

1. Calcular los siguientes logaritmos usando la definición:

a) $\log_{1/2} 32$, b) $\log_3 \left(\frac{1}{3}\right)$, c) $\log_{10} 0.001$, d) $\log_3 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

2. Calcular simplificando al máximo los resultados:

a) $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[6]{8} \cdot \sqrt[8]{81}$, b) $5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 8\sqrt{75}$, c) $\frac{(4 \cdot 6^{-2})^2}{2^3 \cdot 3^{-2}}$,

d) $\sqrt[4]{x+1} \cdot \sqrt{(x+1)^3}$, e) $\log_3 \left(\frac{1}{3}\right) + \log_2 \left(\frac{1}{8}\right) - \log_4 \left(\frac{1}{16}\right)$,

f) $3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 2\sqrt{18}$, g) $\frac{10^3 \cdot 3^{-2}}{(6^2 \cdot 5)^3}$.

3. Resolver la ecuación: $2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$.

4. Resolver el sistema: $\begin{cases} x + y = 5 \\ \log_2 x + \log_2 y = 2, \end{cases}$

5. Racionalizar las fracciones siguientes:

a) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$, b) $\frac{7\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$, c) $\frac{4}{3\sqrt{2}}$, d) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$, e) $\frac{a+b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$.

6. Resolver las ecuaciones siguientes:

a) $\log_2 x = -1/2$, b) $3^x = \frac{1}{27}$, c) $\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{2}$, d) $3\log_2 x + \log_2 1000 = 3$.

Soluciones: 1. a) -5 , b) -1 , c) -3 , d) $-1/2$.

2. a) $2\sqrt{3}$, b) $-27\sqrt{3}$, c) $2^{-3} \cdot 3^{-2}$, d) $(x+1)\sqrt[4]{(x+1)^3}$, e) -2 , f) $-\sqrt{2}$, g) $2^{-3} \cdot 3^{-8}$.

3. $x = 0, 1$.

4. $x = 4, y = 1$ y $x = 1, y = 4$.

5. a) $-5 + 2\sqrt{6}$, b) $2 + 3\sqrt{2}$, c) $2\sqrt{2}/3$, d) $\sqrt[3]{2}$, e) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a - b}$.

6. a) $x = \sqrt{2}/2$, b) $x = -3$, c) $x = 2$, d) $x = 2/10$.