Conference on Harmonics and Quality of Power*, vol. 1, pp. 24-29.
- [4] T. H. Chen, and W. C. Yang, "Analysis of multi-grounded four-wire distribution systems considering the neutral grounding," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 16, no. 4, pp. 710-717, Oct. 2001.
- [5] T. A. Short, J. R. Stewart, D. R. Smith, J. O'Brien, and K. Hampton, "Five-Wire Distribution System Demonstration Project," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 17, no. 2, pp. 649-654, Apr. 2002.
- [6] J. C. Balda, A. R. Oliva, D. W. McNabb, and R. D. Richardson, "Measurements of neutral currents and voltages on a distribution feeder," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 12, no. 4, pp. 1799-1804, Oct. 1997.

- [7] J. C. Das and R. H. Osman, "Grounding of AC and DC low-voltage and medium-voltage drive system," *IEEE Trans. Industry Applications*, vol. 34, no. 1, pp. 205-216, Jan./Feb. 1998.
- [8] *IEEE Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power Systems*, IEEE Standard 142-1991, Jun. 1992.
- [9] D. Shirmohammadi, H. W. Hong, A. Semlyen, and G. X. Luo, "A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 753-762, May 1988.
- [10] C. S. Cheng and D. Shirmohammadi, "A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis," *IEEE Trans on Power Systems*, vol. 10, no. 2, pp. 671-769, May 1995.
- [11] G. X. Luo and A. Semlyen, "Efficient load flow for large weakly meshed networks," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, no. 4, pp. 1309-1316, Nov. 1990.
- [12] D. Rajcic, R. Ackovski, and R. Taleski, "Voltage correction power flow," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 9, no. 2, pp. 1056-1062, Apr. 1994.
- [13] T. H. Chen, M. S. Chen, T. Inoue, P. Kotas, and E. A. Chebli, "Distribution system power flow analysis – A rigid approach," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 6, no. 3, pp. 1146-1152, Jul. 1991.
- [14] B. K. Chen, M. S. Chen, R. R. Shoults, and C. C. Liang, "Hybrid three phase load flow," *IEE Proceedings-C*, vol. 137, no. 3, pp. 177-185, May 1990.
- [15] Y. Zhu and K. Tomsovic, "Adaptive power flow method for distribution systems with dispersed generation," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 17, no. 3, pp. 822-827, Jul. 2002.
- [16] J. R. Carson, "Wave propagation in overhead wires with ground return", *Bell System Technical Journal*, 1927.
- [17] IEEE Distribution Planning Working Group Report, "Radial distribution test feeders," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 6, no. 3, pp. 975-985, Aug. 1991.
- [18] IEEE Distribution System Analysis Subcommittee Report, "Radial distribution test feeders," in *2000 PES Summer Meeting*. Available: <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>
- [19] X. Zhang, F. Soudi, D. Shirmohammadi, and C. S. Cheng, "A distribution short circuit analysis approach using hybrid compensation method," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, no. 4, pp. 2053-2059, Nov. 1995.
- [20] A. Tan, W. H. Edwin Liu, and D. Shirmohammadi, "Transformer and load modeling in short circuit analysis for distribution systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 12, no. 3, pp. 1315-1322, Aug. 1997.

## IX. BIOGRAPHIES

**Rade M. Ciric** graduated from the University of Novi Sad in 1987, received his M.Sc. degree from the University of Belgrade in 1992 and gained his Ph.D. degree from University of Novi Sad, Yugoslavia, in 2000, all in electrical engineering. He was with Electric Power Industry of Serbia – Elektrovojvodina from 1987 to 2001. From 1997 to 2001 he was also an associate researcher at Group for DMS at Univ. of Novi Sad. Presently he is a postdoctoral researcher at UNESP – Ilha Solteira, SP, Brazil. His current research interests include all aspects of Distribution Management System. He is a committee member of CIRED-Yugoslavia and DistribuTECH Europe. e-mail: rciric@netscape.net

**Antonio Padilha Feltrin (M'89)** obtained the B.Sc. degree from EFEI, the M.Sc. and Ph.D. from UNICAMP, Brazil. He is currently an Associate Professor at UNESP – Ilha Solteira, SP, Brazil. From 1995 to 1997 he was a Visiting Faculty at ECE Department of University of Wisconsin – Madison. His main interests are in analysis and control of power systems. e-mail: padilha@dee.feis.unesp.br

