

MODIFICAÇÕES NAS FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS PARA A ANÁLISE DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA – UM ESTUDO DE CASO

RESUMO

Neste trabalho são apresentadas as principais implicações e tendências na análise dos sistemas de distribuição considerando a inserção da geração distribuída. Especificamente, o seu objetivo é de ilustrar as mudanças e aprimoramentos que são impostas às ferramentas para o cálculo do fluxo de potência em redes de distribuição convencionais quando a geração distribuída está conectada. Após a exposição e o detalhamento de duas metodologias adaptadas para a presença dos geradores distribuídos é realizado uma análise comparativa do desempenho das mesmas aplicadas a sistemas de distribuição reais.

Palavras-chave: rede de distribuição, geração distribuída, fluxo de potência.



1. INTRODUÇÃO

O rápido crescimento da demanda energética mundial e a recente preocupação com a questão ambiental têm contribuído para o desenvolvimento de formas alternativas e menos poluentes de produção de energia elétrica. Essas novas tecnologias podem ser entendidas como um complemento à geração centralizada, além de fazerem uso de fontes primárias renováveis e de possuírem suas instalações próximas aos centros consumidores. Com capacidades de geração relativamente inferiores se comparadas com as tradicionais usinas de grande porte, as unidades de Geração Distribuída (GD) - como têm sido denominadas - representam um avanço no que diz respeito à diversificação do parque produtor energético mundial e à eficiência energética ou uso racional da energia (OCHOA PIZZALI, 2006).

A inserção de Geradores distribuídos (GDs) em sistemas de distribuição proporciona algumas vantagens técnicas para a operação (FALAGHI & HAGHHIFAM, 2005) e (ZHU & TOMOSOVIC, 2007), dentre as quais podemos citar a redução das perdas de potência, o aumento na confiabilidade e a melhora no perfil de tensão da rede. Contudo, com a aparição de fluxos contrários ao convencional, surgem alguns problemas como a perda da seletividade do sistema de proteção e o aumento do nível das correntes de curto-circuito (GATTA, ILICETO, LAURI, & MASATO, 2003). Considerando as características adquiridas pelas atuais redes de distribuição com a presença de GDs, torna-se evidente a necessidade de realização de pesquisas voltadas para o desenvolvimento de ferramentas computacionais eficientes e robustas para análise e planejamento dessas redes.

O cálculo do fluxo de potência (FP) em sistemas de energia é um instrumento fundamental para o planejamento e operação da rede e consiste na obtenção dos valores de potencia ativa e reativa e das tensões e correntes em todos os pontos do mesmo. É utilizado nas fases de projeto, planejamento da expansão, planejamento da operação e operação propriamente dita, podendo servir apenas como um objeto para análise da rede ou mesmo como parte integrante de estudos mais complexos, como os de otimização, estabilidade, controle e supervisão. A maioria dos estudos de FP para sistemas de distribuição têm direcionado especial atenção para a técnica chamada de varredura à montante e à jusante (SHIRMOHAMMADI, HONG, SEMLYEN & LUO, 1988) dada à robustez e eficiência computacional deste método, além da facilidade para modelar novos elementos a serem conectados na rede. As equações empregadas beneficiam-se da configuração radial predominante na grande maioria dos sistemas de distribuição a qual propicia um cálculo ordenado e eficiente.

Entretanto, a grande maioria dos sistemas de distribuição existentes não foi concebida para suportar a inserção de GDs. O aparecimento de fluxos de potência contrários ao convencional, no sentido da carga para a geração, pode prejudicar o funcionamento das redes passivas tradicionais, projetadas para um fluxo unidirecional desde a subestação até os consumidores finais. Isto pode resultar em uma complexidade maior no planejamento, operação e manutenção da rede, sem contar os altos custos das tecnologias empregadas (PAIVA, VILLA & ZÜRN, 2009). Daí a necessidade de aprimorar as ferramentas existentes destinadas à análise do sistema de distribuição, de forma a garantir o bom funcionamento do mesmo e proporcionar um uso eficiente da energia produzida pelas fontes descentralizadas.

