Estadística. Práctica 4

Resolución de problemas de programación lineal con R

En esta práctica trabajaremos en la ventana R-Script de R-Commander donde iremos escribiendo instrucciones.

La función `lp` del paquete `lpSolve` permite resolver problemas de programación lineal. En primer lugar instalamos el paquete:

```
install.packages("lpSolve")
```

A continuación lo cargamos:

```
library(lpSolve)
```

Los argumentos de la función `lp` que introduciremos para resolver los problemas son los siguientes:[1]

1. `"min"` o `"max"` según si el problema es de minimizar o de maximizar (si no se escribe nada por defecto es `"min"`).
2. El vector de coeficientes de coste.
3. La matriz de coeficientes tecnológicos.
4. Un vector que recoja las direcciones de las restricciones: `"<="`, `">="` o `"="`.
5. El vector de recursos.

Por defecto se supone que las variables de decisión son no negativas. (Si alguna variable no cumpliera esta restricción habría que replantear el problema para llegar a uno en el que todas la variables fueran no negativas.)

[1] Podemos pedir ayuda sobre la función `lp` escribiendo `?lp` en la ventana R-Script y dando a ejecutar.

Ejemplo: En una granja agrícola se desea criar conejos y pollos como complemento en su economía, de forma que no se superen en conjunto las 180 horas mensuales destinadas a esta actividad. Su almacén sólo puede albergar un máximo de 1000 kilogramos de pienso. Si se supone que un conejo necesita 20 kilogramos de pienso al mes y un pollo 10 kilogramos al mes, que las horas mensuales de cuidados requeridos por un conejo son 3 y por un pollo son 2 y que los beneficios que reportaría su venta ascienden a 3 y 1.8 euros por cabeza respectivamente, hallar el número de animales de cada tipo que deben criarse para que el beneficio sea máximo.

Sean

$x =$número de conejos
$y =$número de pollos

Queremos maximizar la siguiente función:

$f(x, y) = 3x + 1.8y$

sujeta a las siguientes restricciones:

$20x + 10y \leq 1000$
$3x + 2y \leq 180$

Además, $x \geq 0$ e $y \geq 0$

Tenemos $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1.8 \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} 20 & 10 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1000 \\ 180 \end{pmatrix}$

Para resolver el problema introducimos y ejecutamos las siguientes instrucciones:

```
C=c(3,1.8)
A=matrix(c(20,10,3,2),nrow=2,byrow=TRUE)
dir=c("<=","<=")
B=c(1000,180)
resultado=lp("max",C,A,dir,B)
```

Observación 1: Otra forma de escribir la matriz A es: `A=matrix(c(20,3,10,2),nrow=2)`.

Una vez ejecutadas las instrucciones anteriores, para ver la solución escribimos:

```
resultado$solution
```

y para ver el valor óptimo de la función objetivo escribimos:

```
resultado$objval
```

La solución obtenida es que deben criarse 20 conejos y 60 pollos, obteniéndose un beneficio máximo de 168 euros.

Observación 2: para este problema se buscaba solución con valores enteros. Si no se hubiera obtenido así habría que imponer trabajar con variables enteras. Esto se hace añadiendo como argumento a la función `lp` un vector donde se indiquen las variables que son enteras, pero como en este caso todas son enteras bastaría con añadir `all.int=TRUE`, es decir:

```
resultado=lp("max",C,A,dir,B,all.int=TRUE)
```

Observación 3: Ejecutando `resultado$status` obtenemos un número que significa:

0 = solución óptima (única o múltiple), 2 = solución no factible, 3 = solución ilimitada

Si tenemos solución óptima múltiple, R nos mostrará una de las soluciones.

Ejercicios:

1. Se quiere elaborar una dieta diaria para ganado que satisfaga unas condiciones mínimas de nutrientes al día: 0.4 Kg de nutriente A, 0.6 Kg de nutriente B, 2 Kg de nutriente C y 1.7 Kg de nutriente D. Para ello se van a mezclar piensos de dos tipos, P y Q, cuyo precio por Kg es de 0.2 euros para P y 0.08 euros para Q. El contenido de nutrientes por Kg de cada uno se recoge en la siguiente tabla:

	A	B	C	D
P	0.1 Kg	0 Kg	0.1 Kg	0.2 Kg
Q	0 Kg	0.1 Kg	0.2 Kg	0.1 Kg

¿Cómo deben mezclarse los piensos para que el gasto sea mínimo?

2. Una asociación agrícola tiene dos parcelas: la parcela P1 tiene 400 Ha de tierra utilizable y dispones de 500 m^3 de agua, mientras que la parcela P2 tiene 900 Ha de tierra utilizable y dispone de 1200 m^3 de agua. Los cultivos aconsejados son: remolacha y algodón. La remolacha consume 3 m^3 de agua por Ha, con un beneficio de 700 euros/Ha; el algodón consume 2 m^3 de agua por Ha, con un beneficio de 500 euros/Ha. Se ha establecido un máximo de Ha para cada cultivo: 800 para la remolacha y 600 para el algodón, siendo el porcentaje total del terreno cultivado el mismo en cada parcela. ¿Cuántas hectáreas de cada parcela se debe dedicar a cada tipo de cultivo para maximizar el beneficio?