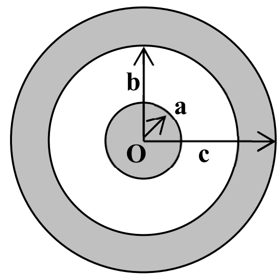
BOLETÍN II: CONDENSADORES Y DIELÉCTRICOS (TEMA 3)

Datos: $\varepsilon_o = 8{,}85\ 10^{-12}\ N^{-1}\ C^2\ m^{-2} = 8{,}85\ 10^{-12}$ F/m.

[01] Un condensador plano está formado por dos armaduras conductoras, delgadas, planas, paralelas, de superficie S, y separadas una distancia d, siendo d mucho menor que las dimensiones de las armaduras (placas ∞). Entre las armaduras se coloca un material dieléctrico de permitividad ε. Si la armadura positiva, por ejemplo la de la izquierda, tiene una carga Q, determinar: a) la carga inducida en la armadura negativa considerando que las placas están en influencia total; b) el campo eléctrico en cualquier punto del espacio (aplicar para ello el Principio de Superposición teniendo en cuenta el campo eléctrico creado por una distribución de carga superficial, plana, infinita y uniforme –Boletín I–); c) el potencial eléctrico en cualquier punto del espacio (obtenerlo a partir del campo eléctrico imponiendo que el potencial de la placa positiva es V_O y exigiendo continuidad a la función potencial); d) la diferencia de potencial entre las dos placas del condensador; e) la expresión de la capacidad del condensador y de la energía total almacenada; y f) los valores de ΔV, C y U si S = 1 cm^2, d = 0,1 mm, k = 3,5, Q = 2 nC.

Solución: a) $Q^- = -Q^+ = -Q$; b) $\vec{E}$: 0 para $x < 0$ y $x > d$, $E\,\vec{i} = Q/(S\varepsilon)\,\vec{i}$ para $0 < x < d$;
c) V: V_o para $x < 0$, $V_o - Ex$ para $0 < x < d$, $V_o - Ed$ para $x > d$;
d) $\Delta V = Ed$; e) $C = \varepsilon S/d$, $U = Q^2 d/(2\varepsilon S)$; f) 65 V, 31 pF, 0,064 μJ.

[02] Una esfera conductora de radio a posee una carga Q. La esfera se encuentra rodeada por una capa conductora descargada esférica de radio interior b y radio exterior c. Determinar: a) la carga eléctrica inducida en las dos superficies de la capa conductora; b) la expresión del campo y potencial eléctricos en cualquier punto del espacio (aplicar el Principio de Superposición conociendo el campo y potencial eléctricos creados por una distribución superficial esférica y uniforme de carga -Boletín I-); c) el valor del potencial en el punto O situado en el centro de la distribución y en el punto C situado en la cara externa de la capa esférica, siendo a = 1 cm, b = 4 cm, c = 5 cm y Q = 2 10^{-11} C; d) la ddp entre un punto A situado en la superficie de la esfera y un punto B ubicado en la cara interior de la capa esférica; e) lo mismo entre O y C.



Solución: a) $Q_{int} = -Q$, $Q_{ext} = Q$; b) $\vec{E}$: 0 $0 < r < a$ y $b < r < c$, $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}\vec{e}_r$ $a < r < b$ y $c < r$;

V: $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)$ $0 \le r \le a$, $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)$ $a \le r \le b$, $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o c}$ $b \le r \le c$,

$\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r}$ $c \le r$; c) V_O = 17,1 V, V_C = 3,6 V; d) $V_A - V_B$ = 13,5 V; e) $V_O - V_C$ = 13,5 V.

[03] Un condensador esférico está formado por dos capas delgadas conductoras de forma esférica, concéntricas, de radios R_1 y R_2, entre las que se coloca un material dieléctrico de permitividad ε. Sabiendo que la capa interna tiene una carga Q, determinar: a) la expresión de la capacidad del condensador y de la energía total almacenada; b) sus valores si R_1 = 0,45 cm, R_2 = 0,5 cm, Q = 2 nC y la constante dieléctrica del material aislante vale 3,5.

<u>Solución</u>: a) $C = 4\pi\varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$, $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon}\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$; b) 17,5 pF, 0,11 μJ.

[04] Lo mismo que en el problema [2], pero considerando que se tiene: una barra cilíndrica conductora de radio a y altura h, y una capa conductora de radio interior b y exterior c, y de altura h, siendo h mucho mayor que a, b o c. Aplicar en este caso el Principio de Superposición conociendo el campo y potencial eléctrico creados por una distribución superficial cilíndrica de carga de altura infinita (Boletín I). Exigir que en la superficie de la barra el potencial sea V_S ($V_S = V_{Sbarra} + V_{Sint} + V_{Sext}$), tomando luego V_S = 17,1 V y h = 1 m.