Neste trabalho é abordada a inserção da GD em sistemas de distribuição e suas implicações no planejamento e operação da rede. Serão apresentadas duas metodologias de cálculo de FP voltadas para a resolução de redes puramente radiais, levemente malhadas e com a presença da GD, ilustrando suas particularidades e aprimoramentos em relação aos métodos tradicionais. Após a exposição, será realizada uma análise comparativa do desempenho computacional das mesmas quando aplicadas a sistemas de distribuição com diferentes parâmetros e configurações.



2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para redes de distribuição radiais e fracamente malhadas o método mais indicado para o cálculo do FP é o de varredura *Backward/Forward* devido à sua robustez e convergência. Este modelo realiza diversas iterações a jusante e a montante fazendo a realocação de valores de tensão ou corrente através da aplicação direta das leis de Kirchhoff de forma que, enquanto uma das variáveis está sendo corrigida, a outra se mantém fixa. Entretanto, os sistemas de distribuição de energia têm adquirido maior dinamismo e complexidade em função de equipamentos que têm sido inseridos na rede como reguladores de tensão, bancos de capacitores e GDs. Portanto tornam-se evidentes as necessidades de uma modelagem eficiente destes elementos e de modificações no algoritmo do FP para garantir a eficiência computacional do método.

Na aplicação da varredura *Backward/Forward* a rede de distribuição radial pode ser entendida como uma árvore orientada que tem por raiz a barra da subestação e, portanto, necessita de uma reordenação prévia das barras de conforme a proximidade com a barra raiz. As varreduras *Backward* fazem as correções de corrente nos ramos, enquanto que as *Forward* retificam as tensões nas barras. Conhecendo-se o valor da tensão da barra raiz e assumindo-se que todas as barras da rede possuem inicialmente o mesmo perfil de tensão da subestação, o algoritmo de solução iterativo consiste basicamente em três passos seqüenciais:

a. Cálculo das correntes injetadas nas barras: na iteração k, a corrente injetada na barra i, $I_i^{(k)}$, da rede é dada por:

$$I_i^{(k)} = \left(\frac{S_i}{V_i^{(k-1)}}\right)^*, \quad i = 1, 2, 3, ..., n$$
 [Eq. 01]

Onde S_i é a potência injetada na barra i, V_i^{k-1} é a tensão na barra i obtida na iteração k-I, e n é o número total de barras da rede.

Varredura *Backward*: na iteração k, partindo-se da barra mais periférica em direção à subestação (SE), a corrente no ramo i, J_i^(k), é calculada através da aplicação direta da LKC (Lei de Kirchhoff das Correntes), como segue:

$$J_i^{(k)} = I_i^{(k)} + \sum_{l=1}^m J_l^{(k)}$$
 [Eq. 02]

Onde $J_l^{(k)}$ é a corrente no ramo l ($l \neq i$) adjacente e à jusante do ramo i, e m é o número total de ramos adjacentes e à jusante do ramo i.

c. Varredura *Forward*: na iteração k, partindo-se da SE em direção a mais periférica, a tensão na barra i, $V_i^{(k)}$, é calculada a partir da aplicação LKT (Lei de Kirchhoff das Tensões), subtraindo-se da tensão da barra adjacente à montante da barra i, $V_{i-1}^{(k)}$, a queda de tensão do ramo i:

$$V_i^{(k)} = V_{i-1}^{(k)} - Z_i J_i^{(k)}$$
 [Eq. 03]

Onde Z_i é a impedância série do ramo i.

A convergência do algoritmo de solução pode ser avaliada comparando-se os valores das grandezas obtidos nas duas últimas iterações, tendo como critério uma tolerância especificada. Podem-se considerar o erro máximo entre os valores especificados e os calculados na iteração k das potências ativa



e reativa nas barras como foi adotado por *Shirmohammadi et al (1988)*, ou de acordo com *Leite e Mantovani (2010)*, da corrente fornecida pela SE calculada nas duas últimas iterações.

3. MÉTODOS ABORDADOS

3.1. MÉTODO BASEADO NA COMPENSAÇÃO ITERATIVA

O método proposto por *Shirmohammadi et al (1988)* combina o algoritmo de solução de um sistema radial com a metodologia da compensação de *Tinney (1972)* e pode ser utilizado na resolução de redes puramente radiais e fracamente malhados. Para sistemas com GD é auxiliado por um modelo simplificado do gerador, ou das barras PV (SHIRMOHAMMADI & CHENG, 1995), composto por um conjunto de fontes de tensão balanceadas fornecendo correntes igualmente balanceadas.

