



Tecnológico de Monterrey

Escuela de Ingeniería y Ciencias
Campus Monterrey

Evidencia 1. Modelación de procesos con estructuras tipo ARX

Carlos Antonio Valadez Cisneros A01568993

Raúl Alan Mayagoitia A01563069

Adolfo Cisneros Verduzco A01563159

Santiago Torres Illescas A01369792

17 de octubre del 2024

Diseño de sistemas de control (Gpo 401)

Docente: Dr. Juan Carlos Tudón, PhD.

Objetivo y Motivación del Proyecto.

El modelo ARX (AutoRregresivo con Exógeno) es una metodología matemática utilizada para describir sistemas dinámicos a través de ecuaciones en diferencias discretas. Este tipo de modelo es especialmente útil en aplicaciones de control, donde se busca predecir el comportamiento de un sistema a partir de sus entradas pasadas y las respuestas observadas. En un modelo ARX, las relaciones entre la entrada y la salida se expresan de manera compacta, lo que facilita su implementación en controladores digitales y permite su uso en sistemas de tiempo real.

En nuestro caso, implementaremos un modelo ARX para regular las revoluciones por minuto (RPM) de un carrito controlado por dos motores con una caja reductora. Este sistema motriz está gestionado mediante un puente H L293D, el cual permite controlar la dirección y velocidad de los motores, un microcontrolador ESP32, que actúa como el cerebro del sistema, gestionando las señales de control y las mediciones de RPM, entre otros. Todos estos componentes trabajan en conjunto dentro de un sistema de lazo cerrado, donde las salidas del sistema (en este caso, las RPM) se retroalimentan para ajustar las entradas (el voltaje aplicado a los motores), garantizando así una regulación precisa y estable de la velocidad.

El propósito de este proyecto es desarrollar un sistema de control que no solo permita el ajuste automático de la velocidad de los motores, sino que también ofrezca la capacidad de predecir cómo variaciones en las entradas (como cambios en el voltaje de alimentación o en las condiciones de carga) impactarán en el desempeño del carrito. De esta manera, podremos garantizar que el carrito funcione de manera eficiente y estable en una amplia gama de condiciones operativas.

Descripción del Sistema Experimental

El sistema experimental consiste en un carro automatizado controlado por un ESP32, el cual ajusta la velocidad y la dirección de dos motores DC utilizando un puente H L293D. Los motores están equipados con encoders que miden la velocidad en RPM. La entrada al sistema es la señal PWM generada por el ESP32, que controla la potencia suministrada a los motores, mientras que la salida son las RPM de los motores calculadas a partir de los pulsos del encoder.

Demostración: <https://www.youtube.com/watch?v=nMO9qN5tW5Q>

Configuración de la Prueba

1. **Prueba de Entrada PRBS** (Pseudo-Random Binary Sequence): Se realiza una señal aleatoria con valores de PWM entre 0 y 255, generando cambios abruptos en la velocidad para evaluar la respuesta del sistema.
2. **Prueba de Escalón (Step Response)**: Se fija el valor del PWM a 255, lo que representa una entrada máxima de velocidad para los motores, y se mide cómo responden las RPM a esta entrada constante.