**Luis F. Ochoa (S'01)** graduated from the National Engineering University (U.N.I.) – Lima, Peru, in 2000. Presently he is a M.Sc. Student in Electrical Power Systems at the UNESP – Ilha Solteira, SP, Brazil. His main interest is distribution system analysis. e-mail: luis\_ochoa@ieee.org

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] E. Lakervi e E. J. Holmes, *Electricity Distribution Network Design*, IEE Power Engineering Series 21, London: Peter Peregrines Ltd. On behalf of the IEE, 1995.
- [2] P. M. Anderson, *Analysis of Faulted Power Systems*, New York: IEEE Press Power Systems Engineering Series, 1995, pp. 71-83.
- [3] A. P. Meliopoulos, J. Kennedy, C. A. Nucci, A. Borghetti, e G. Contaxies, "Power distribution practices in USA and Europe: Impact on power quality," nos Proc. 1998 International Conference on Harmonics and Quality of Power, vol. 1, pp. 24-29.
- [4] T. H. Chen, e W. C. Yang, "Analysis of multi-grounded four-wire distribution systems considering the neutral grounding," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 16, no. 4, pp. 710-717, Out. 2001.
- [5] T. A. Short, J. R. Stewart, D. R. Smith, J. O'Brien, e K. Hampton, "Five-wire distribution system demonstration project, " *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 17, no. 2, pp. 649-654, Abr. 2002.
- [6] J. C. Balda, A. R. Oliva, D. W. McNabb, e R. D. Richardson, "Measurements of neutral currents and voltages on a distribution feeder," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 12, no. 4, pp. 1799-1804, Out. 1997.
- [7] J. C. Das e R. H. Osman, "Grounding of AC and DC low-voltage and medium-voltage drive system," *IEEE Trans. Industry Applications*, vol. 34, no. 1, pp. 205-216, Jan./Fev. 1998.
- [8] *IEEE Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power Systems*, IEEE Standard 142-1991, Jun. 1992.

- 
- [9] D. Shirmohammadi, H. W. Hong, A. Semlyen, e G. X. Luo, "A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 753-762, Maio 1988.
- [10] C. S. Cheng e D. Shirmohammadi, "A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis," *IEEE Trans on Power Systems*, vol. 10, no. 2, pp. 671-769, Maio 1995.
- [11] G. X. Luo e A. Semlyen, "Efficient load flow for large weakly meshed networks," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, no. 4, pp. 1309-1316, Nov. 1990.
- [12] D. Rajicic, R. Ackovski, e R. Taleski, "Voltage correction power flow," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 9, no. 2, pp. 1056-1062, Abr. 1994.
- [13] T.-H. Chen, M.-S. Chen, T. Inoue, P. Kotas, e E. A. Chebli, "Distribution system power flow analysis – A rigid approach," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 6, no. 3, pp. 1146-1152, Jul. 1991.
- [14] B. K. Chen, M .S. Chen, R. R. Shoults, e C. C. Liang, "Hybrid three phase load flow," *IEE Proceedings-C*, vol. 137, no. 3, pp. 177-185, Maio 1990.
- [15] Y. Zhu e K. Tomsovic, "Adaptive power flow method for distribution systems with dispersed generation," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 17, no. 3, pp. 822-827, Jul. 2002.
- [16] J. R. Carson, "Wave propagation in overhead wires with ground return", *Bell System Technical Journal*, 1926.
- [17] IEEE Distribution Planning Working Group Report, "Radial distribution test feeders," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 6, no. 3, pp. 975-985, Ago. 1991.
- [18] IEEE Distribution System Analysis Subcommittee Report, "Radial distribution test feeders," no 2000 PES Summer Meeting. Disponível: <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>. Consulta em março de 2003.