Primeiramente os elementos que fecham malhas precisam ser localizados para que a rede original seja convertida em uma puramente radial onde as barras terminais são criadas para identificação dos pontos de quebra, ou seja, lugares onde se considera a presença da GD ou de um elemento fechando malhas. Depois é realizado um processo de numeração dos ramos em camadas conforme a proximidade da barra raiz. Então o algoritmo de solução para o sistema radial é aplicado utilizando as equações 01, 02 e 03, juntamente com a avaliação da convergência. NA iteração k, corrente no ponto de quebra j, J_j , será representada pela injeção de correntes I de mesmo módulo e de sentidos opostos nas barras terminais do ponto de quebra, ou seja:

$$I_{j1}^{(k)} = -J_j^{(k)}$$
 e $I_{j2}^{(k)} = J_j^{(k)}$ $j = 1,2,3,...,p$ [Eq. 04]

Onde j_1 e j_2 representam as duas barras terminais do ponto de quebra j, $I_{j1}^{(k)}$ e $I_{j2}^{(k)}$ são as injeções de corrente nessas barras e p é o número total de pontos de quebra.

O processo de compensação iterativo é utilizado para corrigir os valores das correntes nos pontos de quebra incrementando-as e, portanto, para garantir a convergência do algoritmo na resolução de sistemas fracamente malhados. Após a abertura do circuito, a rede radial multi-porta criada pode ser representada pelo equivalente Thevenin observado do ponto de vista das portas criadas pelos pontos de quebra, o qual é resolvido pela seguinte equação:

$$[V] = [Z] * [J]$$
 [Eq. 05]

Onde [V] é o vetor (px1) das tensões, [Z] é a matriz (pxp) das impedâncias ou matriz de sensibilidade e [J] é o vetor (px1) das correntes dos pontos de quebra. Expandindo esta equação temos:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_{1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{V}_{j} \\ \vdots \\ \boldsymbol{V}_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{11} & \cdots & \boldsymbol{Z}_{1j} & \cdots & \boldsymbol{Z}_{1p} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \boldsymbol{Z}_{j1} & \cdots & \boldsymbol{Z}_{jj} & \cdots & \boldsymbol{Z}_{jp} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \boldsymbol{Z}_{p1} & \cdots & \boldsymbol{Z}_{pj} & \cdots & \boldsymbol{Z}_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_{1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{J}_{j} \\ \vdots \\ \boldsymbol{J}_{p} \end{bmatrix}$$
[Eq. 06]

Baseado no equivalente Thevenin da equação (06), o processo da compensação iterativa pode ser resumido em cinco passos, como segue:

I. Cálculo da matriz de sensibilidade [Z]: com a fonte de tensão da barra raiz removida, uma fonte de corrente de 1 p.u. é inserida nos terminais do ponto de quebra j (ou injetam-se correntes de 1 p.u. e de sentidos opostos nas duas barras terminais de j), mantendo os demais pontos abertos.



Então o algoritmo de solução para o sistema radial (Eq. 01, 02 e 03) é aplicado em apenas uma iteração para encontrar as tensões nas barras. Cada uma das tensões nos pontos de quebra pode ser calculada pela subtração entre as tensões das duas barras terminais. A coluna j de [Z] será igual a [V] para J_j = 1 p.u. e J_i = 0, para i = 1, 2,..., p com $i\neq j$. Este procedimento deve ser repetido para todas as colunas da matriz de sensibilidade, que se manterá constante em todo o processo de compensação.

- II. Cálculo do vetor das tensões nos pontos de quebra [*V*]: utilizando o algoritmo de resolução para a rede radial e os valores para as correntes nos pontos de quebra calculadas na iteração anterior do processo de compensação. O valor inicial das correntes nos pontos de quebra é zero.
- III. Cálculo do incremento das correntes nos pontos de quebra $[\Delta J]$: na iteração m do processo de compensação:

$$[\Delta I]^{(m)} = [Z]^{-1}[V]^{(m)}$$
 [Eq. 07]

Onde $[Z]^{-1}$ é a inversa da matriz de sensibilidade.