Componentes Principales

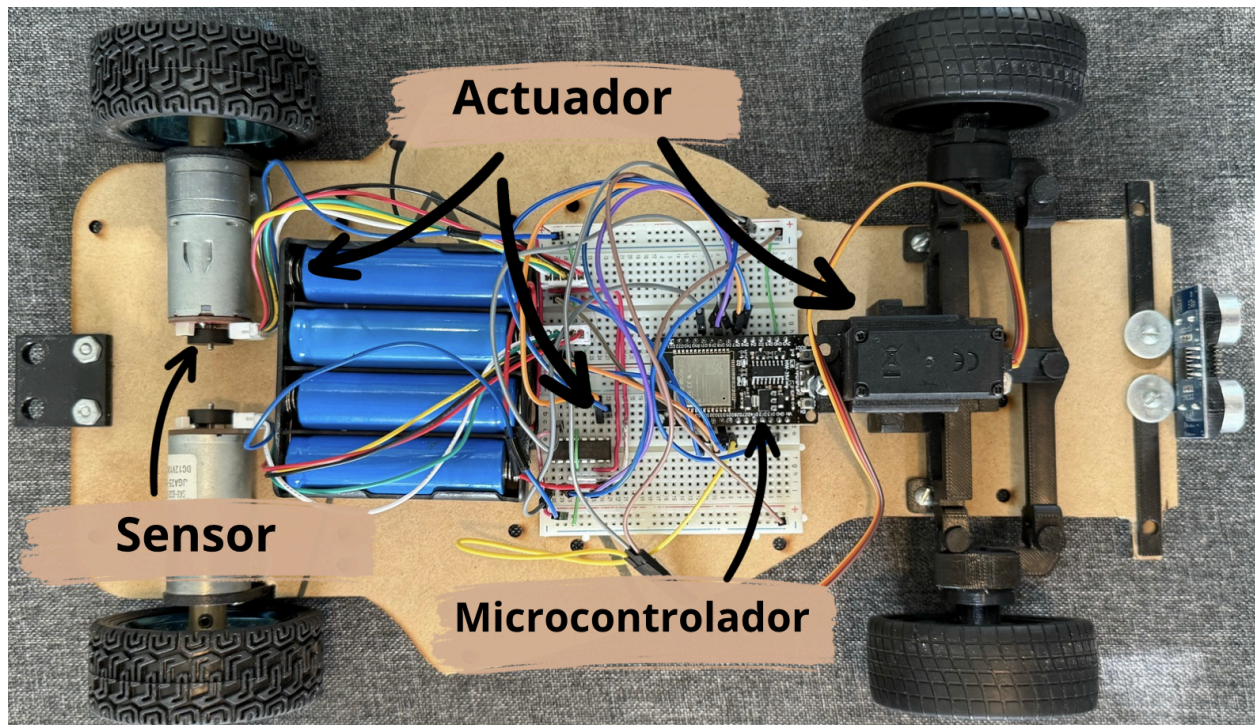
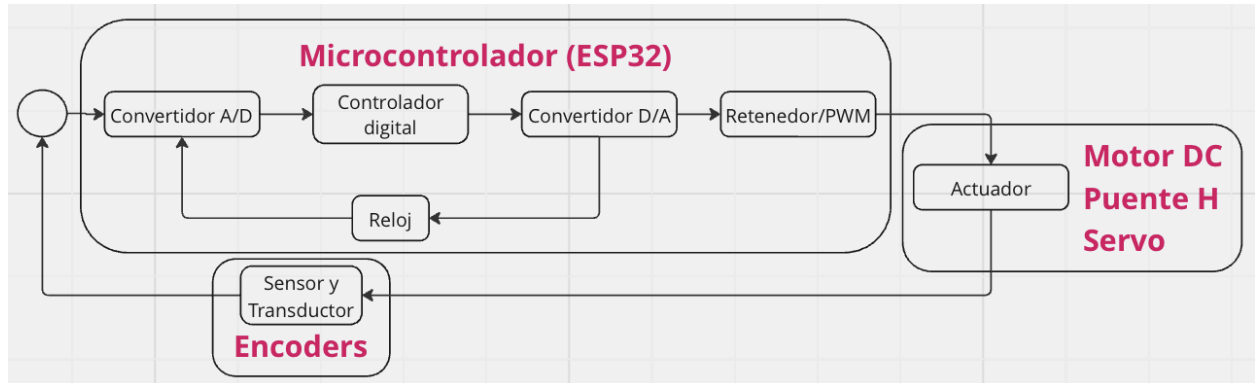
- **Motores DC con encoders**: Miden la velocidad del motor en pulsos por revolución (PPR = 231) y convierten esos pulsos en datos de RPM.
- **Puente H L293D**: Controla la dirección y velocidad de los motores utilizando señales PWM generadas por el ESP32.
- **ESP32**: Controla el sistema, genera la señal PRBS o de escalón, recibe los datos de los encoders, y convierte los pulsos en RPM.
- **Servo motor**: Controla la dirección del carro.

Funcionamiento

1. **PWM**: Se genera una señal con valores de 0 o 255 en el modo PRBS, y una señal constante de 255 en el modo de escalón.
2. **Muestreo de RPM**: A intervalos de 10 ms, se cuentan los pulsos de los encoders y se calculan las RPM de los motores.

