# Insper

Lógica da Computação - 2019/2

Aula 26/T12 - 11/Nov/2019

Raul Ikeda - rauligs@insper.edu.br

#### **Objetivos**

1. Lógica Proposicional

#### Expressando Ideias

Como visto ao longo do curso, alguns tipos de linguagens, incluindo a natural, são suscetíveis à ambiguidades gramaticais e erros de interpretação semântica. Contudo, determinadas classes, as regulares e livres de contexto não ambíguas, possuem regras de produção bem definidas e sem duplo sentido.

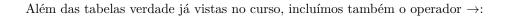
A Lógica Proposicional (Lp) pode ser organizada como uma linguagem não ambígua e com um conjunto bem limitado de regras de produção. A Lp, ou cálculo sentencial, assim como a Lógica de Predicados, faz parte da Lógica Matemática, e baseia-se em proposições que podem assumir dois valores: verdadeiro ou falso. Isso permite analisar e concluir se um determinado conjunto de proposições simples compõem outras proposições mais complexas.

#### Definindo Lp como Linguagem

>> Ver Corrêa da Silva et al. Pag. 4.

Interessante notar que os quantificadores  $\forall$ ,  $\exists$  e seus complementos não fazem parte da Lp e sim da Lógica de Primeira Ordem.

#### Revisitando Tabelas Verdade



>> Ver Corrêa da Silva et al. Pag. 4.

#### SAT II - A missão

**Exemplo**: Construir a tabela verdade para:  $A = (p \lor q) \land (\neg p \lor \neg q)$ 

- Uma fórmula A é  ${\bf satisfazível}$  se alguma linha da coluna A contiver 1.
- Uma fórmula A é **válida** ou uma **TAUTOLOGIA** se todas as linhas da coluna A contiverem 1.
- $\bullet\;$  Uma fórmula A é falsificável se alguma linha da coluna A contiver 0.
- Uma fórmula A é **insatisfazível** se todas as linhas da coluna A contiverem 0.
- 1. Quais são consequências das definições acima:

<sup>&</sup>gt;> Ver Corrêa da Silva et al. Pag. 13.

Conseq	uências	Lógicas

**Definição**: Dizemos que uma fórmula B é uma **consequência lógica** de A, ou  $A \models B$ , se A implicar logicamente em B. Ou seja, se para todos os possíveis valores dos átomos de A e B, o resultado de A implicar no resultado de B. **Exemplo**:  $p \lor q \to r \models p \to r$ 

>> Ver Corrêa da Silva et al. Pag. 19.

Equivalências Notáveis

>> Ver Corrêa da Silva et al. Pag. 22.

#### Sistema Dedutivo Axiomático

Definição: Axiomas são fórmulas lógicas que são consideradas verdades básicas.

Axiomas da Lógica Proposicional Clássica:

>> Ver Corrêa da Silva et al. Pag. 32.

**Definição: Regras de inferência** permitem inferir novas fórmulas a partir de outras fórmulas já inferidas.

Regra de inferência: Modus Ponens:  $A \to B, \ A \vdash B$ 

**Definição** (Correia et al. Pag. 33): **Dedução** é uma sequência de fórmulas  $A_1, A_2, ..., A_n$  tal que cada fórmula na sequência ou é uma **instância de um axioma** ou é obtida de fórmulas anteriores por meio de **regras de inferência**.

**Definição** (Correia et al. Pag. 33): **Teorema** é uma fórmula tal que, partindo de uma **teoria** ou **conjunto de hipóteses**  $\Gamma$ , existe uma dedução  $A_1, A_2, ..., A_n = A$ , tal que  $\Gamma \vdash A$ .

**Exemplo**:  $p \to q, \ p \to r, \ p \vdash q \wedge r$ 

>> Ver Corrêa da Silva et al. Pag. 35.

## Exercício: Derivar as regras de inferência abaixo.

- 1. Modus Tollens:  $p \to q, \neg q \vdash \neg p$
- 2. Silogismo Hipotético:  $p \rightarrow q, \ q \rightarrow r \vdash p \rightarrow q$
- 3. Reductio ad absurdum:  $p \rightarrow q, \ p \rightarrow \neg \ q \vdash \neg \ p$
- 4. Resolução:  $p \lor q, \neg p \lor r \vdash q \lor r$

 $Ver\ mais\ em:\ https://pt.wikipedia.org/wiki/Lista\_de\_regras\_de\_infer\%C3\%AAncia$ 

## Lista Adicional de Exercícios

 $\bullet\,$  Corrêa da Silva et al. Exercícios: 1.6, 1.7, 1.9, 1.14, 1.20 e 1.24

# Próxima Quarta: Corrêa e Silva et al. Cap. 2

- 1. Teorema da Dedução
- 2. Teorema da Incompletude de Gödel
- 3. Lógica de Primeira Ordem