IV. Cálculo das novas correntes nos pontos de quebra: na iteração *m* do processo de compensação:

$$[J]^{(m)} = [J]^{(m-1)} + [\Delta J]^{(m)}$$
 [Eq. 08]

V. Os passos II, III, e IV deverão ser repetidos até que os valores das tensões nos pontos de quebra estejam dentro dos limites desejados.

3.2. MÉTODO BASEADO NAS TENSÕES NODAIS E DE RAMOS

Este método trabalha baseado na modelo linear do circuito da rede, modelado com base nas Leis de Kirchhoff das Correntes e das Tensões, e na Lei dos Bipolos em suas formas matriciais, como segue:

$$[C]_{n \times nr} IB_{nr} = -I_n$$
 [Eq. 09]

$$[C]^T V_{nr} = U_{nr}$$
 [Eq. 10]

$$U_{\rm nr} = [Z]_{\rm nr \times nr} IB_{\rm nr}$$
 [Eq. 11]

Onde $[C]_{n \times nr}$ é a matriz de incidência reduzida, U_{nr} e IB_{nr} são respectivamente os vetores das quedas de tensão e das correntes nos ramos, $[Z]_{nr \times nr}$ é a matriz diagonal que contém as impedâncias dos ramos, n e nr representam respectivamente o número de barras e ramos da rede. Para o caso radial aplicase um processo iterativo onde na iteração k as correntes nas barras são calculadas a partir da (Eq. 01), $U^{(k)}$ e $V^{(k)}$ são atualizadas seqüencialmente mediante (Eq. 10) e (Eq. 11) respectivamente, até que a convergência seja alcançada. No caso de redes fracamente malhadas, a (Eq. 10) não envolve os elementos fechando malha, portanto, equações independentes de tensões ao longo dos percursos fechados correspondentes às malhas presentes devem completar a representação da LTK para a rede. Desta forma, as equações lineares para um circuito contendo malhas, expressas por meio das magnitudes das tensões de ramos, são:

$$[C]_{n \times nr} [Z]_{nr \times nr}^{-1} U_{nr} = -I_n$$
 [Eq. 12]

$$[M_a]_{(nr-n) \times nr} U_{nr} = [0]_{nr-n}$$
 [Eq. 13]

Onde $[M_a]$ é denominada de matriz de malhas e é usada para descrever a LTK aplicada nos percursos fechados que contém os ramos componentes das malhas do sistema, o qual possui (nr-n) malhas, e é construída de forma que as colunas referentes aos ramos que fecham malhas formem uma



matriz identidade. A (Eq. 12) é formada a partir de (09) e (11) e o termo $[C][Z]^{-1}$ é chamado de matriz dos coeficientes e pode ser montado a partir dos dados do sistema.

A solução para uma rede fracamente malhada pode ser obtida a partir da partição e manipulação direta das matrizes envolvidas nas equações (10), (12) e (13). Cada uma das matrizes [C], [Z], $[M_a]$ e Udeve ser particionada em duas sub-matrizes, uma representando a árvore principal (ou os elementos da parte radial) e outra representando os ramos de fecho, ou seja, elementos que definem percursos fechados ou malhas da rede. Portanto, as equações (12) e (13) podem ser reescritas e agrupadas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C^{\text{árv}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z^{\text{árv}} \end{bmatrix}^{-1} & \begin{bmatrix} C^{\text{fecho}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z^{\text{fecho}} \end{bmatrix}^{-1} \\ \begin{bmatrix} M_{\text{a}}^{\text{fecho}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} M_{\text{a}}^{\text{fecho}} \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{\text{nr x nr}} \begin{bmatrix} U^{\text{árv}} \\ U^{\text{fecho}} \end{bmatrix}_{\text{nr}} = \begin{bmatrix} -I \\ 0 \end{bmatrix}_{\text{nr}}$$
 [Eq. 14]

Onde os sobrescritos (árv) e (fecho) representam respectivamente a árvore principal e os elementos fechando malhas da rede. Como $[M_a^{\text{fecho}}]$ é na verdade uma matriz identidade, realizando as devidas operações tem-se que:

$$U^{\text{fecho}} = -[M_{\text{a}}^{\text{árv}}][U^{\text{árv}}]$$
 [Eq. 15]

