PRÁCTICA 5

Ejercicio 1: Consideremos la función $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 25}$ definida en el intervalo [-1,1]. Dividir en 30 partes iguales el intervalo original y usaremos interpolación por un spline lineal. El programa debe preguntarnos en qué valor de la x (del intervalo [-1, 1]) queremos estimar el valor de la función. Debe salir en pantalla el valor de dicha estimación y el error cometido.

Solución: Por ejemplo en $x = 0.91$ la estimación es 0.038716 y el error cometido es 0.000001.

Ejercicio 2: La relación agua-cemento que se debe poner a la mezcla para hacer hormigón nos proporciona la resistencia final que se le quiere dar al hormigón. Se tienen los siguientes datos:

x=Agua/Cemento[%]	40	45	50	55	60	65	70
y=Resistencia[kg/cm^2]	390	340	290	250	210	180	160

Efectuar una interpolación por spline cúbico natural, obteniendo los coeficientes del spline.

Solución:

i	a_i	b_i	c_i	d_i
0	-0.00605128	0	-9.84872	390
1	0.0302564	-0.0907692	-10.3026	340
2	-0.0349744	0.363077	-8.94103	290
3	0.029641	-0.161538	-7.93333	250
4	-0.00358974	0.283077	-7.32564	210
5	-0.0152821	0.229231	-4.7641	180

Ejercicio 3: Supongamos los datos de la tabla:

x_i	0	2	3	5	6.1
$f(x_i)$	2.51	4.04	4.7	5.54	5.8

Averiguar el spline cúbico con frontera sujeta a: $f'(0) = 0.8$ y $f'(6.1) = 0.2$. El programa debe pedir una valor de x y mostrar en pantalla la estimación proporcionada por el spline para dicho valor de x.

Solución:

a_0=-0.00392093 b_0=-0.00965814 c_0=0.8 d_0=2.51

$\vdots$

a_3=0.00936637 b_3=-0.0536639 c_3=0.284061 d_3=5.54

Si, por ejemplo, $x = 2.5$ la estimación es 4.386221.

Ejercicio 4: Representación gráfica con GNUPLOT

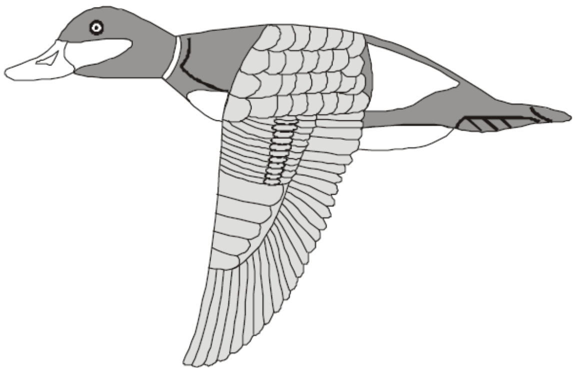

Fig. 1

Supongamos que deseamos trazar la curva de la parte superior del pato de la fig. 1. Para ello, escogeremos puntos a lo largo de la curva que queremos aproximar.

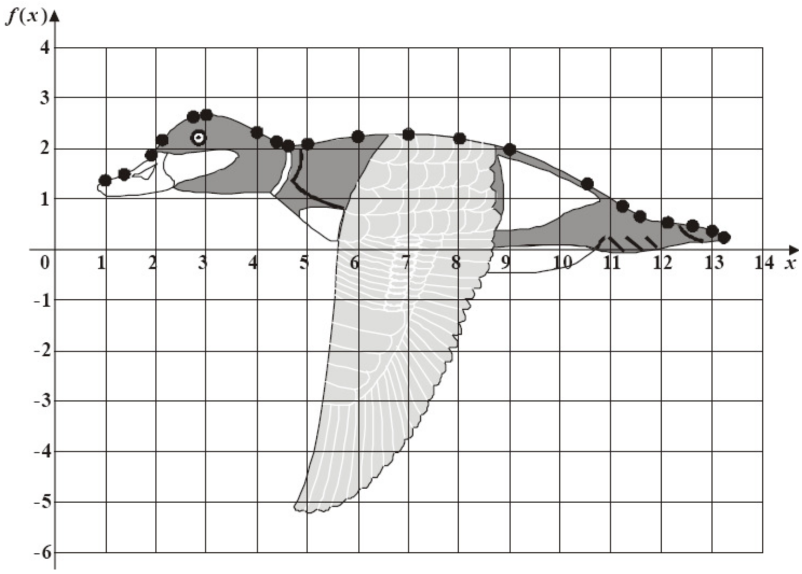

Fig. 2

Las coordenadas de los 21 puntos o nodos de interpolación, relativos a un sistema de coordenadas superpuesto como se indica en la figura 2, son las siguientes:

puntos[21][2]={

{0.9,1.3},{1.3,1.5},{1.9,1.85},{2.1,2.1},{2.6,2.6},{3.0,2.7},{3.9,2.4},{4.4,2.15},{4.7,2.05},{5.,2.1}, {6.,2.25},{7.,2.3},{8.,2.25},{9.2,1.95},{10.5,1.4},{11.3,0.9},{11.6,0.7},{12.,0.6},{12.6,0.5},{13,0.4},{13.3,0.25}};

Se trata de comparar gráficamente dos tipos de interpolación: la interpolación polinomial clásica (el polinomio resultante será de grado 20) y la interpolación por spline cúbico natural (trozos de polinomios de grado 3).

En la figura 3 se representan los puntos de interpolación y el spline cúbico natural resultante.

En la figura 4, se representan los puntos de interpolación, el spline cúbico natural y el polinomio interpolador de Lagrange.

