

Distribuciones de probabilidad

- Variable aleatoria : Función que asocia un número real a eventos de un espacio muestral
- Ejemplo: Y = El número de votantes que están a favor de cierto candidato o tema

Variables aleatorias discretas

- Definición: Se dice que una **variable aleatoria** “Y” es discreta si puede tomar sólo un número finito o contablemente infinito de valores distintos.
- Nos gustaría conocer la probabilidad asociada a estos eventos numéricos. Este conjunto de probabilidades asociados a los eventos numéricos (de una variable aleatoria) se le llama **distribución de probabilidad**.

- Y = variable aleatoria
- y = valor particular
- P. ej. “ Y ” = cualquiera de los 6 posibles valores observados al tirar un dado. Después de tirar el dado el número observado lo podemos denotar con “ y ” (minúscula).
- $P(Y = y)$ Es la probabilidad del conjunto de todos los puntos en S asociados a “ y ”.

Esperanza matemática = valor esperado de una variable aleatoria

$$\mathbb{E}[X] = x_1 p(X = x_1) + \dots + x_n p(X = x_n) = \sum_{i=1}^n x_i p(x_i)$$

- Ejemplo: Valor esperado al lanzar un dado.

Distribución de probabilidad Binomial

Ciertos experimentos consisten en la observación de una **secuencia de intentos idénticos e independientes**, cada uno de los cuales puede resultar en una de **dos salidas**.

- Cada aparato de una línea de producción es defectuoso o no defectuoso, cada disparo en una secuencia de tiros es un acierto o no, cada una de las n personas entrevistadas ésta a favos del candidato X o no lo está, ...

Propiedades de un experimento binomial

1. Consiste en un número fijo, n , pruebas idénticas.
2. Cada prueba resulta en uno de dos resultados: éxito o fracaso.
3. La probabilidad de éxito " p " en cada prueba se mantiene. La probabilidad de fracaso es igual a $q = (1 - p)$.
4. Las pruebas son independientes.
5. La variable aleatoria " Y " es el número de éxitos observado durante las n pruebas.

- Una prueba diagnóstica “T” tiene una probabilidad de .80 de detectar la enfermedad “X”. Aplicamos la prueba T en 4 ocasiones diferentes a cada paciente. En el contexto de cada paciente, la variable aleatoria “Y” es el número de veces que la prueba T falla en detectar a pacientes que ya sabemos que tienen la enfermedad “X”. ¿Es este un experimento binomial?

- 1.- El experimento consiste en 4 pruebas idénticas.
- 2.- Cada prueba arroja uno de dos resultados. La variable aleatoria es el número de equivocarse en la detección.
- 3.- Como todas las pruebas detectan con igual probabilidad de éxito (la no detección) es la misma = .2 , y fracaso es .8
- Los exámenes operan de manera independiente.
- La variable aleatoria de interés es el número de éxitos en 4 pruebas.

$$N = 4, p = 0.2, q = 0.8$$

- Suponga que el 30 % de una población sufre “X” enfermedad. Una muestra aleatoria $n = 10$ de personas será seleccionada donde se observará “Y” el número de personas con la enfermedad “X”. ¿El experimento satisface los requisitos de un experimento binomial?

- $P(y) = f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{(n-x)}$ where $x = 0, 1, 2, \dots, n$