- 
- [19] X. Zhang, F. Soudi, D. Shirmohammadi, e C. S. Cheng, "A distribution short circuit analysis approach using hybrid compensation method," IEEE Trans. on Power Systems, vol.10, no. 4, pp. 2053-2059, Nov. 1995.
- [20] A. Tan, W. H. Edwin Liu, e D. Shirmohammadi, "Transformer and load modeling in short circuit analysis for distribution systems," IEEE Trans. on Power Systems, vol. 12, no. 3, pp. 1315-1322, Ago. 1997.
- [21] H. C. Van Niekerk e I. W. Hofsjager, "The use of series injection to eliminate voltage distortion in low and medium voltage networks," nos Proc. 2000 Industrial and Commercial Power Systems Technical Conference, pp. 1-6.
- [22] T. R. Brooking e N. J. Van Rensburg, "The improved utilisation of existing rural networks with the use of intermediate voltage and single wire earth return systems," nos Proc. 1992 AFRICON Conference, pp. 228-234.
- [23] F. S. Ribeiro, "Aterramento de sistemas monofilares com retorno por terra (MRT) – Análise pelo método dos elementos finitos," 2001 Conferencia Latinoamericana de Electrificación Rural (CLER).
- [24] I. F. E. Dossi Denis, "Fluxo de potência trifásico para redes de distribuição," Tese de Mestrado, Universidade Estadual Paulista – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Mar. 2000.
- [25] N. Vempati, R. R. Shoults, M. S. Chen, e L. Schwobel, "Simplified feeder modeling for load flow calculations," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PWRS-2, no. 1, pp. 168-174, Feb. 1987.
- [26] N. R. Schoultz, "Distribution primary feeder  $I^2R$  losses," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-97, no. 2, pp. 603-609, Apr. 1978.
- [27] R. P. Broadwater, A. Chandrasekaran, C. T. Huddleston, e A. H. Khan, "Power flow analysis of unbalanced multiphase radial distribution systems," Electric Power Systems Research Journal, vol. 14, 1988.

- 
- [28] D. J. Ward, J. F. Buch, T. M. Kulas, e W. J. Ros, "An analysis of the five-wire distribution system," IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 18, no. 1, pp. 295-299, Fev. 2003.
- [29] A. C. Brandini, "Análise crítica de algoritmos de fluxo de carga usados em sistemas de distribuição radial," Tese de Mestrado, Universidade Estadual Paulista – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Dez. 2000.
- [30] J. J. Burke, Power Distribution Engineering – Fundamentals and Applications, New York: Marcel Dekker, 1994, pp. 4-5, 16-19.
- [31] D. S. Popovic e R. M. Ciric, "A Multi-Objective Algorithm For Distribution Networks Restoration," IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 14, no. 3, pp. 1134-1141, Jul. 1999.
- [32] W. H. Kersting, Distribution System Modeling and Analysis, USA: CRC Press, 2002.
- [33] T. Gönen, Electric Power Distribution System Engineering, USA: McGraw Hill, 1986.
- [34] M. E. Baran e F. F. Wu, "Optimal Sizing of Capacitors Placed on a Radial Distribution System," IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 4, no. 1, pp. 735-743, Jan. 1989.
- [35] R. Cespedes, "New Method for the Analysis of Distribution Networks," IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 5, no. 1, pp. 391-396, Jan. 1990.
- [36] S. K. Goswami e S. K. Basu, "A New Algorithm for the Reconfiguration of Distribution Feeders for Loss Minimization," IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 7, no. 3, pp. 1484-1491, Jul. 1992.
- [37] F. Zhang e C. S. Cheng, "A Modified Newton Method for Radial Distribution System Power Flow Analysis," IEEE Trans. on Power Systems, vol. 12, no. 1, pp. 389-397, Fev. 1997.

- 
- [38] J. R. Carson, "Wave propagation in overhead wires with ground return", Bell System Technical Journal, 1926, in Proc. of the 32<sup>nd</sup> North American Power Symposium, Waterloo – Ontário, Canadá, Out. 23-47, 2000, pp. 65-80.
- [39] T.-H. Chen, M.-S. Chen, T. Inoue, P. Kotas e E. A. Chebli, "Three-phase cogenerator and transformer models for distribution systems analysis," IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 6, no. 4, pp. 1671-1681, Oct. 1991.
- [40] J. Nanda, M. L. Kothari e M. S. Srinivas, "On some aspects of distribution load flow," nos Proc. 1998 TENCON Conference, vol. 2, pp. 510-513.