Práctica 1 MC

Alumno: Raúl Rodríguez Pérez

Grupo: A2

① Calcula una gramática libre de contexto que genere el lenguaje

$$L_1 = \{a^n b^m \in \{a,b\}^* \text{ con } 3n \geq m \geq 2n \geq 0\}$$

Al analizar el lenguaje nos damos cuenta de que la gramática que lo genere debe de tener las siguientes opciones:

$a^n b^{2n}$: Cada vez que añado una 'a', añado dos 'b' también

$a^n b^{3n}$: Cada vez que añado una 'a', añado tres 'b' también

Destacar que siempre debemos añadir una 'a' para asegurar que se cumple la restricción '$3n \geq m$'. Por todo esto, la gramática propuesta es:

$$\boxed{S \rightarrow \overset{①}{aSbb} \mid \overset{②}{aSbbb} \mid \epsilon}$$

Para terminar, voy a dar un ejemplo de dicha gramática:

$$S \rightarrow \underset{2n=m}{aSbb} \xrightarrow{①} \underset{2n=m}{aaSbbbb} \xrightarrow{②} \underset{3n>m>2n}{\underline{aaa}S\underline{bbbbbbb}}$$

② Calcula una gramática libre de contexto que genere el lenguaje

$$L_2 = \{a^n b^m c^k \in \{a,b,c\}^* \text{ con } k = 2n + 3m\}$$

Al analizar el lenguaje nos damos cuenta de que la gramática que lo genere simplemente debe cumplir con la restricción de que el número de 'c', debe ser igual a la suma de '2·a' y '3·a'. Por lo que una posible solución es la que, por cada 'a' o 'b' añadida, añade dos 'c' (en el caso de 'a') y tres 'c' (en caso de 'b'):

$$\boxed{\begin{array}{l} S \to \overset{①}{aScc} \mid \overset{②}{X} \mid \overset{③}{\epsilon} \\ X \to \underset{④}{bXccc} \mid \underset{⑤}{\epsilon} \end{array}}$$

Un ejemplo sería → $S \to aScc \xrightarrow{①} aaScccc \xrightarrow{②④} aabXccccccc$

$\xrightarrow{⑤} aabXccccccc$ → $\left.\begin{array}{l} n(a) = 2 \\ n(b) = 1 \\ n(c) = 7 \end{array}\right\} 2\cdot(a) + 3\cdot(b) = (c) \Rightarrow \boxed{2\cdot 2 + 3\cdot 1 = 7}$

③ Elabora una gramática que genere estos niveles con sus restricciones

Leyenda

g → grupo grande
p → grupo pequeño
d → mons. débil
f → mons. fuerte
x → sala recompensa

$$\begin{cases} S \to gS_1S \mid pS_6S \mid x \\ S_1 \to fdS_2S_3 \mid dfS_2S_3 \mid ddS_2S_4 \mid ffS_5S_3 \\ S_2 \to dS_2 \mid \epsilon \\ S_3 \to fS_3 \mid \epsilon \\ S_4 \to fS_3 \\ S_5 \to dS_2 \\ S_6 \to dS_6 \mid fS_2 \end{cases}$$

El razonamiento de mi gramática es el siguiente; la primera regla 'S' permite elegir el grupo que desees para el nivel (g ó p), y además añadir una sala de recompensa*. Ahora, si eliges el grupo grande tienes varias opciones:

↳* permitiendo así que puede existir un nivel sólo con una sala de recompensa

a) Empezar con fd ó df: Ya tendríamos un débil y un fuerte, a continuación iríamos a S_2, donde añadimos todos los débiles que queramos, y posteriormente, iríamos a S_3, haciendo lo mismo que S_2 pero para los fuertes. Con esto conseguimos seguir la restricción número 3 (primero débiles, luego fuertes).

b) Empezar con dd: Nos manda a S_2, donde metemos los débiles que queramos. Tras esto nos lleva a S_4, para cumplir la restricción de que mínimo debe haber 1 débil y 1 fuerte. A continuación, nos permite añadir si queremos más fuertes al llevarnos a S_3.

c) Empezar con ff: sería la misma situación que el anterior apartado, con la diferencia de que primero nos obliga a meter un débil para cumplir la restricción (S_5) y luego ya nos lleva a que añadamos más débiles o fuertes si queremos (S_2, S_3).

Por otro lado, si elegimos el grupo pequeño, puede meter los débiles que quiera, pero si añado un fuerte, nos mandaría a S_2 para que si queremos o añadimos más débiles o terminamos (así se cumple la restricción de que sólo puede haber un fuerte en el grupo pequeño).

¿A qué tipo de gramática dentro de la jerarquía Chomsky pertenece la gramática generada?

- La gramática generada pertenece al tipo 2

¿Sería posible diseñar una gramática tipo 3 para dicho problema?

Sí, la gramática tipo 3 sería:

$$
\begin{cases}
S \to gS_1 \mid pS_9 \mid x \\
S_1 \to dS_2 \mid fS_6 \\
S_2 \to dS_3 \mid fS_5 \\
S_3 \to dS_3 \mid fS_4 \\
S_4 \to fS_4 \mid S \\
S_5 \to dS_5 \mid fS_4 \mid S \\
S_6 \to dS_5 \mid fS_7 \\
S_7 \to dS_8 \\
S_8 \to dS_8 \mid fS_4 \mid S \\
S_9 \to dS_9 \mid fS_{10} \mid S \\
S_{10} \to dS_{10} \mid S
\end{cases}
$$