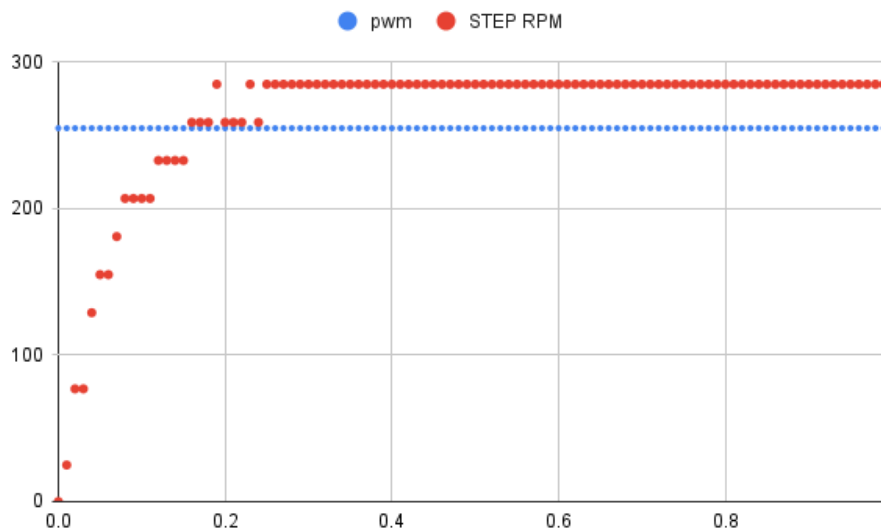
3. **Registro de Datos:** Los valores de RPM y PWM se almacenan en arrays y luego se imprimen en el monitor serie para análisis.

Este sistema permite evaluar la dinámica de respuesta de los motores ante entradas variadas de PWM, con el objetivo de modelar y controlar mejor el comportamiento del carro.

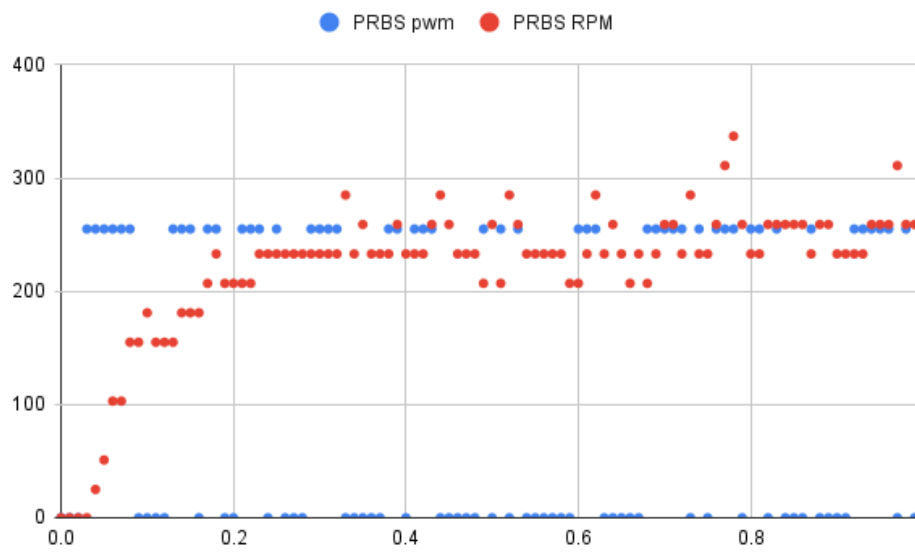
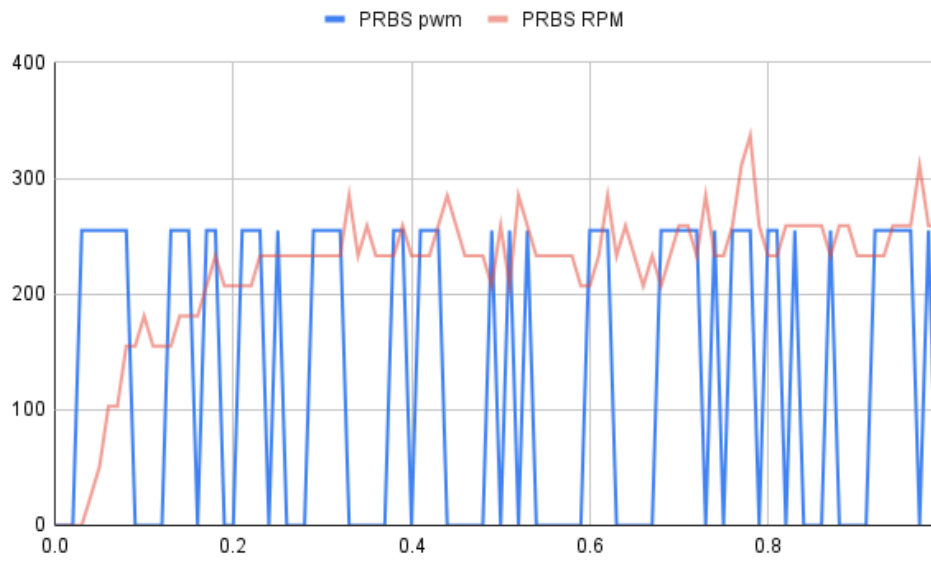


Descripción de los experimentos realizados

En el primer experimento, se llevó a cabo una prueba de escalón para analizar la respuesta del sistema ante una entrada constante máxima. Se aplicó una señal de PWM con un valor de 255, lo que significa que el voltaje suministrado al carrito fue casi el total disponible de 12V, menos la caída de voltaje en el puente H. Este enfoque permite observar el comportamiento del carrito cuando recibe la máxima entrada, facilitando el análisis de su respuesta transitoria y régimen estacionario. Se estableció un tiempo de muestreo de 10 milisegundos para registrar las RPM del carrito a lo largo del tiempo, un indicador clave de su velocidad de giro.