- Donde $k = 0, 1, 2, \dots, n$

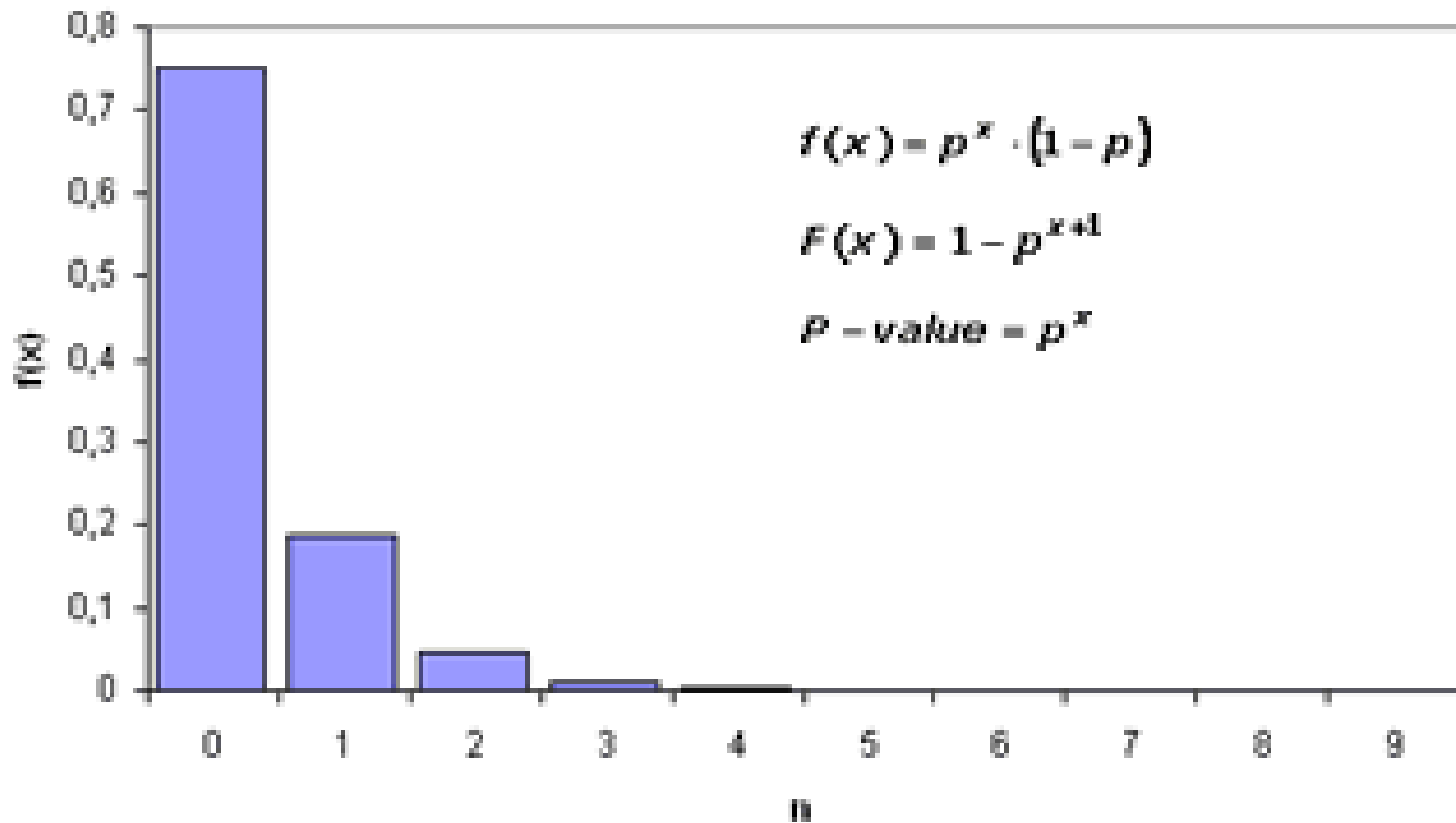
- $0 \leq p \leq 1$

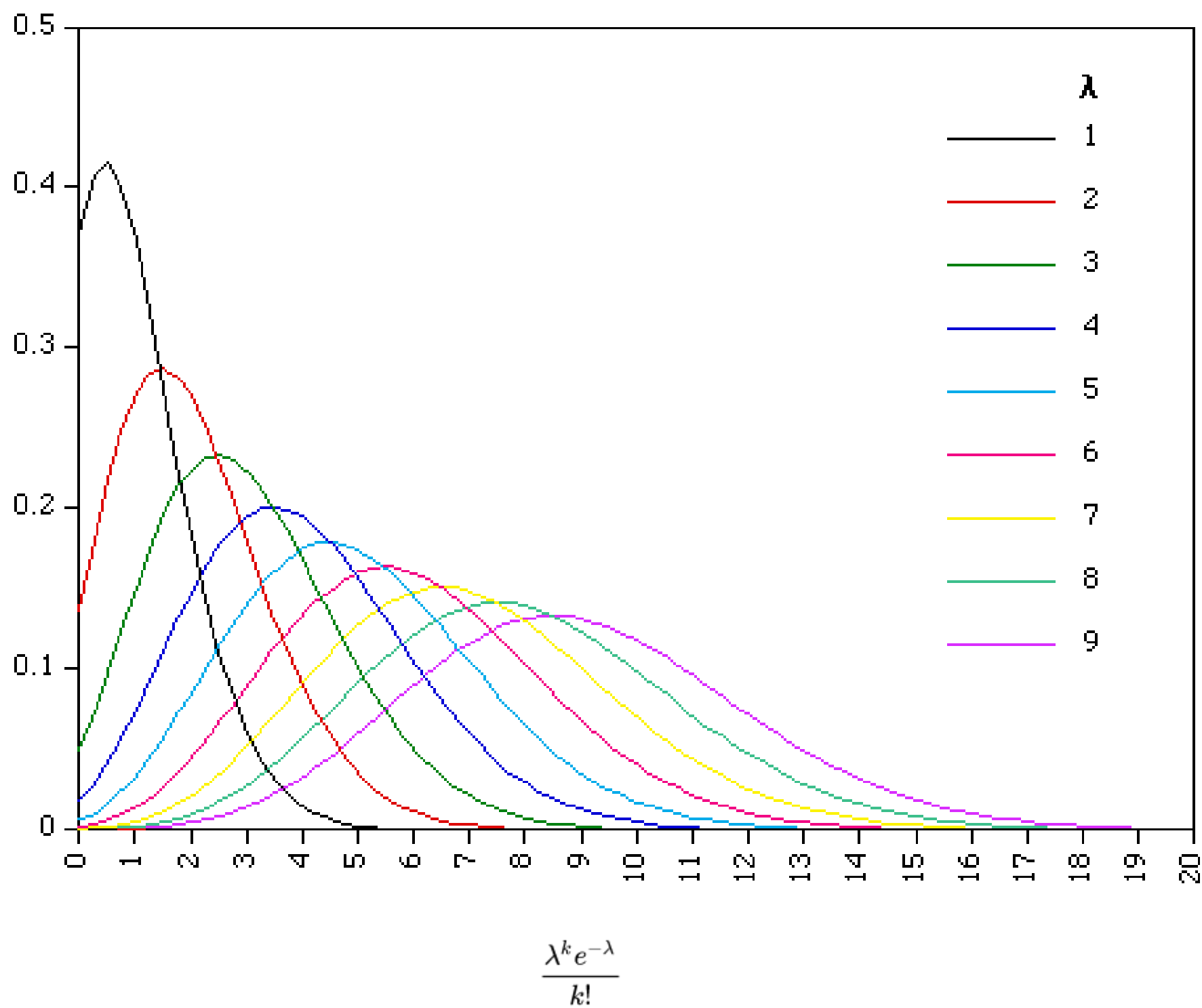
- Esperanza / media = $\mathbb{E}[X] = np$

- Varianza = $\text{Var}[X] = np(1-p)$

- Ejercicio: Suponga que de un lote de dispositivos electrónicos 5% están defectuosos. Si se prueba una muestra de 5 dispositivos, encuentre la probabilidad de haber al menos uno defectuoso.

