

Estadística. Práctica 5

Distribuciones de variables aleatorias

En los menús **Distribuciones** \rightarrow **Distribuciones continuas**/**Distribuciones discretas** encontramos un conjunto de opciones que permiten trabajar con diversos modelos de distribuciones continuas y discretas.

Para cada modelo discreto que aparecen en R-Commander disponemos de las siguientes opciones:

- **Cuantiles:** dada una variable aleatoria discreta X , el cuantil k , $0 \leq k \leq 1$, (opción **cola izquierda**) es el menor valor c_k de la variable para el cual, $P(X \leq c_k) \geq k$.
- **Probabilidades acumuladas:** Para cada valor x , la opción **cola izquierda** proporciona $P(X \leq x)$, es decir, la función de distribución de X en el punto x . La opción **cola derecha** proporciona $P(X > x)$.
- **Probabilidades:** calcula la probabilidad de los valores que toma la variable.
- **Gráfica de la distribución:** representa la función de probabilidad o de distribución del modelo considerado.
- **Muestra de una distribución:** genera valores aleatorios de acuerdo al modelo considerado.

Para las distribuciones continuas disponemos de las siguientes opciones:

- **Cuantiles:** dada una variable aleatoria continua X , el cuantil k , $0 \leq k \leq 1$, (opción **cola izquierda**) es el valor c_k para el cual, $P(X \leq c_k) = k$. Dado k , la opción **cola derecha** nos proporciona el valor c'_k tal que $P(X > c'_k) = k$, es decir, $c'_k = c_{1-k}$.
- **Probabilidades acumuladas:** la opción **cola izquierda** proporciona para cada valor x la función de distribución en x , es decir, el valor de $P(X \leq x) = P(X < x)$ (esas probabilidades son iguales al ser X continua). La opción **cola derecha** proporciona $P(X > x) = P(X \geq x)$.
- **Gráfica de la distribución:** representa la función de densidad o de distribución del modelo considerado.
- **Muestra de una distribución:** genera valores aleatorios de acuerdo al modelo considerado.

Ejercicios:

1. La probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamblaje es de 0.05.
 - (a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades, como máximo dos de ellas sean defectuosas? Representar las funciones de probabilidad y de distribución de la variable considerada.
 - (b) Calcular la probabilidad de que haya que fabricar más de diez unidades hasta que se obtenga una defectuosa. Representar las funciones de probabilidad y de distribución de la variable considerada¹.
2. El número de llamadas telefónicas que se reciben por minuto en un centralita se distribuye según una variable aleatoria de Poisson de media 1.8.
 - (a) Representar las funciones de probabilidad y de distribución de esta variable.
 - (b) Calcular la probabilidad de que en un minuto se reciban al menos cuatro llamadas.
 - (c) Calcular la probabilidad de que en un minuto no se reciba ninguna llamada.
 - (d) Calcular la probabilidad de que en un minuto se reciban 10 llamadas.
3. El tiempo de funcionamiento sin fallos de un ordenador sigue una distribución exponencial de media 20 horas.
 - (a) Representar las funciones de densidad y de distribución de esta variable.
 - (b) Calcular la probabilidad de que el ordenador funcione más de 15 horas sin fallar.
 - (c) Encontrar la longitud de tiempo t tal que la probabilidad de que el ordenador trabaje sin fallar un tiempo mayor que t sea 0.99.
4. La demanda semanal de un producto sigue una distribución normal de media 100 kg y desviación típica 20 kg.
 - (a) Representar las funciones de densidad y de distribución de esta variable.
 - (b) Calcular la probabilidad de que la demanda semanal del producto esté comprendida entre 80 y 110 kg.
 - (c) ¿De qué cantidad de producto se debe disponer al principio de la semana para satisfacer la demanda con una probabilidad de 0.99?

¹Nótese que la distribución geométrica con la que trabaja R mide el “número de ensayos **antes de** la obtención del primer éxito en una sucesión de experimentos independientes de Bernoulli”, por lo que no se corresponde exactamente con la distribución geométrica descrita en los apuntes de teoría, que mide el “número de ensayos **hasta** la obtención del primer éxito en una sucesión de experimentos independientes de Bernoulli”.