El segundo experimento consistió en una prueba PRBS (Pseudo-Random Binary Sequence), que busca evaluar la respuesta del sistema ante entradas aleatorias. En esta prueba, los cambios en el valor del PWM afectaron directamente el voltaje aplicado al carrito. También se utilizó un tiempo de muestreo de 10 milisegundos, pero el valor de PWM se alteró cada 60 milisegundos. Los valores de PWM se generaron aleatoriamente entre 150 y 255 utilizando una función de números aleatorios, lo que permitió someter al carrito a variaciones impredecibles en la señal de control. Este enfoque proporciona información valiosa sobre cómo el sistema se adapta a cambios rápidos y aleatorios en la entrada, simulando condiciones más realistas.



Modelos de tipo ARX aplicando método de mínimos cuadrados para calcular los parámetros

- Modelo para la prueba escalón

Para obtener el modelo ARX, se utilizó un código en MATLAB y se aplicó el método de mínimos cuadrados para calcular los parámetros del sistema. Se llevaron a cabo diversas pruebas para determinar el orden del sistema y el número de parámetros necesarios. Como resultado, se logró obtener una función de transferencia de primer orden.

$$Gp_z = \frac{0.1531}{1 - 0.8624z^{-1}} \cdot z^{-1}$$

- Modelo para prueba PRBS de amplitud variable

Para obtener el modelo para la prueba PRBS de amplitud variable se realizó el mismo procedimiento que se utilizó al obtener el modelo para la prueba de escalón. Se utilizó un código en MATLAB y el método de mínimos cuadrados para obtener el modelo ARX, determinando el orden del sistema y los parámetros necesarios, lo que igualmente resultó en una función de transferencia de primer orden.

$$Gp_z = \frac{0.0945}{1 - 0.9499z^{-1}} \cdot z^{-1}$$

- **Pruebas para determinar el número de parámetros**

FÓRMULA ARX

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb-1} z^{-(nb-1)} + b_{nb} z^{-nb}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na-1} z^{-(na-1)} + a_{na} z^{-na}} z^{-d}$$

El código se realizó para identificar cuál modelo es el más adecuado para la descripción de la dinámica del sistema, se utilizaron datos tipo escalón y PSBS , se exploraron diversas configuraciones de los parámetros del modelo ARX, específicamente los valores de na, nb, y d variando de 0 a 10. La tabla resultante reveló que los modelos más simples, con na y nb igual a 1, proporcionaron los mejores coeficientes de determinación (R^2), superando el 98% en el caso del step. Esto sugiere que incrementar la complejidad del modelo con valores más altos de na y nb o introducir retrasos adicionales no necesariamente conduce a mejoras significativas en la capacidad del modelo para capturar la dinámica de este sistema en específico. Para la superioridad de los modelos de orden inferior en este contexto es que sistemas con respuestas rápidas, como el evaluado con un periodo de muestreo (T) de 10 ms, tienden a ser bien representados por modelos menos complejos, esta podría ser una explicación bastante acertada para los resultados

En estos casos, los modelos de orden superior pueden introducir parámetros innecesarios que no mejoran significativamente la precisión del modelo y, en cambio, podrían capturar ruido o variaciones menores que no son cruciales para la comprensión general del comportamiento del sistema.

Además, la condición para 'd' de $(nb-1-d) \leq na$, que fue satisfecha en todas las pruebas, asegura que el modelo sea implementable y teóricamente sólido, pero los resultados indican que, incluso cumpliendo con esta condición, los modelos más simples son preferibles.

Esto se debe a que, en la práctica, la introducción de retrasos y términos adicionales no compensa en una mejora proporcional de la capacidad predictiva del modelo, lo cual es crucial en aplicaciones donde la velocidad de respuesta y la precisión son fundamentales.