$f(x)$ distribución geométrica





Distribución normal

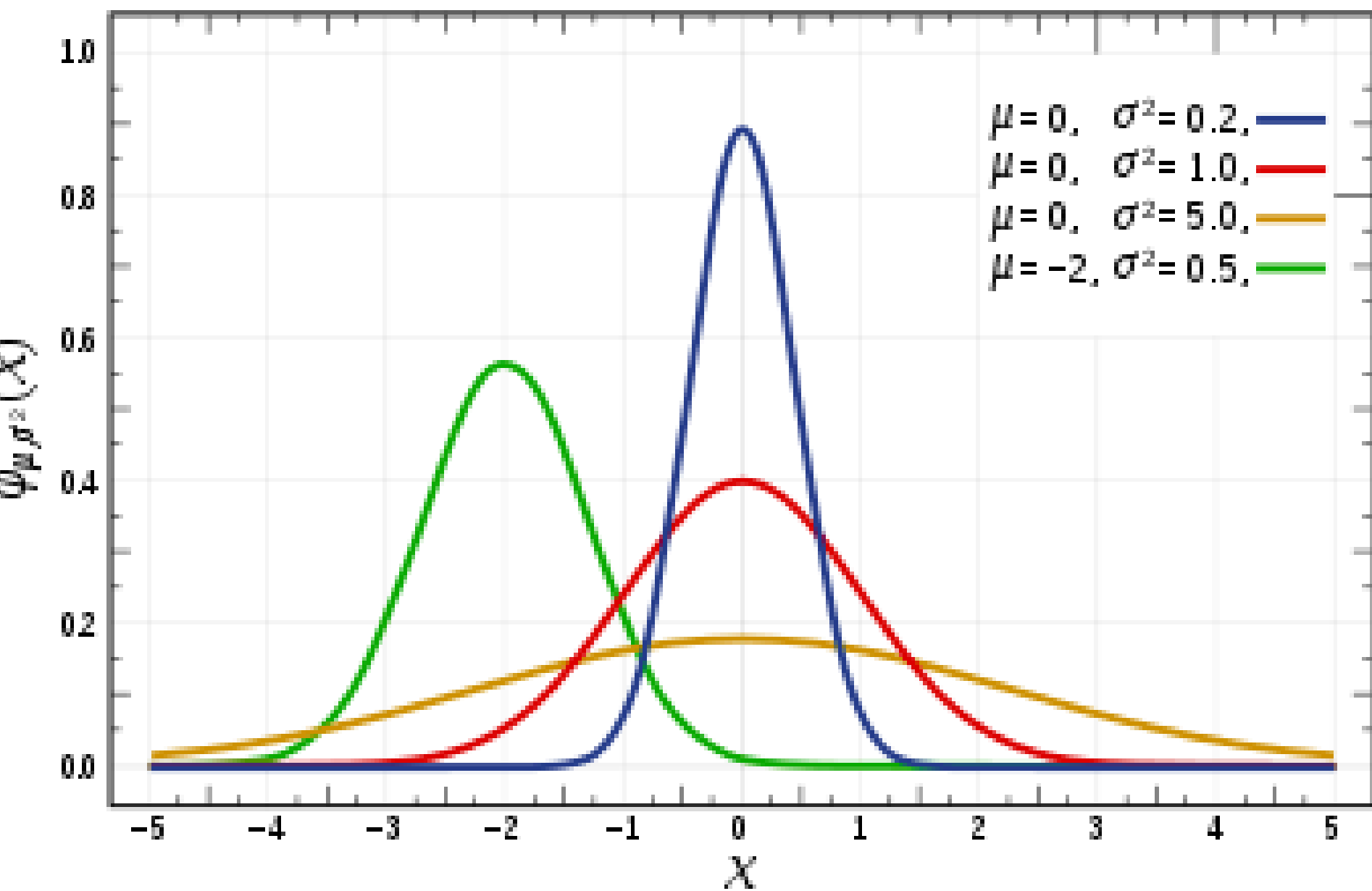
$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

