

DETERMINAREA CONSTANTEI ELASTICE A UNUI RESORT

Consideratii teoretice

A. Fie un resort de masa neglijabila, lungime l_0 si constanta elastica k , suspendat de capatul sau superior. La capatul inferior este atarnat un corp de masa M . Resortul se alungeste cu $\Delta l = l - l_0$ sub actiunea greutatii $M \cdot g$ a corpului. Forța elastică $-k \cdot \Delta l$ și greutatea mențin sistemul corp-resort în echilibru:

$$M \cdot g = k \cdot \Delta l \quad (1)$$

de unde putem afla constanta elastica k a resortului:

$$k = M \cdot g / \Delta l \quad (2)$$

Relatia (2) permite calcularea constantei elastice k a resortului, prin metoda statica. Masa M a corpului se afla prin cantarire, Δl se masoara cu rigla, iar $g \cong 9,81 \text{ m/s}^2$.

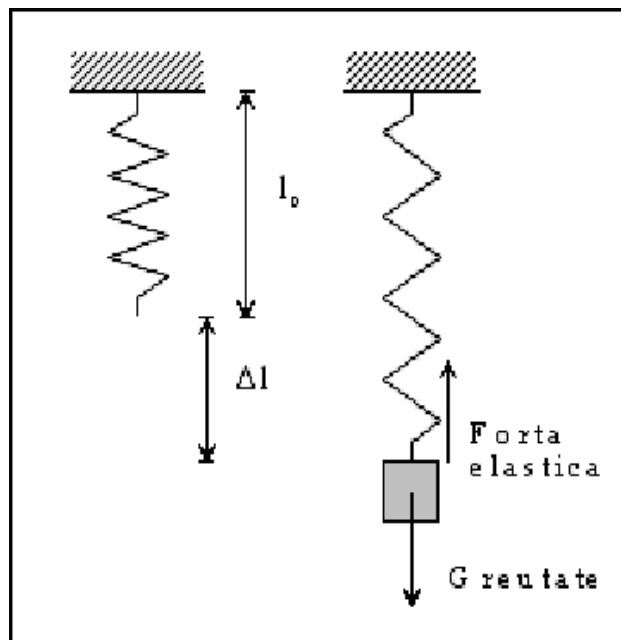


Figura 1. Deformarea unui resort.

B. Dacă o forță deformatoare, F_d , scoate sistemul din poziția de echilibru, alungind resortul cu x_0 și apoi lăsându-l liber, acesta va executa o mișcare oscilatorie, de amplitudine x_0 . Ecuația de mișcare a sistemului este:

$$M \cdot a = -k \cdot x \quad (3)$$

sau:

$$d^2x/dt^2 + (k/M) \cdot x = 0 \quad (4)$$

Solutia ecuatiei (4) este:

$$x(t) = x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \pi/2) \quad (5)$$

cu $\omega = (M/k)^{1/2}$ - pulsatia miscarii oscilatorii. Fiindca:

$$\omega = 2 \cdot \pi / T \quad (6)$$

rezulta:

$$k = 4 \cdot \pi^2 \cdot M / T^2 \quad (7)$$

Aceasta reprezinta expresia constantei elastice a resortului, determinata prin metoda dinamica. Perioada T a miscarii oscilatorii se afla cronometrind durata "t" a "n" oscilatii complete ($T = t/n$).

Daca masa m a resortului nu este neglijabila, trebuie luata in considerare contributia ei la perioada oscilatiilor. Masa m a resortului este uniform distribuita de-a lungul lungimii sale l. Densitatea liniara de masa este $\mu = m/l$. Masa elementului de lungime dx, aflat la distanta x de punctul O de sustinere, se scrie:

$$dm = \mu \cdot dx = (m/l) \cdot dx \quad (8)$$

Presupunem o variatie liniara a vitezei de la $v_0=0$ (capatul fix o este in repaus) pana la $v_{\max}=v$ (viteza capatului liber la trecerea prin pozitia de echilibru), cand x ia valori de la 0 la l. In consecinta, viteza elementului dx, aflat la distanta x de punctul de sustinere, va fi:

$$v_x = v \cdot x/l \quad (9)$$

Energia cinetica a elementului dm este:

$$dE_C = dm_x \cdot v_x^2/2 = (m/l) \cdot dx \cdot (v \cdot x/l)^2/2 \quad (10)$$

sau:

$$dE_C = dx \cdot m \cdot v^2 \cdot x^2 / (2 \cdot l^3) \quad (11)$$

Efectuand integrarea, se afla energia cinetica a intregului resort (de masa m si lungime l) cand extremitatea inferioara trece prin pozitia de echilibru:

$$E_C = (m/3) \cdot v^2/2 \quad (12)$$

Rezultatul (12) exprima contributia masei resortului la energia cinetica de oscilatie a intregului sistem corp-resort. Aceasta contributie este aceea a unui corp cu masa m/3, atarnat la capatul liber al resortului.

Considerand intregul sistem (fig.3) energia cinetica totala este:

$$W_C = (M+m/3) \cdot v^2/2 \quad (13)$$

Egaland expresia (13) cu energia potentiala maxima $W_p = k \cdot A^2 / 2$, se obtine pentru constanta elastica a resortului k , expresia:

$$k = (M + m/3) \cdot 4 \cdot \pi^2 / T^2 \quad (14)$$

In calculele de mai sus, a fost luata in considerare expresia $v = \omega \cdot A$ pentru valoarea maxima a vitezei si $\omega = 2 \cdot \pi / T$. Relatia (14) permite aflarea constantei unui resort elastic prin metoda dinamica, daca se cunosc masa corpului " M ", masa resortului " m " si se masoara durata " t " a " n " oscilatii, aflandu-se astfel perioada $T = t/n$.

Metoda experimentală

Metoda statică

1. Se citește poziția inițială a capătului inferior al resortului.
2. Se atarna pe rand masele marcate M_1, M_2 etc. masurandu-se, de fiecare data, alungirile $\Delta l_1, \Delta l_2$ etc.
3. Datele se trec in tabelul A.
4. Rezultatul final se da sub forma: $k = k_{\text{mediu}} \pm \Delta k_{\text{mediu}}$

Tabelul A

m (g)	M (g)	Δl (mm)	k (N/m)	k_{mediu} (N/m)	$\Delta k/k$ (%)	Δk (N/m)	Δk_{mediu} (N/m)

Metoda dinamică

1. Se stabilește poziția de echilibru a resortului cu masa marcată M_1 .
2. Se pune in oscilație sistemul M_1 -resort, provocand o alungire inițială de 2 - 3 cm.
3. Se cronometrează $n=20$ de oscilatii complete si se determina perioada de oscilație $T_1 = t/n$.
4. Se repeta operațiile pentru corpul M_2 etc.;
5. Rezultatele se trec in tabelul B.

Tabelul B

m (g)	M (g)	M+m/3 (g)	T (s)	k (N/m)	K _{mediu} (N/m)	Δ k/k (%)	Δ k (N/m)	Δ k _{mediu} (N/m)

Prelucrarea datelor experimentale

Metoda statica Se calculeaza k cu relatia (2) si se completeaza tabelul A. Calculul erorilor se face cu relatia:

$$\Delta k/k = \Delta M/M + \Delta g/g + \Delta (\Delta l)/\Delta l$$

Metoda dinamica Se calculeaza k cu relatia (14) si se completeaza tabelul B. Calculul erorilor se face cu relatia:

$$\Delta k/k = 2 \cdot \Delta T/T + \Delta (M+m/3)/(M+m/3) + 2 \cdot \Delta \pi / \pi$$