Estos fueron los resultados obtenidos de R cuadrada de los 3 mejores modelos para cada prueba, donde se seleccionó el modelo Escalón1 y PRBS1

Tipo	na	nb	d	R ²
Escalón1	1	1	0	98.44%
Escalón2	1	1	1	98.44%
Escalón3	2	1	2	98.04%
PRBS1	1	1	1	85.20%
PRBS2	1	2	0	84.53%
PRBS3	2	3	0	83.49%

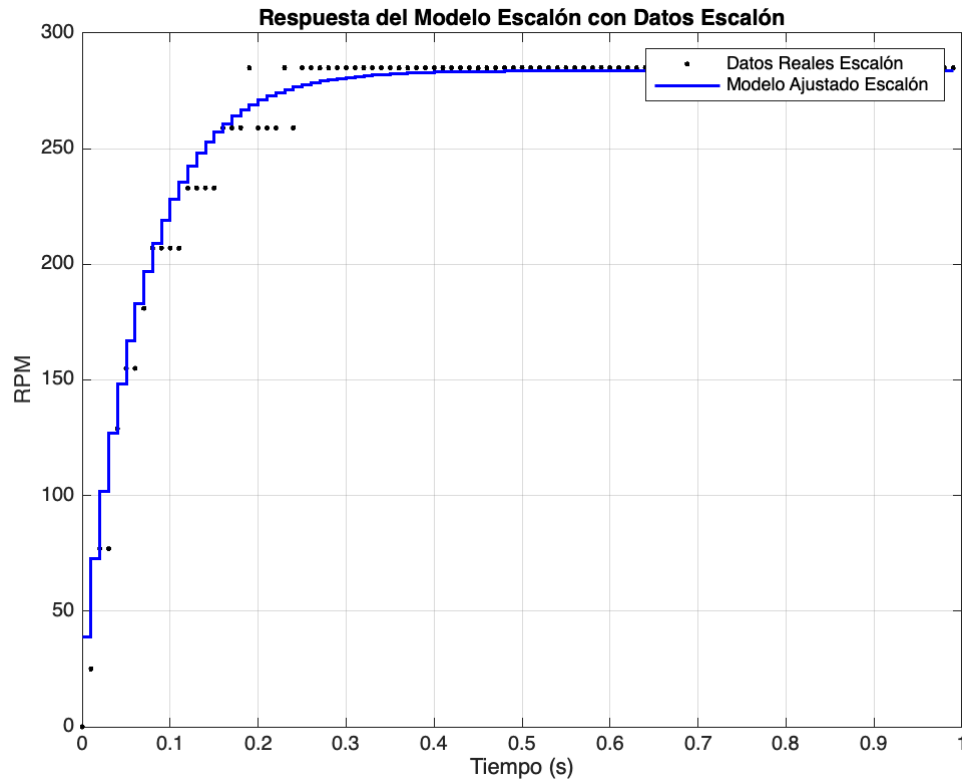
Como en ambos casos solamente tenemos una a y una b, nuestro nuevo modelo se verá así