Então, substituindo (15) em (14), e de (10), obtém-se:

$$\left[\left[C^{\text{árv}} \right] \left[Z^{\text{árv}} \right]^{-1} - \left[C^{\text{fecho}} \right] \left[Z^{\text{fecho}} \right]^{-1} \left[M_{\text{a}}^{\text{árv}} \right] \right] U^{\text{árv}} = [-I]$$

$$\left[C^{\text{árv}} \right]^{T} V_{\text{n}} = U^{\text{árv}}$$
[Eq. 16]
$$\left[Eq. 17 \right]$$

$$\left[C^{\text{árv}}\right]^T V_{\text{n}} = U^{\text{árv}}$$
 [Eq. 17]

O termo $[C^{\text{fecho}}][Z^{\text{fecho}}]^{-1}[M_a^{\text{árv}}]$ é obtido a partir da topologia e dos parâmetros dos ramos de fechamento de malhas e é denominado matriz de efeito das malhas, pois informa qual a perturbação que a malha impõe à árvore. Desta forma, para a resolução de uma rede fracamente malhada basta aplicar o mesmo processo iterativo utilizado no caso radial, atualizado sequencialmente os valores de $U^{(k)}$ e $V^{(k)}$ pelas equações (16) e (17), respectivamente. Isto mostra que o cálculo do FP para um sistema puramente radial torna-se apenas um caso particular do cálculo para redes fracamente malhadas.

O critério de convergência adotado nos dois métodos foi o da máxima diferença entre as potências calculadas na iteração k e as pré-estabelecidas para cada barra i do sistema. Então, de acordo com uma tolerância ε especificada, se $\max_k \left| S_i^{(k)} - S_i \right| < \varepsilon$, então a solução foi encontrada e o algoritmo é encerrado.

4. TESTES E RESULTADOS

Para a realização da análise comparativa, as metodologias abordadas foram testadas em sistemas de distribuição com grau crescente de complexidade, de modo a avaliar o seu desempenho computacional em diferentes configurações. Para cada sistema empregado foi proposta uma versão radial, com uma e três malhas. Os respectivos algoritmos foram implementados em linguagem MATLAB e executados em um computador com processador AMD AthlonTM II X2 com um clock de 2,80GHz e memória RAM de 2,00GB. A tolerância ε adotada foi de 10^{-2} .

Os testes foram aplicados em dois sistemas de distribuição originalmente radiais, um com 14 e outro com 33 barras, conforme a Figura 01, os ramos de linhas cheias indicam a parte radial original enquanto que os ramos de linhas tracejadas indicam os ramos que fecham malhas. Os resultados das simulações estão ilustrados abaixo na Tabela 01. O método da compensação iterativa, em geral, mostrou ser mais eficiente computacionalmente, embora o das tensões nodais e nos ramos tenha apresentado melhor desempenho para configurações com um maior número de malhas.



Tabela 01 –	Resultados	das S	Simulações
		~	,

CONFIGURAÇÃO DA REDE		MÉTODO DA COMPENSAÇÃO ITERATIVA		MÉTODO DAS TENSÕES NODAIS E DE RAMOS	
		NÚMERO DE ITERAÇÕES	TEMPO DE CPU (em segundos)	NÚMERO DE ITERAÇÕES	TEMPO DE CPU (em segundos)
14 NÓS	RADIAL	1	0,1217	2	0,1723
	COM 1 MALHA	1	0,1281	2	0,1901
	COM 3 MALHAS	2	0,1761	2	0,1870
	RADIAL	3	0,4450	4	0,4380
33 NÓS	COM 1 MALHA	3	0,4671	4	0,4721
	COM 3 MALHAS	4	0,4635	4	0,4510