<u>Solución</u>: a) Q_{int} = -Q, Q_{ext} = Q; b) $\vec{E}$: 0 $0 < r < a$ y $b < r < c$, $\frac{Q}{2\pi\varepsilon_o hr}\vec{e}_r$ $a < r < b$ y $c < r$:

V: V_S $0 \le r \le a$, $V_S - \frac{Q}{2\pi\varepsilon_o h}\ln\left(\frac{r}{a}\right)$ $a \le r \le b$, $V_S - \frac{Q}{2\pi\varepsilon_o h}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$ $b \le r \le c$,

$V_S - \frac{Q}{2\pi\varepsilon_o h}\ln\left(\frac{br}{ca}\right)$ $c \le r$; c) V_O = 17,1 V, V_C = 16,6 V; d) e) V_A-V_B = V_O-V_C = 0,5 V.

[05] Lo mismo que en el problema [3], pero considerando geometría cilíndrica (condensador cilíndrico), las capas tendrían una altura H >> R_1 o R_2. Tomar: R_1 = 0,20 mm, R_2 = 0,23 mm y H = 1 cm.

<u>Solución</u>: a) $C = 2\pi\varepsilon H(\ln(R_2/R_1))^{-1}$, $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{2\pi\varepsilon H}\ln(R_2/R_1)$; b) 13,9 pF, 0,14 μJ.

[06] Dos esferas conductoras de radios R_1 y R_2 se cargan con la misma carga Q. Posteriormente las dos esferas se unen mediante un hilo delgado, conductor, de capacidad despreciable y suficientemente largo. Determinar la expresión de la carga y del potencial de cada una de las esferas cuando se alcanza el equilibrio electrostático. Y verificar, posteriormente, que como es esperable, la energía potencial eléctrica del sistema disminuye al pasar de una configuración de carga a otra con cargas del mismo signo más alejadas. Suponer, p.ej., que $R_1 < R_2$ y $Q > 0$ para obtener la solución general del problema.

<u>Solución</u>: $Q_1' = 2Q\frac{R_1}{R_1 + R_2}$, $Q_2' = 2Q\frac{R_2}{R_1 + R_2}$, $V_1' = V_2' = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{R_1 + R_2}$.

[07] Dos conductores esféricos de radios $R_1 = 6$ cm y $R_2 = 2$ cm están separados por una distancia suficientemente grande. Sobre una de las esferas se deposita una carga $Q = 80$ nC, mientras que la otra está inicialmente descargada. Si las esferas se unen mediante un hilo delgado, conductor, de capacidad despreciable. Determinar el valor del potencial y la intensidad del campo eléctrico en la superficie de las mismas cuando se alcanza el equilibrio electrostático.

Solución: $V_1 = V_2 \cong 9$ kV, $E_1 \cong 150$ kV/m, $E_2 \cong 450$ kV/m.

[08] Lo mismo que en el problema [7], pero $Q_1 = 100$ nC y $Q_2 = -20$ nC.

Solución: $V_1 = V_2 \cong 9$ kV, $E_1 \cong 150$ kV/m, $E_2 \cong 450$ kV/m.

[09] Dos condensadores de capacidades $C_1 = 3$ μF y $C_2 = 6$ μF se cargan conectándose en serie a una fuente de tensión de 225 V. Una vez cargados, se desconectan de la fuente y entre sí. Posteriormente, se reconectan los condensadores uniendo las armaduras de la misma polaridad. Determinar la carga y tensión de cada condensador al final de cada paso.

Solución: $Q_1 = Q_2 = 450$ μC, $V_1 = 150$ V, $V_2 = 75$ V;
$Q_1' = 300$ μC, $Q_2' = 600$ μC, $V_1' = V_2' = 100$ V.

[10] Lo mismo que en el problema [9], pero conectando las armaduras de polaridad contraria.

Solución: $Q_1 = Q_2 = 450$ μC, $V_1 = 150$ V, $V_2 = 75$ V;
$Q_1' = Q_2' = 0$ μC, $V_1' = V_2' = 0$ V.

[11] Lo mismo que en el problema [9], pero conectando en paralelo a la fuente y luego las armaduras de polaridad contraria. Nota: Si se conectan las de la misma no sucede nada.