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0}{1 + a_0 z^{-1}} z^{-d}$$

Gráficas de comparación con datos experimentales correspondientes

ARX Carrito

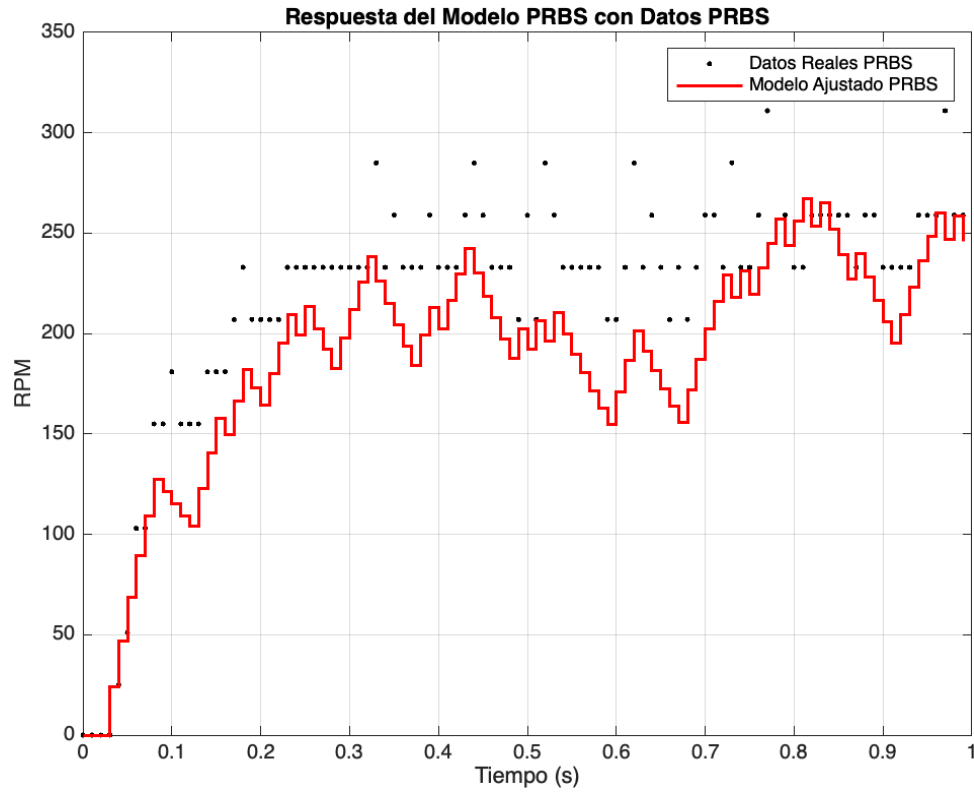
- Gráficas para la prueba escalón



$$Gp_z = \frac{0.1531}{1 - 0.8624z^{-1}} \cdot z^{-1}$$

En esta gráfica se puede observar cómo el modelo se ajusta de manera muy precisa a los datos, lo que lo convierte en un modelo altamente adecuado para esta prueba. El hecho de tener un $T=0.01$ segundos permite que el modelo se ajuste mejor a los datos, ya que proporciona una mayor resolución temporal para capturar con precisión las dinámicas del sistema.

- Gráficas para prueba PRBS de amplitud variable

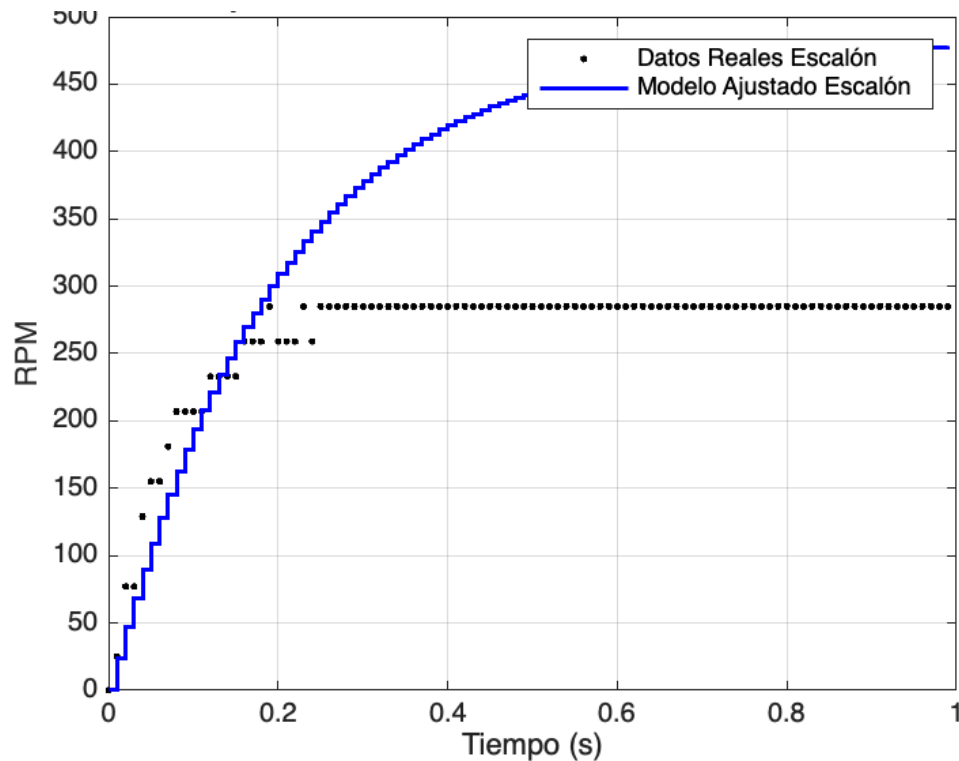


$$Gp_z = \frac{0.0945}{1 - 0.9499z^{-1}} \cdot z^{-1}$$

En esta gráfica se puede observar cómo el modelo intenta ajustarse a los datos obtenidos. Sin embargo, al ser una prueba PRBS, era de esperarse que no se alcanzara una precisión óptima. A pesar de ello, el tiempo de muestreo contribuyó a mejorar el resultado más de lo esperado, permitiendo un ajuste más preciso.

