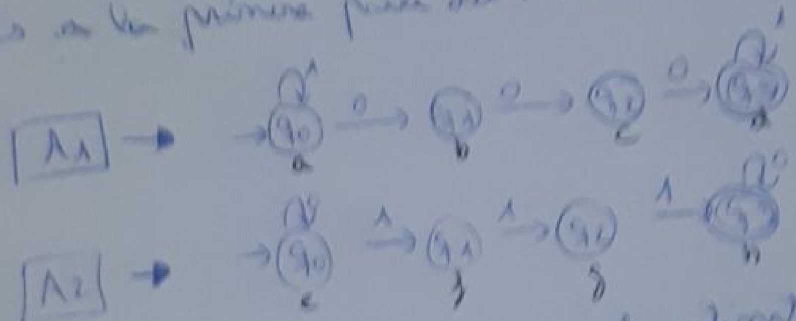
# Práctica 4 - Modelos de computación

Raúl Rodríguez Pérez

Grupo A2

1: Obtener un AFD capaz de aceptar las cadenas $w \in \{0,1\}^*$ que contengan las subcadenas 000 y 111 simultáneamente, haciendo uso del autómata producto.

Para resolver este ejercicio primero creamos los autómatas correspondientes a la primera parte del mismo, autómatas que contengan la subcadena 000 y 111.

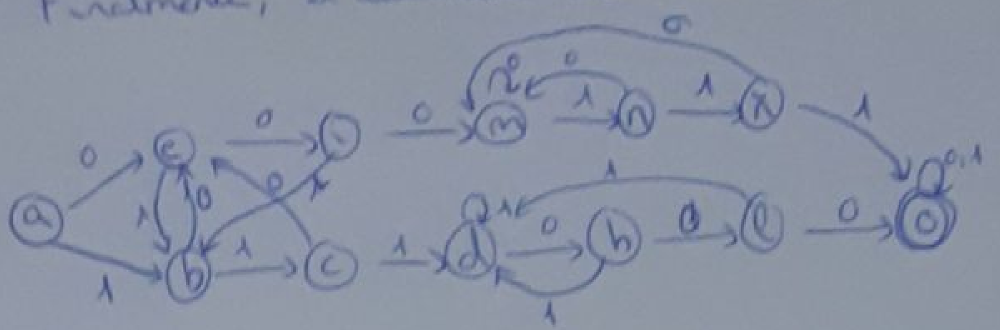



La segunda parte es hacer el autómata producto de dichos autómatas, esto se basa en hacer finales las parejas de estados en los que un estado es final y el otro no.

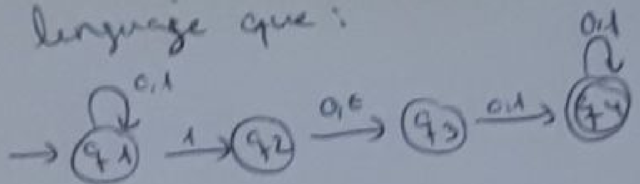
| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| ae | be | af |
| af | - | ag |
| ag | - | ah |
| ah | bh | ah |
| be | ce | - |
| bf | - | |
| bg | | |
| bh | ch | |
| ce | de | - |
| cf | | - |
| cg | | |
| ch | dh | - |

| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| de | de | df |
| df | - | dg |
| dg | - | dh |
| dh | dh | dh |

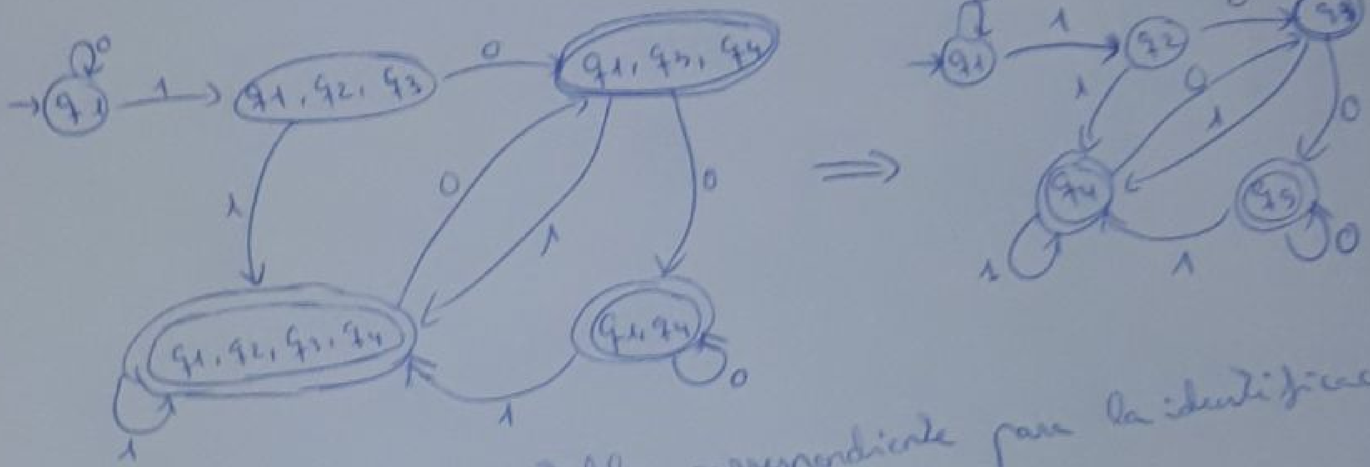
Finalmente, el autómata resultante es:



② Calcular el autómata finito determinista mínimo que acepta el mismo lenguaje que:



Primero construimos el AFD asociado al que nos han dado:



Tras esto creamos la tabla correspondiente para la identificación de estados indistinguibles:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $q_2$ | X | | | |
| $q_3$ | X | X | | |
| $q_4$ | X | X | $(q_4,q_3)$ $(q_5,q_4)$ | |
| $q_5$ | X | X | | |
| | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ |

- Miramos a ver los estados en los que uno es final y otro no
→ $(q_1,q_5)$, $(q_1,q_4)$, $(q_1,q_3)$, $(q_2,q_3)$, $(q_2,q_4)$ $(q_2,q_5)$
- Ahora comparamos estados indistinguibles

| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $q_1$ | $q_1$ | $q_2$ |
| $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ |

Distinguible

| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $q_3$ | $q_5$ | $q_4$ |
| $q_5$ | $q_5$ | $q_4$ |

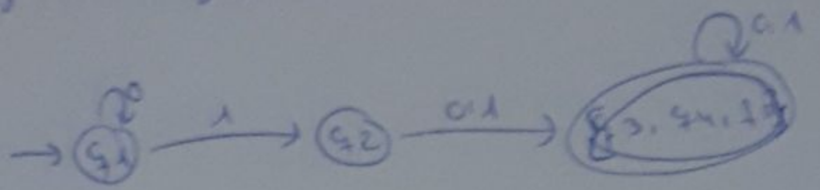
Indistinguible

| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $q_4$ | $q_3$ | $q_4$ |
| $q_5$ | $q_5$ | $q_4$ |

| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $q_3$ | $q_5$ | $q_4$ |
| $q_4$ | $q_3$ | $q_4$ |

como $(q_3,q_5)$ es indistinguible éstas a su vez también lo son

Por tanto podemos concluir que los estados $q_3, q_4, q_5$ son indistinguibles, y que, debido a esto, el autómata mínimo resultante es




③ Indicar si los siguientes lenguajes son o no regulares:

a) $L_1 = \{(aa)^n b^{m+1} \in \{a,b\}^* \text{ tal que } n \geq 0, m \geq n\}$

Como vemos dependencias, vamos a aplicar el lema de bombeo para saber si el lenguaje $L_1$ es regular o no.

- Suponemos que cumple el lema de bombeo, entonces $\forall n \geq 0$, siendo $z = (aa)^n b^{m+1}$, tenemos que $z \in L$; $|z| \geq n$; $|uv| \leq n$ y $|v| \geq 1$

$$uvw \rightarrow \begin{array}{l} u = (aa)^k \\ v = (aa)^l \\ w = (aa)^{n-k-l} b^{m+1} \end{array}$$

- Si tenemos $i = 2$

$\rightarrow uv^2w = (aa)^k (aa)^{2l} (aa)^{n-k-l} b^{m+1} = (aa)^{n+l} b^{m+1} \notin L \rightarrow$ no es regular

b) $L_2 = \{ ww \text{ tal que } w \in \{0,1\}^*$

~~Sea~~ Consideremos que cumple el lema de bombeo, por lo que suponemos

$z = 0^n 1^n 0^n 1^n \in L_2$ con $|z| = 4n \geq n$, $|uv| \leq n$ y $|v| \geq 1$

$$uvw \rightarrow \begin{array}{l} u = 0^k \\ v = 0^l \\ w = 0^{n-l-k} 1^n 0^n 1^n \end{array} \qquad \begin{array}{l} k + l \leq n \\ l \geq 1 \end{array}$$

~~d) $L_2 = \{ \ldots \}$~~

- Si tenemos $i = 2$

$\rightarrow uv^2w = 0^k 0^{2l} 0^{n-l-k} 1^n 0^n 1^n = 0^{n+l} 1^n 0^n 1^n$, Si $uv^2w \in L_2 \iff 0^{n+l} 1^n = 0^n 1^n \iff \begin{cases} n+l = n \Rightarrow \text{no } l \geq 1 \\ n = n \ ✓ \end{cases} \Rightarrow$ Por lo que $uv^2w \notin L_2 \rightarrow$ no es regular

c) $L_3 = \{ a^{2^n} \in \{a\}^* \text{ tal que } n \geq 0 \}$

Consideremos que cumple el lema de bombeo, por lo que supo-nemos $z = a^{2^n} \in L_3$ con $|z| = 2^n \geq n$, $|uv| \leq n$ y $|v| \geq 1$

$$uvw \Rightarrow \begin{array}{l} u = a^k \\ v = a^l \\ w = a^{2^n-l-k} \end{array} \qquad \begin{array}{l} k+l \leq n \\ l \geq 1 \end{array}$$

- Si tenemos $i = 2$:

$\rightarrow uv^2w = a^k a^{2l} a^{2^n-l-k} = a^{2^n+l}$, Si $uv^2w \in L_3 \iff 2^n+l$ = potencia de 2.

Para comprobar si $uv^2w \in L_3$, debemos comprobar que $2^n+l$ es potencia de 2. Como $l \leq n$ ($k+l \leq n$), sabemos que si $2^n+l$ es potencia de 2 podría tomar posibles valores entre $2^n$ y $2^{n+1}$:

$$2^n < 2^n+1 \underset{l \geq 1}{\leq} 2^n+l \underset{l \leq n}{\leq} 2^n+n \underset{n < 2^n}{<} 2^n+2^n = 2 \cdot 2^n = 2^{n+1}$$

Luego se tiene que $2^n < 2^n+l < 2^{n+1}$, entonces podemos afirmar que $2^n+l$ no es potencia de 2, ya que de serlo tomaría el valor de $2^n$ o $2^{n+1}$.

Por lo que $uv^2w \notin L_3 \rightarrow L_3$ no es regular