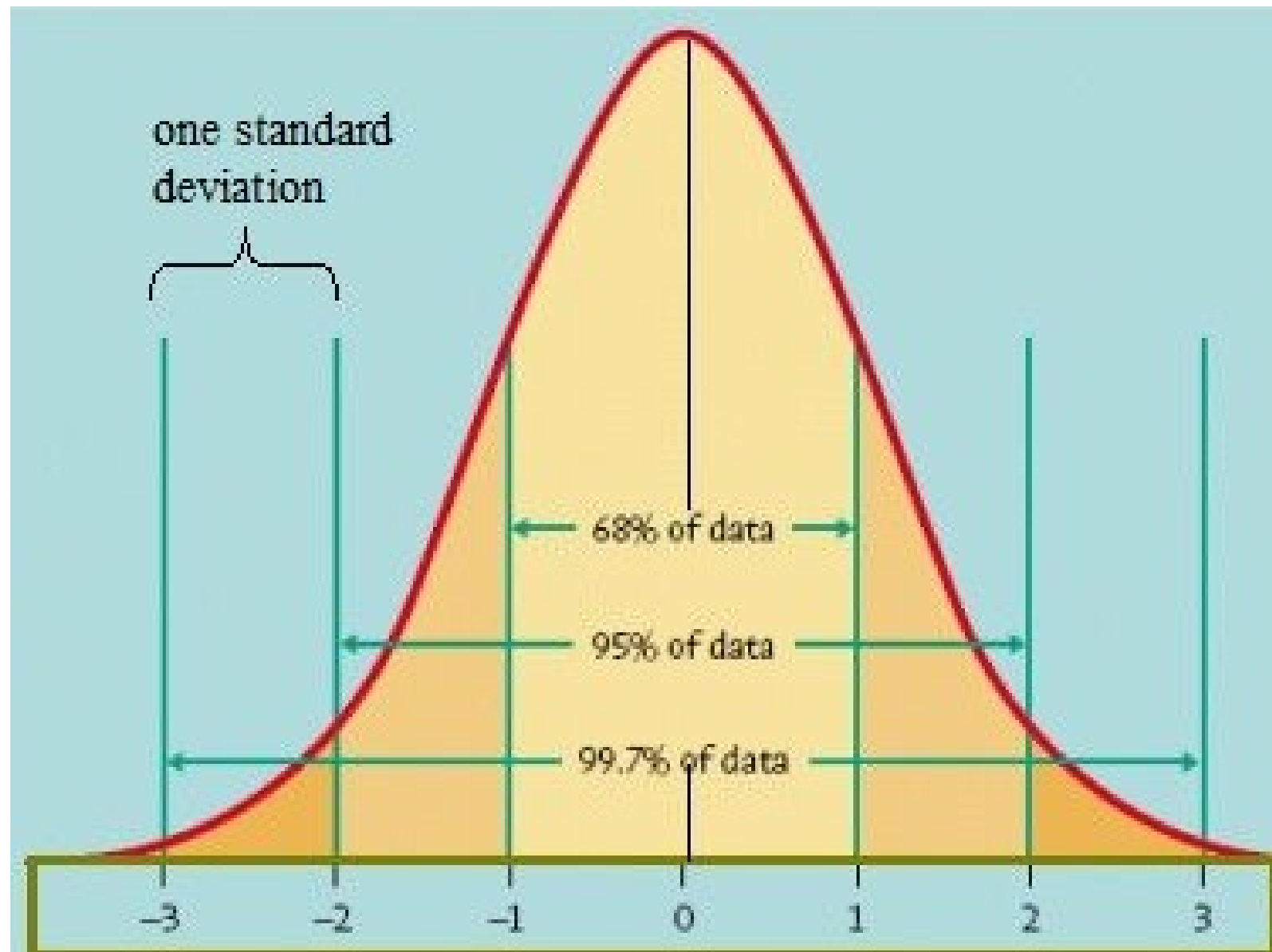
μ = Mean

σ = Standard Deviation

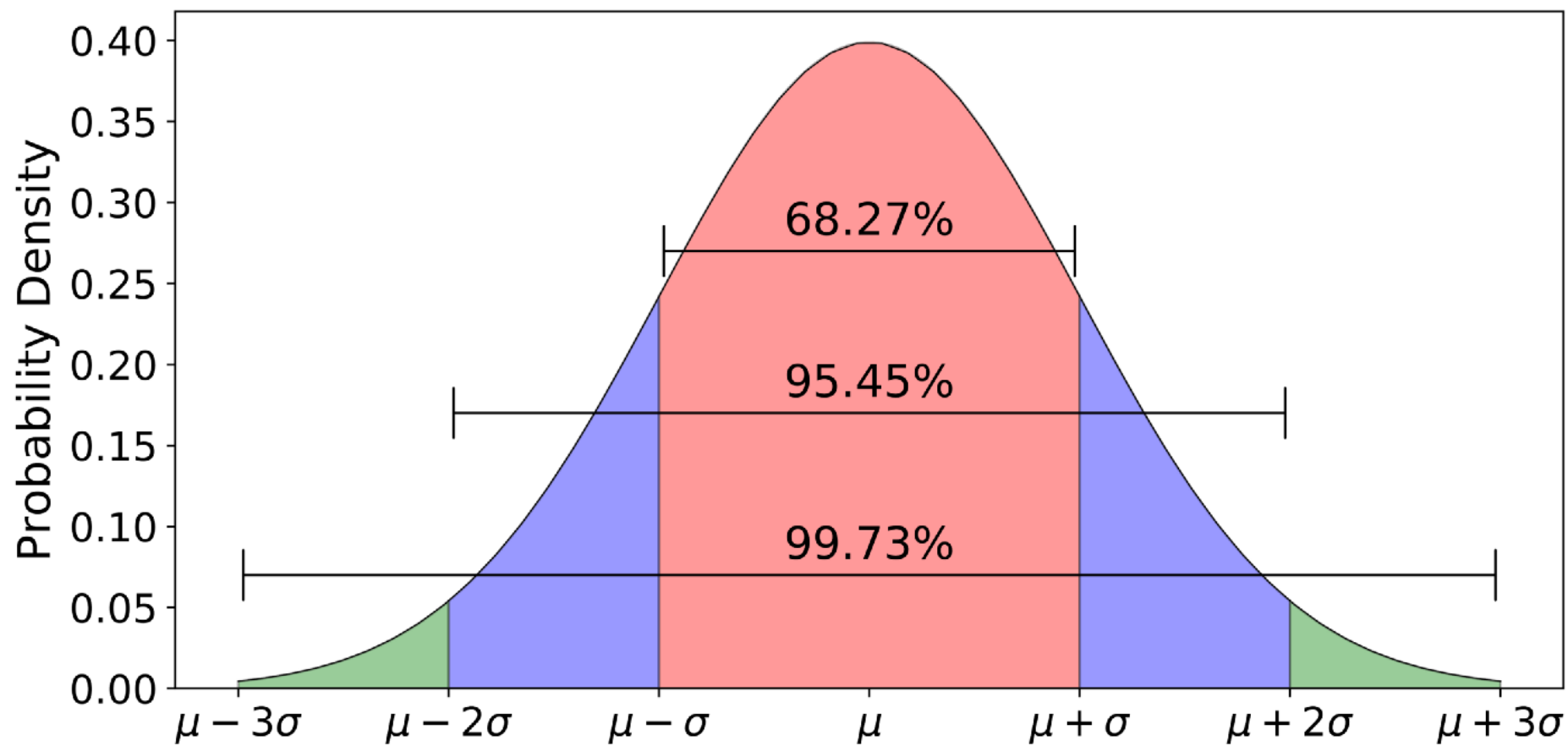
$\pi \approx 3.14159 \dots$

$e \approx 2.71828 \dots$





68-95-99.7 Rule



- Ejercicio:
 - Denote con Z una variable aleatoria normal con media 0 y desviación estándar 1:
 - Encuentre $P(2 \geq Z)$
 - Encuentre $P(-2 \geq Z \geq 2)$
 - Encuentre $P(0 \geq Z \geq 1.73)$

- Ejercicio 2:
 - La concentración de glucosa en sangre en pacientes sanos se distribuye normalmente con media 75 y desviación estándar 10 ¿Qué fracción de esos pacientes tienen una glucosa sérica entre 80 y 90?

GRACIAS