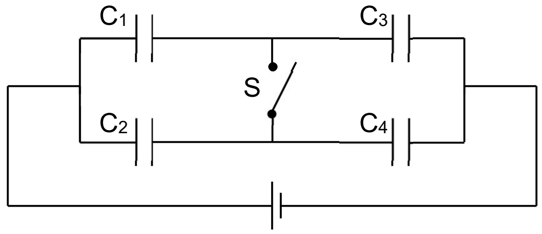
Solución: $Q_1 = 675$ μC, $Q_2 = 1350$ μC, $V_1 = V_2 = 225$ V;
$Q_1' = 225$ μC, $Q_2' = 450$ μC, $V_1' = V_2' = 75$ V.

[12] Un condensador de capacidad C se carga usando una fuente de tensión V_o. Una vez cargado, se retira la fuente y se conecta a otro condensador de igual capacidad e inicialmente descargado. Determinar: a) la carga Q_o y la energía almacenada U_o por el condensador en la primera situación; b) la carga y tensión final de cada condensador y la energía almacenada entonces por el conjunto. Nota: La energía potencial eléctrica baja al pasar a una configuración de carga con cargas del mismo signo más alejadas.

Solución: a) $Q_o = CV_o$, $U_o = \frac{1}{2} CV_o^2$; b) $Q_1 = Q_2 = Q_o/2$, $V_1 = V_2 = V_o/2$, $U = U_o/2$.

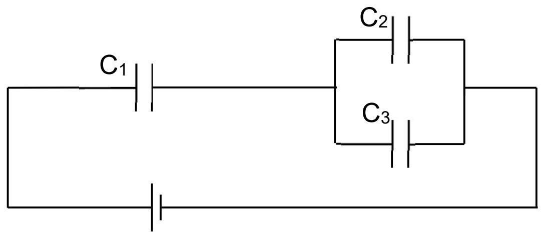
[13] Los condensadores de la figura tienen capacidades: C_1 = 10 μF, C_2 = 20 μF, C_3 = 40 μF y C_4 = 20 μF, y están conectados a una batería de 360 V. En el esquema, S representa un interruptor. Determinar la capacidad equivalente, la carga de cada condensador y la energía total almacenada cuando S está: a) cerrado; b) abierto.

<u>Solución</u>: a) C_{eq} = 20 μF, $Q_1 = Q_4$ = 2400 μC, $Q_2 = Q_3$ = 4800 μC, U = 1,30 J;
b) C_{eq} = 18 μF, $Q_1 = Q_3$ = 2880 μC, $Q_2 = Q_4$ = 3600 μC, U = 1,17 J.



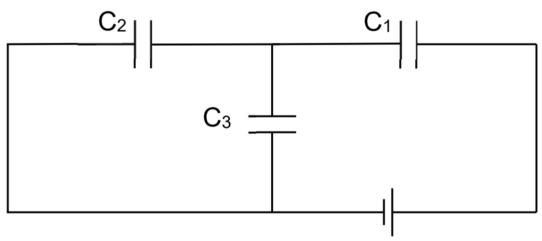
[14] Tres condensadores de capacidades: C_1 = 3, C_2 = 2 y C_3 = 4 (en μF), se conectan a una fuente de 300 V. Determinar: a) la C_{eq} de la asociación; b) la carga y la diferencia de potencial en cada condensador; c) la energía almacenada por el sistema.

<u>Solución</u>: a) C_{eq} = 2 μF; b) Q_1 = 600 μC, Q_2 = 200 μC, Q_3 = 400 μC,
V_1 = 200 V, $V_2 = V_3$ = 100 V; c) U = 9 10^{-2} J.



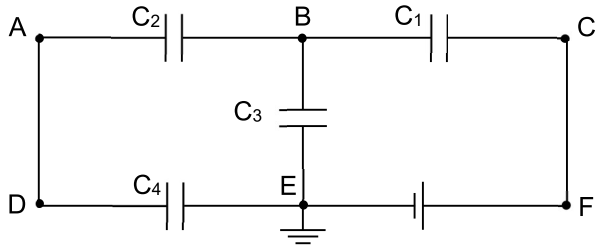
[15] Tres condensadores de capacidades: C_1 = 4, C_2 = 2 y C_3 = 5 (en μF), están conectados a una fuente de 10 V. Determinar la capacidad equivalente de la asociación, la carga y la tensión cada condensador, y la energía total del sistema. <u>Nota</u>: El circuito es el mismo del problema anterior sin considerar los valores concretos de capacidades y tensión aplicada.

<u>Solución</u>: C_{eq} = 2,55 μF; Q_1 = 25,45 μC, Q_2 = 7,27 μC, Q_3 = 18,18 μC;
V_1 = 6,36 V, $V_2 = V_3$ = 3,63 V; U = 1,27 10^{-4} J.