Gráficas de comparación aplicando los modelos en las diferentes pruebas

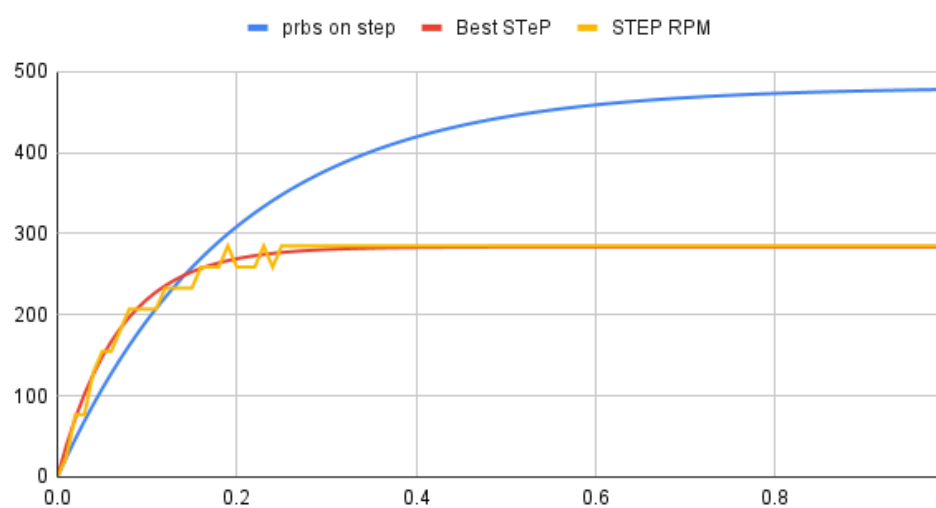
- Modelo de prueba PRBS de amplitud variable aplicado en los datos de prueba escalón



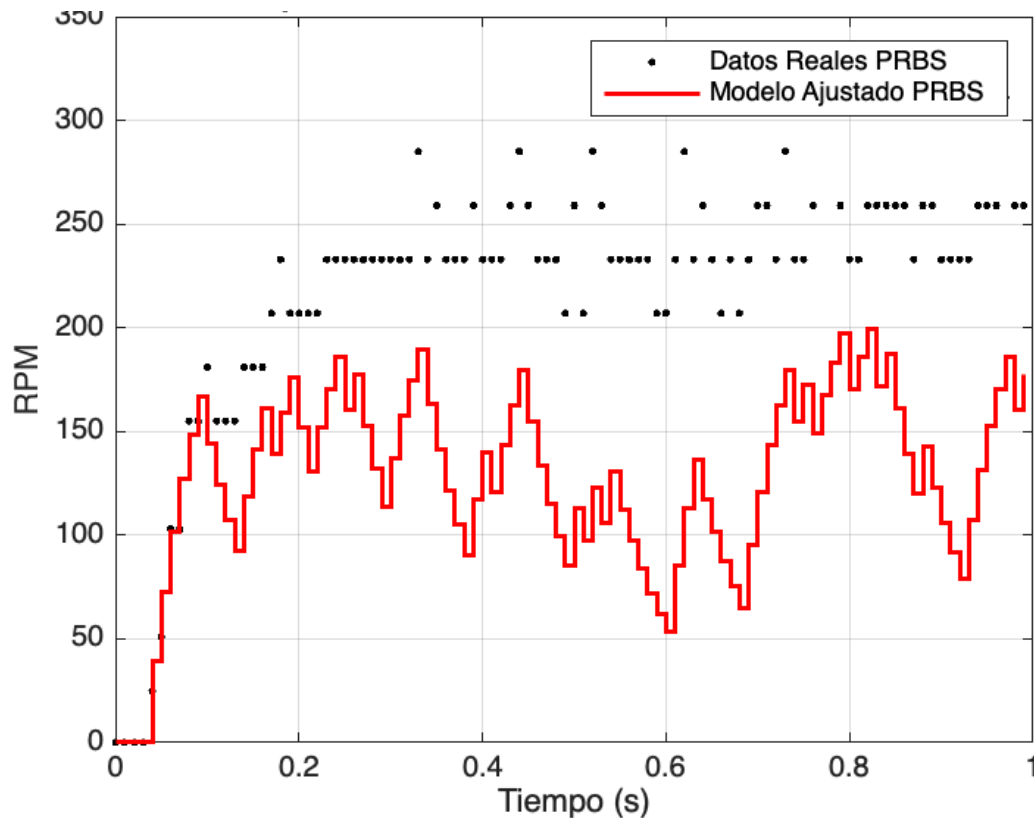
Al aplicar el modelo ARX de la prueba PRBS a los datos de la prueba Step, se obtuvo un R^2 del 78.68%, lo que evidencia que este modelo no se ajusta de manera adecuada. Por lo tanto, no sería útil aplicar este modelo a datos que no corresponden a la prueba para la cual fue diseñado. Pero también de alguna forma ajustando la ganancia se podría llegar a un buen resultado.