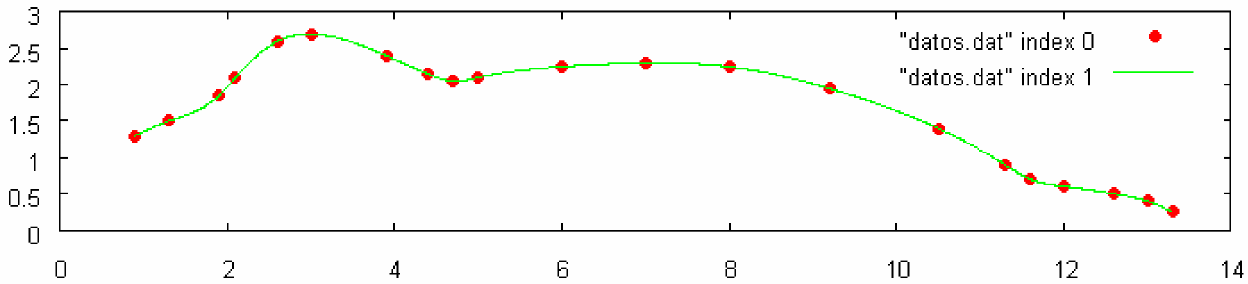

Fig. 3

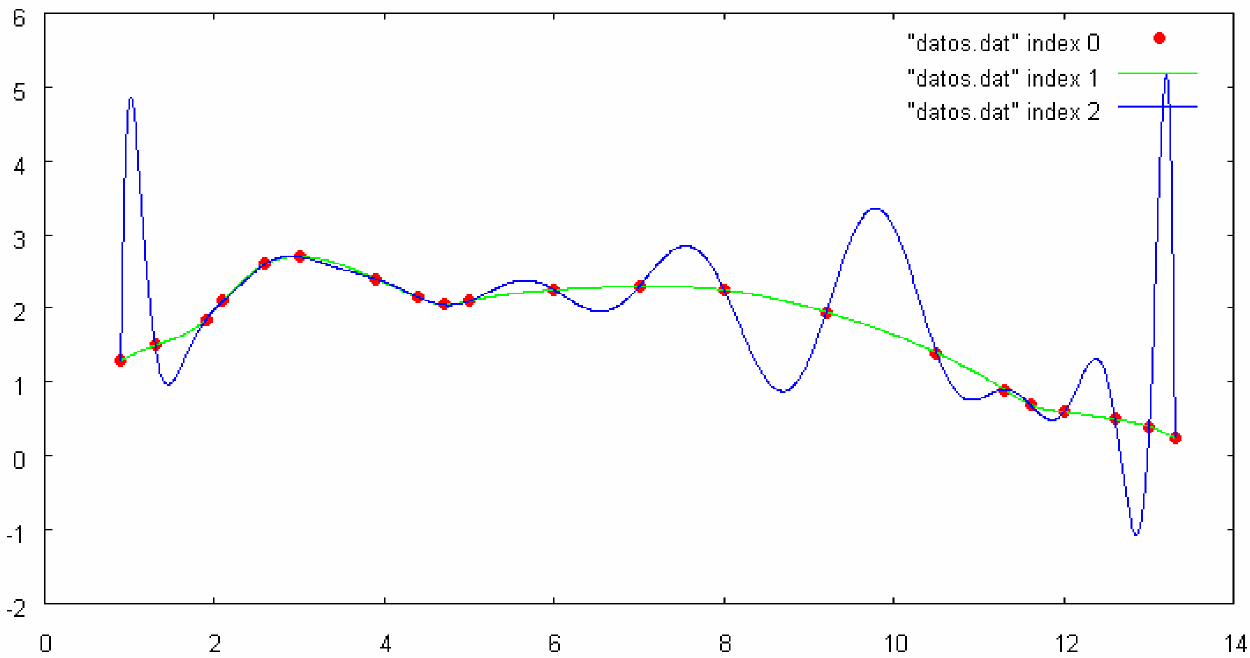

Fig. 4

Para conseguir estas representaciones gráficas, debes construir el polinomio de Lagrange y el spline cúbico natural, evaluarlos en muchos puntos y luego con GNUPLOT representarlos. La figura 4 se ha obtenido con el fichero "datos2.dat" que puedes consultar en la página web de la asignatura.

(Por si te sirve de ayuda, la solución del sistema de 19 ecuaciones con 19 incógnitas que se debe resolver para el cálculo del spline es:
-0.594358, 2.814526, -0.733133, -2.073037, -1.004915, …, 0.002879, -1.072251)

Ejercicio 5: Nos planteamos calcular una estimación de la integral de $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x}}{(2+\operatorname{sen} x)}$ en el intervalo [2, 7], de la siguiente forma: el programa pedirá en cuántas partes queremos dividir el intervalo de integración. Después aplicará la fórmula compuesta del trapecio.
Solución: por ejemplo, para $n = 100$ se obtiene 7.488129

Ejercicio 6: Repite el ejercicio 5 pero usando la fórmula compuesta de Simpson.

Solución: por ejemplo, para $n = 100$ se obtiene 7.488216

Ejercicio 7: Sea $f(x) = e^{-x}$ en el intervalo [0, 1].

a) Calcular la longitud del arco de función que va desde $x = 0$ hasta $x = 1$.
b) Calcular el área del sólido de revolución que se obtiene al girar la región bajo la curva de $y = f(x)$ en $0 \le x \le 1$ alrededor del eje de las *x*.

Nota: Las fórmulas eran: Longitud = $\int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$; Área= $2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$

Solución: Longitud = 1.1927 Área = 4.84922