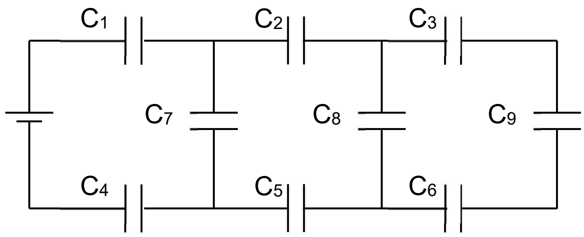
[16] Determinar la capacidad del condensador 4, si con una fuente de 10 V la carga del condensador 1 es de 25 μC, siendo C_1 = 4, C_2 = 2 y C_3 = 5 (en μF). Calcular, a continuación, la C_{eq} de la asociación, la carga que adquiere el resto de condensadores y la energía total del sistema. Y finalmente, obtener el potencial eléctrico en los puntos A, B, C, D, E y F.

Solución: C_4 = 10 μF; C_{eq} = 2,5 μF; $Q_2 = Q_4$ = 6,25 μC, Q_3 = 18,75 μC, U = 125 μJ;
V_E = 0 V, $V_F = V_C$ = 10 V, V_B = 3,75 V, $V_D = V_A$ = 0,625 V.



[17] En el esquema de la figura, los condensadores que aparecen tienen capacidades: $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6$ = 6, $C_7 = C_8$ = 4 y C_9 = 6 (en μF), y están conectados, según se indica, a un generador de 9 V. Determinar la carga almacenada en cada condensador y la energía total almacenada por el sistema.

Solución: $Q_1 = Q_4$ = 18 μC, $Q_2 = Q_5$ = 6 μC, $Q_3 = Q_6 = Q_9$ = 2 μC,
Q_7 = 12 μC, Q_8 = 4 μC; U = 81 μJ.



[18] Un condensador plano está formado por placas de superficie 100 cm^2, separadas una distancia de 4 mm. Suponiendo que entre las armaduras hay vacío y que se conectan a un generador de 1200 V, determinar la capacidad, carga y energía asociadas al condensador. Si se desconecta el condensador del generador y se coloca un dieléctrico entre las placas con una constante dieléctrica k = 6, determinar la capacidad, tensión y energía asociadas al condensador.

Solución: 22,1 pF, 26,6 nC, 15,9 μJ; 132,8 pF, 200 V, 2,66 μJ.

[19] Lo mismo que en el problema anterior, si no se desconecta el condensador del generador, evaluando también la intensidad del campo eléctrico entre las placas y en lugar de la tensión, la carga almacenada en el condensador y la inducida.

Solución: 22,1 pF, 3 10^5 V/m, 26,6 nC, 15,9 μJ;
132,8 pF, 3 10^5 V/m, 159 nC, 133 nC, 95,6 μJ.

[20] Se tiene un condensador de láminas paralelas. Cada lámina tiene un área de 2000 cm^2 y están separadas por una distancia de 1 cm. Inicialmente, la tensión entre las armaduras es de 3000 V y disminuye hasta 1000 V cuando se inserta una lámina de material dieléctrico entre ellas. Determinar: a) la capacidad, intensidad del campo eléctrico y carga asociadas al condensador en ausencia de dieléctrico; b) la capacidad, intensidad del campo eléctrico y carga inducida asociadas al condensador con el dieléctrico insertado, así como la constante y permitividad del dieléctrico.

Solución: a) 177 pF, 3 10^5 V/m, 531 nC; b) 531 pF, 10^5 V/m, 354 nC, 3, 26,6 10^{-12} F/m.

[21] Supongamos que en cada tecla del teclado de un ordenador se tuviese incorporado un condensador plano, con placas de área 1 cm^2, separadas una distancia de 0,4 mm, si no está pulsada la tecla, o 0,1 mm, si lo está, y sometidas a una tensión de 3 V. Determinar la capacidad, intensidad del campo eléctrico, carga y energía almacenada asociadas a cada condensador, si no está pulsada la tecla correspondiente, o si lo está.

Solución: 2,22 pF, 7,5 kV/m, 6,64 pC, 9,96 pJ;
8,85 pF, 30 kV/m, 26,6 pC, 39,8 pJ.

[22] Lo mismo que en el problema anterior, pero considerando que al pulsar la tecla se desplaza una placa respecto a la otra reduciendo a la mitad la superficie enfrentada.

Solución: 2,22 pF, 7,5 kV/m, 6,64 pC, 9,96 pJ;
1,11 pF, 7,5 kV/m, 3,32 pC, 4,98 pJ.