A continuación, se presenta una gráfica en la que se muestran los datos obtenidos con la prueba Step (en color amarillo), el modelo ARX de la prueba Step aplicado a esos mismos datos (en color rojo), y finalmente el modelo ARX de la prueba PRBS aplicado a los datos de la prueba Step.

Tiempo, prbs on step y Best STeP

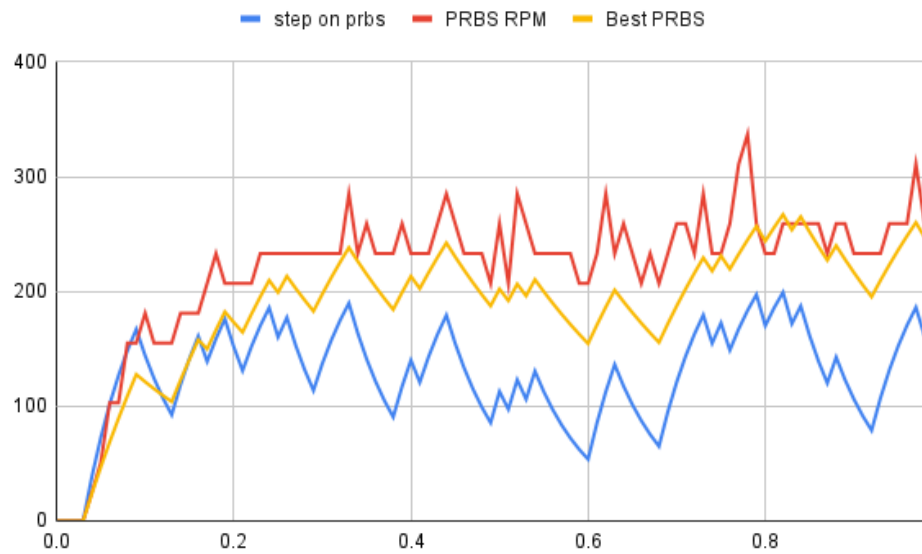


- **Modelo de prueba escalón aplicado a los datos de prueba PRBS de amplitud variable**



Al aplicar el modelo ARX de la prueba Step a los datos de la prueba PRBS, se obtuvo un R^2 del 55.78%, lo que indica un mal desempeño de este modelo cuando se aplica a datos no correspondientes. Al igual que en el caso anterior, este resultado refuerza que no es útil aplicar el modelo de la prueba Step en otro contexto que no sean sus propios datos.

En la siguiente gráfica se presenta la comparación entre varios conjuntos de datos: la línea azul corresponde al modelo ARX de la prueba Step aplicado a los datos experimentales de la prueba PRBS, la línea roja representa los datos experimentales de la prueba PRBS, y finalmente, la línea amarilla muestra el modelo ARX de la prueba PRBS aplicado a los datos de la misma prueba PRBS.



Se puede apreciar que, en este caso, la precisión es significativamente más baja, lo cual era de esperarse dado que se trata de una prueba PRBS, en la que los voltajes máximos se aplican de manera aleatoria en diferentes intervalos de tiempo. Esto hace que el modelo no pueda ajustarse de forma precisa a los datos debido a la naturaleza impredecible de la señal PRBS.

Índices de precisión de los modelos:

Para evaluar la precisión y adecuación de los modelos ARX obtenidos, se obtuvieron las R^2 de los modelos. Esto se hizo a partir del Excel compartido anteriormente y ayuda de un código de MATLAB y estos fueron los resultados

Modelo ARX aplicado	Datos experimentales	R^2
Prueba Step	Prueba Step	98.76%
Prueba Step	Prueba PRBS	86.66%
Prueba PRBS	Prueba PRBS	78.68%
Prueba PRBS	Prueba Step	55.78%

A partir de esta tabla, podemos concluir que el modelo que mejor se ajusta a los datos correspondientes es el de la prueba Step, con el porcentaje más alto de 98.76%. Por otro lado, al aplicar los modelos a los datos experimentales opuestos, se obtuvieron valores de R^2 relativamente bajos, lo que indica que estos modelos se adecuan mejor a sus propios datos. En cuanto al modelo ARX aplicado a la prueba PRBS con sus datos correspondientes, se obtuvo un R^2 de 86.66%. Se probaron varios modelos diferentes, y finalmente se seleccionó este, obteniendo un R^2 considerablemente alto para una prueba PRBS.