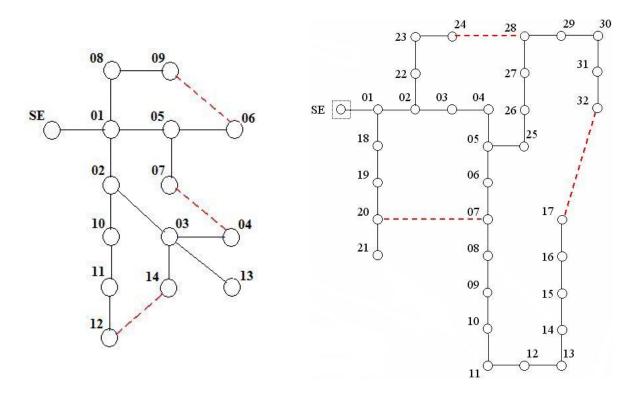


Figura 01 – Alimentadores de 14 e 33 barras

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foram mostradas algumas das modificações que são impostas às ferramentas computacionais destinadas à análise e planejamento de redes de distribuição quando a GD está inserida. Além disso, foi verificado que a presença de GD promove o aumento da complexidade para a análise, planejamento, operação e manutenção da rede, e isto acaba exigindo um caráter mais abrangente e



eficiente dos instrumentos responsáveis pelo bom funcionamento do sistema de distribuição. As metodologias clássicas de cálculo de FP desenvolvidas para a resolução de sistemas tradicionalmente passivos precisam sofrer modificações nos seus algoritmos originais para que consigam acompanhar a nova dinâmica das redes com GD.

Os métodos abordados neste trabalho demonstraram ter uma boa convergência e desempenho computacional quando aplicados às mais variadas configurações de sistemas de distribuição. A resolução dos sistemas com uma e três malhas demandaram mais tempo e um número maior de iterações para atingirem a convergência do que os sistemas radiais devido a sua maior complexidade. Isto demonstra que os programas destinados ao cálculo de FP de redes com GD precisam ser aprimorados de tal forma a garantir que a solução seja encontrada em tempo hábil.

REFERÊNCIAS

FALAGHI, H., & HAGHHIFAM, M.-R. 2005. Distributed Generation Impacts on Electric Distribution Systems Reliability: Sensitivity Analysis. *In*: THE INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER AS A TOOL, EUROCON 2005, Belgrade, Serbia & Montenegro, pp 1465-1468.

GATTA, F. M., ILICETO, F., LAURI, S., & MASATO, P. 2003. Modeling and Computer Simulation of Dispersed Generation in Distribution Networks. Measures to Prevent Disconnection During System Disturbance. *In*: POWER TECH CONFERENCE, 2003. Bologna, Italy.

LEITE, J. B., MANTOVANI, J. R. S. 2010. Algoritmo Rápido e Eficiente para Cálculo de Fluxo de Potência em Redes de Distribuição de Energia Elétrica com Geração Distribuída. *In*: XVIII CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 2010, Bonito, Mato Grosso do Sul.

PAIVA, R. R. C., VILLA, L. F. L. & ZÜRN, H. H. 2009. Algoritmo para Avaliação de Impacto da Geração Distribuída em Redes de Distribuíção. *In*: DÉCIMO TERCER ENCUENTRO REGIONAL IBEROAMERICANO DE CIGRÉ, 2009, Puerto Iguazú, Argentina.

PEÑUELA, C. A., GRANADA, M., MANTOVANI, J. R. S. 2010. Ferramentas Computacionais para o Planejamento de Redes de Distribuição Desbalanceadas Considerando a Geração Distribuída. *In*: XVIII CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 2010, Bonito, Mato Grosso do Sul.

PIZZALI, L. F. O. **Desempenho de redes de distribuição com geradores distribuídos.** 2006. 172p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

SHIRMOHAMMADI, D., & CHENG, C. S. 1995. A Three-phase Power Flow Method for Real Time Distribution System Analysis. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10 No 2, pp 671-679.

SHIRMOHAMMADI, D., HONG, H. W., SEMLYEN, A., & LUO, G. X. 1988. A compensation-based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks. IEEE Trans on Power System, Vol 3 No 2, pp 753-762.

TINNEY, W. F. 1972. Compensations Methods for Network Solutions by Triangular Fatorization. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91, Issue 1, pp 123-127.

TORRES NETO, F. Cálculo de fluxo de potência em alimentadores de distribuição baseado em tensões nodais e de ramos. 2010. 103p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

ZHU, Y., & TOMOSOVIC, K. 2002. Adaptive Power Flow Method for Distribution Systems With Dispersed Generation. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 3, pp 822-827.

ZHU, Y., & TOMOSOVIC, K. 2007. Optimal Distribution Power Flow for System with Distributed Energy Resources. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, Vol 29, Issue 3, March 2007, pp 260-267.